

(논 문)

H_{∞} 제어를 이용한 방진대의 능동제어

김규용* · 양현석** · 박영필**

(1995년 12월 15일 접수)

Active Control of Isolation Table Using H_{∞} Control

Kyu Yong Kim, Hyun Seok Yang and Young Pil Park

Key Words : Air-Spring Vibration Isolation System(공기스프링 방진대), H_{∞} Control(H_{∞} 제어), Robust Control(강건제어), Voice Coil Motor(보이스코일모터), Weighting Function Matrix(가중함수행렬), Additive Model Error(덧셈형 모델링오차)

Abstract

Recently, the high-precision vibration attenuation technology becomes the essence for the successful development of high-integrated and ultra-precision industries, and is expected to continue playing a key role in the enhancement of manufacturing technology. Vibration isolation system using an air-spring is widely employed owing to its excellent isolation characteristics in a wide frequency range. It has, however, some drawbacks such as low-stiffness and low-damping features and can be easily excited by exogenous disturbances, and then vibration of table is remained for a long time. Consequently, the need for active vibration control for an air-spring vibration isolation system becomes inevitable. Furthermore, for an air-spring isolation table to be successfully employed in a variety of manufacturing sites, it should have a guaranteed robust performance not only to exogenous disturbances but also to uncertainties due to various equipments which might be put on the table. In this study, an active vibration suppression control system using H_{∞} theory is designed and experiments are performed to verify its robust performance. An air-spring vibration isolation table with voice-coil-motors as its actuators is designed and built. The table is modeled as 3 degree-of-freedom system. An active control system is designed based on H_{∞} control theory using frequency-shaped weighting functions. Analysis on its performance and frequency response properties are done through numerical simulations. Robust characteristics of H_{∞} control on disturbances and model uncertainties are experimentally verified through (i) the transient response to the impact excitation of the table, (ii) the steady-state response to the harmonic excitation, and (iii) the response to the mass change of the table itself. An LQG controller is also designed and its performance is compared with the H_{∞} controller.

1. 서 론

현대 산업분야의 추세로써 고집적·초정밀 기술

을 필요로 하는 분야가 생겨나고, 이에 대한 기술력의 확보없이 생산경쟁력에서 우위를 점하기에는 부족한 점이 있다. 이러한 고집적·초정밀 산업분야로서는 반도체 생산공정에 있어서 저진동화가 반도체의 고집적화에 중추적인 역할을 하며 또한 초정밀 측정에서 있어서 주위의 진동영향으로 인해

*회원, 삼성종합기술원 정밀기계연구실

**회원, 연세대학교 기계공학과

측정기의 한계분해능에 제약이 발생하여, 진동방지 기술이 정밀측정기술에 있어서 주요 관건이 된다. 이와같은 저진동을 요구하는 분야가 확대됨에 따라 기존의 방진성능을 증가하는 획기적인 방진기술을 필요로 하게 되었다. 진동원이 산재하는 생산현장 환경하에서 초정밀을 요구하는 제조, 측정기술의 확보는 반드시 해결하여야 할 분야이다.

제진성능의 평가에 있어서, 진동계의 고유진동수를 가능한한 낮게 설정하고, 계의 고유진동수 이하의 주파수대역에서는 고감쇠, 고유진동수 이상의 대역에서는 저감쇠 성질을 갖는 것이 이상적인 제진대의 요구조건이다. 공기스프링을 사용하는 방진대는 허용중량이 크고 상대적으로 고유진동수를 매우 낮게(1~5 Hz) 설정할 수 있어 위에서 언급한 세가지 중 첫번째 조건은 만족시키나, 감쇠비(damping ratio)가 0.1~0.3 정도이므로 외란의 영향이 사라지는데 상당한 시간이 소요되며 또한 지지강성이 작아 충격 등 외란에 대해 쉽게 진동하게 된다. 이러한 수동상태의 공기스프링 방진대의 단점을 개선하기 위한 능동제어계의 구성이 시도되었다.

능동방진 시스템에 대한 연구는 반도체 제조기술 및 초정밀 측정기술이 발달한 일본·미국 등 선진국에서 상당히 진행되어 실용화 단계에까지 와 있으며 특히 일본의 경우 활발히 진행되고 있는 실정이다. 이에 대한 결과를 간략히 살펴보면 다음과 같다.

1973년 岩田義明 등은 공기스프링의 동특성해석 및 보조탱크와 공기스프링 사이의 오리피스에 의한 영향을 연구하였으며, 1자유도 진동계에 대하여 공기스프링의 수동 및 능동제어에 의한 연구결과를 발표하였다. 1976년 岩田義明 등은 공기스프링의 압력제어를 통하여 차량현가장치에 적용, 예측에 의한 피드포워드(feedforward) 알고리즘을 이용하여 능동제어계를 구성하였다. 1983년 S. Koyanagi는 철도차량에 사용되는 공기스프링을 대상으로 공기스프링의 오리피스(orifice)에 의한 영향을 연구하였으며, 가변오리피스를 사용하여 공기스프링의 단점으로 지적되는 감쇠성능을 향상시킨 연구결과를 발표하였다. 1984년 岩田義明, 岡田養二⁽¹⁾ 등은 4점지지방식의 공기스프링을 사용한 진동절연장치를 대상으로 최적제어계를 구성하여 공기압제어에 의한 능동제어결과를 발표하였다. 1985년 T. Takagami와 Y. Jimbo는 서보밸브를 이용하여 공

기압조절 방식으로 1자유도 진동계에 대한 능동제어 연구를 하였다. 1990년 藤田隆史, 福久 聰⁽²⁾ 등은 선형모터(linear motor)를 작동기로 사용하여 공기스프링 제진대의 최적제어를 수행하였다. 1991년 Y. Iwata와 M. Ohshio 등은 PID제어를 사용하여 능동제진대를 구성하였다. 1992년 M. Yasuda, T. Osaka와 M. Ikeda는 피드포워드 알고리즘을 이용하여 능동제어 연구를 하였다. 1992년 T. Kamada, F. Tabata 등은 보이스코일모터(VCM, voice coil motor)를 사용하여 공기스프링 방진대의 최적제어를 이용한 능동제어 연구를 수행하였다. 1992년 S. K. Kang과 S. Hara는 1자유도 자기부상(magnetic levitation) 진동절연 시스템의 외란을 제거하기 위한 최적제어 연구를 하였다. 1993년 K. Misuhashi와 T. Noritsugu 등은 가진력 추정 알고리즘을 적용하여 연구하였다. 1993년 T. Fujita와 Y. Tagawa 등은 공기스프링 제진대를 6자유도 진동계로 모델링하고, 피에조작동기를 이용하여 스카이훅 시스템(sky-hooked system) 개념을 적용, 상태변수는 가속도를 측정하여 이를 적분한 변위신호를 귀환시켜 능동제어 실험을 하였다. 1994년 崔 衛民, 金光陽一, 野波健藏⁽³⁾ 등은 공기스프링 제진대의 압력조절밸브와 전자식작동기를 이용하여 제진대의 부상위치제어와 진동제어를 동시에 수행한 연구결과를 발표하였다. 한편 국내의 공기스프링 방진대에 대한 능동제어 연구결과로서 1994년 박영필, 김규용⁽⁴⁾ 등은 공압제어용 비례제어밸브를 능동작동기로 사용하여 2자유도 진동계의 최적제어, 퍼지제어를 적용한 연구결과를 발표하였다. 또한 1994년 박영필, 손태규, 김규용 등은 전자식작동기를 개발하여 1자유도 진동계에 최적제어, 퍼지제어, 적응제어, 피드포워드제어 등의 제어알고리즘을 적용하여 제진성능을 향상시킨 능동제어 연구결과를 발표하였다.

앞에서 살펴본 바와 같이 공기스프링 방진대는 진동 차단주파수가 넓어 매우 유효한 측면도 있으나, 저감쇠, 저강성 특성으로 인해 외란에 취약한 단점도 지니고 있다. 이전의 연구결과들은 위에서 지적한 단점들을 개선하기 위해 능동제어 시스템을 구성하여 좋은 결과들을 얻었다. 그러나 공기스프링 방진대가 보다 우수한 적응성을 갖기 위해서는 외란제거 성능 뿐만 아니라 방진대에 탑재되는 기기의 종류에 관계없이 제어성능이 보장되는, 즉 강건한 제어성능이 요구된다. 제어대상의 변화에도

불구하고 제어성능을 얻기 위해서는 제어기 설계시 이러한 가능성에 적극 대처하여 능동제어기 설계가 이루어져야 한다. 본 연구에서는 이러한 점을 적극 고려하여 선형제어 알고리즘중 외란에 의한 영향을 감소시키고, 모델링의 불확실성까지도 제어기 설계시 적극적으로 고려할 수 있는 제어알고리즘을 사용하여 저진동 공기스프링 방진대를 개발한다.

1980년대 선형제어이론 분야에 있어서 H_∞제어이론이 출현하였다. 1981년 H_∞제어의 시초가 되는 Zames의 감도최소화에 관한 연구논문이 발표되었고, 이후 루프성형의 중요성을 언급한 Doyle 등의 연구논문이 발표되었다. H_∞제어의 초기단계는 제어기설계의 정식화 및 해석에 어려움이 있었으나, 1984년 H_∞제어의 정식화로서 상태공간론에 기초한 알고리즘이 제안되었다. 이후 1988년 Glover 등에 의하여 상태공간에서의 해법이 제시되어, 1989년 Doyle 등에 의하여 성능지수는 주파수영역에서 선정하고, 해법은 2개의 리카티식 해를 이용하여 상태공간에서 해석하는 현저히 간략화되고 체계화된 알고리즘이 확립되었다.

