

< 논 문 >

## 충격하중에 의해 크랙 주위에 형성되는 응력장에 관한 수치해석적 연구

황갑운\* · 조규종\*\*

(1995년 2월 17일 접수)

### Numerical Analysis of Stress Field around Crack Tip under Impact Load

Gab-Woon Hwang and Kyu-Zong Cho

**Key Words** : Stress Wave(응력파), Impact Resistance (충격저항), Crack Tip Stress Field(크랙선단 응력장), Stress Intensity(응력집중), Dynamic Stress Intensity Factor(동적 응력집중계수)

#### Abstract

To investigate the effect of stress wave propagation for crack tip, impact responses of two-dimensional plates with oblique cracks are investigated by a numerical method. In the numerical analysis, the finite element method is used in space domain discretization and the Newmark constant acceleration algorithm is used in time integration. According to the numerical results from the impact response analysis, it is found that the stress fields are bisected at the crack surface and the parts of stress intensity are moved along the crack face. The crack tip stress fields are varied rapidly. The magnitude of crack tip stress fields are converted to dynamic stress intensity factor. Dynamic stress intensity factor appears when the stress wave has reached at the crack tip and the aspect of change of dynamic stress intensity factor is shown to be the same as the part of the flow of stress intensity.

#### 기 호 설 명

$x, y, t$  : 평판의 기하학적 좌표계 및 시간  
 $u, v$  : 각 절점의  $x, y$ 방향으로의 변위  
 $\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}$  : 각각의 방향과 관련된 응력성분 및 변형률 성분  
 $\delta_{ij}$  : Kronecker 델타  
 $\lambda, \mu$  : Lamé 상수  
 $\rho$  : 해석 구조물 매질의 밀도  
 $c$  : 응력파 전파속도  
 $\gamma$  : 크랙선단으로부터 절점요소까지의 반경방향 거리

$\theta$  : 크랙면과 절점요소가 이루는 각  
 $\nu$  : Poisson 비  
 $k_x, k_y$  :  $x, y$ 방향의 응력파 전파에 의해 결정되는 상수  
 $k_u$  : 응력파 전파속도에 의해 결정되는 상수  
 $f$  : 외력  
 $\Delta t_{cr}$  : 임계 시간증분 간격

#### 1. 서 론

구조물의 건전성을 평가할때, 크랙을 가진 부재의 충격하중에 대한 강도를 고려하지 않으면 안된

\*회원, 전남대학교 대학원 기계설계학과

\*\*회원, 전남대학교 기계공학과

다. 충격하중이 작용하면 재료의 내부에 응력파가 발생하고, 이 응력파에 의해 하중이 전달되게 된다. 이때 충격하중에 의해 재료 내부에 발생하는 응력파의 전파 속도는 매질에 따라 수 km/sec에 달하고, 구조물의 형상이 복잡해지면 응력장의 변화를 실험적으로 가시화하는 것이 극히 어렵게 되므로 수치해석적인 방법에 의한 응력파의 전파해석을 필요로 하게 된다. 또한 충격하중이 작용할 때 고체 내부에 전파되는 응력장은 경계면을 통하여 반사, 회절 또는 굴절하게 되어 응력장의 전파 양상이 복잡하므로, 동하중에 의해 시간의 흐름에 따라 발생하는 응력장의 크기를 측정하여 공학적인 설계에 이용할 가치가 있다. 따라서 동하중에 의해 크랙을 가진 2차원 평판에 전달되는 응력장이 평판의 내부를 전파하여 크랙면에 도달하게 되면 크랙의 영향으로 인하여 응력장이 급격히 변화하게 되므로, 동하중에 의한 크랙주위 응력장은 기계의 설계 및 수명의 예측에 중요한 연구대상이 된다.

구조물의 충격저항은 충격지점으로 부터 충격 에너지가 전파될 수 있는 능력에 의존하며, 충격하중을 받는 부재의 거동은 정하중을 받는 부재의 거동과 대체로 다음 3가지 점이 다르다.<sup>(1)</sup> 첫째, 재료가 충격하중을 받으면 응력파가 생성되어 고체의 내부를 전파하고, 이러한 응력파에 의한 응력장은 대부분의 경우 정하중에 의한 응력장과는 다르게 된다. 압축응력을 가해도 인장응력장이 나타나기도 하고, 균열부위가 없어도 응력집중이 일어나는 경우가 있는것 등을 예로 들 수 있다. 둘째, 충격하중을 받으면 재료는 높은 변형속도로 변형하며 재료의 변형거동은 변형속도에 의해 영향을 받으며, 변형속도는 응력파에 의해 좌우된다. 셋째, 재료의 파괴양상은 변형속도에 따라 다르게 되어 정하중시에는 연성이던 재료가 충격 동하중에 의한 고속변형시에는 취성파괴를 하기도 하고, 반대로 취성재료에 연성이 가해지기도 하며, 동적 파괴인성치는 정적 파괴인성치와 다른 것으로 알려져 있다.

