

〈논 문〉

불확실한 선형시스템에 대한 강인 외란관측기

김준식* · 오준호**

(1994년 8월 13일 접수)

A Robust Disturbance Observer for Uncertain Linear Systems

Jun-Sik Kim and Jun-Ho Oh

Key Words: Robust Control(강인제어), Robust Disturbance Observer(강인 외란관측기)

Abstract

When modeling error is large or plant is time-varying, it is hard to obtain good robust performance and robust stability by conventional control methods. Here, we need to design a robust controller bearing modeling error. In this paper, based on recently developed Time Delay Control(TDC) and Disturbance Observer the output feedback Robust Disturbance Observer(RDO), which is easily combined with general linear control, is proposed. Proposed RDO is derived from extending the main idea of Disturbance Observer to multi-input multi-output linear system. RDO solves robust stability problem of Disturbance Observer and has the robust performance same as nominal performance. RDO controlled dual stage positioning system shows excellent robust performance.

1. 서 론

시스템모델에는 모델링오차가 존재한다. 특히, 모델링오차가 클 수 밖에 없거나 시변플랜트인 경우는 모델링오차를 감당할 수 있는 강인한 제어를 설계해야 한다.

선형 다변수 시스템의 제어기중 LQG제어기는 수학적 최적화에 의해 이론적으로 잘 정립되어 있지만 모델 불확실성을 고려하지 않았기 때문에 적은 안정여유(stability margin)를 가지며 모델링오차에 의해 쉽게 불안정해질 수 있다. 따라서, 제어기의 이득, 위상여유를 크게 하려면 루프회복과정을 거쳐야 한다. 그러나 이와 같은 LQG/LTR 제어방법⁽³⁾으로는 모델링되지 않는 동특성과 파라미터 변동이 있는 시스템에 대해서 강인한 제어를

설계하기 어렵다. 이는 LQG에서 사용하는 H_2 norm이 강인성을 나타내기에는 적합하지 않고, 모델의 불확실성에 대한 보상을 LQG의 성능지수에 포함시키기 어렵다는 약점을 갖고 있기 때문이다. 다변수 피드백제어 시스템의 강인안정성 조건은 주파수영역에서 특이값에 의해서 표현되므로 강인한 제어를 설계하기 위해서는 H_2 norm보다 H_∞ norm이 더 적당하다. 최근에 발전된 H_∞ 제어이론은 특이값 루프형성 사양을 최적으로 만족시키는 제어를 합성(synthesis)하는 직접적이고 신뢰할 만한 것이다.

최근에 Youcef-Toumi가 제안한 시간지연제어(Time Delay Control, 이하 TDC)⁽⁴⁾는 추정된 상태변수뿐만 아니라 상태변수의 미분과 이전 입력을 피드백하여 시스템이 기준모델을 추종하도록 한 기법으로 불확실성 상쇄기능이 있다. 여러가지 적용 사례^(4,5)에서 보여지듯이 극히 단순한 구조를 가지면서도 뛰어난 외란제거성능과 모델추종성능을 가

*한국과학기술원 기계공학과

**회원, 한국과학기술원 기계공학과

지고 있다. 반면, TDC는 고주파의 모델 불확실성(고주파의 모델링안된 동역학 등)에 민감하며 쉽게 불안정해질 수 있다.⁽⁶⁾ 이에, 이정완과 장평훈⁽⁷⁾은 TDC의 제어입력단에 저역통과필터를 단 Modified TDC를 제안하고 강인안정성 해석과 모의실험을 통해 이의 유용함을 입증했다. 한편, TDC와 유사한 개념으로 Ohnishi⁽⁸⁾가 제안한 외란관측기(disturbance observer)가 있다. 전달함수영역에서 관찰할 때, TDC가 역 기준모델을 통해 출력을 피드백한다면 외란관측기는 역 공칭플랜트 모델을 통해 출력을 피드백한다는 차이가 있다. 또한, TDC와 달리 외란관측기는 다른 제어방법과의 합성을 기조로하는 2자유도(2-DOF) 제어구조의 한 부분이다. 현재까지, 외란관측기는 단일입출력 서보에 집중되어 발전해 왔다.^(8~12)

본 논문에서는 기존의 외란관측기가 포함된 2자유도 제어구조 개념을 일반적인 다입출력 선형시스템으로 확장하고 강인안정성을 위한 필터를 도입한 강인 외란관측기(Robust Disturbance Observer, 이하 RDO)를 제안한다. RDO가 외란관측기가 가지는 강인안정성 문제를 해결함을 보이고 이를 위한 설계과정을 제시한다. 또한, 불확실성 상쇄구조로부터 RDO는 합성되는 선형제어기와 동일한 수준의 강인안정성을 가지면서 우수한 강인성능을 가짐을 보인다. 제안한 RDO는 플랜트에 PID제어기나 H_∞ 제어기를 충분히 튜닝한 후에 곧 바로 적용한다. 합성되는 선형제어기의 파라미터를 유지한 채, 외란관측기 루프만을 부가하므로 제어구조와 설계과정이 간단하다. 2단 위치결정 시스템(dual stage positioning system)에 대하여 RDO, 외란관측기, Modified TDC로 제어하면서 각 제어가 효과적으로 적용될 수 있는 조건을 논한다.

2. 강인 외란관측기

2.1 시간지연제어

시간지연제어(TDC: time delay control)는 Youcef-Toumi⁽⁴⁾와 Hsia⁽³⁾에 의해 각각 개별적으로 소개되었다. Youcef-Toumi는 일반적인 비선형시스템이 주어진 선형 기준모델을 추종하도록 하는데 TDC를 유도했으며 Hsia는 서보모터에 대한 TDC를 이끌어 냈다.

Youcef-Toumi의 방법론에 근거하여 미지의 선형시스템에 TDC를 유도한다. 모든 상태변수와 상

태변수의 미분이 측정 가능하다고 가정하고 아래와 같이 일반적인 선형시스템 모델을 고려한다.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(x, t)x + B(x, t)u + f(x, t) \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\quad (1)$$

여기서, x : 상태벡터

u : 제어입력

y : 출력벡터

$f(x, t)$: 미지의 비선형 동역학

A, B : 실제의 시스템 행렬

A, B 의 불확실성 및 예측 못한 외란에도 불구하고 요구하는 제어성능과 안정성을 얻기 위하여 다음과 같이 제어법칙을 유도한다. 행렬 B 의 공칭 추정행렬을 \bar{B} 라 하고 식 (1)을 다시 쓰면

$$\dot{x} = f^* + \bar{B}u \quad (2)$$

여기서, $f^* = Ax + (B - \bar{B})u + f$ 이다. 시스템이 추종하기를 원하는 선형 시불변 기준모델을 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (3)$$

제어목적은 식 (2)의 플랜트가 식 (3)의 기준모델의 동역학을 가지게 하는 것으로 기준 모델의 상태벡터와 플랜트의 상태벡터의 차를 $e = x_m - x$ 로 정의하면 오차동역학은 다음과 같다.

$$\dot{e} = A_m e + [-f^*(x, t) + A_m x + B_m r - \bar{B}u] \quad (4)$$

제어입력을 $-f^*(x, t) + A_m x + B_m r - \bar{B}u = Ke$ 의 식을 만족하는 u 로 결정하면 오차동역학은 다음과 같아진다.

$$\dot{e} = (A_m + K)e \quad (5)$$

이를 위한 u 의 근사해를 구하면 다음과 같다.

$$u = \bar{B}^+ [-f^*(x, t) + A_m x + B_m r - Ke] \quad (6)$$

여기서, \bar{B}^+ 는 \bar{B} 의 의사역행렬($\bar{B}^+ \bar{B} = I$)이다. 식 (6)으로 결정된 u 가 식 (5)과 같은 오차동역학을 만족하는지 알아보기 위해 식 (6)을 식 (2)에 대입하고 정리하면 오차동역학은 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{e} &= (A_m + K)e + (I - \bar{B} \bar{B}^+) [-f^*(x, t) \\ &\quad + A_m x + B_m r - Ke]\end{aligned}\quad (7)$$

만약 $(I - \bar{B} \bar{B}^+) [-f^*(x, t) + A_m x + B_m r - Ke] = 0$ 의 구속조건을 만족한다면 식 (5)와 같은 바람직한

