

<논 문>

회전하는 금속복합재료 혼합적층 원통셸의 진동해석

이영신* · 김영완**

(1995년 9월 29일 접수)

Vibration Analysis of the Rotating Hybrid Cylindrical Shells Laminated with Metal and Composite

Young-Shin Lee and Young-Wann Kim

Key Words : Hybrid Cylindrical Shell(혼합적층 원통셸), Bifurcation Phenomenon(분기현상), Centrifugal Force(원심력), Initial Excitation Amplitude(초기가진진폭)

Abstract

The linear/nonlinear vibration response of the rotating hybrid cylindrical shell with simply supported boundary condition is studied. The Ritz-Galerkin method is applied to obtain the nonlinear frequency equation, which excludes in-plane and rotatory inertia but includes bending-stretching coupling terms. The bifurcation phenomena for the linear frequency and the frequency ratio(nonlinear/linear frequency ratio) are presented. The hybrid cylindrical shells are composed of composite(GFRP, CFRP) and metal(aluminium, steel) with symmetric and antisymmetric stacking sequence. The effects of the Coriolis and centrifugal force are considered. The results also present the effects of length-to-radius ratio, radius-to-thickness ratio, the circumferential wave number, the stacking sequence, the material property, the initial excitation amplitude and the rotating speed. The present linear frequency results are compared with those of the available literature.

기 호 설 명

A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} : 적층재의 신장, 연성, 굽힘강성계수

($i, j=1, 2, 6$)

M_j : 각방향 합모멘트($j=x, \theta, x\theta$)

N_j : 각방향 합응력($j=x, \theta, x\theta$)

\tilde{N} : 회전에 의한 원주방향 인장응력

W_0 : 초기가진진폭

u, v, w : 각방향 변위

ε_i, χ_i : 중앙면에 대한 변형률 및 곡률

($i=x, \theta, x\theta$)

ω_L, ω_{NL} : 선형 및 비선형 각진동수

Ω : 회전속도

1. 서 론

회전하는 셸 구조물은 많은 산업구조물에 널리 이용되고 있어, 이에 대한 동적거동에 대해 많은 연구자들이 관심을 보였다. 회전하는 셸은 가스터빈 엔진의 로터(rotor) 시스템이나, 전기모터, 로터리 킬른, 원심분리기같은 기계장치류에 중요하게 응용되고 있으며, 이러한 시스템에 대하여 진동특성을 연구하는 것이 필요하다. 회전하는 셸 구조물들은 재료의 강도에 의해 설계된 속도보다 훨씬 더

*회원, 충남대학교 기계설계공학과

**충남대학교 대학원 기계설계공학과

낮은 속도에서 피로크랙을 유발하는 경우가 있다. 그러므로 이들 구조물은 신뢰성이나 안정성이 있는 구조물로 설계하기 위해서는 회전하는 원통셸의 진동해석이 필수적으로 요구된다. 한편 이런 구조물에 비강도, 비강성이 우수한 복합재료를 채용함으로써 구조물의 두께를 얇게 할 수 있으나, 동적환경에서 얇은 두께로 인해 구조물이 대진폭으로 진동하는 경우가 많이 발생된다. 따라서 이러한 구조물에 대해 선형해석만으로는 충분히 그 특성을 알 수가 없으므로 비선형해석을 수행하여야 한다. Bryan⁽¹⁾은 회전하는 구조물에 대해 처음으로 관심을 갖기 시작하여 이동모드(traveling wave)현상을 발견하였다. Macke⁽²⁾는 항공기 제트엔진의 전방 압축케이싱에 피로크랙을 유발하는 가스터빈 엔진 셸의 회전에 의한 이동모드(traveling wave) 현상을 연구하였으며, Srinivasan과 Lauterbach⁽³⁾는 끝단 경계조건이 무시된 긴 회전하는 원통셸의 진동을 연구하였으며, 그들은 축방향과 반경방향, 비틀림 하중으로 인한 좌굴항을 포함하는 이방성셸을 취급하였다. 김현실, 이영환⁽⁴⁾는 유한요소법에 의해 회전하는 얇은 축대칭 셸의 진동에 관한 연구를 하였다. Huang와 Soedel⁽⁵⁾은 회전하는 단순지지된 원통셸의 강제진동에 관한 연구를 하였다. Suzuki 등⁽⁶⁾은 회전하는 얇은 원통셸의 진동을 연구하였다. 또한, Chen 등⁽⁷⁾은 고속으로 회전하는 원통셸의 진동을 연구하였다. 최근에는 회전하는 시스템에 복합재료를 이용하게 되었으며, Igawa 등⁽⁸⁾은 전단변형이 존재하는 회전하는 적층된 복합재료 원통셸에 대한 진동해석을 수행하였다. 그리고 Lam⁽⁹⁾은 복합재료인 GFRP로 cross-ply 3층 적층된 회전하는 원통셸에 대해 Coriolis 및 원심효과를 고려하여 진동해석을 수행하였다. 한편, 현중섭⁽¹⁰⁾은 에너지법을 이용하여 cross-ply로 적층된 회전하는 원통셸에 대해 진동해석을 수행하였다. 그러나 이들 모두는 비선형성을 고려하지 않았으며 회전하는 구조물에 대한 비선형 진동해석 결과는 거의 찾아볼 수 없는 실정이다.

따라서, 본 연구는 회전하는 단순지지된 금속 및 복합재료 그리고 혼합적층 원통셸에 대한 비선형 진동해석을 수행하였다. 회전하는 원통셸의 비선형 진동해석을 위해 Ritz-Galerkin법을 이용하여 비선형진동수를 구할 수 있는 대수방정식을 유도하였으며, 해를 검증하기 위해 회전이 고려된 원통셸에 대해 Lam⁽⁹⁾의 선형진동수 결과와 비교하였다.

2. 수식화

본 연구에서 고려한 원통셸은 Fig. 1에서 보여주는 것처럼 반경 R , 일정두께 h 및 길이가 L 인 적층 원통셸이다. 셸의 중앙면에서 임의의 점 위치는 축방향좌표, 원주방향좌표, 반경방향의 좌표를 각각 x, θ, z 로 표시하였으며, 좌표계의 원점은 원통셸의 끝단에 위치한다.