2. 공기스프링 방진대의 모델링

본 연구의 대상인 공기스프링 방진대는 4점지지 방식으로서 각각의 공기스프링에는 보조공기탱크가 부착되어 있고, 공기스프링과 보조탱크사이에는 유량조절용 오리피스가 부착되어 있다. 또한 방진대의 평형교정기구로서 3점지지방식 기계식 레벨러(leveler)가 사용되고 있다. 능동작동기를 포함한 방진대의 구조를 Fig. 1에 나타내었다.

공기스프링으로 지지되는 방진테이블의 운동을 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 방진테이블의 중심에 대한 수직운동(vertical motion) $z(t)$, 롤링(rolling) $\theta_x(t)$ 와 피칭(pitching) $\theta_y(t)$ 의 3자유도 진

동계로 모델링하였다. 작동기로서 사용하는 보이스코일모터는 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 방진대 각변의 중앙점에 설치하였다. 이와 같이 설치된 작동기는 설치위치상 수직진동모드에 대하여 4개의 작동기 모두와 관계되며, 롤링과 피칭모드에 대하여 마주한 2개의 작동기만 관계된다. 작동기이득(actuator gain)을 k_t 라 하면, 각각의 보이스코일모터에 인가되는 입력전압(u_i)에 의해 작동기에서 발생하는 힘 f_i 는 $f_i(t) = k_t u_i(t)$ 가 되며, 입력전압에 의해 발생하는 힘과 모멘트는 다음식과 같다.

$$\begin{Bmatrix} F_z \\ M_{\theta_x} \\ M_{\theta_y} \end{Bmatrix} = k_t \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{l_1}{2} & 0 & -\frac{l_1}{2} \\ -\frac{l_2}{2} & 0 & \frac{l_2}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

측정센서에 의하여 검출되는 방진대의 수직방향 진동량을 $y_i (i=1, 2, 3, 4)$ 라 하면 절대좌표계의 범위와 측정센서의 진동검출량 사이에는 다음 식이 성립한다.

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -(\frac{l_2}{2} - a) & -(\frac{l_2}{2} + b) \\ 1 & \frac{l_2}{2} + b & -(\frac{l_2}{2} - a) \\ 1 & \frac{l_2}{2} - a & \frac{l_2}{2} + b \\ 1 & -(\frac{l_2}{2} + b) & \frac{l_2}{2} - a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (2)$$

상태공간법으로 공기스프링 방진대의 운동방정식을 표현하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A_0 z + B_0 u \\ y &= C_0 z \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, 각각의 상태벡터와 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z &\triangleq \{z \ \theta_x \ \theta_y \ \dot{z} \ \dot{\theta}_x \ \dot{\theta}_y\}^T \\ u &\triangleq \{u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4\}^T \\ y &\triangleq \{y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4\}^T \\ A_0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{4k}{m} & 0 & 0 & \frac{4c}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k l_1^2}{I_{xx}} & 0 & 0 & \frac{c l_1^2}{I_{xx}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k l_2^2}{I_{yy}} & 0 & 0 & \frac{c l_2^2}{I_{yy}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

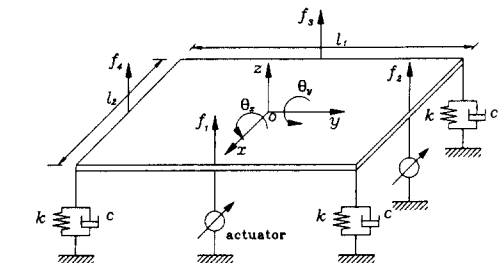


Fig. 1 Schematic diagram of air-spring vibration isolation table

$$B_o = k_t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & \frac{1}{m} & \frac{1}{m} & \frac{1}{m} \\ 0 & \frac{l_1}{2I_{xx}} & 0 & -\frac{l_1}{2I_{xx}} \\ -\frac{l_2}{2I_{yy}} & 0 & \frac{l_2}{2I_{yy}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_o = \begin{bmatrix} 1 & -\left(\frac{l_1}{2} - a\right) & -\left(\frac{l_2}{2} + b\right) & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \left(\frac{l_1}{2} + b\right) & -\left(\frac{l_2}{2} - a\right) & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\left(\frac{l_1}{2} - a\right) & \left(\frac{l_2}{2} + b\right) & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\left(\frac{l_1}{2} + b\right) & \left(\frac{l_2}{2} - a\right) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- m : 질량
- I_{xx} : x 축 회전질량 관성모멘트
- I_{yy} : y 축 회전질량 관성모멘트
- k : 공기스프링의 강성계수
- c : 공기스프링의 감쇠계수
- z : 수직변위
- θ_x : 롤링회전각
- θ_y : 피칭회전각
- z_i : 공기스프링 지지점의 수직변위
- z_i : 공기스프링 지지점의 수직속도
- l_1 : 방진테이블의 y 방향 길이
- l_2 : 방진테이블의 x 방향 길이
- a, b : 방진테이블의 모서리로부터 측정센서까지의 거리

3. 혼합감도 문제의 H_∞ 제어 정식화

3.1 혼합감도 문제

외란 $w(s)$ 가 작용하며, 덧셈형 모델링오차 $\Delta_a(s)$ 가 있는 Fig. 2와 같은 귀환제어계를 고려한다. 외란이 작용하는 계에 있어서 귀환제어를 이용하여

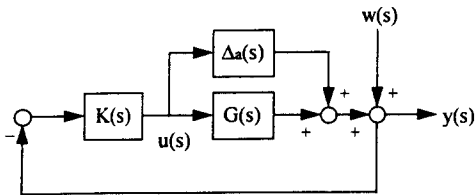


Fig. 2 Feedback control system including disturbance and additive modeling error

외란에 의한 영향이 최소화되도록 제어를 설계하는 방법과 대상계의 모델링에 발생하는 오차가 있더라도 제어기의 성능이 유지되는 강건성에 대하여 이를 제어기의 설계시 반영하는 방법은 다음과 같다. 외란에 의한 영향은 귀환제어계의 감도함수 (sensitivity function)를 사용하여 평가하고, 작용 외란에 대한 감도최소화문제로 정의하며 또한 모델링오차는 계의 준여감도함수 (quasi-complementary sensitivity function)를 사용하여 평가하며, 이는 등가의 감도최소화문제로 귀착된다. 이 두 가지 제어기 설계조건을 동시에 고려하는 제어를 혼합감도 문제 (mixed sensitivity problem)라 정의한다.

Fig. 2에서 고려한 모델링오차가 내재되어 있고 외란이 작용하는 제어계에 있어서, 외란에 의한 영향을 저감시키기위한 가중함수 $W_s(s)$ 와 모델링오차에 대한 가중함수 $W_a(s)$ 를 도입한 제어계는 다음의 Fig. 3과 같다.

혼합감도문제는 감도최소화문제와 모델링오차에 대해서도 안정성을 확보하기위한 강건성문제를 동시에 고려하여 최종적으로 식 (4)를 만족하는 제어기 $K(s)$ 를 설계하는 문제가 된다.

$$\| \frac{W_s(s)S(s)}{W_a(s)T_a(s)} \|_\infty < 1 \tag{4}$$

주파수성형 가중함수 $W_s(s)$ 와 $W_a(s)$ 를 도입한

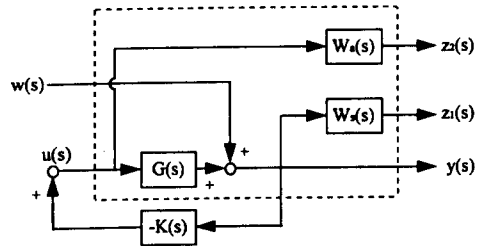


Fig. 3 Feedback control system of mixed sensitivity problem

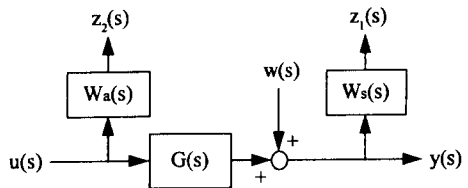


Fig. 4 Input-output relationship of mixed sensitivity problem

혼합감도문제에 있어서 제어기 $K(s)$ 를 제외한 개루프블럭선도는 다음의 Fig. 4와 같다.