오차동역학을 얻을 수 있다. Youcef-Toumi는 Canonical form으로 변환가능한 플랜트는 이 구속 방정식(structural constraint)을 항상 만족한다는 것을 보였다.⁽⁴⁾ 식 (6)의 제어법칙에서 A_m , B_m , Ke 는 알려진 양이나 $f^*(x, t)$ 는 플랜트의 불확실성에 해당하는 양이다. 따라서 $f^*(x, t)$ 를 추정해야 할 필요성이 생긴다. 이를 다음과 같이 시간지연 판단에 의해 추정한다. 여기서의 시간지연이란 연속시간 시스템에서는 계산시간지연, 이산시간 시스템에서는 샘플링시간에 해당한다. 만약 시간지연이 충분히 작다면 연속시간에서는 $f^*(x, t) \cong f^*(x, t-)$, 이산시간에서는 $f^*(x, t) \cong f^*(x, t-T)$ 일 것이다. 따라서, 다음과 같은 시간지연 판단이 가능하다.

$$\begin{aligned} f^*(x, t) &= \dot{x} - \bar{B}u \cong \dot{x}(t-) - \bar{B}(t-)u(t-) \\ &\rightarrow \text{연속시간 시스템} \\ f^*(x, t) &\cong \dot{x}(t-T) - \bar{B}(t-T)u(t-T) \\ &\rightarrow \text{이산시간 시스템} \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)을 (6)에 대입하면 시간지연을 이용한 연속 시간영역 제어법칙이

$$u = \bar{B}^+ [-\dot{x}(t-) + \bar{B}(t-)u(t-) + A_mx + B_mr - Ke] \quad (9a)$$

같이 이루어지게 된다. Youcef-Toumi형 TDC는 $K=0$ 으로 놓고 설계하는 것이 일반적이므로 아래와 같은 제어법칙을 이용한다.

$$u = \bar{B}^+ [-\dot{x}(t-) + \bar{B}(t-)u(t-) + A_mx + B_mr] \quad (9b)$$

2.2 선형 다변수시스템에 대한 외란관측기 포함 2자유도 제어

TDC 유도방법을 응용하여, 기존의 외란관측기 포함 2자유도 제어시스템을 상태공간에서 유도한다. 고려하는 시스템이 다음과 같이 표현된다고 하자.

$$\dot{x} = Ax + Bu + f \quad (10)$$

식 (10)을 다시 쓰면

$$\dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}u + \bar{f} \quad (11)$$

여기서, $\bar{f} = Ax + Bu - \bar{A}x - \bar{B}u + f$ 이다. 제어입력 u 를 외란관측기 제어입력 u_1 과 선형제어 입력 u_2 로 나누면 $u = u_1 + u_2$ 이다. 이를 식 (11)에 대입하면

$$\dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}u_1 + \bar{B}u_2 + \bar{f} \quad (12)$$

미지의 동역학과 불확실량 \bar{f} 를 시간지연 추정하면

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \dot{x} - \bar{A}x - \bar{B}u \cong \dot{x}(t-) - \bar{A}x(t-) \\ &\quad - \bar{B}u(t-) \bar{f} \end{aligned} \quad (13)$$

\bar{f} 는 \bar{f} 의 시간지연 추정이다. $\bar{B}u_1 + \bar{f} = 0$ 을 만들기 위한 외란관측기 제어입력 u_1 을 구하면

$$\bar{B}u_1 \cong -\bar{f} = -\dot{x}(t-) + \bar{A}x(t-) + \bar{B}u(t-) \quad (14)$$

여기서, 근사적인 입력 u_1 을 구하면

$$u_1 = \bar{B}^+ (-\dot{x}(t-) + \bar{A}x(t-) + \bar{B}u(t-)) \quad (15)$$

여기서, \bar{B}^+ 는 \bar{B} 의 pseudo inverse이다. 입력 u_1 을 식 (12)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \bar{A}x + \bar{B}u_1 + \bar{B}u_2 + \bar{f} + \delta_1 \\ &= \bar{A}x + (I - \bar{B} \bar{B}^+) \bar{f} + \bar{B}u_2 + \delta_1 \\ &= \bar{A}x + \bar{B}u_2 + \delta_1 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \bar{f} - \bar{f} = \dot{x} - \bar{A}x - \bar{B}u - (\dot{x}(t-) \\ &\quad - \bar{A}\bar{x}(t-) - \bar{B}u(t-)) \end{aligned}$$

이렇게 하여 원래 $\dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}u + \bar{f}$ 에 대한 선형제어기 설계가 $\dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}u_2 + \delta_1$ 에 대한 설계로 바뀌어지는데, $\delta_1 \ll \bar{f}$ 이므로 선형제어기($K, u_2 = Ke$)는 결과적인 공칭플랜트 모델에 근거하여 설계된다. 외란관측기 포함 2자유도 제어는 불확실성이 연속적으로 상쇄되기 때문에 시스템의 강인성능을 향상시킨다.

2.3 TDC 및 외란관측기의 강인안정성

기존의 TDC와 외란관측기 포함 2자유도 제어입력을 라플라스변환한다면 다음과 같다.

(1) Youcef-Toumi형 TDC

$$u(s) = u - \bar{B}^+(sI - A_m)x + \bar{B}^+B_mr$$

→ 연속시간영역 제어법칙

$$u(s) = e^{-sT}u - \bar{B}^+e^{-sT}(sI - A_m)x + \bar{B}^+B_mr$$

→ 계산시간지연 T고려

(2) 외란관측기 포함 2자유도 제어

$$u(s) = u - \bar{B}^+(sI - \bar{A})x + Ke$$

→ 연속시간영역 제어법칙

$$u(s) = e^{-st}u - \bar{B}^+ e^{-st}(sI - \bar{A})x + Ke$$

→ 계산시간지연 T 고려

이로부터 출력 피드백제어는 다음과 같이 유도된다.

(1) Youcef-Toumi형 TDC

$$u(s) = u - \bar{P}_m^{-1}y + \bar{B}^+ B_m r,$$

$$u(s) = e^{-st}u - e^{-st}\bar{P}_m^{-1}y + \bar{B}^+ B_m r$$

(2) 외란관측기 포함 2자유도 제어

$$u(s) = u - \bar{P}^{-1}y + Ke,$$

$$u(s) = e^{-st}u - e^{-st}\bar{P}^{-1}y + Ke$$

여기서, $\bar{P}_m = \bar{C}(sI - A_m)^{-1}\bar{B}$,

$$\bar{P} = \bar{C}(sI - \bar{A})^{-1}\bar{B}$$

Youcef-Toumi형 TDC는 Fig. 1과 같은 블록선도가 얻어진다. 외란관측기 포함 2자유도 제어는 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다.

이와같이 설계된 외란관측기 포함 2자유도 제어 시스템의 감도함수(sensitivity function, S)와 보

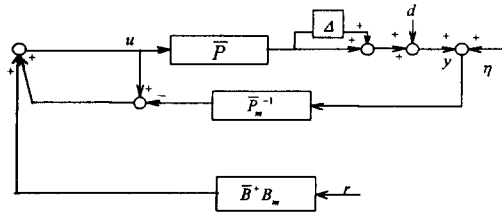


Fig. 1 Block diagram of TDC system (Youcef-Toumi)

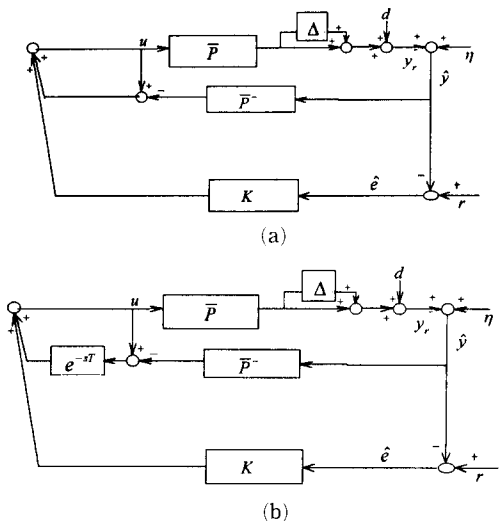


Fig. 2 Block diagram of the two-degree-of-freedom control system with disturbance observer