회전하는 원통셸을 해석하기 위하여 얇은 셸이론을 사용하였으며, 원통셸의 중앙면에서 z 만큼 떨어진 곳의 변형률은 von Karman형 비선형 변형률-변위 관계식으로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x^0 &= u, x + 1/2 w, x^2 \\ \epsilon_\theta^0 &= (v, \theta + w)/R + 1/2 w, \theta^2/R^2 \\ \epsilon_{x\theta}^0 &= u, \theta/R + v, x + w, xw, \theta/R \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \chi_x &= -w, xx \\ \chi_\theta &= -(w, \theta\theta - v, \theta)/R^2 \\ \chi_{x\theta} &= -2(w, x\theta - v, x)/R \end{aligned} \quad (1b)$$

여기서, (,)는 공간상의 미분을 나타내며, $\epsilon_x^0, \epsilon_\theta^0, \epsilon_{x\theta}^0$ 는 셸중앙면에서의 각 방향에 대한 변형률이며 $\chi_x, \chi_\theta, \chi_{x\theta}$ 는 중앙면의 곡률변화이다. 그리고 u, v, w 는 중앙면에서의 축방향, 원주방향 및 반경방향 변위이다.

한편, 고려된 적층셸에 대한 구성방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ - \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & | & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & | & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & | & 0 & 0 & B_{66} \\ - & - & - & - & - & - & - \\ B_{11} & B_{12} & 0 & | & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & | & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & | & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_{x\theta} \\ - \\ \chi_x \\ \chi_\theta \\ \chi_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, N_j, M_j 는 각각 합응력 및 합모멘트이며, 계수 A_{ij}, B_{ij} 및 D_{ij} 는 각각 신장강성계수, 신장-굽힘연성강성계수 및 굽힘강성계수로 다음과 같이 정의된다.

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \sum_{k=1}^{N_L} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (1, z, z^2)(\bar{Q}_{ij})_k dz \quad (i, j=1, 2, 6) \quad (3)$$

여기서, z_k, z_{k-1} 는 중앙면에서 k 번째층의 상단 및

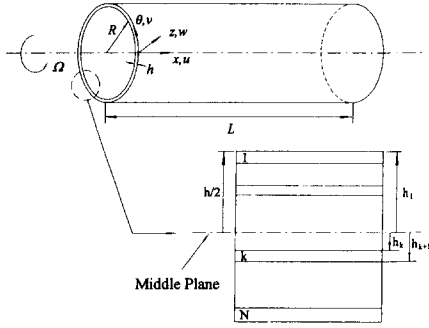


Fig. 1 Coordinate system and structure of laminated cylindrical shell

하단까지의 거리이다.

셸이 길이방향축(x축)에 대해 일정한 속도 Ω 로 회전한다고 가정하면, 이러한 회전셸에 대한 운동방정식은 셸구조물의 요소가 회전에 의해 원심력이 발생되며 이로 인한 응력은 원주방향 인장응력만이 존재하며, 이 때의 원주방향 인장응력은 다음과 같다.

$$\hat{N} = \rho_t \Omega^2 R^2, \quad \rho_t = \sum_{k=1}^N \rho_k h_k \quad (4)$$

여기서, h_k 및 ρ_k 는 k 번째 층에서의 두께 및 밀도이다.

그리고 원주방향 인장응력에 의해 발생하는 각방향의 변위는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} u_0 &= -\frac{\rho_t \Omega^2 R^2 x}{A_{12}} \\ v_0 &= 0 \\ w_0 &= \frac{\rho_t \Omega^2 R^3}{A_{22}} \end{aligned} \quad (5)$$

그리고 회전하는 원통셸에 대한 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L_1(u, v, w) + \rho_t u, u = 0 \quad (6a)$$

$$L_2(u, v, w) + \rho_t (v, \ddot{u} + 2\Omega w, \dot{v} - \Omega^2 v) = 0 \quad (6b)$$

$$L_3(u, v, w) + \rho_t (w, \ddot{u} - 2\Omega v, \dot{w} - \Omega^2 w) = 0 \quad (6c)$$

여기서, 미분연산자 L_1, L_2, L_3 는 다음과 같다.

$$L_1(u, v, w) = N_{x,x} + N_{\theta,x}/R + \hat{N}(u, \theta\theta/R^2 - w, x/R) \quad (7a)$$

$$L_2(u, v, w) = N_{x\theta,x} + N_{\theta,\theta}/R + M_{x\theta,x}/R + M_{\theta,\theta}/R^2 + \hat{N}u, x\theta/R \quad (7b)$$

$$\begin{aligned} L_3(u, v, w) &= M_{x,xx} + 2M_{x\theta,x\theta}/R + M_{\theta,\theta\theta}/R^2 \\ &\quad - N_{\theta}/R + (N_x w, x), x \\ &\quad + (N_{\theta} w, \theta), \theta/R^2 \\ &\quad + (N_x \theta w, \theta), x/R \\ &\quad + (N_x \theta w, x), \theta/R \\ &\quad + \hat{N}(w, \theta\theta - v, \theta)/R^2 \end{aligned} \quad (7c)$$

고려된 경계조건은 양단 단순지지조건으로 다음과 같이 $x=0, L$ 에서 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} v(x, \theta, t) = w(x, \theta, t) &= 0 \\ M_x(x, \theta, t) = N_x(x, \theta, t) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

회전하는 원통셸의 경계조건식 (8)를 만족하고, 회전효과를 포함할 수 있는 변위식을 가정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \lambda x \\ &\quad \cdot [U_1(t) \cos n\theta - U_2(t) \sin n\theta] \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} v(x, \theta, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \lambda x \\ &\quad \cdot [V_1(t) \sin n\theta + V_2(t) \cos n\theta] \end{aligned} \quad (9b)$$

$$\begin{aligned} w(x, \theta, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \lambda x \\ &\quad \cdot [W_1(t) \cos n\theta - W_2(t) \sin n\theta] \end{aligned} \quad (9c)$$

where, $\lambda = m\pi/L$

여기서, 진폭에 대한 하첨자 (1, 2)는 각각 전진파와 후퇴파를 표현하기 위한 것이다. 여기서, 후퇴파(backward wave)는 반시계방향으로 회전하는 동안 발생하는 진동수이고, 전진파(forward)는 시계방향으로 회전하는 동안 발생하는 진동수이다.