Fig. 4의 계를 입력 $w(s)$, $u(s)$ 와 출력 $y(s)$, $z_1(s)$, $z_2(s)$ 의 입출력관계로 표현하면 다음 식과 같다.

$$\begin{Bmatrix} z_1(s) \\ z_2(s) \\ y(s) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} W_s(s) & W_s(s)G(s) \\ 0 & W_a(s) \\ I & G(s) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

위의 입출력관계에서 $G(s)$ 는 제어대상에 대한 수학적 표현인 공칭모델(nominal plant)로서 모델링단계에서 결정되며, $W_a(s)$ 는 모델링오차의 형태를 기초로하여 $|W_a(j\omega)| > \bar{\sigma}(\Delta_a(j\omega))$ 가 만족되도록 $W_a(s)$ 를 선정하며, $W_s(s)$ 는 계에 작용하는 외란의 파워스펙트럼을 예견하고 또한 제어기 설계자가 원하는 제어성능을 갖도록 선정한다. 공칭모델과 가중함수를 상태공간으로 표현하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} G(s) &= C_o(sI - A_o)^{-1}B_o \\ W_s(s) &= C_s(sI - A_s)^{-1}B_s \\ W_a(s) &= C_a(sI - A_a)^{-1}B_a + D_a \end{aligned} \quad (6)$$

계에 작용하는 외란이 저주파대역에서 유효에너지를 갖고 있으며, 고주파대역에서는 그 에너지의 크기가 매우 작으므로 $W_s(s)$ 를 strictly proper한 전달함수행렬로 가정하는 것은 타당하다. 또한 $W_a(s)$ 는 측정잡음 및 모델링시에 고려하지 않은 모우드는 일반적으로 고주파대역에서 유효에너지를 가지므로, 그 주파수대역에서 일정한 크기를 갖는 proper한 전달함수로 가정한다. 이러한 $W_a(s)$ 와 $W_s(s)$ 에 대해 proper, strictly proper하다고 하는 것은 H_∞제어 해법중 현재 표준해법(standard solution)으로 알려져 있는 알고리즘의 해가 존재하기 위한 각 행렬의 조건에 맞도록 정해진다.

$G(s)$, $W_a(s)$, $W_s(s)$ 의 각 상태변수벡터를 x_o , x_a , x_s 라 하면 다음과 같은 상태방정식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ w \\ u \end{Bmatrix} \quad (7)$$

여기서, $\underline{x} \triangleq \{x_s^T \ x_a^T \ x_o^T\}^T$
 $\underline{z} \triangleq \{z_1^T \ z_2^T\}^T$

$$A = \begin{bmatrix} A_s & 0 & B_s C_o \\ 0 & A_a & 0 \\ 0 & 0 & A_o \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} B_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_a \\ B_o \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_s & 0 & 0 \\ 0 & C_a & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = 0 \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_a \end{bmatrix}$$

$$C_2 = [0 \ 0 \ C_o] \quad D_{21} = I \quad D_{22} = 0$$

3.2 H_∞제어기의 해

H_∞제어기는 식 (7)에서 D_{12} 의 조건에 따라 제어기의 해가 때로는 매우 복잡하다. 본 연구에서는 $D_{11} = 0$, $D_{22} = 0$ 인 표준 H_∞제어 알고리즘을 적용한다.

각각의 행렬이 다음과 같은 차원(dimension)을 갖는다.

$$\begin{aligned} \dim(A) &= n \times n \\ \dim(B_1) &= n \times p \quad \dim(B_2) = n \times q \\ \dim(C_1) &= r \times n \quad \dim(C_2) = s \times n \end{aligned}$$

안정한 제어기의 해가 존재하기 위한 전제조건으로서 다음의 조건 A), B)를 만족해야 한다.

- A1) (A, B_2) : 가안정(stabilizable)
- A2) D_{12} : $\text{rank}(D_{12}) = q$, 여기서 $\dim(D_{12}) = r \times q$
- A3) $P_{zu}(s) (= C_1(sI - A)^{-1}B_2 + D_{12})$ 는 허수축에 영점(zero)을 갖지 않는다.

$$\text{rank} \left\{ \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} \right\} = n + q, \quad \forall \omega$$

- B1) (A, C_2) : 가검출(detectable)
- B2) D_{21} : $\text{rank}(D_{21}) = s$, 여기서 $\dim(D_{21}) = s \times p$
- B3) $P_{yw}(s) (= C_2(sI - A)^{-1}B_1 + D_{21})$ 는 허수축상에 영점을 갖지 않는다.

$$\text{rank} \left\{ \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} \right\} = n + s, \quad \forall \omega$$

A), B)에서 제시한 안정한 제어기의 존재조건을 만족하는 제어대상에 대하여 아래의 1), 2), 3) 과정을 통하여 H_∞제어기를 설계한다.

(1) 가정 A), B)를 만족하는 확장계(augmented plant) $P(s)$ 에 대해서 H_∞제어기가 해를 가질 조건은 다음의 조건 ①~③을 만족하는 것이다.

① $X(A - B_2 D_{12}^+ C_1) + (A - B_2 D_{12}^+ C_1)^T X + X(B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^{-1} B_2^T) X + (D_{12}^+ C_1)^T D_{12}^+ C_1 = 0$

여기서, $E_{12} \triangleq D_{12}^T D_{12}$

$D_{12}^+ \triangleq E_{12}^{-1} D_{12}^T$

$D_{12}^{+*} : (D_{12}^+)^T D_{12}^{+*} = I - D_{12} D_{12}^+$

(normalized orthogonal matrix of D_{12})

위 리카티식의 안정화해 $X \geq 0$ 가 존재한다.

그러므로 다음의 식 A_X 는 안정이다.

$A_X = A - B_2 D_{12}^+ C_1 + (B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^{-1} B_2^T) X$

② $Y(A - B_1 D_{21}^+ C_2)^T + (A - B_1 D_{21}^+ C_2) Y + Y(C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^{-1} C_2) Y + B_1 D_{21}^+ (B_1 D_{21}^+)^T = 0$

여기서, $E_{21} \triangleq D_{21} D_{21}^T$

$D_{21}^+ \triangleq D_{21}^T E_{21}^{-1}$

$D_{21}^{+*} : D_{21}^+ (D_{21}^+)^T = I - D_{21}^+ D_{21}$

(normalized orthogonal matrix of D_{21})

위 리카티식의 안정화해 $Y \geq 0$ 가 존재한다.

그러므로 다음의 식 A_Y 는 안정이다.

$A_Y = A - B_1 D_{21}^+ C_2 + Y(C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^{-1} C_2)$

③ $\rho(XY) < 1$

$\rho(M)$: 행렬 M 의 스펙트럴반경(spectral radius) 또는 행렬 M 의 최대고유값

(2) H_∞ 제어기 $K(s)$ 는 다음과 같다.

$K(s) = \text{LFT}\{M(s), N(s)\}$

$$M(s) = \begin{bmatrix} \hat{A} & -ZL_\infty & Z\hat{B}_2 E_{12}^{-1/2} \\ F_\infty & 0 & E_{12}^{-1/2} \\ -E_{21}^{-1/2} \hat{C}_2 & E_{21}^{-1/2} & 0 \end{bmatrix}$$

여기서, $\hat{A} = A + B_1 B_2^T X + B_2 F_\infty + ZL_\infty \hat{C}_2$

$\hat{B}_2 = B_2 + Y C_1^T D_{12}$

$\hat{C}_2 = C_2 + D_{21} B_1^T X$

$F_\infty = -D_{12}^+ C_1 - E_{12}^{-1} B_2^T X$

$L_\infty = -B_1 D_{21}^+ - Y C_2^T E_{21}^{-1}$

$Z = (I - YX)^{-1}$

$N(s)$: Free Parameter,

$N(s) \in RH_\infty, \|N(s)\|_\infty < 1$

(3) H_∞ 제어 표준해의 특별한 경우로서, $N(s) = 0$ 인 경우 H_∞ 제어의 중심해(central solution)라 한다. H_∞ 제어기의 설계에서, 자유변수 $N(s)$ 의 선정에 관한 구체적인 방법이 제시되어 있지 않다.

중심해인 경우 H_∞ 제어기 $K(s)$ 는 다음과 같다.

$K(s) = -F_\infty (sI - \hat{A})^{-1} ZL_\infty$

4. 실험장치의 구성

본 연구에서 능동작동기로 사용한 보이스코일모터(voice coil motor)는 100 Watt급 스피커에서 사

Table 1 Specification of air-spring vibration isolation system

| Item | Notation | Dimension | Unit |
|------------------------|----------|-----------|------------------------------|
| Table mass | m | 111.86 | kg |
| Mass moment of inertia | I_{xx} | 9.3252 | $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ |
| | I_{yy} | 5.2468 | $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ |
| Table dimension | l_1 | 1.0 | m |
| | l_2 | 0.75 | m |
| Sensor Location | a | 0.17 | m |
| | b | 0.04 | m |
| Table thickness | | 0.019 | m |
| Stiffness coefficient | k | 12561.60 | N/m |
| Damping coefficient | c | 187.41 | N·sec/m |
| Force constant | k_f | 6.267 | N/V |
| Air spring type | | Diaphragm | |
| Air pressure | | 4.2 | kgf/cm^2 |

용되는 보빈(bobbin)과 영구자석(permanent magnet)을 개조하여 사용하였으며, 보이스코일모터 구동용 증폭기로서 Burr Brown의 OPA512BM을 사용한 전류증폭기 회로를 설계하였다. 증폭기이득 K_a 와 시상수(time constant) τ 는 증폭기회로 설계시 여러개의 저항이 조합되는 비선형항으로 표현되며, 본 실험에서는 시상수를 가능한한 작게, 이득은 1이 되도록 각 저항을 선정하여 설계하였다. 시상수를 작게 설계하면 작동기의 밴드폭이 증가되어 증폭기의 동특성을 고려할 필요가 없으므로 능동제어시 유리하다. 이론적특성을 구한 결과 증폭기의 이득은 1 A/V, 밴드폭은 22200 rad/sec로 계산되었다. 이론적으로 산정한 증폭기의 성능을 검토하기 위하여, 제작한 증폭기에 대하여 실험을 통한 전달함수를 측정하였다. 증폭기의 밴드폭은 대략 21800 rad/sec 정도로 측정되었고, 증폭기이득은 0.8로 측정되었다. 공기스프링 방진대의 고유진동수는 50 rad/sec 이하 대역에 존재하므로, 작동기 동특성을 상수로 가정하여 능동제어실험에 사용함은 타당하다. 한편 공기스프링 방진대의 강성 및 감쇠특성 결정은 실험적인 방법을 택하였다. 공기스프링의 경우 내부압력과 변위사이의 관계식은 유량방정식에 의해 비선형항으로 표현되므로 이론식에 의한 선형모델링에 어려움이 있고, 또 한가지 목적으로서 본 실험에서 능동작동기로서 사용하는 보이스코일모터가 제어력을 발생할 수 있는가에 대한 평가도 아울러 수행하였다.