감도함수(complementary sensitivity, T)를 구한다.

$$P_r = (I + \Delta)\bar{P}, \quad y_r = P_r u + d, \quad \hat{y} = y_r + \eta$$

$$u = u_1 + u_2 = (u - \bar{P}^{-1}\hat{y}) + K\hat{e}$$

$$u = [u - \bar{P}^{-1}(P_r u + d + \eta)] + K\hat{e}$$

$$u = (\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}[-\bar{P}^{-1}(d + \eta) + K\hat{e}]$$

→ 연속시간영역 제어입력

$$u = u_1 + u_2 = e^{-st}[u - \bar{P}^{-1}(P_r u + d + \eta)] + K\hat{e}$$

$$u = (I - e^{-st} + e^{-st}\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}[-e^{-st}\bar{P}^{-1}(d + \eta) + K\hat{e}]$$

$$u = u_1 + u_2 = e^{-st}[u - \bar{P}^{-1}(P_r u + d + \eta)] + K\hat{e},$$

→ 계산시간지연 T 고려

계산시간지연 T 를 고려할 때, 시스템방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} y_r &= P_r u + d \\ &= P_r (I - e^{-st} + e^{-st}\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}[-e^{-st}\bar{P}^{-1}(d + \eta) + K(r - y_r - \eta)] + d \\ I + P_r (I - e^{-st} + e^{-st}\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}K & y_r \\ &= P_r (I - e^{-st} + e^{-st}\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}K r \\ &+ [I - P_r (I - e^{-st} + e^{-st}\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}e^{-st}\bar{P}^{-1}]d \\ &- P_r (I - e^{-st} + e^{-st}\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}(K + e^{-st}\bar{P}^{-1})\eta \end{aligned}$$

2자유도 제어의 특성상, 서로 다른 기준입력에 대한 출력오차의 Sensitivity, $S_{re} \equiv [e/r]$ 와 출력측 외란에 대한 출력의 Sensitivity, $S_{dy} \equiv [y/d]$ 가 얻어진다. 식 (17)은 계산시간지연을 고려할 때의 Sensitivity와 Complementary Sensitivity이고, 식 (18)은 보통 계산시간지연을 고려하지 않을 때의 결과이다.

$$\begin{aligned} S_{dy} &= (I + \bar{P}K)^{-1}(I - \bar{P}e^{-st}\bar{P}^{-1}) \\ T_{\eta y} &= I - S_{dy} = (I + \bar{P}K)^{-1}(\bar{P}K + \bar{P}e^{-st}\bar{P}^{-1}) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} S_{dy} &= (I + \bar{P}K)^{-1}(I - \bar{P}\bar{P}^{-1}) = 0 \\ T_{\eta y} &= I - S_{dy} = (I + \bar{P}K)^{-1}(\bar{P}K + I) = I \\ S_{re} &= [e/r] = [I + \bar{P}K]^{-1} \\ T_{ry} &= [y/r] = [I + \bar{P}K]^{-1}\bar{P}K \end{aligned} \quad (18)$$

마찬가지로 Youcef-Toumi형 TDC의 S와 T는 식 (19)이 된다.

$$\begin{aligned} S &= [I + P(I - e^{-st})^{-1}e^{-st}\bar{P}_m^{-1}]^{-1} \\ T &= I - S = [I + P(I - e^{-st})^{-1}e^{-st}\bar{P}_m^{-1} \\ &\quad [-1P(I - e^{-st})^{-1}e^{-st}\bar{B}^+ B_m] \end{aligned} \quad (19)$$

TDC, 외란관측기 포함 2자유도 제어 모두 항상 S

=0이 된다. 만약, 계산시간지연을 고려한다면, TDC, 외란관측기 포함 2자유도 제어 모두, $\omega = 2\pi\kappa/T (\kappa=1, 2, \dots)$ 의 주기로 $S=0$ 이 된다. 고주파 영역에서 $S=0$ 은 모델 불확실성에 민감하여 불안정해질 수 있고 측정잡음을 그대로 통과시킨다.⁽⁶⁾ 이렇게 K 설계와 무관한 강인안정성 문제를 해결하기 위해 몇가지 가능한 방법을 상정한다.

2.3.1 제어입력단에 필터를 다는 방법 (Fig. 3)

Youcef-Toumi는 TDC의 안정한 구현을 위해 제어입력단에 필터를 달아야 한다고 제안했지만 강인안정성 입장에서 근거를 제시하지 않았다. 이정완과 장평훈⁽⁷⁾은 Youcef-Toumi형 TDC의 제어입력단에 필터를 달고 강인안정성 해석과 모의실험을 통하여 제어입력단에 필터를 다는 것이 유용함을 입증했다(Modified TDC). 외란관측기 포함 2자유도 제어도 Modified TDC와 마찬가지로 제어입력단에 필터를 다는 것이 유용하다. 외란관측기 포함 2자유도 제어의 제어입력단에 필터 Q 를 다는 방법을 제1형 RDO라 부르겠다. 제1형 RDO의 S, T 를 구해보면,

$$\begin{aligned} u' &= K(r - \hat{y}) + (u - \bar{P}^{-1}\hat{y}) \\ u &= Qu' \\ u &= u_1 + u_2 \\ &= Q[u - \bar{P}^{-1}(P_r u + d + \eta)] + QK\hat{e} \\ u &= (I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}[-Q\bar{P}^{-1}(d + \eta) + QK\hat{e}] \end{aligned}$$

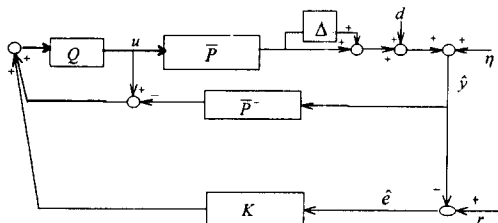


Fig. 3 Type-1 RDO system

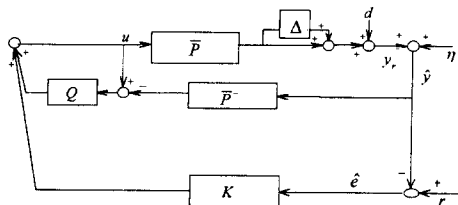


Fig. 4 Type-2 RDO system

$$\begin{aligned} & I + P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}QK]y_r \\ &= P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}QK r \\ &+ [I - P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}Q\bar{P}^{-1}]d \\ &- P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}(QK + Q\bar{P}^{-1})\eta \end{aligned}$$

이로부터 다음과 같은 두 종류의 Sensitivity와 Complementary Sensitivity가 얻어진다.

$$\begin{aligned} S_{dy} &= (I + \bar{P}QK)^{-1}(I - \bar{P}Q\bar{P}^{-1}) \\ T_{ry} &= I - S_{dy} = (I + \bar{P}QK)^{-1}(\bar{P}QK + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}) \\ S_{re} &= [I + \bar{P}QK]^{-1} \\ T_{ry} &= [I + \bar{P}QK]^{-1}\bar{P}QK \end{aligned} \quad (20)$$

Q 를 DC Gain이 1(0 dB)인 저역통과필터로 구현하면 바람직한 루프형상(저주파역 $S \approx 0$, 고주파역 $S \approx I$)에 근접하게 된다.

