

〈논 문〉

운전모드에 따른 회전축계의 동적거동

김 상 환*

(1995 6월 16일 접수)

Dynamic Behavior of Rotating Shaft System Corresponding to Operating Modes

Sang-Hwan Kim

Key Words : Rotating Shaft System(회전축계), Operating Mode(운전모드), Critical Speed
(위험속도)

Abstract

In cases of limited power supply, a rotating shaft system may not reach its operating speed that is greater than its critical speed, but the speed oscillates with small amplitude near critical speed. As a result, it is considered that the operating mode plays an important role in the smooth start of machines. In order to investigate the dynamic behaviors of the rotating shaft system at the beginning stage, one has derived the equations of motion whose degrees of freedom is three, two translations and one rotation. The simultaneous differential equations are numerically solved by using Runge-Kutta method, and thus the small time step length could be required corresponding to the stability of solution. Three types of operating modes dependent upon the driving torque rate have been numerically investigated according to the maximum displacement of shaft center. The first type of relation is linear, the second type is composed of two linear curves recommended by machine manufacturer, and the last one is the proposed torque curve reflecting the frequency response curve of one degree of freedom system. For the second type of modes, it is found that the optimal range of intermediate speed to the critical speed lies between 0.8 and 0.9. In addition to that, the maximum displacement can be reduced more if the third type of mode is utilized.

1. 서 론

발전소 및 산업 공장에서 사용되고 있는 회전계의 종류는 헤아릴 수 없을 정도로 많다. 소형 정밀기계에서부터 발전소의 대형 터빈-발전기까지 그 기능에 맞추어 운전되고 있다. 이에 따라 본 연구는 회전축계의 특성에 따라 기계를 원활하게 운전하도록 운전모드를 결정하는데 도움을 주기 위하여

수행되었다.⁽¹⁾

회전기계가 소형인 경우에는 축의 강성이 회전자의 무게에 비하여 상대적으로 크기 때문에 기계의 정격 회전속도는 축계의 위험속도보다 일반적으로 낮고, 시동이나 정지할 때에 위험속도를 통과하지 않으므로 구동할 때에 운전모드의 영향이 중요하지 않다. 그러나, 발전용 터빈-발전기와 같이 대형 회전기계인 경우에는 축의 강성에 비하여 회전자의 무게가 상대적으로 크기 때문에 축의 위험속도는 기계의 정격속도보다 일반적으로 낮다. 이에 따라 시동 혹은 정지시, 위험속도를 통과하기 때문에 기

*회원, 한국전력기술(주) 전력기술개발연구소

계 자체나 기초에 미치는 진동을 감소하려는 차원에서 운전모드의 중요성이 강조되고 있다.

만약 축계의 회전중심과 질량중심이 일치한다면, 회전축계의 불평형 진동은 거의 발생하지 않을 것이며, 운전모드의 필요성도 중요하지 않을 것이다. 그러나, 기계를 제작하거나 현장에 설치할 때에, 작업성과 정밀성이 완벽하지 못하고 잔류 불평형 때문에 두 중심의 불일치는 피할 수 없다. 즉, 두 축의 편심정도가 기계의 정밀도를 결정하는 척도가 되는 데서도 알 수 있다.

이와 같이 피할 수 없는 편심의 영향보다는 회전 기계의 속도를 지배하는 구동토크를 적절히 조절하여 기계로부터 발생하는 진동을 감소시키는 최적의 운전모드를 산출 혹은 결정하도록 본 연구를 수행하였다.

운전모드에 따라 회전축계에 미치는 영향을 해석하기 위하여 우선 회전축계에서 자유도 세 개를 선정하여 계를 대표하는 운동방정식을 유도하였다. 자유도 세 개는 회전중심의 좌표인 수평과 수직방향의 변위 그리고 회전변위로 구성되었다. 유도된 운동방정식은 수식 해를 쉽게 얻을 수 없는 비선형 연립 미분방정식이어서 수치해석으로 축계의 거동을 해석하였다. 자유도가 셋이어서 계산시간보다는 축계의 거동을 보다 정확히 해석하여 운전모드의 적정성을 판단할 필요가 있어서 비교적 작은 비소분시간을 선택하였다.⁽²⁾