가정된 변위식 (9)을 각각의 운동방정식에 대입하여 정리하면, 아래와 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$F_1 U_1 + F_2 V_1 + F_3 W_1 - \rho_t \dot{U}_1 = 0 \quad (10a)$$

$$F_1 U_2 + F_2 V_2 + F_3 W_2 - \rho_t \dot{U}_2 = 0 \quad (10b)$$

$$F_4 U_1 + F_5 V_1 + F_6 W_1 + 2\rho_t \Omega \dot{W}_2 - \rho_t \dot{V}_1 = 0 \quad (10c)$$

$$F_4 U_2 + F_5 V_2 + F_6 W_2 - 2\rho_t \Omega \dot{W}_1 - \rho_t \dot{V}_2 = 0 \quad (10d)$$

$$\begin{aligned} F_7 U_1 + F_8 V_1 + F_9 W_1 + F_{10} W_1 \dot{W}_2^2 + F_{11} W_1^3 \\ - 2\rho_t \Omega \dot{V}_2 - \rho_t \dot{W}_1 = 0 \end{aligned} \quad (10e)$$

$$\begin{aligned} F_7 U_2 + F_8 V_2 + F_9 W_2 + F_{10} W_2 \dot{W}_1^2 + F_{11} W_2^3 \\ + 2\rho_t \Omega \dot{V}_1 - \rho_t \dot{W}_2 = 0 \end{aligned} \quad (10f)$$

여기서, 각 계수 F_i 들은 재료물성 및 기하형상 등

으로 이루어졌으며 자세하게 부록 A에 제시되었다.

한편 선형 및 비선형 진동해석을 수행하기 위해서는 유도된 연립방정식 (10)을 본 연구에서는 Ritz-Galerkin법을 이용하여 계산하였다. 먼저 식 (10a~d)에서 내평면관성의 영향을 무시하면, U 와 W , V 와 W 의 관계식을 얻을 수 있으며, 이를 식 (10e), (10f)에 각각 대입하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$H_1 = \ddot{W}_1 + \alpha W_1 + \beta \dot{W}_2 + \gamma W_1 W_2^2 + \delta W_1^3 = 0 \quad (11a)$$

$$H_2 = \ddot{W}_2 + \alpha W_2 - \beta \dot{W}_1 + \gamma W_2 W_1^2 + \delta W_2^3 = 0 \quad (11b)$$

여기서, 각 계수는 부록 B에 제시되었다.

Ritz-Galerkin법을 수행하기 위해 진폭 $W_1(t)$, $W_2(t)$ 를 다음과 같이 일항근사를 이용하며 $W_1(t)$, $W_2(t)$ 의 초기진폭은 서로 같으며 위상차를 표현하기 위해 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} W_1(t) &= W_0 \cos \omega t \\ W_2(t) &= W_0 \sin \omega t \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, W_0 는 초기가진진폭이다. 한편 식 (12)을 식 (11a, b)에 대입하여 정리하면 두 식이 서로 같은 결과로 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} H &= (-\omega^2 + \alpha + \beta\omega) W_0 \cos \omega t + \gamma W_0^3 \cos \omega t \sin^2 \omega t \\ &+ \delta W_0^3 \cos^3 \omega t = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

한편 Ritz-Galerkin법⁽¹¹⁾은 다음 조건을 만족해야 한다.

$$\int_0^\tau H \frac{dH}{dW} dt = 0 \quad (14)$$

여기서, τ 는 주기이다.

2.1 선형 자유진동해석

선형해석을 위해 식 (13)에서 선형항인 $(-\omega^2 + \alpha + \beta\omega) = 0$ 에 대해 두 개의 근을 구하면 전진파 및 후퇴파에 대한 선형 고유진동수가 된다. 따라서 선형진동수 ω_L 는 다음과 같이 전진파 및 후퇴파진동수를 각각 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega_{Lb} &= (\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha})/2 \\ \omega_{Lr} &= (\beta - \sqrt{\beta^2 + 4\alpha})/2 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, 아래첨자 (f , b)는 각각 전진파 및 후퇴파

를 나타내며, 하나는 양의 고유값을 갖고, 또 다른 하나는 음의 고유값을 갖는다. 양의 고유값은 회전하는 원통셸의 후퇴파(backward wave)에 해당되며, 음의 고유값은 전진파(forward wave)에 해당된다. 회전속도 $\Omega=0$ 일 때, 계수 $\beta=0$ 가 되어 이러한 두 개의 진동모드들은 동일하며, 그 거동은 실린더에 대하여 정현파(standing wave)처럼 존재한다. 일단 회전이 시작되면 이러한 정현파는 두 개로 분리가 되어 회전방향에 따라 전진파와 후퇴파가 결정된다.

2.2 비선형 자유진동해석

식 (11)에 대해 Ritz-Galerkin법 식 (14)을 수행하면 다음과 같은 비선형 진동수 ω_{NL} 에 대한 4차 대수방정식이 만들어진다.

$$\omega_{NL}^4 + \eta_1 \omega_{NL}^3 + \eta_2 \omega_{NL}^2 + \eta_3 \omega_{NL} + \eta_4 = 0 \quad (16)$$

여기서, 대수방정식의 각 계수 $\eta_i (i=1\sim 4)$ 는 부록 C에 자세히 설명되었다. 4차 대수방정식 (16)를 Bairstow법⁽¹²⁾을 이용하여 수치적으로 계산하여 초기가진진폭 W_0 에 따른 각각 전진파 및 후퇴파에 대한 비선형 진동수를 구할 수 있으며, 대수방정식의 해에서 각각의 부호에 대해 가장 작은 고유값을 선택하면 구하고자 하는 진동수가 된다.