2.3.2 외란관측기 루프에 필터 Q 를 다는 방법

기존의 외란관측기 관련 연구에서는, 제1형 RDO와는 조금 다르게, 외란관측기 루프에만 필터 Q 를 다는 방법을 사용해 왔다. 만약, 필터 Q 가 없다면 외란관측기 루프는 $u_1 = u - \bar{P}^{-1}\hat{y}$ 의 피드백이 있는데, 일반적으로 \bar{P}^{-1} 는 "unrealizable"하기 쉽다. 따라서, causality를 위해서는 $Q\bar{P}^{-1}$ 이 proper하도록 하는 필터 Q 가 필요하다. 내부안정성과 causality를 위해서는 $Q \in RH_\infty, Q\bar{P}^{-1} \in RH_\infty$ 이 필요하다고 알려져 있다.⁽¹⁰⁻¹²⁾

또한, 기존의 Q 필터 설계는 다음과 같은 개략적인 루프형상을 이용한다. 저주파역에서 모델 불확실성 및 외란 상대라는 강인성능을 위해 $S \approx I$ 이 되도록 저역통과 필터 Q 를 설계한다. Umeno and Hori,^(10,11) Endo et. al⁽¹²⁾은 다음과 형태로 Q 를 설계할 것을 제안했다.

$$Q = \frac{1 + \sum_{k=1}^{N-r} a_k (ts)^k}{1 + \sum_{k=1}^N a_k (ts)^k}$$

N : 필터의 차수

r : 플랜트의 상대차수

2.3.3 기존 Q 필터 설계의 한계

기존의 연구에서는, 모델 불확실성 및 외란의 상대와 잡음에 둔감함이라는 강인성능 측면만 고려한 루프형상을 Q 필터 설계에 이용해 왔다. 이렇게 모델 불확실성으로 인한 강인안정성 문제의 고찰없이 Q 필터를 설계하면 강인안정성 문제를 야기시킬 수

있다. 왜냐하면, 강인성능과 강인안정성은 상반된 개념으로, 강인성능이 좋아지는 영역이 고주파역으로 확대된다면, 그만큼 강인안정성을 위협하기 때문이다. 또한, 시스템이 모델 불확실성에 의해 불안정해지는 현상을 막기 위해 필요이상으로 Q필터의 대역폭을 제한하는 결과를 가져오기도 한다. 특히, 이같은 상황은 잡음의 주파수역보다 모델 불확실성의 주파수역이 저주파역일 때 자주 발생한다. 강인안정성을 고려한 Q필터 설계방법을 3.2, 3절에서 기술한다.

3. 강인 외란관측기

3.1 RDO의 불확실성 삼쇄구조

제2형 RDO 제어구조는 Fig. 5(a), (b), (c)가 이 등가적인 블록선도로 표시할 수 있다. 여기서, P_r 은 실제 플랜트, \bar{P} 는 공칭플랜트 모델로 $P_r = (I + \Delta)\bar{P}$ 의 관계가 있다. Fig. 5(a)로부터 RDO 제어입력은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} u' &= K(r - \hat{y}) + Q(u - \bar{P}^{-1}\hat{y}), \\ u &= Q[u - \bar{P}^{-1}(P_r u + d + \eta)] + K\hat{e} \\ u &= (I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}[-Q\bar{P}^{-1}(d + \eta) + K\hat{e}] \end{aligned}$$

이로부터 실제 시스템의 페루프 전달함수를 아래와

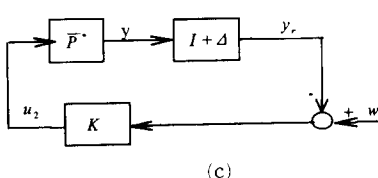
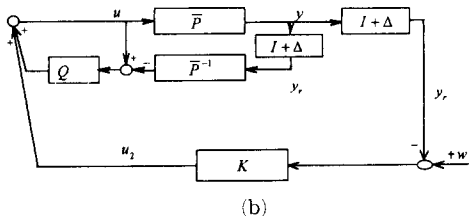
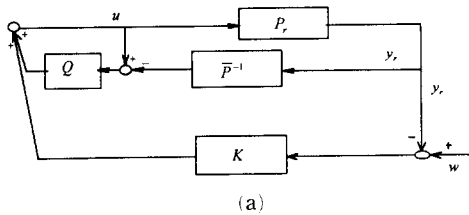


Fig. 5 Equivalent type-2 RDO control structure

같이 구한다.

$$\begin{aligned} & [I + P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}K]y_r \\ &= P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}K r \\ & \quad + [I - P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}Q\bar{P}^{-1}]d \\ & \quad - P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}(K + Q\bar{P}^{-1})\eta \\ T_r &= [y_r/r] \\ &= [I + P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}K]^{-1} \\ & \quad P_r(I - Q + Q\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}K \end{aligned}$$

저주파역에서 $Q=I$ 이면 페루프 전달함수는 $T_r = [I + P_r(\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}K]^{-1}P_r(\bar{P}^{-1}P_r)^{-1}K$ 이다. 불안정극, 영점상쇄가 없다면 $P_r(\bar{P}^{-1}P_r)^{-1} = P_r P_r^{-1} \bar{P} = \bar{P}$ 이므로 $T_r = [I + \bar{P}K]^{-1}\bar{P}K$ 가 되어 실제 시스템의 페루프 전달함수가 공칭 페루프 전달함수와 같게 된다. Fig. 5(b)로부터 외란관측기 루프를 묶어서 이를 등가플랜트 \bar{P}^* 로 표시하면 Fig. 5(c)와 같이 나타낼 수 있다. 등가플랜트 \bar{P}^* 는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_1 &= Q(u - \bar{P}^{-1}\hat{y}) \\ &= Q[u - \bar{P}^{-1}\{(I + \Delta)\bar{P}u + d + \eta\}] \\ &= -Q\bar{P}^{-1}\Delta\bar{P}u - Q\bar{P}^{-1}(d + \eta) \\ (y &= \bar{P}u) \\ u &= u_2 - Q\bar{P}^{-1}\Delta y - Q\bar{P}^{-1}(d + \eta) \\ y_r &= (I + \Delta)y + d \\ y &= \bar{P}u_2 - \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta y - \bar{P}Q\bar{P}^{-1}(d + \eta) \\ (I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)y &= \bar{P}u_2 - \bar{P}Q\bar{P}^{-1}(d + \eta) \\ y &= (I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}[\bar{P}u_2 - \bar{P}Q\bar{P}^{-1}(d + \eta)] \end{aligned}$$

Fig. 5(c)와 같이 표현할 수 있는 \bar{P}^* 는 $\bar{P}^* = (I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}\bar{P}$ 가 된다. 비슷한 방법으로 구할 수 있는 또 다른 등가플랜트는 $\bar{P}^* = \bar{P}(I + Q\bar{P}^{-1}\Delta\bar{P})^{-1}$ 이다.

$Q=I$ 이면 등가플랜트는 $\bar{P}^* = (I + \bar{P}\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}\bar{P}$ 또는 $\bar{P}^* = \bar{P}(I + \bar{P}^{-1}\Delta\bar{P})^{-1}$ 가 된다. 이 때, 실제 시스템의 출력은 $y_r = (I + \Delta)(I + \bar{P}\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}[\bar{P}u_2 - \bar{P}\bar{P}^{-1}(d + \eta)] + d$ 이다. 모델 불확실성 $(I + \Delta)$ 가 안정하고 최소위상이면 $(I + \Delta)$ 와 $(I + \bar{P}\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}$ 는 상쇄된다. 그러면, $y_r = \bar{P}u_2$ 가 되므로 불확실성이 크더라도 실제 시스템이 공칭시스템과 동일한 안정성과 성능을 가진다.

3.2 강인안정성을 위한 Q필터 설계

T 가 안정한 공칭 페루프 전달함수일 때 일반적인 선형제어구조는 블록선도 계산을 통해 Fig. 6과 같이 나타낼 수 있다. 이 때의 루프등식은 $v =$

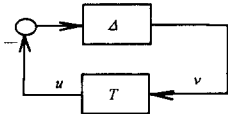


Fig. 6 Equivalent T-Δ configuration for linear feedback systems

$-\Delta u$, $u = Tv$ 이다. 그러면 $(I + T\Delta)u = 0$ 이다. $(I + T\Delta)$ 가 비특이(nonsingular)하다면 루프등식의 유일해는 $u = v = 0$ 이다. 이 때 페루프 시스템은 안정하다. $(I + T\Delta)$ 가 특이(singular)하다면 노음 $\|u\|$, $\|v\|$ 는 임의로 커질 수 있다. 이런 상황이면 페루프 시스템은 불안정하다.⁽¹⁴⁾

외란관측기 포함 2자유도 시스템을 Fig. 6과 같은 구조로 등가변환하면 Fig. 5(c)와 같은 구조가 얻어진다. Fig. 5(c)의 등가구조로부터 RDO의 강인안정 필요충분조건은 다음과 같다.