4.1 실험목적

첫째, 방진대의 수직방향 강성과 감쇠를 측정하여 공기스프링의 강성계수와 감쇠계수를 추정

둘째, 보이스코일모터와 증폭기의 힘-전압상수(force-voltage constant) 추정

4.2 실험방법

각각의 능동작동기를 동기화(synchronization)시켜 작동시킬 경우, 방진대의 운동은 수직변위에 대한 1자유도 진동계로서 표현된다. 공기스프링 방진대의 1자유도 운동방정식의 강성계수와 감쇠계수를 실험적으로 결정하기 위하여 0.1~15.1 Hz 주파수 범위내에서 사인스weep(sine-sweep)형태의 전압을 입력하고 방진대의 중앙점에서 가속도를 측정, 이를 두번 적분한 변위신호와 입력전압사이의 전달함수를 측정하였다. 측정된 주파수응답에 대해 곡선

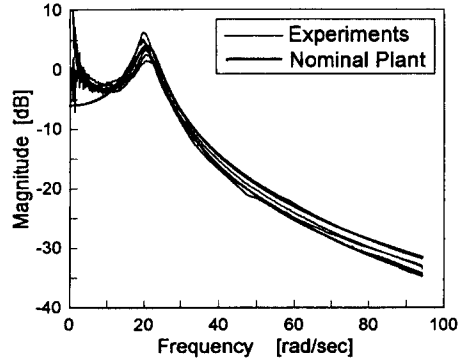


Fig. 5 Frequency response of vibration isolation system

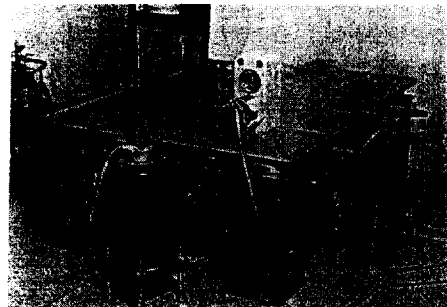


Photo 1 Photograph of active control system

접합(curve-fitting)을 수행하여 공기스프링의 강성계수, 감쇠계수 그리고 작동기 힘/전압상수를 결정하였다. 공기스프링 방진대 및 작동기의 제원을 Table 1에 나타내었으며, 공기스프링 방진대의 수직방향진동에 대한 전달함수추정 및 Curve fitting 결과를 Fig. 5에 나타내었다. Photo 1은 실제 구현된 공기스프링 방진대의 능동제어제이다.

5. H_∞제어의 수치해석 및 능동제어 실험

앞장에서 언급한 바와같이 공기스프링 방진대는 고유진동수 이하의 주파수대역에서 작용외란에 대해 쉽게 가진되는 취약점을 가지므로 저주파외란 제거와 모델링오차에 대해서도 제어성능이 보장되는 강건안정성에 주안점을 두어 제어기를 설계하였으며, 능동제어실험은 다음의 3가지 종류에 대해 수행하였다.

- ① 충격가진에 대한 제어성능평가
- ② 진자(pendulum)가진에 대한 제어성능평가
- ③ 편심질량모터의 가진에 대한 제어성능평가

5.1 가중함수의 선정

덧셈형 모델링오차에 대한 가중함수 $W_a(s)$ 와 외란제거성능을 평가하는 가중함수 $W_s(s)$ 의 선정은 H_∞ 제어기 설계에 가장 중요한 부분이며, $W_a(s)$ 와 $W_s(s)$ 의 형상과 크기에 의해 감도함수와 준여감도함수의 형태가 결정되며, 나아가 제어기 $K(s)$ 의 형상(shape)이 결정된다. 본 연구에서는 먼저 모델링오차에 대한 가중함수 $W_a(s)$ 를 결정할 후, 외란제거 성능에 대한 가중함수 $W_s(s)$ 를 선정하였다.

모델링오차에 대한 가중함수 $W_a(s)$ 는 다음의 순서를 통해서 결정한다.

- ① 실험에 의한 전달함수 $G_i(s)$ ($i=1, 2, \dots, N$) 측정한다.
- ② 곡선적합법(curve fitting)을 이용하여 공칭모델(nominal plant) $G(s)$ 를 결정한다.
- ③ 덧셈형 모델링오차($\Delta_a(s)$)는 공칭모델과 실험전달함수의 차로써 결정한다.

$$G_i(s) = G(s) + \Delta_a(s) \quad (8)$$

$$\Delta_a(s) = \max\{|G_i(s) - G(s)|\} \quad (9)$$

- ④ 모델링오차에 대하여 강건안정성을 유도하는 과정에서 사용한 조건인 다음 식을 만족하도록 $W_a(s)$ 를 선정한다.

$$|W_a(s)| \geq |\Delta_a(s)| \quad (10)$$

$W_a(s)$ 의 선정에 있어서, 공칭모델이 실제계를 정확히 표현한다면 $\Delta_a(s)$ 는 0값에 수렴한다. 이는 모델링오차가 없다는 것을 뜻하며 설계된 제어기로서 원하는 제어성능을 얻을 수 있다. 이를 유추하면 $\Delta_a(s)$ 는 제어기의 이득수준(gain level), 즉 제어이득의 크기를 제한하는 기능을 가지고 있으며, 제어기 설계시 제약이 된다. $\Delta_a(s)$ 가 커지면 결국 제어성능을 얻기가 불가능함을 뜻한다. 그러므로 $W_a(s)$ 의 선정은 그 크기가 가능한한 작을수록 제어기설계가 용이하다. 즉, 제어기설계시 기본조건인 제어계가 불안정하지 않도록 하는 조건내에서 모델링의 불확실성이 클수록 유효 제어입력이 작아진다.

외란제거성능에 대한 가중함수 $W_s(s)$ 는 제어기 설계과정에서 도입되는 γ 값에 의하여 직류성분기기(DC level) 또는 $\|\frac{1}{\gamma}W_s(s)\|_\infty$ 가 변하므로, $W_s(s)$ 의 크기보다는 형상에 대한 결정이 더 중요한 사항이다. $W_s(s)$ 형상의 선정은 다음과 같은 순서에 따라 진행하였다.

① 저주파외란의 주파수대역을 결정, 즉 $W_s(s)$ 의 밴드폭(band width)을 결정한다. $W_s(s)$ 의 밴드폭을 매우 작게 선정하여 모의실험을 수행한 결과, 충격가진에 대해 진동을 감소시키는 기능보다는 위상이 180° 뒤진 진동을 유발하여 바람직하지 않는 제어결과를 얻었으며, 반대로 $W_s(s)$ 의 밴드폭을 매우 크게 선정한 경우 제어효과가 거의 나타나지 않았다. 공기스프링 방진대의 특성상 고유진동수를 포함하는 저주파대역에서 쉽게 가진되는 특성이 있으므로, $W_s(s)$ 형상의 선정시 고유진동수를 포함하는 저주파대역에서 유효한 크기를 갖도록 선정한다.

② $W_s(s)$ 의 형상에 대한 선정

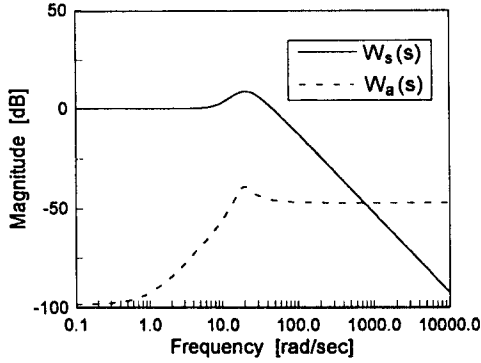
본 연구에서는 $W_s(s)$ 에 대한 주파수대역을 ①의 과정을 통하여 결정한후, $W_s(s)$ 의 형상에 대한 고려를 다음과 같이 하였다. 먼저 외란에 대한 가중함수를 2차식의 형태로 가정하여 제어기를 설계한 결과 제어기의 직류이득이 과도히 크게 설계되어, 제어시 불안정한 현상을 유발하였다. 이는 모델링오차에 대한 가중함수의 크기를 조절하여 직류이득의 크기를 낮출 수 있으나, 이 경우 전 주파수대역에서 제어기의 이득이 감소하므로 제어효과가 감소되었다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 $W_s(s)$ 의 형상이 고유진동수 이하의 저주파대역에서는 작은 값을 갖도록 분모식의 차수가 4, 분자식의 차수가 2인 가중함수를 재선정하였다. 이와 같은 과정을 반복적으로 수행하여 제어기 설계에 필요한 가중함수를 선정하였다.

제어기 설계시 선정된 가중함수 $W_a(s)$ 와 $W_s(s)$ 는 아래와 같으며, Fig. 6에 나타내었다.