이상과 같이 구조물이 충격하중을 받으면 정하중 하에서와는 다른 거동을 보이기 때문에 각종 구조물의 안전설계에 있어서 충격문제의 연구는 매우 중요하게 여겨지고 있으며, 안전설계를 위해서는 충격하중에 의해 구조물에 생성되는 응력과 변형률의 시간에 따른 변화의 고찰이 필요하다고 하겠다.

그러나 충격문제의 해석은 일반적으로 그 해를 구하기가 어렵고 동적거동을 파악하기 위한 수치해

석적 방법으로는 경계적분법<sup>(2,3)</sup>과 Kirchhoff 보존식의 직접 시간적분방법<sup>(4,5)</sup> 및 Dirichlet - to - Neumann (DtN) 법<sup>(6,7)</sup> 등이 주로 사용되어 왔으나, 경계요소법은 경계적분 변환영역의 정확한 해를 구하기 위해서 많은 경계해를 필요로 하게 되어 응력파의 전파속도가 낮은 경우에는 해석의 신뢰성이 있으나 응력파의 속도가 높아지면 해석의 정확도가 감소하는 단점을 가지고 있으며, Kirchhoff 보존식의 직접 시간적분방법은 대용량의 기억장치를 필요로 하게 되어, 해석 차원이 높아지게 되면 컴퓨터를 이용한 해석이 불가능하게 되며, DtN법은 정확한 경계조건을 필요로 하고 계산 결과가 시간과 공간에 대해 특정한 값을 갖지 못하는 단점이 있다.

따라서 본 연구에서는 해석결과가 시간과 공간에 대해 특정한 값을 가지며 응력파의 전파속도에 무관하게 해석결과의 정확도와 신뢰성이 입증된 수치해석적인 방법<sup>(8)</sup>으로 크랙을 가진 2차원 평판에 탄성 응력파가 전파될때 크랙 주위에 형성되는 응력장의 분포 양상 및 시간의 흐름에 따라 형성되는 응력장의 크기를 해석하고, 크랙 주위의 응력집중부위를 고찰하여 응력파에 의한 동적 응력집중계수를 구하고자 한다.

## 2. 이론 및 유한요소 수식화

본 연구의 해석을 위한 수식화 과정은 응력의 평형조건식에 관성력을 고려하여 지배방정식을 구성하였으며, 2차원 해석의 경우는 해당되는 항의 삭제에 의하여 2차원 응력과 지배방정식을 구할 수 있다. 충격하중에 의한 응력과 전파에 관한 수치해석방법으로 공간좌표에 관한 적분으로 유한요소법을 이용하였으며, 시간에 관한 적분으로는 차분법의 일종인 Newmark- $\beta$ 법을 이용하였다. 이때 응력파의 전파에 의해 크랙선단의 응력장이 매우 빠르게 변화하기 때문에 실험적으로 크랙선단 근방의 응력장을 구하여 응력확대계수를 계산하는것은 매우 어려운 일이다. 따라서 본 연구에서는 크랙선단 근방의 응력장을 수치해석방법에 의해 정량적으로 고찰하여 동적 응력집중계수를 구하는 것으로 하였다.

### 2.1 지배방정식

등방 탄성체 중의 응력파 지배방정식은 관성력을 고려한 미소체적에 작용하는 힘의 평형식에

Hooke의 법칙을 적용하여 응력성분을 텐서로 표현하면

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda u_{m,m} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

이 되고, 다음 식과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.<sup>(9)</sup>

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}_i &= \delta_{ij} \lambda u_{m,mj} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} \\ &= \lambda u_{m,mi} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} \end{aligned} \quad (2)$$

위식에 변형률텐서  $\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ 의 관계식을 이용하면

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}_i &= \lambda u_{m,mi} + \mu (u_{i,jj} + u_{j,ji}) \\ &= (\lambda + \mu) u_{m,mi} + \mu u_{i,mm} \end{aligned} \quad (3)$$

로 된다.