(Lemma. 1) $T^* = [I + \bar{P}^*K]^{-1}\bar{P}^*K = [I + (I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}\bar{P}K]^{-1}(I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}\bar{P}K$ 일 때, $(I + T^*\Delta)$ 가 비특이하면 RDO 제어시스템은 강인안정하다.

Q 의 대역폭내($Q \geq I$)에서는 외란관측기 2자유도 제어시스템은 항상 $T^* \cong I$ 이기 때문에 $(I + T^*\Delta)$ 의 특이성은 곧 $(I + \Delta)$ 의 특이성이 된다. 아래와 같이 $(I + \Delta)$ 가 특이해지는 것은 피할 수 없기 때문에 Q 의 대역폭이 큰 외란관측기 2자유도 제어구조는 불안정해지기 쉽다. $(I + \Delta)$ 는 다음과 같은 불확실성이 존재하면 특이해진다.

(Lemma. 2) 고주파의 모델링되지 않은 동역학(무시한 고차모드)이 존재하고 고주파역이면 전달함수행렬 $(I + \Delta)$ 는 특이해진다.

(증명) 정의에 의해서 $P_r = (I + \Delta)\bar{P}$ 인데 $\|\bar{P}\| \neq 0$ 이면 $(I + \Delta) = P_r\bar{P}^{-1}$ 이다. $(I + \Delta)$ 가 특이하다는 것과 $(I + \Delta)$ 의 노음(norm)이 '영'이라는 것은 동등하다. $\|I + \Delta\| = \|P_r\bar{P}^{-1}\| = 0$ 은 $P_r\bar{P}^{-1}$ 이 strictly proper하면서 상당한 고주파영역이면 발생한다. P_r 이 \bar{P} 보다 차수가 높다면 $P_r\bar{P}^{-1}$ 이 strictly proper하다. 이 경우는 고주파의 모델링되지 않은 동역학이 존재할 때 가능하다.

(주의) 전체 불확실성은 인수 불확실성(parameter uncertainty)과 모델링되지 않은 동역학 불확실성으로 나눌 수 있다. 주로, 플랜트의 차수와 관계 없는 인수 불확실성보다는 플랜트의 차수를 변화시키는 모델링되지 않은 동역학에 의해서 $(I + \Delta)$ 가

특이하게 된다.

$L = \bar{P}K$, $L^* = \bar{P}^*K = (I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}L$ 이고 $\bar{\sigma}$ 가 최대특이값을 나타낼 때, 다음과 같은 강인안정정리를 얻는다.

(정리) RDO 강인안정정리

다음 (i), (ii), (iii)의 조건을 만족하면 $(I + T^*\Delta)$ 는 비특이하다. 곧, 시스템은 강인안정하다.

(i) $\|T\Delta\|_\infty < 1$

(ii) $\|\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta\|_\infty < 1$

(iii) 특정 주파수에서,

$$\bar{\sigma}(\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta) \ll \bar{\sigma}(L), \text{ 또는 } \bar{\sigma}(\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta) \ll 1$$

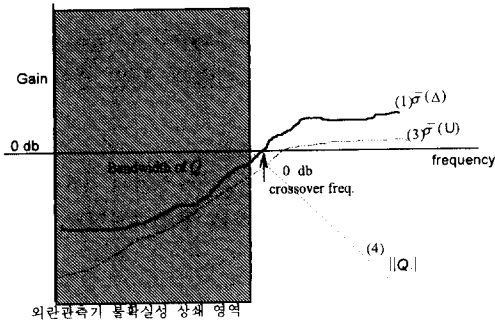
(증명) $\|T^*\Delta\|_\infty < 1$ 이면 항상 $(I + T^*\Delta)$ 는 비특이하다. $T^* = (I + L^*)^{-1}L^*$, $S^* = (I + L^*)^{-1} = I - T^*$, $S^* = [I + (I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}L]^*$ 인데, Matrix Inversion Lemma (Schur)를 적용하면 $S^* = I - (L + I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}L$ 이고, 그러면 $T^* = (I + L + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}L$ 이다. $\|\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta\|_\infty < 1$ 이고 $\bar{\sigma}(\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta) \ll \bar{\sigma}(L)$ 이라면 (조건 (ii), (iii)) $T^* = (I + L + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}L \cong (I + L)^{-1}L = T$ 이다. 또는, $\|\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta\|_\infty < 1$ 이고 $\bar{\sigma}(\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta) \ll 1$ 이라면 (조건 (ii), (iii)) $L^* = (I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}L \cong L$ 이 되므로 $T^* \cong T$ 이다. 조건 (ii), (iii)이 만족되면, $\|T^*\Delta\|_\infty \cong \|T\Delta\|_\infty$ 이 된다. (조건 (i))에 의해 $\|T^*\Delta\|_\infty \cong \|T\Delta\|_\infty < 1$ 이 성립하므로 $(I + T^*\Delta)$ 는 비특이하다.

(주의) 조건 (iii)은 다음과 같이 생각할 수 있다. 일반적으로 저주파역에서 $\bar{\sigma}(\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta) \ll \bar{\sigma}(L)$ 이 성립하고, 고주파역에서는 $\bar{\sigma}(\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta) \ll 1$ 이 성립한다. $\omega \leq \omega_1$ 에서 $\bar{\sigma}(\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta) \ll \bar{\sigma}(L)$ 이 되고, $\omega \geq \omega_1$ 에서 $\bar{\sigma}(\bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta) \ll 1$ 이 되도록 Q 를 설계하면 모든 주파수역에서 조건 (iii)을 만족시킨다.

(주의) \bar{P} , Q 가 대각행렬인 경우가 많이 있다. \bar{P} , Q 가 대각행렬이라면 $\bar{P}^* = (I + \bar{P}Q\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}\bar{P} = (I + Q\bar{P}\bar{P}^{-1}\Delta)^{-1}\bar{P} = (I + Q\Delta)^{-1}\bar{P}$ 가 된다. $T^* = [I + (I + Q\Delta)^{-1}\bar{P}K]^{-1}(I + Q\Delta)^{-1}\bar{P}K$ 이므로 강인안정조건이 (ii) $\|Q\Delta\|_\infty < 1$, (iii) $\bar{\sigma}(Q\Delta) \ll \bar{\sigma}(L)$ 또는 $\bar{\sigma}(Q\Delta) \ll 1$ 로 간단해진다.

3.3 Q, K 설계과정

외란관측기 루프와 선형제어기 루프는 서로 독립적이다. 따라서, 강인안정성 정리의 조건 (i) $\|T\Delta\|_\infty < 1$ 이 만족하도록 공칭플랜트에 대한 선형제어기를 먼저 설계한다. Q 를 DC Gain이 1 (0 dB)이



외란관측기 불확실성 상쇄 영역

- (1) Line($\bar{\sigma}(\Delta)$) : Upper bound of the magnitude of uncertainty
- (3) Line($\bar{\sigma}(U)$) : Upper bound of the magnitude of neglected dynamics uncertainty

Fig. 7 Uncertainty cancellation structure of RDO and Q filter design plot

고, 조건 (ii)와 (iii)을 만족하도록 설계한다(Fig. 7). 예상되는 모델 불확실성의 노음이 0dB를 교차(crossing)하는 주파수보다 Q의 대역폭이 작도록 한다. 인수 불확실성으로 인해 $\bar{\sigma}(\Delta)$ 가 저주파역에서 커진다면 기존의 1자유도 선형제어시스템은 강인성능이 저하된다. 반면, RDO 제어시스템은 Q대역폭 밖의 고주파특성은 선형제어시스템과 같고 Q대역폭 안의 모든 불확실성을 상쇄시키기 때문에 실제 시스템의 성능이 저하되지 않는다.

이렇게 하여 Q필터를 설계하면, 첫째로, 강인안정성을 보장하는 Q필터를 얻을 수 있고, 둘째로, Q의 대역폭을 정하는데 유리하며, 셋째로, $\|Q\|_{\infty} < 1$ 이 바람직하다는 결과를 얻었다. Umeno and Hori,^(10,11) Endo et. al⁽¹²⁾방식(2,3절)으로 Q필터를 설계하면 차수 N이 2 이상일 때, $\|Q\|_{\infty} > 1$ 되어서 좋지 않다는 것을 알 수 있다.