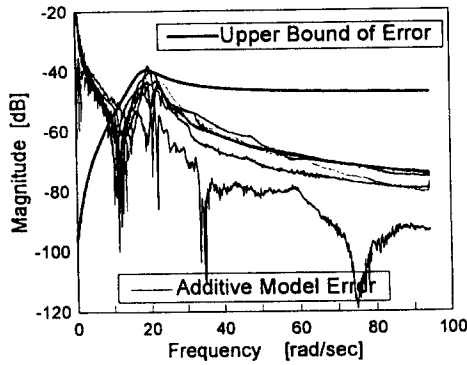
$$W_a(s) = 0.004375 \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 + 7.6s + 361} \quad (11)$$

$$W_s(s) = 2500 \frac{s^2 + 14s + 100}{(s^2 + 20s + 400)(s^2 + 45s + 625)} \quad (12)$$

$W_a(s)$ 는 방진대의 동특성 측정을 위해 수행한 전달함수 측정결과와 공칭모델의 차이를 계산하여 식(10)의 관계식을 만족하도록 선정하였다. 실험에서는 방진대의 수직 진동모드에 대한 1자유도 진동계를 고려하였으므로 모델링오차에 대한 가중함수는 물링모드 및 피칭모드에 의한 공진봉의 크기를 포함하도록 2차식의 proper한 형태로 선정하였다. Fig. 6은 덧셈형 모델링오차를 고려한 오차의 상한(upper bound of error)으로서 $W_a(s)$ 를 도시하였



(a) $W_a(s)$ vs $W_s(s)$



(b) $W_a(s)$ vs additive model error

Fig. 6 Shape of weighting functions

다. 10 rad/sec 이하의 주파수영역에서 오차의 상한보다 모델링오차가 크게 나타난 부분이 존재한다. 이는 주파수응답 측정과정에서 가속도응답 (accelerance)을 변위응답 (compliance)으로 수치적분하는 과정에서 나타나는 오차이다. 이와 같은 사항을 고려하여 선정한 $W_a(s)$ 와 모델링오차를 나타내었다.

5.2 H_∞제어의 수치해석

H_∞제어 알고리즘을 적용하여 선정한 제어기 $K(s)$ 를 공칭모델에 귀환제어하였을때, 제어계의 동특성을 해석하면 다음과 같다.

5.2.1 감도함수와 가중함수 $W_s(s)$

제어기설계시 감도함수에 대한 조건으로서 다음과 같은 식을 선정하였다.

$$\|W_s(s)S(s)\|_{\infty} < \gamma \quad \text{or} \quad \left\| \frac{1}{\gamma} W_s(s) S(s) \right\|_{\infty} < 1 \quad (13)$$

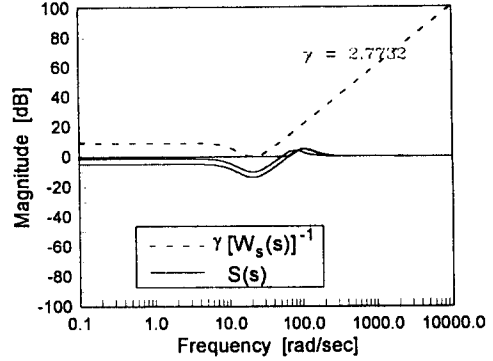


Fig. 7 Singular value plots of $S(s)$ and $\{1/\gamma W_s(s)\}^{-1}$

윗식으로부터 놈(norm) 조건을 사용하면 다음과 같은 부등식을 유도할 수 있다.

$$\left\| \frac{1}{\gamma} W_s(s) S(s) \right\|_{\infty} < \leq \left\| \frac{1}{\gamma} W_s(s) \right\|_{\infty} \|S(s)\|_{\infty} \quad (14)$$

감도함수 $S(s)$ 와 가중함수 $W_a(s)$ 사이의 관계는 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\|S(s)\|_{\infty} < \left\| \frac{1}{\gamma} W_s(s) \right\|_{\infty}^{-1} \quad (15)$$

윗식이 성립하는 것은 식(13)이 성립하기 위한 충분조건이 된다.

감도함수 $S(s)$ 와 가중함수 $W_s(s)$ 의 관계는 Fig. 7과 같다.

5.2.2 준여감도함수와 가중함수 $W_a(s)$

제어기설계시 준여감도함수에 대한 조건으로서 다음과 같은 식을 선정하였다.

$$\|W_s(s) T_a(s)\|_{\infty} < 1 \quad (16)$$

윗식으로부터 놈(norm) 조건을 사용하면 다음식과 같은 부등식을 유도할 수 있다.

$$\|W_a(s) T_a(s)\|_{\infty} \leq \|W_a(s)\|_{\infty} \|T_a(s)\|_{\infty} \quad (17)$$

준여감도함수 $T_a(s)$ 와 가중함수 $W_a(s)$ 사이의 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\|T_a(s)\|_{\infty} < \|W_a(s)\|_{\infty}^{-1} \quad (18)$$

윗식이 성립하는 것은 식(16)이 성립하기 위한 충분조건이 된다. 준여감도함수 $T_a(s)$ 와 가중함수 $W_a(s)$ 의 관계는 Fig. 8과 같다.

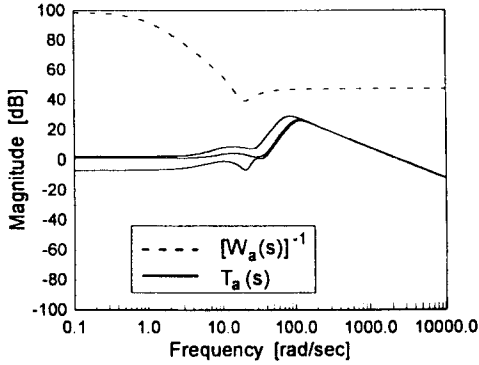


Fig. 8 Singular value plots of $T_a(s)$ and $\{W_a(s)\}^{-1}$

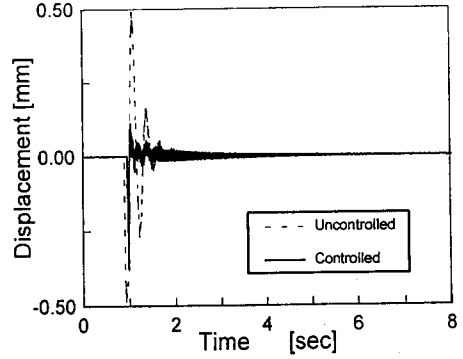


Fig. 10 Time responses for impact exciting

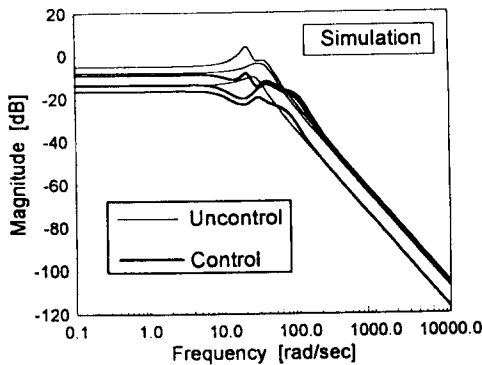


Fig. 9 Singular value plots of nominal plant and controlled system

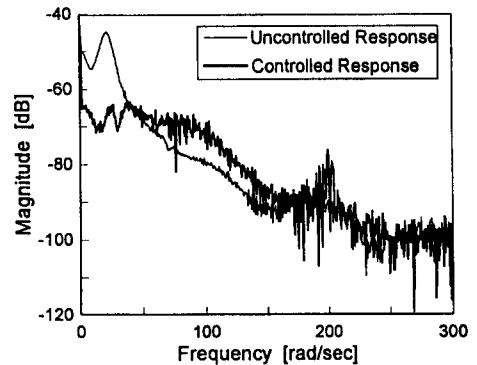


Fig. 11 Comparison of power spectrums for impact exciting

5.2.3 공칭모델과 귀환제어계

공칭모델과 제어기 $K(s)$ 를 귀환시킨 제어계의 주파수특성 수치해석결과는 Fig. 9와 같다. 수치해석결과를 보면 제어계는 공칭모델과 비교하여 공진 주파수 대역에서 공진봉의 크기가 12 dB 감소하였으며, 50 rad/sec~200 rad/sec 대역에서는 제어기의 영향으로 진동의 크기가 최대 6 dB 증가하였다. 그러나 50 rad/sec 이상의 주파수대역에서는 정상상태응답 자체가 가진력에 대해 -20 dB 이하의 크기를 가지므로 방진대의 특성상 50 rad/sec 이상의 주파수대역에서는 공진주파수에서의 크기보다 상대적으로 작아 설계된 제어기가 타당한 것으로 판단된다

5.3 충격가진시 능동제어

서론에서 기술한 바와 같이, 공기스프링 방진대는 저항성구조물이고 또한 저감쇠계이므로 충격에 의해 쉽게 가진되는 단점이 있다. 충격가진기에 의

한 진동계의 과도응답특성을 측정함으로써 H_{∞} 제어기의 제어성능을 판별하고자 한다. 충격가진시 변위응답을 측정한 결과가 Fig. 10과 같다. 비제어시 충격가진에 의해 초기진폭이 최대 1 mm이며, 감쇠에 의해 정상상태로 되기까지 대략 1 sec 정도의 시간이 소요되었다. 시간응답의 1초구간을 보면 측정변위가 급격히 꺾이는 현상이 나타나고 있다. 이는 평형교정장치가 작동하여 공기스프링내로 공기가 유입되어 과도한 변위를 보상하고 있음을 보여준다. 그러나 공기스프링의 부상위치가 변하므로 이로인해 방진대의 초기부상위치가 변할 수 있으며, 앞서 지적한 저항성, 저감쇠특성을 나타내고 있다. H_{∞} 제어시 충격가진에 의한 영향이 급격히 사라지는 제어성능을 보여주고 있다. 이러한 제어성능을 Fig. 11의 주파수영역에서 보면, 각각의 그래프는 제어/비제어시 측정변위의 파워스펙트럼으로서 50 rad/sec 이하 주파수대역에서 공진봉의 크기를 대략 20 dB 감소시키며 공진봉이 나타나지

않는 우수한 제어성능을 보여준다. 또한 Fig. 9에 나타낸 제어계의 수치해석결과와 같이 50 rad/sec ~ 200 rad/sec 대역에서 파워스펙트럼이 증가하는 결과를 보여주고 있으나, 앞서 서술한 바와같이 진동레벨이 비제어시 공진봉의 크기에 비해 20 dB 이상 작으므로 실제적으로 계의 진동에는 크게 영향을 주지 않는다.