Helmholtz의 정리<sup>(10)</sup>를 사용하여  $u_i$ 를 스칼라 포텐셜  $\phi$ 와  $\varphi_{k,k} \approx 0$ 을 만족시키도록 한 벡터포텐셜  $\varphi_k$ 를 이용하면

$$u_i = \phi_{,i} + e_{ijk} \varphi_{k,j} \quad (4)$$

로 나타낼 수 있으며, 식 (4)를 이용하면 운동방정식 (3)은 다음식과 같이 쓸 수 있다.

$$\rho (\ddot{\phi}_{,i} + e_{ijk} \ddot{\varphi}_{k,j}) = (\lambda + 2\mu) \phi_{,imm} + \mu e_{ijk} \varphi_{k,jmm} \quad (5)$$

이 식은 다음 두 식  $\rho \ddot{\phi}_{,i} = (\lambda + 2\mu) \phi_{,mmi}$ 와  $\rho \ddot{\varphi}_{k,j} = \mu \varphi_{k,mmj}$ 이 성립할 때 만족되며, 다음 식 (6)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= c_1^2 \nabla^2 \phi, \quad c_1^2 = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \\ \ddot{\varphi}_k &= c_2^2 \nabla^2 \varphi_k, \quad c_2^2 = \frac{\mu}{\rho} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $\nabla^2$ : Laplace 연산자이다.

위의 식 (6)의 첫째식은 비회전파(irrotational wave, dilatation wave)의 방정식이고 둘째 식은 등체적파(equivoluminal wave, distortion wave)의 방정식으로써, 등방 탄성체 내부에 전파되는 응력파에는 2종류의 독립된 파가 있음을 알 수 있다. 본 연구에서는 응력파에 의해 2차원 평판에 발생하는 변위의 방향이 응력파의 진행방향과 같은 종파(longitudinal wave)를 해석대상으로 하였으므로 응력파 지배방정식은 다음과 같이 팽창파의 방정식과 같게 된다.

$$\ddot{\phi} = c_1^2 \nabla^2 \phi \quad (7)$$

식 (7)로부터  $x, y$  평면에 작용하는 종파의 지배방정식은 식 (8)과 같다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (8)$$

## 2.2 충격하중에 의한 크랙선단 응력집중계수의 계산

충격력이 탄성체에 가해지면 응력파가 발생하여 전파하고, 응력파가 크랙부위에 도달하면 크랙에 의해 반사, 회절 등 간섭을 일으키기 때문에 크랙 주위에는 정하중을 받는 경우와는 다른모양의 시간에 의해 변화하는 응력장 또는 변위장이 형성된다. 또한 충격하중이 작용하게 되면 크랙선단의 응력장이 매우 빠르게 변화하기 때문에 실험적으로 크랙선단 근방의 응력장을 구하여 응력확대계수를 계산하는 것은 매우 어려운 일이다. 따라서 본 연구에서는 수치해석에 의해 크랙선단의 응력장을 정량적으로 고찰하여 응력확대계수를 구하는 것으로 하였으며, 크랙선단을 포함한 구조물의 응력해석 및 각 모우드에서 수치해석적인 방법으로 동적 응력확대계수  $K(t)$ 를 계산하기 위하여 정하중이 작용하는 경우에 응력집중계수를 구하는 방법<sup>(11-13)</sup>을 동적인 하중이 작용하는 경우로 확대하여 동적 응력집중계수를 구하였다.

수치해석에 의해 동적 응력확대계수를 구하는 방법으로써 크랙선단 요소의 변위값으로부터 외삽법(extrapolation)을 통해 직접 동적 응력집중계수를 구하는 방법을 이용하였으며, 응력파의 전파에 의해 크랙선단에 발생하는 응력 및 변위장의 변화로부터 선택된 크랙선단 요소 절점의 응력 및 변위값으로부터 동적 응력집중계수  $K_I(t)$ ,  $K_{II}(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$K_I(t) \begin{Bmatrix} (2k-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \\ (2k-1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} = 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma}} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (9a)$$

$$K_{II}(t) \begin{Bmatrix} -(2k+3) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \\ (2k-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} = 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma}} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (9b)$$

여기서,  $\gamma$ 은 크랙선단으로부터 반경방향거리(radial distance)이고,  $\mu$ 는 재료의 전단계수이며,

$k$ 는 상수로서 평면응력상태에서  $k=(3-\nu)/(1+\nu)$ , 평면변형률상태에서  $k=(3-4\nu)$ 이고,  $\nu$ 는 Poisson비이다.