3.3 TDC와 RDO의 차이점

(1) Youcef-Toumi가 제시한 TDC는 B행렬이외에는 공칭모델의 정보를 제어기 설계에 이용하지 않았다. 반면, RDO는 공칭모델의 정보를 제어기 설계에 이용한다.

(2) TDC는 비최소위상 플랜트나 불안정 플랜트에도 적용할 수 있다. 반면, 현재의 RDO는 불확실성 상쇄구조 $P_r(\bar{P}^{-1}P_r)^{-1} = \bar{P}$ 를 가지고 있으므로 불안정 극, 영점상쇄가 없어야 한다. 따라서, 최소위상이며 안정한 플랜트에만 적용가능하다.

(3) RDO는 2자유도 제어로 외란관측기 루프와

선형제어기 루프를 독립적으로 설계할 수 있다.

(4) 공칭안정성의 보장-RDO 제어시스템의 공칭안정성은 부가된 외란관측기 루프에 영향을 받지 않는다. 공칭 페루프 전달함수는 다음과 같다. ($P_r = \bar{P}$)

$$T = [I + \bar{P}(I - Q + Q\bar{P}^{-1}\bar{P})^{-1}K]^{-1} \bar{P}(I - Q + Q\bar{P}^{-1}\bar{P})^{-1}K$$

$$T = [I + \bar{P}K]^{-1}\bar{P}K$$

RDO 제어시스템의 공칭 페루프 전달함수는 외란관측기 루프가 없을 때의 공칭 페루프 전달함수와 같다. 반면, 기존의 Modified TDC의 공칭 페루프 전달함수는 $T = \bar{P}(I - Q + QP_m^{-1})^{-1}Q\bar{B}^+B_m$ 또는, $T = [I + \bar{P}(I - Q)^{-1}QP_m^{-1}]^{-1}\bar{P}(I - Q)^{-1}Q\bar{B}^+B_m$ 이다. 이 경우는 공칭 페루프 전달함수를 안정화시키는 기준모델을 시행착오법으로 구한다.

(5) TDC는 모델기준 접근법(model reference approach)에 근거한다. 제어목적인 기준모델을 시스템이 추종하도록 제어기를 설계한다. 모델기준 접근법은 성능지향 제어기 설계법이므로 안정성, 강인성능, 제어입력의 제한과 같은 다양한 설계사양을 만족시키는 최적의 기준모델을 고르기가 어렵다. 특히, 플랜트 차수가 커지거나 다입출력 시스템이 될수록 어렵다.

4. 모의실험 결과

Fig. 8과 같은 2단 위치결정 시스템⁽¹⁶⁾으로 모의 실험한다. 차세대 축소투영 노광장치의 스테퍼는 초정밀 고대역 위치제어가 필요하다. 나노미터 스케일의 초정밀 위치제어를 위한 구동기는 대체로 수마이크로미터의 짧은 작동범위를 가지고 있다. 큰 작동범위에서 초정밀 고대역 위치제어를 하기

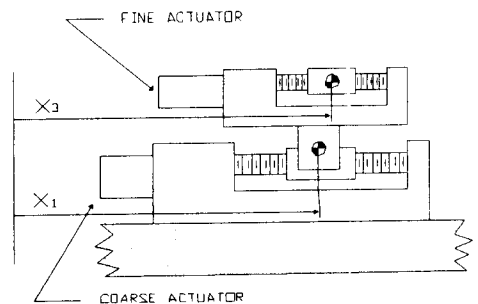


Fig. 8 Two stage positioning system

위한 방법으로 장범위 코어스구동기(Coarse actuator)와 고속 고분해능 정밀구동기(fine actuator)를 결합한 2단 위치결정 시스템을 구성할 수 있다. 이 시스템의 작동원리는 코어스구동기가 저주파명령을 따르고 정밀구동기가 고주파명령을 따르게 하는 것이다. 마찰과 고주파 동역학을 무시하여 단순화한 시스템방정식은 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1 s^2} & \frac{-1}{m_1 s^2} \\ 0 & \frac{1}{m_2 s^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix}$$

여기서, x_1, x_2 : Coarse stage의 위치와 속도

$$P_r = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1 s^2 (s^2/\omega_1^2 + 2\zeta_1 s/\omega_1 + 1)} & \frac{-1}{m_1 s^2 (s^2/\omega_1^2 + 2\zeta_1 s/\omega_1 + 1)} \\ 0 & \frac{1}{m_2 s^2 (s^2/\omega_2^2 + 2\zeta_2 s/\omega_2 + 1)} \end{bmatrix}$$

모의실험은 RDO/PD를 PD, Modified TDC 제어와 비교한다. RDO/PD의 Q는 2차 단순 저역통과필터로 구현하고 코어스구동기의 대역폭은 1000 rad/s로 정밀구동기의 대역폭은 2000 rad/s로 정한다.

먼저 PD제어기를 설계한다. 공칭 페루프 시스템의 특성방정식 $I + \bar{P}K = 0$ 로부터 PD제어의 특성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{0.1}{s^2} (k_{d1}s + k_{p1}) & \frac{-0.1}{s^2} (k_{d2}s + k_{p2}) \\ 0 & 1 + \frac{1}{s^2} (k_{d2}s + k_{p2}) \end{bmatrix} = 0$$

여기서, k_{p1}, k_{d1} : u_1 에 대한 비례, 미분이득
 k_{p2}, k_{d2} : u_2 에 대한 비례, 미분이득

코어스구동기에 대한 원하는 동역학을 $s^2 + 2\xi m_1 \omega_{m1} s + \omega_{m1}^2 = 0$ 이라 하고 정밀구동기에 대한 원하는 동역학을 $s^2 + 2\xi m_2 \omega_{m2} s + \omega_{m2}^2 = 0$ 이라 하면 $k_{d1} = 20\xi m_1 \omega_{m1}$, $k_{p1} = 10\omega_{m1}^2$, $k_{d2} = 2\xi m_2 \omega_{m2}$, $k_{p2} = \omega_{m2}^2$ 을 얻는다. $k_{d1} = 1000$, $k_{p1} = 2500$, $k_{d2} = 10000$, $k_{p2} = 25000$ 로 정한다. RDO/PD는 앞에서 정한 Q로 외란관측기 루프를 부가한다.

다음, 비교를 위해서 Modified TDC를 설계한다. 플랜트의 상대차수가 2이므로 기준모델은

$$\frac{1}{s^2 + 2\xi m_1 \omega_{m1} s + \omega_{m1}^2}, \frac{1}{s^2 + 2\xi m_2 \omega_{m2} s + \omega_{m2}^2}$$

형태가 된다. 공정안정성을 위한 조건을 구하기 위하여 공

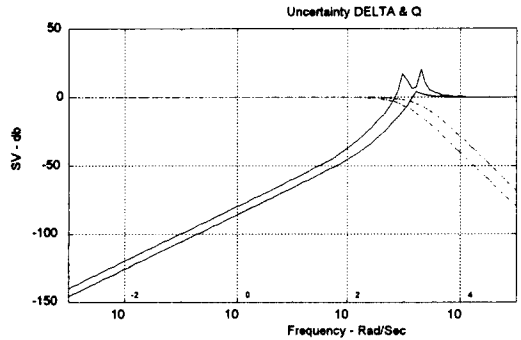
x_3, x_r : Fine stage의 위치와 속도

m_1, m_2 : Coarse stage와 Fine stage의 질량

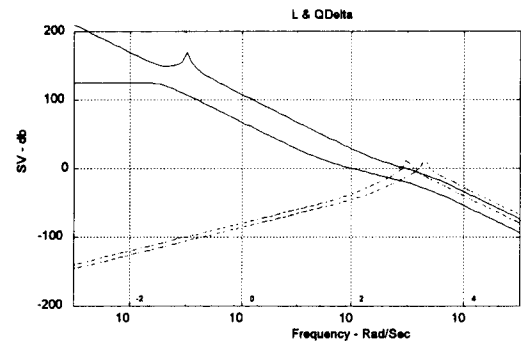
제어목적은 정밀구동기의 고대역과 코어스구동기의 긴 스트로크를 이용하여 제한된 입력에너지로 추종오차를 최소화하는 것이다.