본 연구에서 고찰한 운전모드의 종류는, 1) 구동토크 증가율이 일정한 1단계 운전, 2) 구동토크 증가율이 다른 2계단 운전, 그리고 3) 진동계의 주파수 응답특성 곡선을 이용한 구동토크 증가 등과 같이 세 종류의 모드를 예제로 선택하였다. 이 중에서 2)는 발전소에서 일반적으로 사용하고 있는 운전모드이다. 이는 1)과 같이 한 번에 기계의 회전속도를 0에서 정격속도까지 증가시키는 것이 아니라, 잠시 동안 중간회전수("중간속도")를 유지한 후에 다시 구동토크를 증가시켜 정격속도에 도달시키는 운전모드이어서 이 중간속도의 선택이 회전축계의 진동에 영향을 미친다. 그리고, 운전모드 3)은 본 연구에서 제안한 것으로 회전축계의 운전속도가 위험속도 부근에서 회전수를 증가시키는데 필요한 구동토크가 다른 영역보다 크다는 사실을 반영하여 제시한 운전모드이다.

이와 같은 모드의 적정성 혹은 최적성에 대한 판단기준으로 축의 최대변위를 이용하였다. 회전자가

회전할 때에 최대변위가 회전자와 고정자 사이의 틈새보다 작아야 한다는 조건을 만족시켜야 할 뿐만 아니라 회전축의 변형이 크다면 축에 발생하는 응력도 상대적으로 커지기 때문에 운전모드의 판단 기준을 최대변위로 선택하였다.

2. 운동방정식

회전축계의 운동방정식을 유도하려면, Fig. 1과 같은 좌표를 먼저 설정해야 한다. 회전계축에서 질량중심과 회전중심의 불일치로 인하여 회전체가 운동할 때에 원심력이 축에 작용하여 회전자를 포함한 축은 굽힘진동을 한다. 원심력 방향으로 굽힘변위 방향으로 좌표를 정할 수 있으나, 유도된 운동방정식을 수치적분할 때에 어려움이 발생한다. 이에 따라 본 연구에서는 회전중심의 직교좌표와 회전각을 일반좌표로 선정하였으므로, 회전계축의 운동을 서술하는데 Fig. 2 에서와 같이 3개의 자유도를 사용

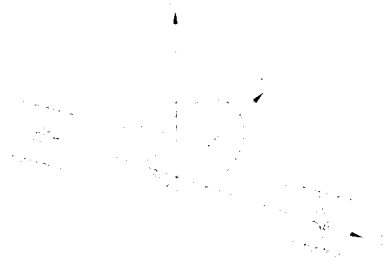


Fig. 1 System of rotating shaft

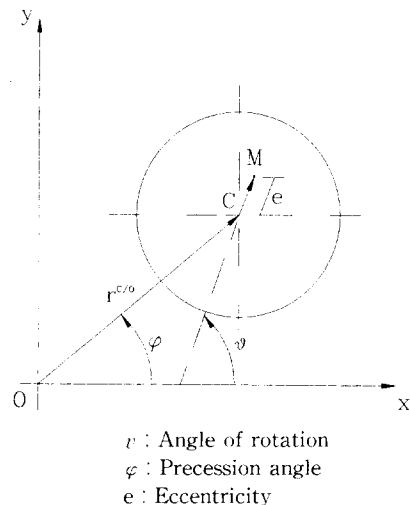


Fig. 2 Coordinate of rotating shaft

하였다.

절대좌표의 원점 O 에 대한 질량중심 M 의 위치 벡터는 다음과 같이 주어진다.⁽³⁾

$$\vec{r}^{M/O} = \vec{r}^{C/O} + e(\cos\theta\vec{n}_x + \sin\theta\vec{n}_y) \\ = (x + e\cos\theta)\vec{n}_x + (y + e\sin\theta)\vec{n}_y \quad (1)$$

여기서, x 와 y 는 회전중심의 좌표, \vec{n}_x , \vec{n}_y 는 각각 절대 직각좌표계에서 x 축과 y 축 방향 단위벡터, e 는 편심, 그리고 θ 는 x 축으로부터 회전각이다. 따라서, 질량중심의 속도는 식 (1)을 시간으로 미분하여 얻을 수 있다.