이상과 같이 구한 결과식을 이용하여 크랙 선단 요소의 변위값으로부터 수치해석 방법에 의해 동적 응력집중계수를 계산하는 과정은 다음과 같다.

① 크랙 선단에 가까운 크랙 선단의 절점을 선정한다.

② 응력과 전과 해석 프로그램으로부터 선정된 각 절점에서 변위값을 계산한다.

③ 식 (9)에 의해  $K_I(t)$  및  $K_{II}(t)$  값을 계산한다.

### 2.3 유한요소 수식화와 유한요소해석 과정

식 (8)과 같은 응력파의 지배방정식은 시간  $t$ 와 공간좌표  $x, y$ 의 함수로 구성되어 있으므로, 유한요소 해석의 정확도 및 신뢰성은 시간영역과 공간영역의 이산화 방법에 따라 결정된다. 식 (8)에 외부에서 작용하는 하중  $f$ 를 고려하면 지배방정식은 다음 식 (10)과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - f - k_{II} \dot{\phi} = 0 \quad (10)$$

따라서, 지배방정식을 만족하면서 해석 오차가 최소로 되는 가중치를 선택하여 유한요소 수식화하는 가중잔차법의 일종인 Galerkin 방법<sup>(14~16)</sup>을 적용하여 적분형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\int_{\Omega^{(e)}} N_i \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} \right) - f \right. \\ \left. k_{II} \dot{\phi}^{(e)} \right] d\Omega^{(e)} = 0, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

여기서,  $k_x, k_y$ 는  $x, y$  방향의 응력과 확산(diffusion)을 결정하는 상수이고,  $k_{II}$ 는 매질의 물성값과 응력파 속도에 의해 결정되는 상수이며,  $f$ 는 외부에서 작용하는 하중이다. 식 (11)을 경계영역  $S_2$ 에 대한 경계조건을 고려한 요소의 행렬식으로 표시하면 다음과 같다.

$$[K_{II}]^{(e)} \{\dot{\phi}\}^{(e)} + [K]^{(e)} \{\phi\}^{(e)} + [K_{S_2}]^{(e)} \{\phi\}^{(e)} \\ + \{R_I(t)\}^{(e)} = \{0\} \quad (12)$$

여기서,  $[K_{II}]$ ,  $[K]$ 와  $[K_{S_2}]$ 는 각각 매질의 관성력에 의한 질량행렬, 강성에 의한 강성행렬 그리고 경계조건에 의해 결정되는 경계행렬이고,  $\{R_I(t)\}$ 는 구조물에 가해지는 하중벡터이다.

이상과 같이 유한요소 수식화한 후, 시간에 대한 미분형으로 주어진 식을 유한차분적인 개념으로

Newmark- $\beta$  방법<sup>(17-19)</sup>의 일정가속도(constant acceleration) 시간적분법에 의해 Newmark- $\beta$  상수  $\beta=1/4, \gamma=1/2$ 로 하여 시간에 대한 미분의 형태로 주어진 식을 시간에 대해 연속인 식으로 표현하면 다음의 식이 구해진다.

$$[K^*] \{\phi\}_{t+\Delta t} = \{F^*\}_{t+\Delta t} \quad (13)$$

여기서,  $[K^*]=[K]+\frac{4}{\Delta t^2}[K_{II}]$ 는 유효 강성행렬(effective stiffness matrix)이고,  $\{F^*\}_{t+\Delta t}=\{F(t+\Delta t)\}+[K_{II}]\left(\frac{4}{\Delta t^2}\{\phi\}_t+\frac{4}{\Delta t}\{\dot{\phi}\}_t+\{\ddot{\phi}\}_t\right)$ 는 유효 하중벡터(effective load vector)이다.

이상과 같은 응력과 전과거동을 수치해석 방법에 의해 해석하는 과정은 Fig.1에서 보여주고 있는데, 먼저 가정된 하중으로부터 해석대상 구조물 절점의 변위, 속도, 가속도를 구하고, 이로부터 동적 응력집중계수를 구하여 시간증분의 합이 전체 해석 시간에 도달할때까지 반복수행함으로써 각각의 시간증분에서의 응력과 전과거동과 동적 응력집중계수를 구하게 된다.