5.4 진자가진시 능동제어

진자(pendulum)가진에 의한 능동제어실험은 방진대 위에서 매우 느린 속도로 움직이는 가진메카니즘 즉 로봇 또는 평행이동장치를 탑재한 경우를 모사한 실험으로서, Fig. 12과 같이 실험장치를 구성하였다. 진자계는 방진대의 롤링과 피칭을 동시에 유발하도록 그림과 같이 45° 경사시켜 설치하였

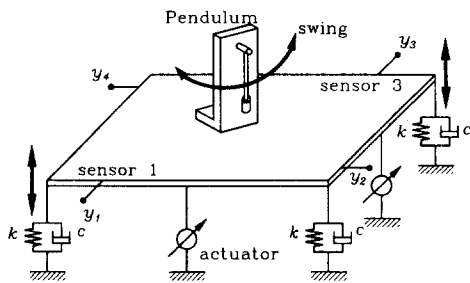


Fig. 12 Experimental setup of low frequency exciting

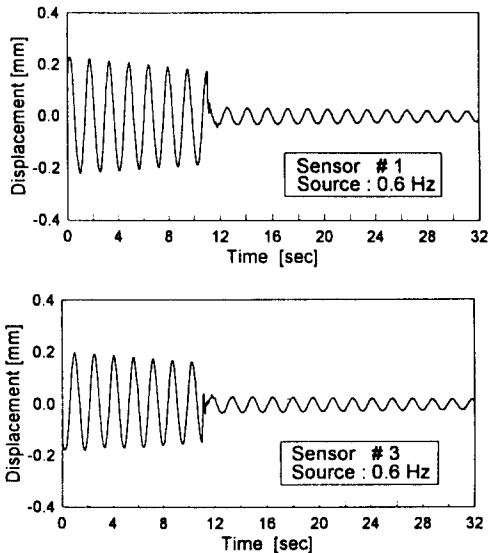


Fig. 13 Displacement responses for low frequency exciting

으며, 진자의 질량은 3 kg이고, 진자계 전체질량은 30 kg로서 방진대의 질량에 대하여 27%의 모델링 오차를 갖는다.

진자의 운동에 의해 방진대는 0.6 Hz로 가진되며, 롤링과 피칭이 나타나므로 측정점은 방진대의 좌측하단에 위치한 변위계 1과 대각으로 마주보는 우측상단의 변위계 3을 택하였다. 이경우의 제어결과는 Fig. 13과 같다. 진자의 운동에 의해 방진대는 0.6 Hz주기의 400 μm 진폭을 갖는 가진에 대해 측정점 모두 70 μm의 진폭으로 감소시켜 -15 dB 정도 진동을 감소시키는 제어성능을 얻었다.

5.5 H_∞제어와 LQG제어 성능비교

H_∞제어의 강건한 제어성능을 검증하기 위하여, 다입출력계의 능동제어에서 많이 이용되고 있는 LQG제어를 설계하여 각각의 능동제어실험을 수행하였다.

LQG제어의 설계는 제어기설계와 관측기설계 두가지로 구분되며, 각각의 설계과정에서 가중행렬 Q_c, R_c, Q_e, R_e를 선정하게 된다. 가중행렬은 다음과 같이 선정하였다.

제어기 가중행렬 Q_c, R_c의 선정은 다음과 같다.

$$Q_c = \text{diag}\left\{1, 1, 1, \frac{1}{\omega_1^2}, \frac{1}{\omega_2^2}, \frac{1}{\omega_3^2}\right\}$$

$$R_c = r_c \text{diag}\{1, 1, 1, 1\}$$

$$r_c = 5.0 \times 10^{-6}, 2.5 \times 10^{-6}, 1.0 \times 10^{-6}, 7.5 \times 10^{-7}, 5.0 \times 10^{-7}$$

여기서, ω₁, ω₂, ω₃: 방진대의 고유진동수
관측기 가중행렬 Q_e, R_e의 선정은 다음과 같다.

$$Q_e = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$R_e = \text{diag}\{1, 1, 1, 1\}$$

위의 가중행렬에 대하여 제어입력의 크기에 결정적인 역할을 하는 r_c를 변화시키면서 H_∞제어의 성능과 유사한 성능을 얻을 수 있는 r_c를 실험을 통하여 선정하였다. r_c = 5.0 × 10⁻⁶는 제어이득이 작아 제어효과가 나타나지 않으며, r_c = 7.5 × 10⁻⁷, 5.0 × 10⁻⁷인 경우는 실험시 발산하였다. 이와같은 실험을 통하여 LQG제어기로서 r_c = 2.5 × 10⁻⁶인 경우와 r_c = 1.0 × 10⁻⁶인 경우에 설계되는 제어기를 사용하였다.

Fig. 14는 모델변동이 없는 공칭모델에 대한 H_∞제어와 LQG제어를 비교한 결과로서, H_∞제어는 진동이 -12 dB 감소하고 LQG제어 결과는 -11

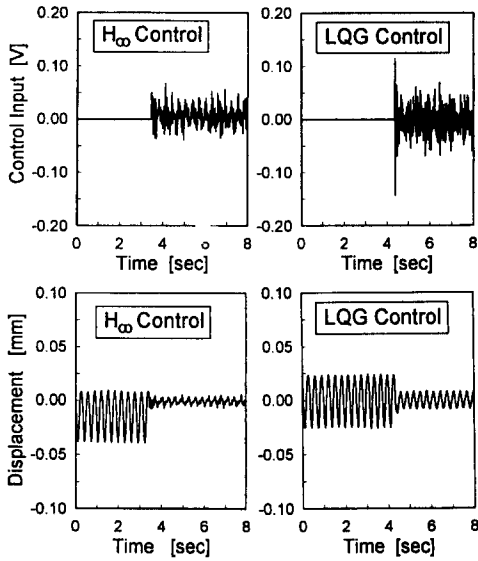


Fig. 14 Comparison of control performance between H_{∞} control and LQG control (control input and measured displacement)

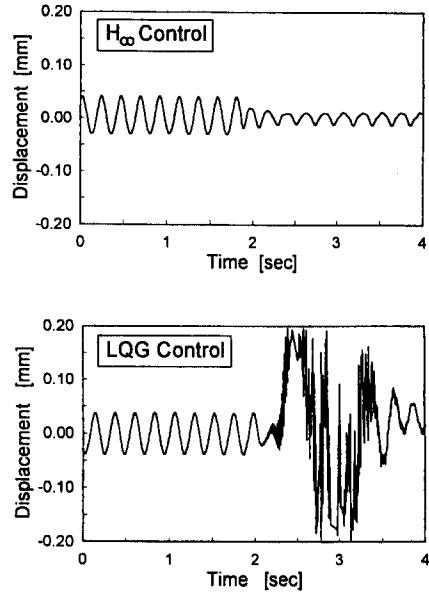


Fig. 15 Comparison of H_{∞} control and LQG control w.r.t. perturbed plant

dB 감소하여 제어성능은 유사하나, 제어입력을 비교하면, LQG 경우 제어입력이 0.15 Volt의 크기를 갖는 반면 0.1 Volt 이하로서 유사한 제어효과에 대해 H_{∞} 제어가 효율적임을 보여주고 있다. H_{∞} 제어결과에서 변위의 직류성분이 변한 것은 다음과 같은 이유이다. 제어가 초기위치를 측정하는 과정에서 가진원에 의해 방진대의 평형교정장치가 작동하여 공기스프링의 초기위치가 변하였고, 제어가

는 방진대의 현재 위치에 관계없이 측정위치로 레귤레이션(regulation)하도록 설계되어 있으므로 그와같은 제어결과를 보여주고 있다.

H_{∞} 제어와 LQG 제어의 강건성을 측정하기 위하여 변동된(perturbed) 계에 대하여 제어실험을 하였다. 변동은 질량 10 kg의 추를 방진대의 중심과 측정기가 부착된 위치에 각각 위치시켜, 질량에 의한 변동상황을 구현하여 능동제어실험을 하였다.