3. 수치결과 및 토의

본 해석의 검증을 위해 Lam⁽⁹⁾이 제시한 복합재료로 cross-ply 3적층된 회전하는 원통셸에 대한 결과와 비교하였다. 적층방법은 $[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ 이며,

Table 1 Material properties and stacking sequence for the GFRP composite laminated cylindrical shell (Lam⁽⁹⁾)

Layer	Fiber orientation	h(mm)	Material properties
Inner	90°	h/3	$E_1/E_2=2.5$
Middle	0°	h/3	$E_2=7.6$ GPa
Outer	90°	h/3	$G_{12}=4.1$ GPa
			$\nu_{12}=0.26$
			$\rho=1643$ kg/m ³

$h=2$ mm

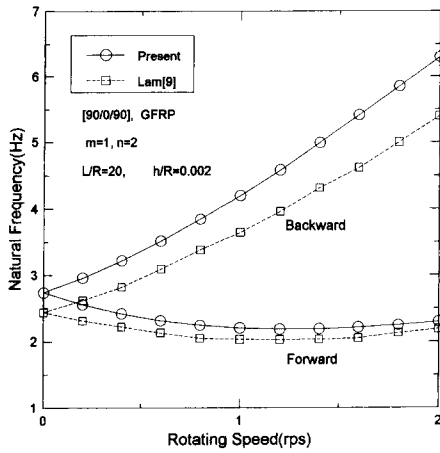


Fig. 2 Comparison of frequency for a laminated composite cylindrical shell ($m=1, n=2, L/R=20, h/R=0.002$)

사용된 복합재료는 GFRP로 물성과 적층방법을 Table 1에 제시하였다.

Fig. 2에서는 길이 대 반경비 L/R 은 20이고, 두께 대 반경비 h/R ($h=2\text{ mm}$)는 0.002인 셸에 대해 1차모드가 나타나는 길이방향반파수 $m=1$, 원

Table 2 The used material properties for the hybrid cylindrical shells

Material property	CFRP	Alumunium	Steel
E_1/E_2	24.0	1.0	1.0
E_2	7.20 GPa	71.0 GPa	200 GPa
G_{12}	3.76 GPa	27.6 GPa	75.2 GPa
ν_{12}	0.28	0.33	0.33
ρ	1300 kg/m ³	2600 kg/m ³	7800 kg/m ³

주방향반파수 $n=2$ 일 때의 선형진동수를 도기한 것이다. 그림에서처럼 후퇴파 진동수에 대해 회전속도가 증가할수록 서로간의 차이는 커지며 전진파 진동수에 대해서는 차이가 거의 일정하게 나타났다. 이 때 최대차이는 후퇴파 진동수에 대해서는 약 10%, 전진파 진동수에 대해서는 7% 정도 본 해석과정에서 내평면과 회전관성을 무시하였기 때문에 나타나는 현상으로 판단된다.

한편, 본 연구에서 사용된 복합재료는 앞에서 제

Table 3 The first linear frequencies for the rotating isotropic, composite and hybrid cylindrical shell ($m=1, L/R=4, h/R=0.002, \Omega=5\text{ rps}$)

Stacking sequence (total thickness : 2 mm)	Material	Mass(kg)	Radial disp.(mm)	Frequency(Hz)	
				Backward	Forward
Isotropic					
	Steel	392.1	0.034	35.19(5)	31.17(5)
	Aluminium	130.7	0.032	35.72(5)	31.69(5)
Unidirectional composite					
[0]	GFRP	82.6	0.208	29.64(5)	25.63(4)
[0]	GFRP	65.4	0.177	39.95(6)	36.62(6)
Antisymmetric composite					
[0/90] ₄	GFRP	82.6	0.119	27.94(4)	22.92(4)
[0/90] ₄	GFRP	65.4	0.014	41.74(5)	37.75(5)
Hybrid composite					
[Al ₂ /(0/90) ₂ /Al ₂]	GFRP	106.6	0.045	34.32(5)	30.30(5)
[Al ₂ /(0/90) ₂ /Al ₂]	GFRP	98.0	0.023	39.15(5)	35.15(5)

(*) : Circumferential half wave number, N

시한 GFRP와 CFRP, 알루미늄 및 강(steel)으로 그의 재료물성은 Table 2와 같다. 여기서, 고려된 복합재료에 대한 재료물성비(E_1/E_2)는 GFRP에 대해 2.5이고, CFRP는 24.0의 물성비를 갖으며, 이는 진동수에 매우 크게 작용한다.

등방성재료인 금속 원통셸, 복합재료로 단일적층된 원통셸 및 혼합적층 원통셸에 대한 1차 고유진동수를 Table 3에 제시하였다. 이 때 고려된 회전속도는 5 rps이고, 길이 대 반경비는 4이며, 두께 대 반경비는 0.002이다. 표에 제시된 것처럼 일방향적층 복합재료 원통셸의 경우 GFRP에 대해 진동수가 금속재보다 낮게 나타났으며, CFRP에 대해서는 금속재보다 약간 높은 진동수를 갖으나, 회전에 의한 변위는 금속에 비해 매우 크게 나타났다. 일방향 적층인 경우에는 단지 무게만을 줄일 수 있다는 장점만이 있으며, 이를 적층각 0° , 90° 의 cross-ply로 역대칭적층을 하면, GFRP는 일방향적층보다 작은 진동수를 갖으나, CFRP의 경우에는 진동수가 커지는 경향을 보였으며, 회전에 의한 변위도 일방향 적층보다 매우 작게 나타났다. 그러나 GFRP인 경우는 역대칭적층을 시켜도 금속재보다는 진동수나, 변위에서도 별다른 효과를 나타내지 않는다. 이를 금속재료인 알루미늄과 역대칭 복합재료를 혼합적층하면, GFRP 혼합적층인 경우 금속인 순수알루미늄셸인 경우의 중량보다 가볍고 순수 GFRP 복합재료셸보다는 무거우나 반경방향의 변위를 줄일 수 있으며, 진동수도 높일 수

있는 효과가 있다. 그리고 CFRP 혼합적층인 경우에는 순수복합재료셸의 진동수를 유지할 수 있으며, 변위도 어느 정도 작은 값을 갖는 효과를 얻을 수 있다.