$$\vec{v}^{M/O} = (\dot{x} - e\dot{\theta}\sin\theta)\vec{n}_x + (\dot{y} + e\dot{\theta}\cos\theta)\vec{n}_y \quad (2)$$

회전체 질량중심의 병진속도와 회전속도($\dot{\theta}$)가 구해졌으므로, 회전축계의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2}m\vec{v}^{M/O} \cdot \vec{v}^{M/O} + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 \\ = \frac{1}{2}m\{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 - 2e\dot{\theta}(\dot{x}\sin\theta - \dot{y}\cos\theta) \\ + e^2\dot{\theta}^2\} + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

여기서, m , I 는 각각 회전체의 질량과 회전관성모멘트이다.

포텐셜에너지는 축의 스프링작용으로 축적된 에너지와 질량중심의 위치에너지의 합으로 주어진다. 즉,

$$V = \frac{1}{2}k(x^2 + y^2) + mg(y + e\sin\theta) \quad (4)$$

여기서, k 는 축의 굽힘강성으로부터 얻어지는 스프링상수이고, g 는 중력가속도이다. 회전축이 수직일 경우에는 마지막 항이 필요없으나, 수평축에 대한 회전운동을 고찰하려면, 이 항이 포함되어야 한다.

그리고, 고려될 에너지는 감쇠에너지이다. 축에 작용하는 하중에는 스프링탄성에 의한 저항력과 감쇠력이 있다. 회전에 대한 감쇠하중은 베어링과 유막의 상대운동에 의해 발생하는 것으로 회전운동의 안정성에 기여하는 하중이다. 이와 같은 현상을 살펴보면 감쇠에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽⁴⁾

$$D = c\left\{\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \dot{\theta}\rho^2\frac{d\phi}{dT}\right\} \quad (5)$$

여기서, 감쇠계수 c 는 일반적으로 x 와 y 방향에 대

해 다르게 정의되지만, 본 연구에서는 문세의 간편성을 위하여 두 방향 감쇠가 같다고 가정하였고, $\phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}$, ϕ 는 세차 각속도이며, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ 는 축의 처짐변형이다. 따라서 감쇠에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$D = c\left\{\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \dot{\theta}(x\dot{y} - y\dot{x})\right\} \quad (6)$$

세차운동 각속도가 0이면, 마찰감쇠는 일반적인 점성감쇠가 된다. 그러나 만약에 회전축계의 자러 휘돌림운동을 해석하려면 이를 포함하여야 한다.

이와 같이 세 에너지 식 (3), (4) 그리고 (6)을 Lagrange 방정식에 대입하면, 회전체의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = F_{q_i}$$

여기서, $L = T - V$ 이고, F_{q_i} 는 선택한 좌표에 작용하는 일반힘(generalized force)이다.

Lagrange 방정식을 이용하여 세 자유도 x , y , θ 에 대한 미분방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$m(\ddot{x} - e\dot{\theta}\sin\theta - e\dot{\theta}^2\cos\theta) + c(\dot{x} + \dot{\theta}y) + kx = 0 \\ m(\ddot{y} + e\dot{\theta}\cos\theta - e\dot{\theta}^2\sin\theta) + c(\dot{y} - \dot{\theta}x) + ky = mg \\ I\ddot{\theta} + m(-\ddot{x}e\sin\theta + \dot{y}e\cos\theta + e^2\dot{\theta}) + mg\dot{\theta}\cos\theta = Q \quad (7)$$

여기서, Q 는 구동토크이다.

식 (7)의 양변을 질량 m 으로 나누면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{x} - e\sin\theta\ddot{\theta} - e\cos\theta\dot{\theta}^2 + 2\zeta\omega_n(\dot{x} + \dot{\theta}y) + \omega_n^2x = 0 \\ \ddot{y} + e\cos\theta\ddot{\theta} - e\sin\theta\dot{\theta}^2 + 2\zeta\omega_n(\dot{y} - \dot{\theta}x) + \omega_n^2y = -g \\ (R^2 + e^2)\ddot{\theta} - e\sin\theta\ddot{x} + e\cos\theta\ddot{y} + g\dot{\theta}\cos\theta = \frac{Q}{m} \quad (8)$$

여기서,

$$R^2 = \frac{I}{m}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

ω_n 이 축계의 위험속도이고, ζ 는 감쇠비이다.