### 2.3 본 연구의 수치해석 문제 설정

본 연구에서 고려한 판은 pyrex glass이며, 크기

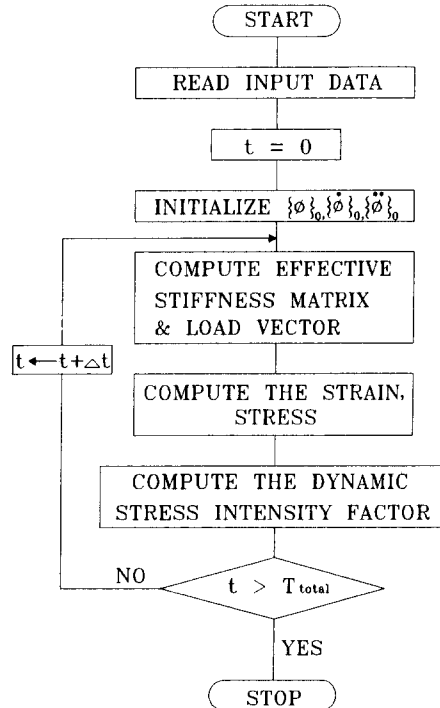


Fig. 1 Flow chart of stress wave analysis program

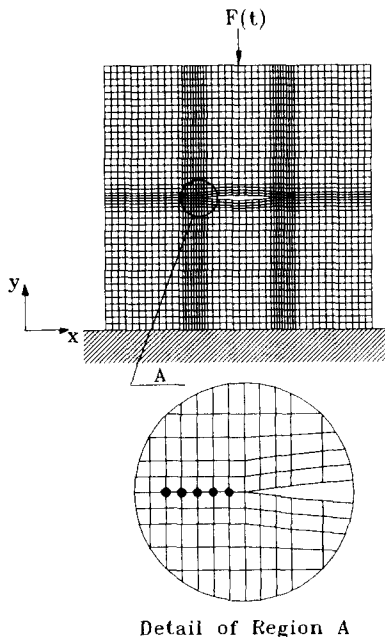
**Table 1** Material properties of pyrex glass

Density	2300 kg/m <sup>3</sup>	
Young's modulus	6.2×10 <sup>10</sup> Pa	
Shear modulus	2.5×10 <sup>10</sup> Pa	
Poisson's ratio	0.24	
Stress wave speed	Bar	5200 m/s
	Bulk	5600 m/s

가 20 cm×20 cm×1 cm로서 판의 폭에 대한 크랙 길이의 비(a/W)는 0.3이다. 이때 크랙의 경사각( $\theta$ )은 0°, 30° 및 45°이며 물성치는 Table 1과 같다.

유한요소해석에 사용된 요소의 형태는 1개의 요소에 4개의 절점을 갖고 형상함수가 선형인 4절점 등계수(isoparametric) 사변형 요소로 하였으며, 충격문제를 해석하기 위한 시간증분은 해의 수렴성을 고려하여 2  $\mu$ sec를 적용하였다.<sup>(17,20,21)</sup>

크랙선단 요소의 응력-변위값으로부터 직접 응력 확대계수를 구하기 위해서는 크랙선단 요소의 크기가 작을수록 정확한 응력확대계수를 구할 수 있으



**Fig. 2** Finite element modelling of solution domain and boundary condition for 2-dimensional cracked plate (crack angle  $\theta=0^\circ$ )