Fig. 3에서는 알루미늄과 복합재료로 혼합적층된 원통셸에 대해 1차 진동모드가 나타나는 $m=1$, $n=4$ 모드와 $L/R=8$, $h/R=0.002$ 인 경우의 선형해석결과중 후퇴파에 대한 결과를 제시하였다. 적층방식은 외벽을 금속재인 알루미늄으로 덮고, 내부를 복합재료로 $[0^\circ/90^\circ]_2$ 대칭적층 및 $[0^\circ/90^\circ]_2$ 역대칭적층으로 하였을 경우 역대칭적층이 대칭적

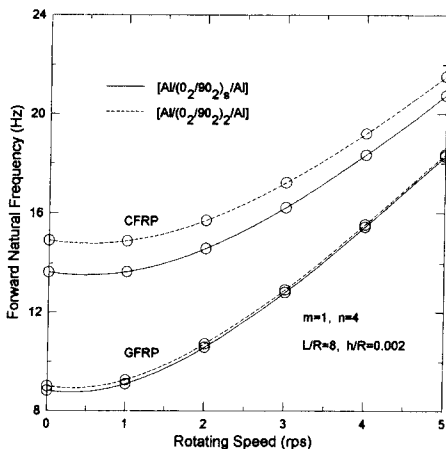


Fig. 3 The linear frequency for the rotating hybrid cylindrical shells ($m=1$, $n=4$, $L/R=8$, $h/R=0.002$)

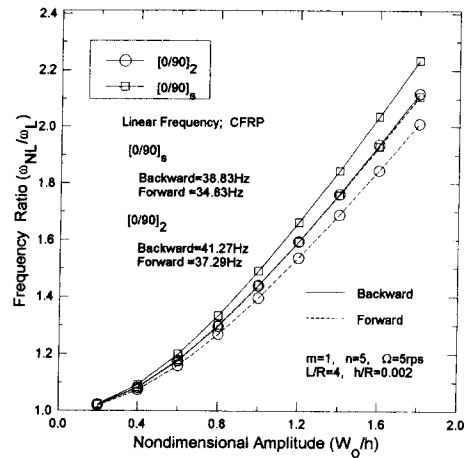


Fig. 4 Frequency ratio for the rotating laminated composite cylindrical shells for $[0^\circ/90^\circ]_s$ and $[0^\circ/90^\circ]_2$ stacking sequence ($m=1$, $n=4$, $L/R=4$, $h/R=0.002$, $\Omega=5$ rps)

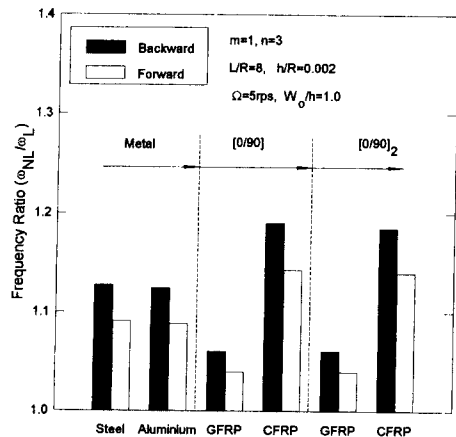


Fig. 5 Vibration results for the metal and antisymmetric laminated composite cylindrical shells ($m=1$, $n=5$, $L/R=4$, $h/R=0.002$, $\Omega=60$ rps)

층보다 큰 진동수를 나타냈으며, 내부의 복합재료를 물성비가 큰 CFRP로 하였을 경우가 비교적 물성비가 작은 GFRP로 하였을 경우 보다 큰 진동수를 갖는다. 그리고 회전속도가 커지면, 그림에서처럼 적층방법이나 재료물성에 관계없이 같은 진동모드와 같은 회전속도에서는 거의 같은 진동수로 접근함을 예측할 수 있다.

Fig. 4에서는 CFRP로 $[0^\circ/90^\circ]_s$ 대칭적층 및 $[0^\circ/90^\circ]_2$ 역대칭적층된 단일재료 원통셸에 대해 회전속도=5 rps로 회전할 때 1차 진동모드인 $m=1, n=5$ 에서 무차원화된 초기가진진폭(W_0/h) 변화에 따른 비선형성을 도시한 것이다. 고려된 길이 대 반경비 $L/R=4$ 이고, 두께 대 반경비 $h/R=0.002$ 이다. 여기서, 진동수비는 비선형진동수 대 선형진동수(ω_{NL}/ω_L)로 초기가진진폭이 커짐에 따라 비선형성도 증가하고 있으며, 같은 가진진폭에 대해 대칭적층이 역대칭적층보다 큰 비선형성을 갖는다. 한편 후퇴파에 대한 비선형성이 전진파에 대한 비선형성보다 크게 나타났으며, 앞의 혼합적층에서도 나타난 것처럼 역대칭적층이 대칭적층보다 큰 선형진동수를 갖는다.

한편, 금속재료 셸 및 $[0^\circ/90^\circ], [0^\circ/90^\circ]_2$ 역대칭적층되고, $L/R=8, h/R=0.002$ 인 원통셸이 진동모드 $m=1, n=3$ 에서 $\Omega=5$ rps로 회전을 할 때, 초기가진진폭 $W_0/h=1.0$ 에 대해 단일재료 원통셸에 대한 비선형 거동을 Fig. 5에 제시했다. 그림에서처럼 다른 재료에 비해 GFRP 복합재료셸이 가장 작은 비선형성을 나타내고 있으며, CFRP 원통셸이 가장 큰 비선형성을 보여준다. 여기서, CFRP의 재료물성비가 GFRP보다 크기 때문에 나타나는 현상으로 물성비가 비선형성에 민감하게 작용함을 알 수 있다. 그리고 금속재료 원통셸에서 강으로 만들어진 셸이 알루미늄셸보다 큰 비선형성을 보였으며, 복합재료셸에서 역대칭 2적층된 셸이 역대칭 4적층된 셸보다 큰 비선형성을 나타내고 있다.