만약에 기계의 회전속도($\dot{\theta}$)가 일정하면, 식 (8)은 자유도 x 와 y 만이 남는 동시에 선형 연립미분방정식으로 변하기 때문에 해석해도 쉽게 구할 수 있고, 회전축계를 운전하는데 필요한 구동토크도 세 번째 식으로부터 구할 수 있다.

$$Q = m(-\ddot{x}e\sin\theta + \dot{y}e\cos\theta + g\dot{\theta}\cos\theta) \quad (9)$$

그러나 본 연구는, 회전기계가 가동할 때에 회전

속도를 적절히 조절하고 회전축의 변위를 최소화하는 것이 목적이므로 비선형 연립미분방정식 (8)의 해를 구해야 한다. 그러나 식 (8)은 대단히 복잡한 연립미분방정식이어서 해석하는 거의 구할 수 없기 때문에 컴퓨터를 이용한 수치해법(Runge-Kutta 법)으로 축계의 거동을 해석하였다.

3. 수치해석

본 연구의 목적은, 회전기계가 기동할 때 되도록 적은 구동토크로 원활하게 회전하도록 회전속도와 구동토크(torque)의 관계를 고찰하는데 있다. 즉, 기동할 때의 운전모드를 결정하는데 도움을 주고자 하는 것이다.

발전용 터빈/발전기와 같이 대형기계인 경우에는 운전속도가 축의 위험속도보다 커서 기동이나 정지할 때에 위험속도를 통과하여야 하기 때문에 이에 의한 진동이 기계자체나 기초에 지대한 영향을 미친다. 이에 따라 기계제작사는 Fig. 3 과 같은 운전모드에 따라 기동시킬 것을 사양서에 제시하고 있다.

세 자유도 중에서 제일 먼저 적분하여야 할 것은 회전변위 θ 이라는 것은 물리적 및 현상학적으로 입증할 수 있다. 회전체의 회전이 시작되는 것은 구동토크에 의해 발생하기 때문이므로 회전속도의 조정은 구동토크의 조정으로 이루어질 수 있다고 판단된다.

기동 후에 운전속도에 도달하는 시간과 구동토크는 회전기계의 특성에 따라 결정되므로 기동할 때에 구동토크의 증가율이 기계진동에 매우 큰 영향

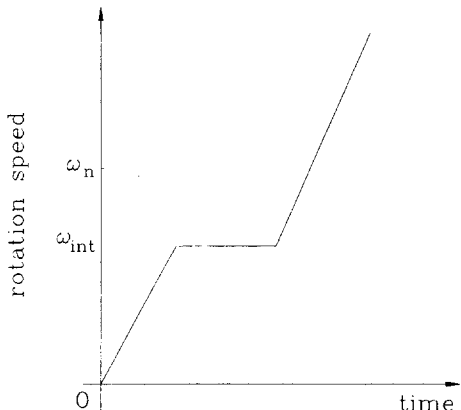


Fig. 3 Operating mode of machine at start-up

Table 1 Specification of selected machine for numerical simulation

Mass of rotor (m)	2,000 kg
Damping ratio (ζ)	0.05
Stiffness of shaft (k)	8.0×10^7 kN/m
Mass moment of inertia of (I)	0.80 kg · m ²
Eccentricity (e)	0.0003 m

을 미친다. 이와 같은 측면에서 구동토크를 기계의 특성에 맞게 조절할 수 있다면, 기계의 기동에 따른 진동을 최소화시킬 수 있다.

본 연구에서 사용한 기계의 특성은 Table 1과 같고, 감쇠비는 5%, 편심거리는 0.03 cm 라 가정하여 다음 세 운전모드에 따라 회전축계의 거동을 수치해석하였다.

3.1 선형 구동토크 증가

시간의 증가에 따라 함께 구동토크를 증가시키는 것을 “선형 구동토크 증가”라 칭하여 이에 대한 회전축의 응답을 고찰하고자 한다. 선형 구동토크 증가를 식으로 나타내면 다음과 같다,

$$T = \frac{Q}{m} = \gamma t, \quad \gamma > 0 \tag{10}$$

여기서, γ 는 회전체에 작용하는 구동토크 변화율이고, t 는 시간을 나타내므로 $t=0$ 일 때에 구동토크는 0이다.