Table 2 Classification of perturbed plant

| Property Case | m (%) | I_{xx} (%) | I_{yy} (%) | Description |
|------------------|--------------|--------------|---------------|----------------------|
| Case 0 | 111.86 | 9.3253 | 5.2468 | Nominal plant |
| Case 1 | 20.26 (18%) | 0.1779 (2%) | 0.0591 (1%) | Added mass at center |
| Case 2 | 40.52 (36%) | 0.5116 (6%) | 0.2739 (5%) | |
| Case 3 | 81.04 (73%) | 2.2693 (24%) | 1.7938 (34%) | |
| Case 4 | 101.30 (91%) | 4.0047 (43%) | 3.4104 (65%) | |
| Case 5 | 20.26 (18%) | 2.233 (24%) | 2.5929 (49%) | Added mass at corner |
| Case 6 | 40.52 (36%) | 4.505 (48%) | 5.2246 (100%) | |
| Case 7 | 60.78 (54%) | 6.8550 (74%) | 7.9343 (151%) | |

중심에 추를 위치시켰을 경우, 실험결과 두가지 제어기 모두 유사한 실험결과를 얻었다. 그러나 측정기 위치에 추를 위치시켰을 경우 질량은 9%, θ_x 방향 회전질량관성모멘트는 12%, θ_y 방향 회전질량관성모멘트는 25% 변동된 것으로서 H_∞제어는 9.5 dB 진동감소효과를 얻을 수 있었으나 LQG제어는 발산하였다(Fig. 15).

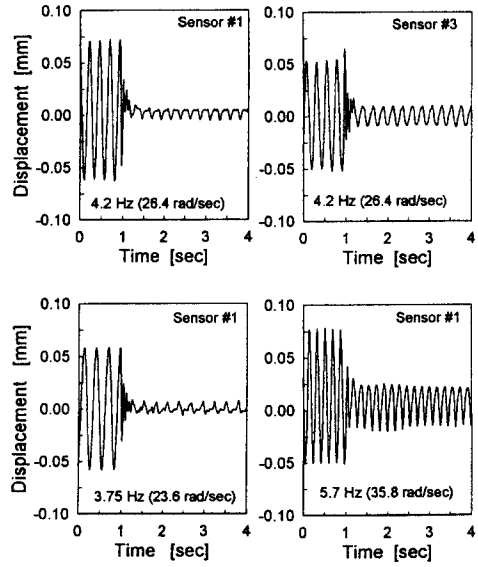
5.6 H_∞제어의 강건성실험

H_∞제어기의 강건성을 실험적으로 검증하기 위하여 다음과 같은 실험방법을 택하였다. 실험방법은 방진대의 중심에 추를 부가하여 변동을 준 경우와 측정기가 위치된 방진대의 끝단에 질량을 추가하여 변동을 준 경우에 대한 제어실험으로서, 변동상태를 정리하면 Table 2와 같다.

실험방법은 다음과 같다. 편심질량을 갖는 모터를 회전시켜, 불평형에 의한 진동을 가진요소로 사용하였다. 모터의 질량은 3.14 kg로서 방진대의 중심에 대하여 x방향 0.2 m, y방향 0.3 m에 위치하고 있으며 질량, 회전질량관성모멘트는 각각 3%의 변동을 지니고 있다. 모터의 회전수를 조절하여 가진력의 주파수를 변화시켰다. 이때 측정점은 가진기에 가장 가까운 위치에 있는 변위 측정기(y_1)를 선택하여 측정하였다. 불평형 회전질량에 의해 가진되는 경우, 가진력은 회전수의 제곱에 비례하므로 가진력의 파워스펙트럼은 주파수의 증가에 따라 증가한다. 따라서 방진대의 진동변위는 공진봉 부근에서 큰 진폭을 보이며, 주파수 증가에 따라 증가하는 양상을 보인 후 고주파대역에서는 일정수준을 유지한다. 가진기의 이러한 특성으로 인하여, 회전수의 증가에 따라 방진대의 진동변위가 증가하여 나타났다.

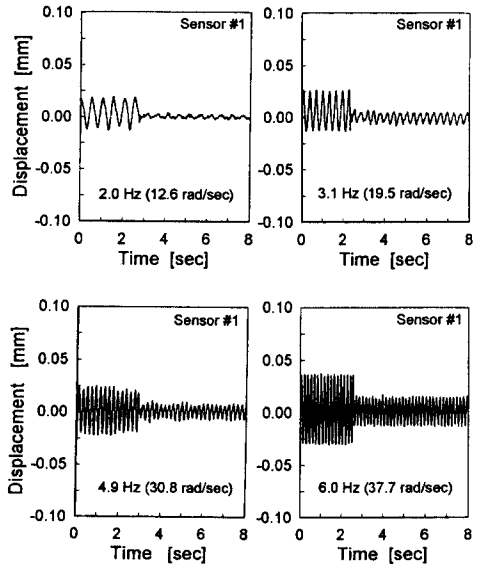
5.6.1 부가질량이 없는 경우 : case 0

Fig. 16의 측정결과로서, 4.2 Hz 가진성분에 대해 측정점 y_1 에서의 출력은 비제어시 $\pm 68 \mu\text{m}$ 의 진폭을 가지나 제어후 $\pm 5 \mu\text{m}$ 로 낮아졌다. 또한 3.75 Hz 가진성분에 대해서도 $\pm 58 \mu\text{m}$ 의 진폭을 $\pm 6 \mu\text{m}$ 로 감소시키는 제어결과를 얻었다. 여러 실험을 반복한 결과 작동기와 증폭기의 잡음수준이 $\pm 1 \sim 2 \mu\text{m}$ 정도로 측정되어 $\pm 5 \mu\text{m}$ 이하의 진동수준에서는 이러한 잡음에 의한 영향이 나타나고 있다. 가진력은 싸인형태와 유사하나, 제어결과와 잡음등에 의한 영향이 혼입되어 있다.



no added mass

Fig. 16 Control effects for each exciting frequency (case 0)

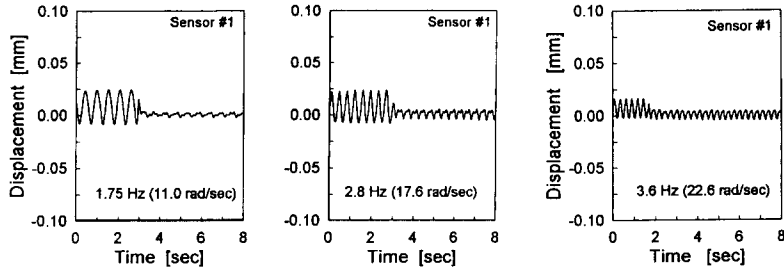


101.30 kg added mass at center of table

Fig. 17 Control effects for each exciting frequency (case 4)

5.6.2 중앙점에 부가질량이 있는 경우 : case 4

Fig. 17의 측정결과로서, 2.0 Hz 가진성분을 보면 비제어시 가진력에 의한 변위가 왜곡된 싸인형태를 가지고 있다. 이는 가진기의 출력이 편심질량



60.78 kg added mass at corner of table

Fig. 18 Control effects for each exciting frequency (case 7)

을 원활히 회전시키기에는 용량이 부족함을 보여주고 있다. $\pm 20 \mu\text{m}$ 진폭의 가진성분에 대해 제어 후 $\pm 3.5 \mu\text{m}$ 이하의 진폭을 유지하고 있으며 앞에서 언급한 잡음에 의한 영향이 나타남을 알 수 있다. 가진주파수가 점차 증가함에 따라 수치해석 결과와 같이 제어효과가 점차 감소하고 있다. 6.0 Hz 가진시 제어결과를 보면 7 dB 감소하였다. 공진주파수 이하의 대역에서는 부가질량이 방진테이블의 질량에 비하여 90%까지 변동되어도 우수한 제어효과를 얻을 수 있었다.

5.6.3 방진대 끝단에 부가질량이 있는 경우 : case 7

각각의 경우 저주파가진에 대해서 -10 dB 정도의 제어효과를 얻을 수 있었다. 가진주파수가 점차 높아짐에 따라 제어효과가 줄어들고 있으며 또한 모델의 오차가 점차 증가함에 따라 제어계의 강건성이 보장되지 않음을 알 수 있다.

Figs. 16~18의 실험을 확장하여, 0~15 Hz 범위 내에서 20개의 가진주파수를 선정하여 각각의 진동 감소효과를 수치해석결과와 비교하였다. 각 경우에 대한 제어시 주파수응답의 수치해석결과는 공칭모델에 대한 제어기를 설계하여 고정한 상태에서 변동모델에 귀환제어시켜 얻었다. 실험시에도 공칭모델에 대해 설계한 제어기로서 변동모델에 대한 능동제어실험을 수행하였다.

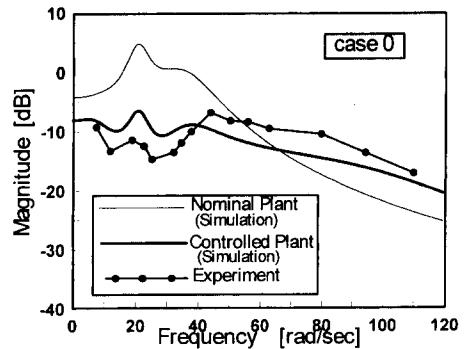
5.6.4 부가질량이 없는 경우 : case 0

Fig. 19는 공칭모델에 대한 각 주파수별 응답으로서 비제어시 공진봉의 크기보다 15 dB 이상 진동이 감소하였다. 40 rad/sec 이하의 주파수 대역에서는 수치해석에 의한 주파수응답과 유사한 경향

을 보여주고 있으며, 실험에서의 결과가 다소 우수한 방진성능을 보여주고 있다. 또한 교차주파수는 실험결과가 수치해석결과와 비교하여 10 rad/sec 정도 낮게 측정되었다.