한편 Fig. 6에서는 대칭적층 원통셸에 대해 혼합적층, [금속/복합재료]_s인 경우와 단일복합재료 적층인 경우에 대한 비선형성을 보여준다. 그림에서처럼 선형진동수는 적층방법과 재료물성에 관계없이 각 방향진동수에 대해 같은 값을 갖는다. 이는 셸이 60 rps의 속도로 고속으로 회전하기 때문에 나타나는 현상으로 고속에서의 선형진동수는 재료물성이나 적층방법에 의한 영향보다는 회전속도에

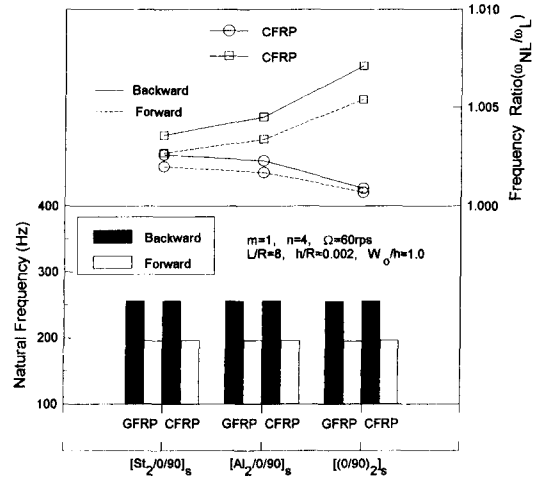


Fig. 6 Vibration results for the symmetric laminated hybrid and composite cylindrical shells($m=1, n=4, L/R=8, h/R=0.002, W_0/h=1.0, \Omega=60$ rps)

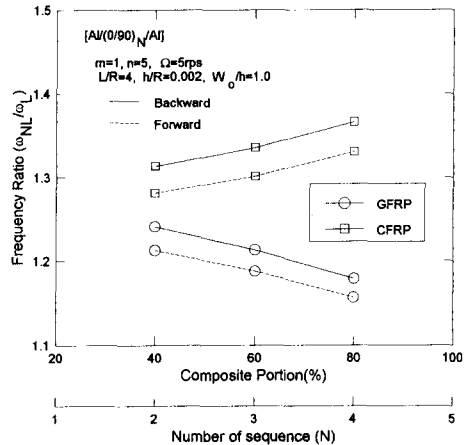


Fig. 7 The effect of composite portion for $[Al/(0^\circ/90^\circ)N/Al]$ hybrid cylindrical shells($m=1, n=5, L/R=4, h/R=0.002, W_0/h=1.0, \Omega=5$ rps)

의한 영향이 더욱 크게 작용한다는 것을 알 수 있다. 한편 비선형진동수는 내부의 복합재료를 CFRP로 하였을 경우 외부의 금속적층을 강으로 하면 알루미늄으로 하는 것보다 작은 진동수를 갖으며, 복합재료만으로 대칭적층하였을 경우가 가장 큰 비선형성을 갖는다. 그러나 내부의 복합재료를 GFRP로 하였을 경우는 CFRP 적층인 경우와는 반대의 경향을 갖는다. 이는 복합재료의 물성비의 영향으로 나타나는 현상이다.

Fig. 7에서는 $[Al/(0^\circ/90^\circ)_n/Al]$ 혼합적층 원통셸에 대해 복합재료의 적층층에 따른 진동결과를 제시하였다. 이 때 진동모드는 $m=1$, $n=5$ 이고 $L/R=8$, $h/R=0.002$ 이다. 그림에서처럼 GFRP 복합재료에 대해서는 복합재료의 양이 많을수록 비선형성은 감소를 하나, CFRP에 대해서는 반대로 비선형성이 증가하는 결과를 보여주는데, 이는 CFRP 복합재료가 비선형성이 금속재보다 크기 때문이고, 섬유방향 탄성계수 E_1 이 매우 작은 GFRP 복합재료인 경우는 반대로 금속재보다 비선형성이 작기 때문에 나타나는 현상이다.

Fig. 8에서는 길이방향의 반파수 $m=1$ 이고, 원주방향의 반파수 변화에 따른 비선형 거동을 나타내고 있다. 이 때 고려된 길이 대 반경비 $L/R=8$ 이고, 두께 대 반경비는 0.002이며, 회전속도는 10 rps이다. 선형진동수는 회전을 고려하지 않은 셸에서 나타나는 것처럼 반파수의 증가에 따라 초기 작은 반파수에 대해서는 감소를 하다가 다시 증가하는 거동을 하며, 반파수가 커지면 후퇴파와 전진파간의 진동수가 거의 같아지고 있다. 한편 비선형성은 반파수의 증가에 따라 비선형성도 증가를 하며, 큰반파수에서의 후퇴파 및 전진파간의 비선형차는 거의 같은 수준을 유지한다.

한편 실린더의 길이 대 반경비의 영향을 Fig. 9에 제시하였다. 이 때 적층방법은 CFRP로 $[Al/(0_2^\circ/90_2^\circ)_2/Al]$ 혼합적층을 하였으며, 고려된 회전속도는 5 rps이고, 원주방향 반파수 $n=5$ 에서의 결과

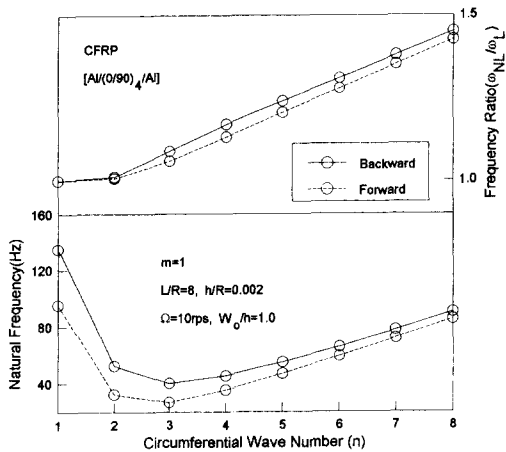


Fig. 8 The effect of circumferential wave number for $[Al/(0^\circ/90^\circ)_4/Al]$ hybrid cylindrical shells ($m=1$, $L/R=8$, $h/R=0.002$, $W_0/h=1.0$, $\Omega=10$ rps)

이다. 길이 대 반경비가 커지면, 즉 길이가 길면 비선형성은 증가를 하나 L/R 이 어느 이상이 되면 거의 같은 비선형성을 갖는다. 한편 축방향 반파수 m 이 큰 경우가 큰 비선형성을 나타내고 있으며, 비선형성에 대한 변곡점이 반파수가 작은 경우에 작은 L/R 비에서 나타나며, 큰 반파수에 대해서는 L/R 비가 큰 곳에서 변곡이 일어난다. 선형진동에서는 길이 대 반경비의 증가에 따라 진동수는 감소를 하며, 비선형 거동에서도 나타난 것처럼 길이 대 반경비가 어느 이상이 되면 거의 같은 진동수를 나타낸다. 그리고 길이방향의 반파수 m 이 커질수