우선, 선형 구동토크 증가에 대한 특성을 고찰하기 위하여 $\gamma=20$ (W 혹은 N. m/sec)으로 하여 계산한 회전체의 시간-변위 이력응답은 Fig. 4 와 같다. 이 그림에 시간에 대한 축의 변위 $\rho =$

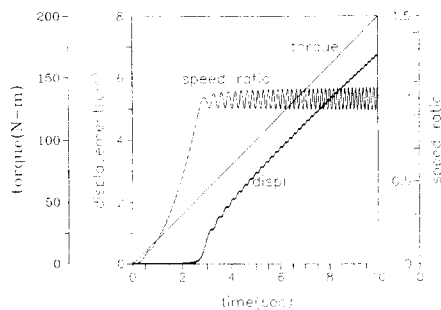


Fig. 4 Curves of deflection, speed ratio and torque for $\gamma = 20$

$\sqrt{x^2+y^2}$, 위험속도 $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 에 대한 기계의 회전속도 비, 그리고 구동토크 T 에 대한 곡선을 나타내었다. 회전속도가 위험속도에 접근할 때에 축의 변위가 급격히 증가함을 알 수 있다. Fig. 4에서, 기계의 회전속도가 1부근에서 아무리 구동토크가 증가될지라도 기계의 회전속도는 증가하지 않고 위험속도를 중심으로 작은 진폭을 갖고 진동하는 현상을 보여준다. 이 회전속도의 변동은 식 (8)의 세 번째 식의 제2항과 3항에 의한 영향으로 발생한 것이고 회전수가 증가하지 못하는 것은 공진으로 회전축의 변위가 계속 증가하여 진동에 의한 부하가 구동부하보다 커서 회전속도는 감소한다. 그러나 감속이 계속되는 중에 진동부하가 구동부하보다 작아지면 다시 증속되는 것과 같이 회전속도의 감속과 증속이 반복적으로 발생하여 Fig. 4와 같은 결과가 산출된 것이다.

다시 말하면, 회전체 계통에 대한 정격 구동토크보다 작은 구동토크 증가율로 기계를 구동시켰을 때에 회전속도를 위험속도 이상인 운전속도에 도달할 수 없는 Limited Power Supplies 현상이 발생한 것이다. 이와 같이 축의 변위가 공진현상으로 증가한다면, 회전축 혹은 회전기계 전체가 파손되어 그 기능을 상실할 수도 있을 것이다.

그러나, $\gamma=40$ 으로 증가시켰을 경우, 기계의 회전속도를 위험속도보다 크게 증가시킬 수 있음을 Fig. 5에서 알 수 있다. $\gamma=20$ 인 경우의 회전속도 곡선(Fig. 4)과 비교하면, 위험속도에 도달하는 시간이 3초에서 2초 정도로 감소하였고, 회전수비도 1이상으로 증가할 수 있음을 알 수 있다. 이 같은 측면에서 고찰하면, 회전수비가 1부근에서 급격한 구동토크의 증가가 요구되므로 회전수비가 1이 되기 전에 구동토크를 증가시킬 필요가 있다고 사료

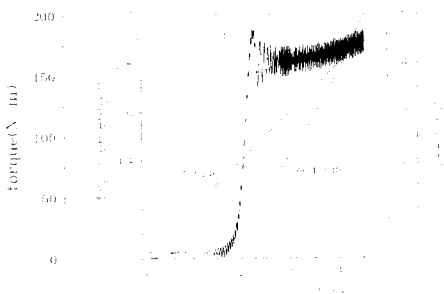


Fig. 5 Curves of deflection, speed ratio and torque for $\gamma=40$

되어, 새 번째 운전모드에 대한 거동을 조사하게된 것이다.