초기조건 $m_1=10, m_2=1, [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [0.001 \ 0 \ 0.0011 \ 0]^T$ 에서 모의실험 한다.

실제 플랜트는 모델링되지 않은 고차모드가 존재하므로 코어스구동기에는 $\zeta_1=0.05, \omega_1=1000 \text{ rad/s}$ 를 정밀구동기에는 $\zeta_2=0.05, \omega_2=10000 \text{ rad/s}$ 를 고차모드로 첨가하였다. 따라서 실제 플랜트를 아래와 같이 가정했다.



(a) $\sigma(\Delta)$: solid, $\sigma(Q)$: dash-dot

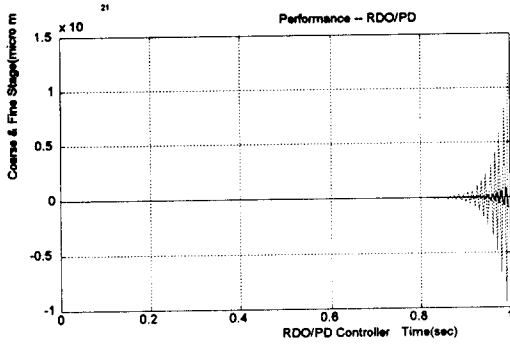


(b) $\sigma(L)$: solid, $\sigma(Q\Delta)$: dash-dot

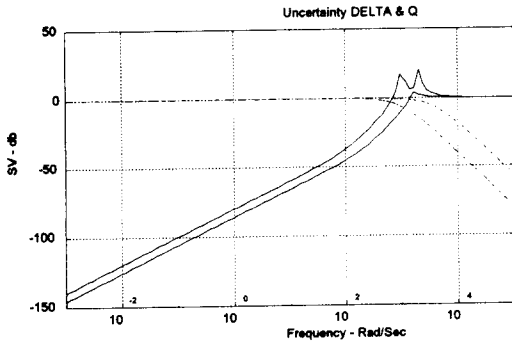
Fig. 9 Singular value bode plots for Q filter design(coarse stage bandwidth of Q filter : 1000rad/s, fine stage bandwidth of Q filter : 2000rad/s)

칭 패루프 전달함수 $T = \bar{P}(I - Q + QP_m^{-1}\bar{P}^{-1}QB)^+$ $QP_m^{-1}\bar{P} = 0$ 은 아래와 같다.
 B_m 의 특성방정식을 조사한다. 특성방정식 $I - Q +$

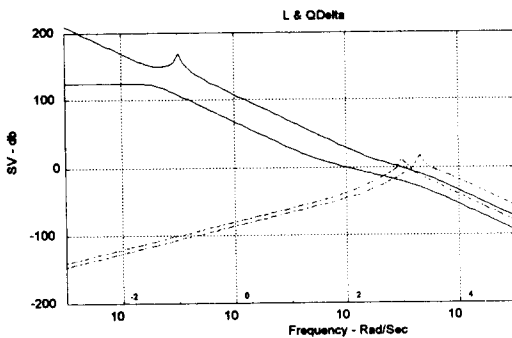
$$\begin{bmatrix} \frac{m_1 s^2 (\tau_1 s + 1)^2 + s^2 / \omega_{m1}^2 + 2\xi_{m1} s / \omega_{m1} + 1}{m_1 s^2 (\tau_2 s + 1)^2} & \frac{s^2 / \omega_{m1}^2 + 2\xi_{m1} s / \omega_{m1} + 1}{m_1 s^2 (\tau_1 s + 1)^2} \\ 0 & \frac{m_2 s^2 (\tau_2 s + 1)^2 + s^2 / \omega_{m2}^2 + 2\xi_{m2} s / \omega_{m2} + 1}{m_2 s^2 (\tau_2 s + 1)^2} \end{bmatrix} = 0$$



(a) Time response of coarse and fine stage



(b) $\sigma(\Delta)$: solid, $\sigma(Q)$: dash-dot

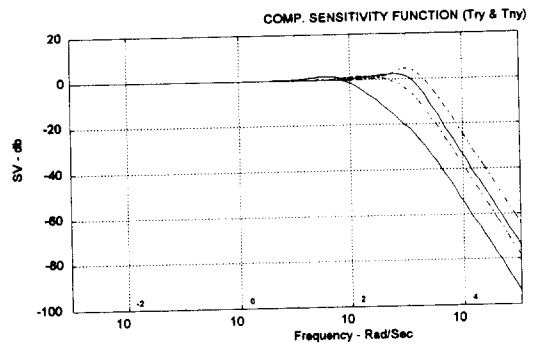


(c) $\sigma(L)$: solid, $\sigma(Q\Delta)$: dash-dot

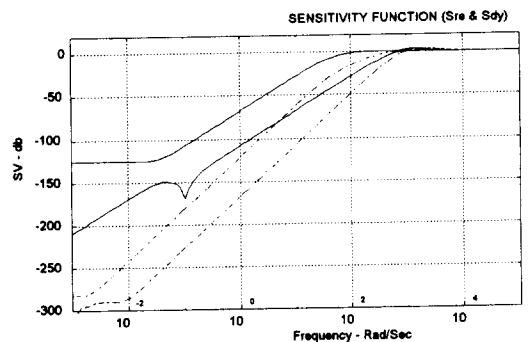
Fig. 10 Time response and singular value bode plots(coarse stage bandwidth of Q filter : 1000 rad/s, fine stage bandwidth of Q filter : 3700 rad/s)

여기서, τ_1, τ_2 는 Q 의 시상수이다. Routh 안정성 조건을 만족하려면 $-2\tau_i \xi_{mi} \omega_{mi} > 0$, $2\xi_{m1}(1 - 2\tau_i \xi_{mi} \omega_{mi}) - 2m_i \tau_i \omega_{mi}^3 > 0$, ($i=1, 2$)이어야 한다. 이는 시스템의 성능을 크게 제한하는 조건이다. 시스템의 강인안정성을 위해서는 시상수 τ_1, τ_2 를 너무 작게 할 수 없다. $\tau_1=0.005, \tau_2=0.001$ 에 대해서는 $\omega_{m1} < 3, \omega_{m2} < 6$ 이어야 안정하다. $\omega_{m1} < 3, \omega_{m2} < 6$ 는 시스템의 설계요구에 크게 미달하므로 이 예에서는 Modified TDC의 적용이 적당하지 못하다.

Fig. 9는 Q필터 설계를 위한 Bode 선도로 Q필



(a) T_{Try} : solid, T_{Tny} : dash-dot

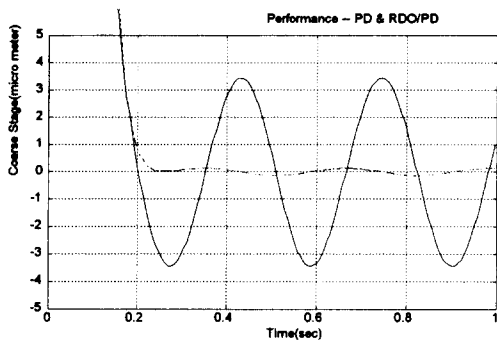


(b) S_{re} : solid, S_{dy} : dash-dot

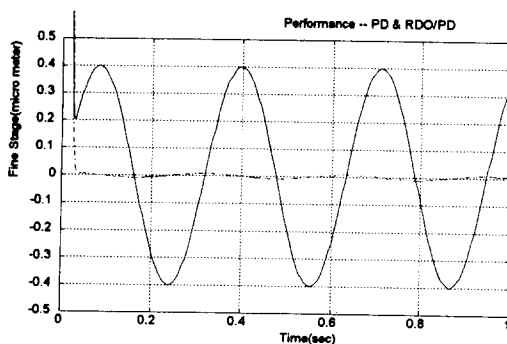
Fig. 11 Complementary sensitivity and sensitivity of RDO/PD control

터의 대역폭이 코어스구동기 1000 rad/s, 정밀구동기 2000 rad/s인 경우이다. Fig. 9(a)는 Fig. 7에서 도시한 불확실성 Δ 와 Q 필터의, Fig. 9(b)는 L 과 $Q\Delta$ 의 특이값 선도를 나타낸다. Fig. 9(b)를 볼