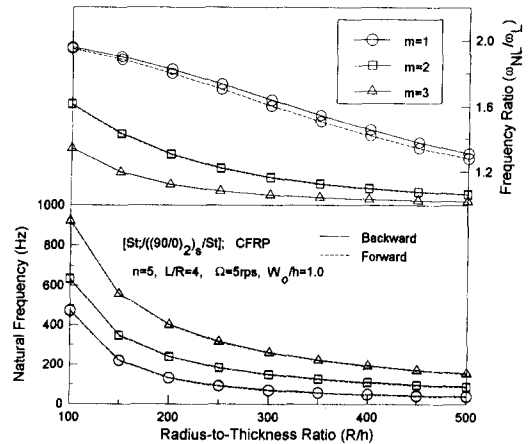


Fig. 9 The effect of length-to-radius ratio for $[Al/(0_2^\circ/90_2^\circ)_2/Al]$ hybrid cylindrical shells ($n=5$, $L/R=4$, $h/R=0.002$, $W_0/h=1.0$, $\Omega=5$ rps)

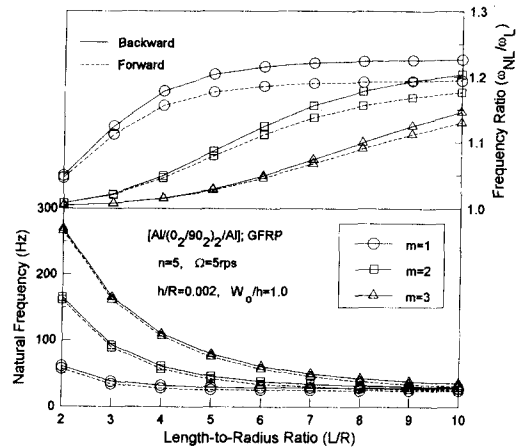


Fig. 10 The effect of radius-to-length ratio for $[St/(90^\circ/0^\circ)_2]$ hybrid cylindrical shells ($n=5$, $L/R=4$, $h/R=0.002$, $W_0/h=1.0$, $\Omega=5$ rps)

록 비선형성은 감소를 하나, 선형진동수는 증가를 한다.

그리고 Fig. 10에서는 CFRP로 $[St/(90^\circ/0^\circ)_2]$ 혼합대칭적층을 하였으며, 고려된 회전속도는 5 rps이고, 원주방향 반파수 $n=5$ 모드에서의 반경대 두께비의 변화에 따른 비선형 진동거동을 나타냈다. 그림에서처럼 반경대 두께비가 클수록 비선형성은 감소를 하며, 축방향의 반파수가 클수록 비선형성이 급격히 감소를 하나, 특정한 비에 가서는 거의 같은 비선형성을 갖는다. 한편 선형진동인 경우 반경대 두께비가 증가를 하면 진동수가 급격히 감소를 하나, 그 이상이 되면 거의 진동수변화는 없으나, $m=3$ 모드에서는 진동수가 감소를 하다가 다시 증가하는 거동을 한다.

4. 결 론

Cross-ply 복합재료 및 금속재로 혼합적층된 회전하는 복합재료 원통셸에 대해 선형 및 비선형 진동해석을 수행한 결과, 일반적으로 혼합적층을 함으로써 진동수를 순수복합재료에서 나타날 수 있는 진동수를 유지하거나 그 이상을 얻을 수 있었으며, 회전에 의한 변위도 충분히 작은 값을 얻을 수 있었다. 혼합적층에 대한 몇 가지 결론을 선형해석 및 비선형 해석에 대해 다음과 같이 정리할 수 있다.

4.1 선형 해석결과

원통셸에 대해 후퇴파 진동수가 전진파 진동수보다 큰 진동수를 갖는다. 그리고 회전속도가 증가할수록 진동수는 후퇴파에 대해서는 증가를 하며 전진파에 대해서는 감소를 하다가 다시 증가하는 거동을 한다. 그리고 원주방향 반파수가 증가함에 따라 전진파 및 후퇴파간의 진동수차는 줄어들어 큰 원주방향 반파수에서는 거의 같은 진동수를 갖는다. 재료물성비(E_1/E_2) 즉, 직교이방성매개변수가 클수록 진동수는 크게 나타나며, 역대칭적층이 대칭적층보다 큰 진동수를 갖는다. 한편 셸의 길이 대 반경비(L/R)의 증가에 따라 진동수는 급격히 감소하며, L/R 비가 어느 이상이 되면 거의 일정한 진동수를 유지하고, 반경대 두께비의 변화에 따른 거동도 R/h 의 증가에 따라 진동수는 급격히 감소를 하다가 다시 서서히 증가를 하나 그 변화는 매우 미세하다. 한편 회전속도가 크면 재료물성이나

적층방법 등에 관계없이 선형진동수는 같은 모드, 같은 회전속도에 대해서 거의 같은 값을 갖는다.

4.2 비선형 해석결과

같은 회전속도에 대해서 초기가진 진폭이 클수록 비선형성은 증가를 하며, 후퇴파 진동수에 대한 비선형성이 전진파 진동수에 대한 비선형성보다 크고, 대칭적층인 경우가 역대칭적층인 경우에 비해 비선형성이 크다. 한편 재료물성비(E_1/E_2)가 클수록 비선형성이 크게 나타나며, 원주방향의 반파수가 커질수록 비선형성은 증가를 하며, 큰 반파수에 대해서는 비선형성이 매우 민감하게 반응을 한다. 그러나 축방향 반파수에 대해서는 원주방향 반파수에서 나타난 결과와는 반대로 비선형성이 감소를 한다. 한편 혼합적층에서 복합재료의 양이 많아지면, 재료물성비의 영향으로 GFRP 혼합적층인 경우에는 비선형성이 감소를 하나, CFRP 혼합적층인 경우에는 비선형성이 증가를 한다. 그리고 반경대 두께비의 증가에 따라 비선형성은 감소를 하고, 원통셸의 길이 대 반경비가 커지면 비선형성은 증가를 하나 어느 이상이 되면 비선형성은 일정한 수준을 유지한다.