$\gamma=40$ 일 때에도 최대변위가 0.93 cm이어서 회전자와 고정자 사이에 틈새가 크다고 판단되어 $\gamma=80$ 으로 증가시켜 계산한 응답을 Fig. 6에 나타내었다. 구동토크의 증가로 최대변위가 감소되었는데, 이는 $\gamma=40$ 인 경우와 비교해서 속도비가 1을 유지하는 시간이 매우 작아졌기 때문이다. 즉, 공진시 진폭은 시간이 비례하여 증가하므로 이 속도를 유지하는 시간이 짧다면 변위가 감소하기 때문이다.

$\gamma=20, 40, 80$ 으로 회전축계의 거동을 계산한 결과, 최대변위는 γ 가 증가함에 따라 감소함을 Fig. 7에서 알 수 있다. 이 곡선은 최대변위가 γ 에 대하여 반비례로 감소하여 150 정도에서부터 매우 작은 기울기로 감소함을 알 수 있다. 즉, 150보다 작을 때는 최대변위의 감소가 급격하여 매우 효율적이라는 것이다.

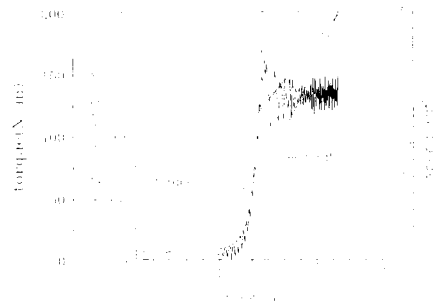


Fig. 6 Curves of deflection, speed ratio and torque for $\gamma=80$

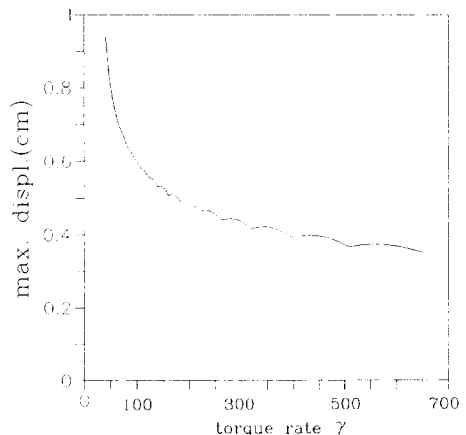


Fig. 7 Curve of maximum deflection with respect to torque rate

따라서, 회전기계의 용량에 따라 다르겠지만, 시동할 때에 회전기계 혹은 회전체의 안전성을 기한다면 구동토크의 증가율을 크게 하는 것이 좋고, 또한, 초기 구동토크 증가율이 충분하지 못한 기계이라면 운전속도에 도달할 때까지 부하없이 가동하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

3.2 2단계 구동토크 증가

위험속도보다 큰 운전속도로 회전하는 기계인 경우에 Fig. 3 과 같은 운전모드를 추천하고 있다. 이 그림에서 중요한 것은 시간축에 평행한 부분에 대한 값인 중간속도와 유지시간을 결정하는 것이었지만, 유지시간이 최대변위에 미치는 영향이 매우 작다는 사실을 수치계산으로 입증함에 따라 유지시간을 약 0.1초로 일정하게 놓고 중간속도와 구동토크 증가율에 대한 영향만을 계산하여 살펴보았다. Fig. 8 에서 횡축은 위험속도에 대한 중간속도의 비이고, 종축은 최대변위로 취하여 Table 2 에 있

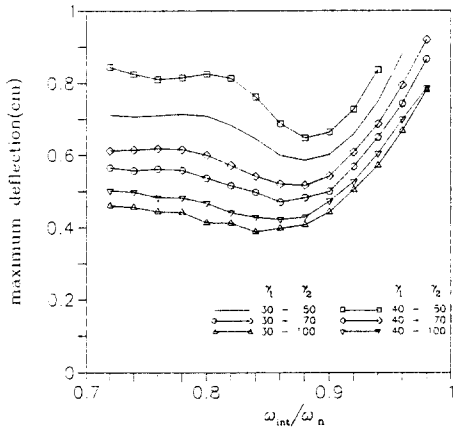


Fig. 8 Curves of maximum deflections with respect to intermediate speed ω_{mt}/ω_n

Table 2 Parameters of torque rate

Case	γ_1 (W)	γ_2 (W)
1	30	50
2	30	70
3	30	100
4	40	60
5	40	80
6	40	100

는 6가지 경우의 응답을 곡선으로 나타내었다. 횡축 상에 있는 중간속도에 도달하기 전에 구동토크 증가율은 γ_1 이고 후에는 γ_2 증가율로 구동토크를 증가시켜 회전축계의 거동을 계산하였다.