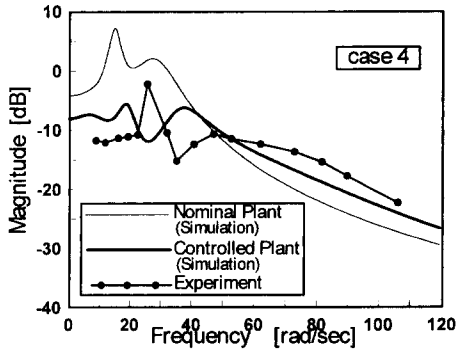
5.6.5 방진대 중앙에 부가질량이 있는 경우 : case 4

Fig. 20의 실험결과로서, 부가질량의 증가에 따라 주로 수직방향 진동모드에 영향을 주어 공진봉이 22 rad/sec에서 16 rad/sec로 이동하였고, 롤링과 피칭에 의한 고유진동수도 34 rad/sec에서 26 rad/sec로 감소하였다. 또한 수치해석에 의한 제어성능은 모델의 변동에 따라 제어성능을 얻을 수 있는 주파수대역이 66 rad/sec에서 45 rad/sec로 20 rad/sec 감소하였으나 실험에서는 5 rad/sec 정도 감소하였다. 부가질량이 중앙점에 위치한 변동에 대해서는 제어기의 강건성이 잘 나타나고 있다.



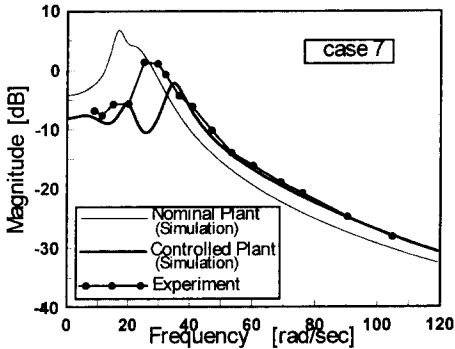
no added mass

Fig. 19 Frequency responses of controlled/uncontrolled system (case 0)



101.30 kg added mass at center of table

Fig. 20 Frequency responses of controlled/uncontrolled system (case 4)



60.78 kg added mass at corner of table

Fig. 21 Frequency responses of controlled/uncontrolled system (case 7)

5.6.6 방진대 끝단에 부가질량이 있는 경우 : case 7

Fig. 21의 실험결과로서, 부가질량이 끝단에 위치한 경우 롤링 및 피칭모드의 고유진동수를 급격히 감소시킨다. 롤링, 피칭모드에 대해 각각 100%, 150%의 변동을 가질 경우(case 7), 공침모델의 수직방향 진동모드의 고유진동수에 접근하였다. 변동량이 점차 증가함에 따라 제어효과를 얻을 수 있는 대역이 급속히 감소하였으며, 공진봉의 크기를 비교해보면 20 rad/sec 이하의 저주파대역에서는 15 dB 이상의 진동을 감소시키나 롤링, 피칭모드와 일치하는 20~400 rad/sec 대역에서는 최소 -5 dB 정도의 제어효과를 얻을 수 있다.

6. 결론

정밀제진장치로서 개발된 공기스프링 방진대는

고유진동수가 매우 낮아(본 연구의 경우 3.5 Hz, 수직 진동모드) 진동절연성능이 매우 우수하다. 그러나 저강성, 저감쇠 특성으로 인하여, 외란에 대해서는 매우 취약한 면을 지니고 있다. 이러한 한계점을 해결하기 위하여 H_∞제어 이론을 이용하여 능동제어기를 설계하였으며, H_∞제어를 이용하여 강건한 제어성능을 갖는 능동방진시스템을 개발하였다. 제어이론의 검증과 제어성능을 분석하기 위하여 능동방진대를 제작하여 수치해석과 능동제어 실험을 수행하였다.

H_∞제어를 이용한 방진대의 능동제어를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 공기스프링 방진대와 같은 저감쇠 진동계에서 필연적으로 발생하는 공진현상을 H_∞제어기를 이용하여 제거하였으며, 능동제어실험을 통하여 대상계의 고유진동수 대역에서 진동을 15 dB 감소시키는 제어효과를 얻었다.

(2) 주파수성형 가중함수를 이용한 H_∞제어기 설계기술을 제시하였으며, 이를 공기스프링 방진대에 적용하여 계가 변동되는 경우 즉 공침모델에 대하여 질량의 90% 변동, 회전질량관성모멘트의 150% 변동되었을 경우에도 제어효과를 얻을 수 있었다. 그러나 LQG 제어기를 적용한 경우 회전질량 관성모멘트의 25% 변동에도 발산하였다. H_∞제어기는 대상계가 변동되는 비구조적 불확실성에 적절히 대응할 수 있는 제어이론이며, 강건한 제어성능을 가지고 있다.

(3) H_∞제어기를 설계하여 능동제어를 수행한 결과, 제어대상모드 중 저차모드(본 논문의 경우 수직 진동모드)에 대한 변동의 경우 H_∞제어기의 강건한 제어성능을 유지하였다. 그러나 고차모드(본 연구의 경우 롤링모드, 피칭모드)에 대한 변동에서는 변동량의 증가에 따라 롤링, 피칭모드의 고유진동수가 수직 진동모드의 고유진동수에 접근하여 설계된 제어기로서 제어성능이 유지되기에는 부족하였으며, 제어기의 강건성이 저하되었다. 즉, 본 논문에서 고차모드의 변동에 의해서 계의 밴드폭이 감소하며, 밴드폭을 변화시키는 변동에 대해서는 제어기의 강건성이 저하된다.

(4) 보이스코일모터를 이용하여 넓은 주파수대역(0.5~20000 rad/sec)에서 제어력을 발생시키는 전자식 작동기를 개발하였다. 또한 본 실험에서는 ±2 μm의 정밀 해상도를 갖는 작동기 성능을 얻었다.

후기

본 연구는 한국과학재단의 지원(핵심전문연구과제 : 941-1000-002-2)으로 이루어졌으며, 도움을 주신분께 깊은 감사를 표합니다.

참고문헌

- (1) 岩田義明, 岡田養二, 1984, "4点支持絶縁装置の最適振動制御," 日本機械學會論文集, 50卷, 458號, pp. 1955~1961.
- (2) 藤田隆史, 福久 聰, 村井信義, 高橋良典, 片山和喜, 1990, "リニアモータを用いたアクティブ微振動除振装置の研究," 日本機械學會論文集, 56卷, 523號, pp. 628~633.
- (3) 崔 衛民, 金光陽一, 野波健藏, 渡邊和英, 1994, "空氣ばねと磁氣軸受を併用した除振台の微振動制御," 日本機械學會論文集, 60卷, 575號, pp. 2227~2232.
- (4) 박영필, 김규용, 송진호, 1994, "공기스프링 방진대의 능동제어," 대한기계학회논문집, 제18권, 7호, pp. 1605~1617.
- (5) 美多 勉, 1994, H_∞制御, 昭晃堂.
- (6) Green M. and Limebeer, D. J. N, 1995, *Linear Robust Control*, Prentice-Hall.
- (7) Doyle, J. C. Francis B. A. and Tannenbaum, A. R. 1992, *Feedback Control Theory*, Maxwell Macmillan.
- (8) Maciejowski, J. M., 1989, *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley.
- (9) Lin, C. F., 1994, *Advanced Control Systems Design*, Prentice Hall.
- (10) Glover, K. and Doyle, J. C. 1988, "State-Space Formulae for all Stabilizing Controllers that satisfy an H_∞-Norm Bound and Relations to risk Sensitivity," *Systems and Control Letters*, Vol. 11, pp. 167~172.
- (11) Doyle, J. C., Glover, K. Khargonekar, P. P. and Francis, B. A., 1989, "State-Space Solutions to Standard H₂ and H_∞ Control Problems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 34, No. 8, pp. 831~847.
- (12) Golub, G. H. and Van Loan, C. F., 1983, *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press.
- (13) Lancaster, P. and Tismenetsky, M., 1985, *The Theory of Matrices with Application*, Academic Press.
- (14) Ortega, J. M., 1987, *Matrix Theory - a Second Course*, Plenum Press.
- (15) Weinmann, A., 1991, *Uncertain Models and Robust Control*, Springer-Verlag.
- (16) 姜聲國, 吉田和夫, 1994, "H_∞制御による磁氣浮上振動絶縁システムの制御の實驗的考察," 日本機械學會論文集, 60卷, 577號, pp. 3033~3038.
- (17) 崔 衛民, 野波健藏, 西村秀和, 1992, "H_∞最適制御による多自由度構造物のアクティブ振動制御," 日本機械學會論文集, 58卷, 553號, pp. 2859~2865.
- (18) 長松昭男 ら, 1992, "モード解析を用いた連続體構造物の H_∞ロバスト振動制御," 日本機械學會論文集, 58卷, 555號, pp. 3238~3245.
- (19) 野波健藏, 王 晶文, 山崎章二, 1991, "H_∞制御法を用いた磁氣浮上システムのスピルオーバー対策," 日本機械學會論文集, 57卷, 534號, pp. 568~575.
- (20) 野波健藏, 1993, "H_∞制御理論と運動制御," 日本精密工學會誌, 59卷, 9號, pp. 1420~1426.
- (21) 三平滿司, 美多 勉, 1990, "狀態空間による H_∞制御の解法," 日本計測自動制御學會論文集, 29卷, 2號, pp. 19~25.
- (22) Shahian B. and Hassul, M., 1993, *Control System Design Using MATLAB*, Prentice-Hall International Inc.