후 기

본 연구는 한국학술진흥재단 자유공모과제(01-E-0297)로서 수행되었으며, 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) Bryan, G.H., 1890, "On the Beats in the Vibrations of a Revolving Cylinder or Bell," *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 101~111.
- (2) Macke, H. J., 1966, "Travelling-Wave Vibration of Gas Turbine Engine Shells," *Trans. of ASME, J. of Engineering for Power*, Vol. 88, No. 2, pp. 179~187.
- (3) Srinivasan, A. V. and Lauterbach, G. F., 1971, "Travelling Waves in Rotating Cylindrical Shells," *Trans. of ASME, J. of Engineering for Industry*, Vol. 93, No. 4, pp. 1229~1231.
- (4) Kim, H. S. and Lee, Y. H., 1985, "Vibration Analysis of Rotating Thin Shells of Revolution

- by Finite Element Methods," *Trans. of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 9, No. 4, pp. 487~496.
- (5) Huang, S. C. and Soedel, W., 1988, "On the Forced Vibration of Simply Supported Rotating Cylindrical Shells," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 84, No. 1, pp. 275~285.
- (6) Suzuki, K., Takahashi, R. and Kosawada, T., 1991, "Analysis of Vibrations of Rotating Thin Circular Cylindrical Shells," *JSME Int. J.*, Series III, Vol. 34, No. 1, pp. 19~25.
- (7) Chen, Y., Hao, H. B. and Shen, Z. P., 1993, "Vibrations of High Speed Rotating Shells with Calculations for Cylindrical Shells," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 160, No. 1, pp. 137~160.
- (8) Igawa, H., Saito, T. and Endo, M., 1993, "Free Vibration of Rotating Anisotropic Shells of Revolution," *JSME Trans Series C*, Vol. 59, No. 566, pp. 3052~3057.
- (9) Lam, K. Y. and Loy, C. T., 1994, "On Vibrations of Thin Rotating Laminated Composite Cylindrical Shell," *Composites Engineering*, Vol. 4, No. 11, pp. 647~663.
- (10) 현중섭, 1995, "회전하는 단순지지된 복합재료 원통셸의 진동해석," 석사학위논문, 충남대학교.
- (11) Thomson, W. T., 1988, *Theory of Vibration with Applications*, 3rd Ed., Prentice-Hall, Inc..
- (12) Press, W. H., et al, 1992, "Numerical Recipes in Fortran," USA, Cambridge University Press.

부 록 A

식 (10)에서의 계수 F_i 는 다음과 같이 정의된다.

$$F_1 = -\lambda^2 A_{11} - n^2/R^2 A_{66} - \rho_i n^2 \Omega^2 \quad (A1)$$

$$F_2 = \lambda n(A_{12} + A_{66})/R + \lambda n(B_{12} + 2B_{66})/R^2 \quad (A2)$$

$$F_3 = \lambda^3 B_{11} + \lambda n^2(B_{12} + 2B_{66})/R^2 + \lambda A_{12}/R - \lambda \rho_i \Omega^2 R \quad (A3)$$

$$F_4 = \lambda n(A_{12} + A_{66})/R + \lambda n(B_{12} + B_{66})/R^2 + \lambda n \rho_i \Omega^2 R \quad (A4)$$

$$F_5 = -n^2 A_{22}/R^2 - \lambda^2 A_{66} - 2n^2 B_{22}/R^3 - 3\lambda^2 B_{66}/R - n^2 D_{22}/R^4 - 2\lambda^2 D_{66}/R^2 + \rho_i \Omega^2 \quad (A5)$$

$$F_6 = -n^3 D_{22}/R^4 - (n + n^3)B_{22}/R^3 - nA_{22}/R^2 - \lambda^2 n(D_{12} + 2D_{66})/R^2 - \lambda^2 n(B_{12} + 2B_{66})/R \quad (A6)$$

$$F_7 = \lambda^3 B_{11} + \lambda n^2(B_{12} + 2B_{66})/R^2 + \lambda A_{12}/R \quad (A7)$$

$$F_8 = -n^3 D_{22}/R^4 - (n + n^3)B_{22}/R^3 - nA_{22}/R^2 - \lambda^2 n(D_{12} + 4D_{66})/R^2 - \lambda^2 n(B_{12} + 2B_{66})/R + \rho_i n \Omega^2 \quad (A8)$$

$$F_9 = -\lambda^4 D_{11} - n^4 D_{22}/R^4 - 2n^2 B_{22}/R^3 - A_{22}/R^2 - 2\lambda^2 n^2(D_{12} + 2D_{66})/R^2 - 2\lambda^2 B_{12}/R - \rho_i \Omega^2(n^2 - 1) \quad (A9)$$

$$F_{10} = -9/32\{\lambda^4 A_{11} + n^4/R^4 A_{22} + 2/9(\lambda n/R)^2(A_{12} + 2A_{66})\} \quad (A10)$$

$$F_{11} = F_{10} \quad (A11)$$

부 록 B

식 (11)에서의 계수 α , β , γ , δ 는 다음과 같다.

$$\alpha = \left(F_9 + \frac{F_3 F_5 F_7 - F_2 F_6 F_7 + F_1 F_6 F_8 - F_3 F_4 F_8}{F_2 F_4 - F_1 F_5} \right) / A = \omega_0^2 \quad (B1)$$

$$\beta = \left\{ \frac{2\Omega(F_1 F_8 - F_2 F_7 - F_1 F_6 - F_3 F_4)}{F_2 F_4 - F_1 F_5} \right\} / A \quad (B2)$$

$$\gamma = F_{10}/A \quad (B3)$$

$$\delta = F_{11}/A \quad (B4)$$

여기서,

$$A = 1 - 4\Omega^2 F_1 / (F_4^2 - F_1 F_2)$$

ω_0 는 회전을 고려하지 않았을 때 원통셸에 대한 고유진동수이다.

부 록 C

식 (16)에서 이용된 계수 η_i 는 다음과 같다.

$$\eta_1 = -2\beta \quad (C1)$$

$$\eta_2 = \beta^2 - 2\omega_0^2 - (\gamma + 3\delta)W_0^2 \quad (C2)$$

$$\eta_3 = 2\beta\omega_0^2 + \beta(\gamma + 3\delta)W_0^2 \quad (C3)$$

$$\eta_4 = \omega_0^4 + \omega_0^2(\gamma + 3\delta)W_0^2 + 3/16(2\gamma^2 + 10\delta^2 + 4\gamma\delta)W_0^4 \quad (C4)$$