위험속도보다 작은 중간속도에서 잠시동안 있은 후에 회전속도를 증가시킬 때에 위험속도를 통과함에 따른 영향을 감소시키기 위하여 두 번째 구동토크 증가율을 첫 번째보다 크게 주었다. Fig. 8에서 중간속도(ω_{mt}/ω_n)가 0.8과 0.9 사이에 있을 때 축의 변형이 작음을 알 수 있고, γ_1 보다 γ_2 가 클 때에 최대변위가 작았다. 사례 3과 6을 비교하면, 사례 6인 경우가 1단계 운전모드에서와 같이 변위가 더 작으리라 생각할 수 있으나, 이 경우는 γ_1 과 γ_2 의 차이가 클 수록 변위가 작아진다는 사실을 추론할 수 있다.

30~100인 경우 회전수 비가 0.84일 때에 최대변위는 1단계 운전에서 $\gamma=380$ 일 때의 최대변위와 비슷하다. 따라서, 1단계보다는 2단계로 기능하도록 추천한 기계제작자의 운전모드의 타당성이 입증되었다.

3.3 1자유도 주파수 응답곡선을 이용한 구동토크

회전기계가 회전하기 시작하여 축의 위험속도 부근에서 보다 큰 구동토크가 요구됨을 수치해석으로부터 계산되었다. 이는 식 (8)에서 공진이 발생하면 병진변위 x 와 y 의 가속도 진폭이 증가되어 회전속도의 증가에 기여하는 구동토크가 감소되기 때문이다. 이와 같은 구동토크의 요구를 진동계의 특성에 맞추기 위하여 회전축계를 단순화한 일자유도 진동계의 주파수 응답곡선을 이용하였다.

주파수 응답곡선을 이용한 구동토크는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$T = \frac{T_1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\alpha\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\alpha\omega_n}\right)^2}} + T_0 \quad (11)$$

여기서, ω_n 은 위험속도, $\omega = \dot{\theta}$ 는 기계의 회전속도, ζ 는 감쇠비이고, T_0 와 T_1 는 축의 거동을 조사하기 위한 매개변수로 취했다. 그리고, α 는 최대변위가 발생하는 회전수가 축의 위험속도와 일치하지 않아서 이를 보정하기 위한 상수이다. 이 곡선의 특징은 회전속도 증가와 더불어 서서히 증가하다가 고유진동수 혹은 위험속도에 접근하면서 급격히 증가하고, 위험속도 이상으로 증가할 때에는 다시 감소하는 특성을 갖는다. 회전속도가 위험속도

를 통과하는 중에는 다른 회전속도에서보다 큰 구동토크가 있어야 기계를 운전속도로 운전할 수 있기 때문이다.

일정한 속도로 회전기계를 유지시키는데 요구되는 구동토크는 식 (9)을 이용하여 얻을 수 있다.

$$\frac{Q}{m} + e\sin\theta x - e\cos\theta y - g\cos\theta = 0 \quad (12)$$

이 식이 만족하면 회전기계는 일정한 속도를 유지할 것이다. 그리고, 구동토크를 증가시키고자 한다면 좌변이 0보다 커야 회전각 가속도가 양의 값을 가져서 속도는 증가한다.

식 (11)에서 매개변수 $T_0=5$ 로 놓고, T_1 를 변화시키면서 질량중심의 최대변위를 계산하여 Fig. 9에 나타내었다. 그리고, 이 축계의 최대변위는 위험속도보다 약간 큰 회전수에서 발생하였으므로, 식 (11)에 있는 $\alpha=1.1$, $\zeta=0.05$ 로 주어 축계의 감쇠와 같게 하였다. 예측한 바와 같이 최대변위는 T_1 이 증가함에 따라 역비례로 감소함을 알 수 있다. 이 그림에서 최대진폭이 급격히 감소하는 범위는 T_1 이 5이하이고, 이보다 큰 범위에서는 거의 선형에 가깝게 감소하고 있다. 그러므로, 본 예제인 경우에 효율적으로 구동토크를 이용하려면, T_1 가 5이하 범위에서 결정하는 것이 타당하다. $T_1=5, 10, 15, 20$ 인 경우 최대변위는 각각 2.7, 0.765, 0.565, 0.480 cm이고, 25일 때는 0.173 cm로 감소되었다. 이와 같은 현상을 고려하면, 일정한 구동토크 증가율로 증가시킬 때의 최대변위보다 더 작은 변위를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