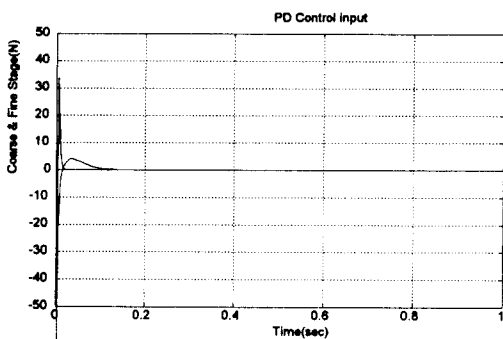
때, 엄격하게는 강인안정조건 (ii) $\|Q\Delta\|_\infty < 1$ 를 만족시키지 못한다. 그러나, 강인안정조건이 보수적이므로 (ii)조건이 만족하지 못하더라도 시스템이 곧바로 불안정해지지는 않는다. 정밀구동기의 대역



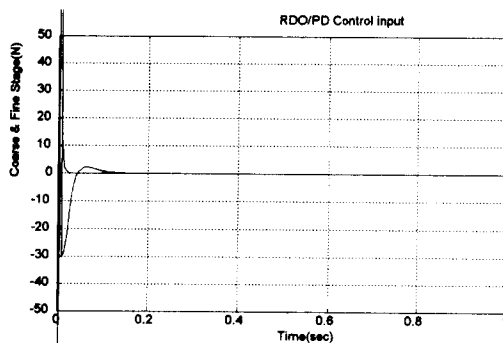
(a) Coarse stage response (PD : solid, RDO/PD : dash-dot)



(b) fine stage response (PD : solid, RDO/PD : dash-dot)

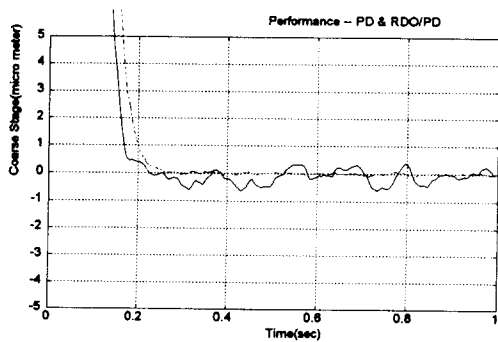


(c) PD control input

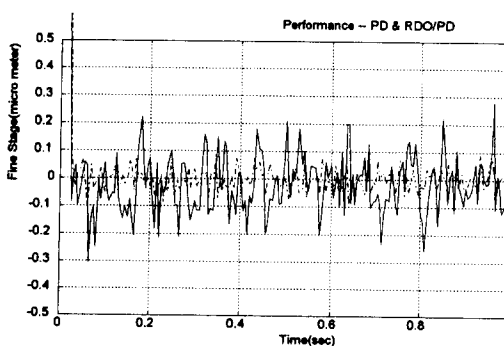


(d) RDO/PD control input

Fig. 12 Time responses of RDO/PD and PD control for sine disturbance with magnitude 0.1 and frequency 20 rad/s



(a) Coarse stage response (PD : solid, RDO/PD : dash-dot)



(b) Fine stage response (PD : solid, RDO/PD : dash-dot)

Fig. 13 Time responses of RDO/PD and PD control for white disturbance with zero mean and standard deviation 0.1

폭을 3700 rad/s로 증가시키면 Fig. 10(a)처럼 불안정해진다. 이 때의 $\|Q\|_{\infty}$ (Fig. 10(c))는 Fig 9(b)의 $\|Q\|_{\infty}$ 보다 크고, 강인안정조건 (ii)뿐만 아니라 조건(iii)까지 위배되기 시작한다.

RDO/PD와 PD제어 각각의 sensitivity와 complementary sensitivity를 Fig. 11에 나타낸다. RDO/PD의 경우 T_o 와 T_{xy} 가 차이가 나지 않으면서 S_{re} 보다 S_{xy} 를 훨씬 작게 만들 수 있다. Fig. 12에 Q 필터의 대역폭이 1000 rad/s, 2000 rad/s일 때, 크기가 0.1이고 주파수가 20 rad/s인 사인 외란이 플랜트 입력측에 들어왔을 때 RDO/PD와 PD제어 결과를 비교한다. 이 주파수역에서, coarse stage와 fine stage 공히 PD제어에 비해 10배 정도되는 RDO/PD의 외란억제 능력을 보여준다. Fig. 13은 0 평균이고 표준편차가 0.1인 백색 외란이 플랜트 입력측에 공히 들어왔을 때의 결과로, RDO/PD의 오차 레벨이 PD의 약 1/3이다.

5. 결 론

외란관측기 포함 2자유도 제어구조를 다입출력 선형시스템으로 확장하고 강인안정성을 위한 필터를 도입한 강인 외란관측기(RDO)를 제안했다. 외란관측기가 가지는 강인안정성 문제를 해결하기 위해서 불확실성 상쇄구조로부터 강인안정정리를 유도하였고, 그 결과 기존 Q 필터 설계의 문제점을 파악했다. 강인안정정리와 Bode선도로부터 설계된 강인안정화 Q 필터를 이용하면 강인안정성을 확보하면서 강인성능을 극대화할 수 있다. 2단 위치결정 시스템에 적용한 결과 불확실하거나 예측못할 외란이 큰 플랜트의 제어에 RDO가 적당함을 확인하였다.

참고문헌

- (1) 김준식, 오준호, 1994, "불확실한 선형시스템에 대한 루프형성 시간지연제어(LSTDC)," 한국자동차제어학술회의 논문집, pp. 1019~1024.
- (2) 홍길호, 정경민, 김준식, 오준호, 1994, "루프형성 시간지연제어(LSTDC)를 이용한 플랫폼의 수평제어," 한국자동차제어학술회의 논문집, pp. 1025~1030.
- (3) Doyle, J. C. and Stein, G., 1981, "Multivariable Feedback Design: Concepts for a classical/modern synthesis," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol AC-26, No. 2, pp. 4~16.
- (4) Youcef-Toumi, K. and Ito, O., 1990, "A Time Delay Controller for Systems with Unknown Dynamics," *ASME J. of Dyn. Meas. Control*.
- (5) Youcef-Toumi, K. and Reddy, S., 1992, "Dynamic Analysis and Control of High Speed and High Precision Active Magnetic Bearings," *ASME J. of Dyn. Meas. Control*, Vol. 114.
- (6) Liang, Y. J. and Looze, D. P., 1992, "Evaluation of Time-Delayed Uncertainty Cancellation Systems," *Proc. of the American Control Conference*, pp. 1950~1954.
- (7) 이정완, 장평훈, 1993, "단일입출력 계를 위한 TDC의 강인안정성을 위한 연구," 대한기계학회 추계학술대회.
- (8) Ohnishi, K., 1987, "A New Servo Method in Mechatronics," *Trans of JSEE*, Vol. 107-D, pp. 83~86.
- (9) Lee, H. S. and Tomizuka, M., "Design of Digital Tracking Controllers for High-Speed/High-Accuracy Positioning Systems," Submitted to *ASME J. of Dyn., Meas., Control*
- (10) Umeno, T. and Hori, Y., 1990, "Two Degree of Freedom Controllers for Robust Servomechanism," *IEEE Int. Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 47~56.
- (11) Umeno, T. and Hori, Y., 1991, "Robust Speed Control of DC Servomotors Using Modern Two Degrees-of-Freedom Controller Design," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 38, pp. 363~368.
- (12) Endo, S. and Tomizuka, M., 1993, "Robust Digital Tracking Controller Design for High-speed Positioning Systems," *Proc. of the American Control Conference*, pp. 2494~2498.
- (13) Hsia, T. C., 1989, "A New Technique for Robust Control of Servo System," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 36, pp. 1~7.
- (14) Packard, A. and Doyle, J. C., 1993, "The Complex Structured Singular Value," *Automatica*, Vol. 29, pp. 71~109.
- (15) Zames, G., 1966, "On the Input-Output Stability of Time Varying Nonlinear Feedback Sys-

- tems (Part 1, 2)," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 11, pp. 228~238 & 465~476.
- (16) Yao, W. H. and Tomizuka, M., 1993, "Robust Controller Design for a Dual-Stage Positioning System," *IECON*, pp. 62~66.