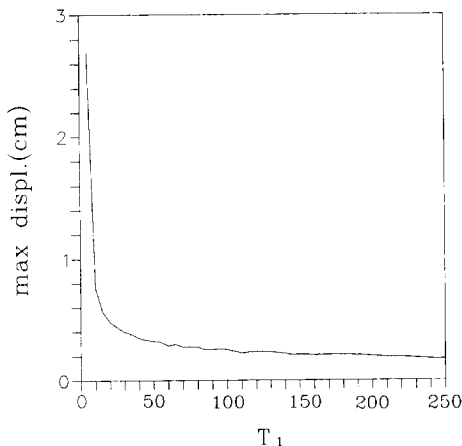


Fig. 9 Curve of maximum deflection with respect to T_1 in Eq. (11)

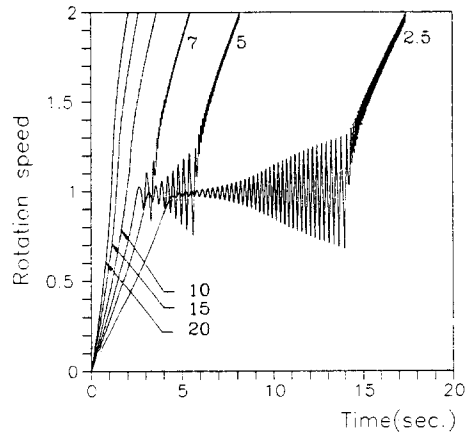


Fig. 10 Time histories of rotation speed according to T_1 in Eq. (11)

Fig. 10에서 횡축은 시간이고, 종축은 회전속도비를 나타낸다. $T_1=2.5$ 인 곡선은 회전수 비가 1에 도달한 후 약 10초 동안 이 속도비를 중심으로 회전속도가 변동하는데 진폭은 점점 증가하고 있으며, 속도비가 증가할 때에도 회전속도의 변동은 계속 일어나고 있음을 이 곡선에서 알 수 있다. T_1 이 증가할 수록 회전속도 비가 1을 기준으로 변동하는 시간이 감소하고 있으며, 이 값이 10일 때에는 속도비의 변동없이 회전속도가 증가함을 보여준다.

4. 결 론

회전축계의 운동방정식을 유도하여 기계를 이동시킬 때의 운전모드를 수치해석으로 고찰한 연구결과는 다음과 같다.

(1) 시동이나 정지시 축계의 위험속도를 통과하는 회전기계의 운전모드가 구동토크증가율이 일정한 1단계로 구성된 것보다는 2단계로 운전모드를 적용하여야 적은 구동토크로 운전속도에 도달할 수 있다. 구동토크 증가율이 충분하지 못하면, 정적 회전속도에 도달할 수 없다는 것을 입증하였다.

(2) 회전축계를 선형 일자유도 진동계라 가정할 주파수 응답곡선을 이용하여 얻은 구동토크 공식으로 회전기계의 거동을 고찰한 결과, 가장 효율적인 운전모드라는 것이 입증되었다.

참고문헌

(1) Yamakawa, H. and Murakami, S., 1989, "Opti-

- mum Designs of Operating Curves for Rotating Shaft System with Limited Power Supplies," PVP, pp 181~185.
- (2) Conte, S. D. and de Boor, C., 1980, *Elementary Numerical Analysis*, McGraw Hill Book Co., pp 362~372.
- (3) Kim, S. H., 1992, "Whirling of a Single-Mass Flexible Unbalanced Rotor," *Power Engineering*, Vol. 3, No 4, pp 6~11.
- (4) Gunter, E. J., 1966, "Dynamic Stability of Rotor-Bearing System," *NACA SP-113*.