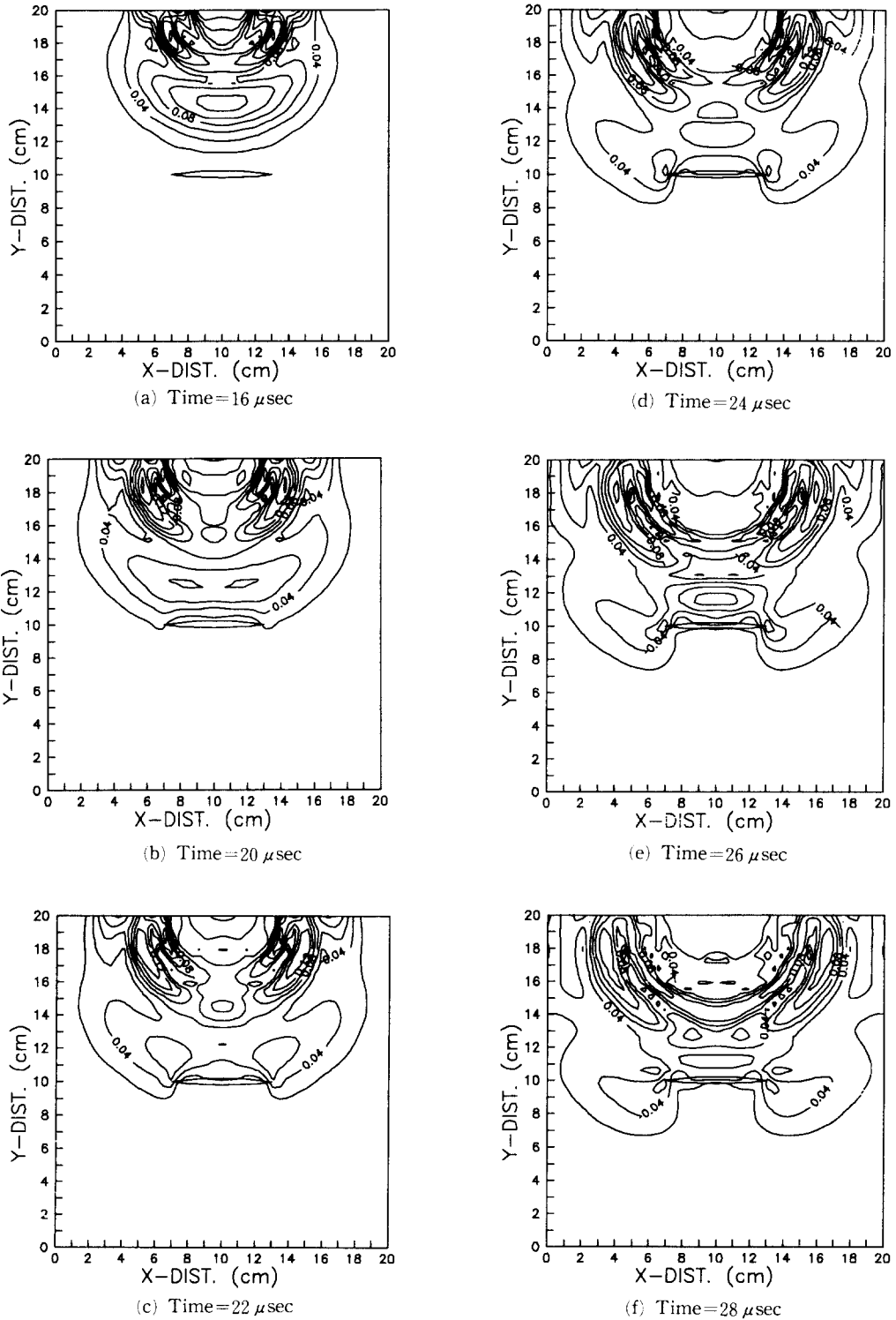
므로, 크랙의 경사각이 0°인 경우에는 Fig. 2와 같이 요소를 분할하여 크랙선단 요소의 크기를 2 mm로 하고, 나머지 요소의 크기는 5 mm로 하여, 분할된 요소의 수는 2288개, 절점의 수는 2400개로 하였으며, 크랙의 경사각이 30°인 경우에 분할된 요소의 수는 1672개, 절점의 수는 1766개로 하였고, 크랙의 경사각이 45°인 경우에는 요소의 수를 1565개, 절점의 수는 1656개로 하였다. 유한요소 해석시 초기조건은 변위( $\{\phi\}_0$ ), 속도( $\{\dot{\phi}\}_0$ ) 및 가속도( $\{\ddot{\phi}\}_0$ )를 0으로 하고, 경계조건은 판의 고정단의 반대쪽 면의 중앙에 1 kg의 계단하중을 점하중(point load)으로 고려하여 해석하였다. 또한 고정점에서 응력파는 100% 반사되고, 고정점 이외의 경계면에서 응력파는 100% 투과된다고 가정하였으며, 유한요소 계산시 사용한 크랙선단 요소의 절점은 Fig. 2의 상세도에 보인 바와 같다. 이때 Fig. 2에서의 요소의 크기와 절점간의 거리는 크랙면에 가까울수록 세밀해지는 형상을 갖도록 하였다.

### 3. 결과 및 고찰

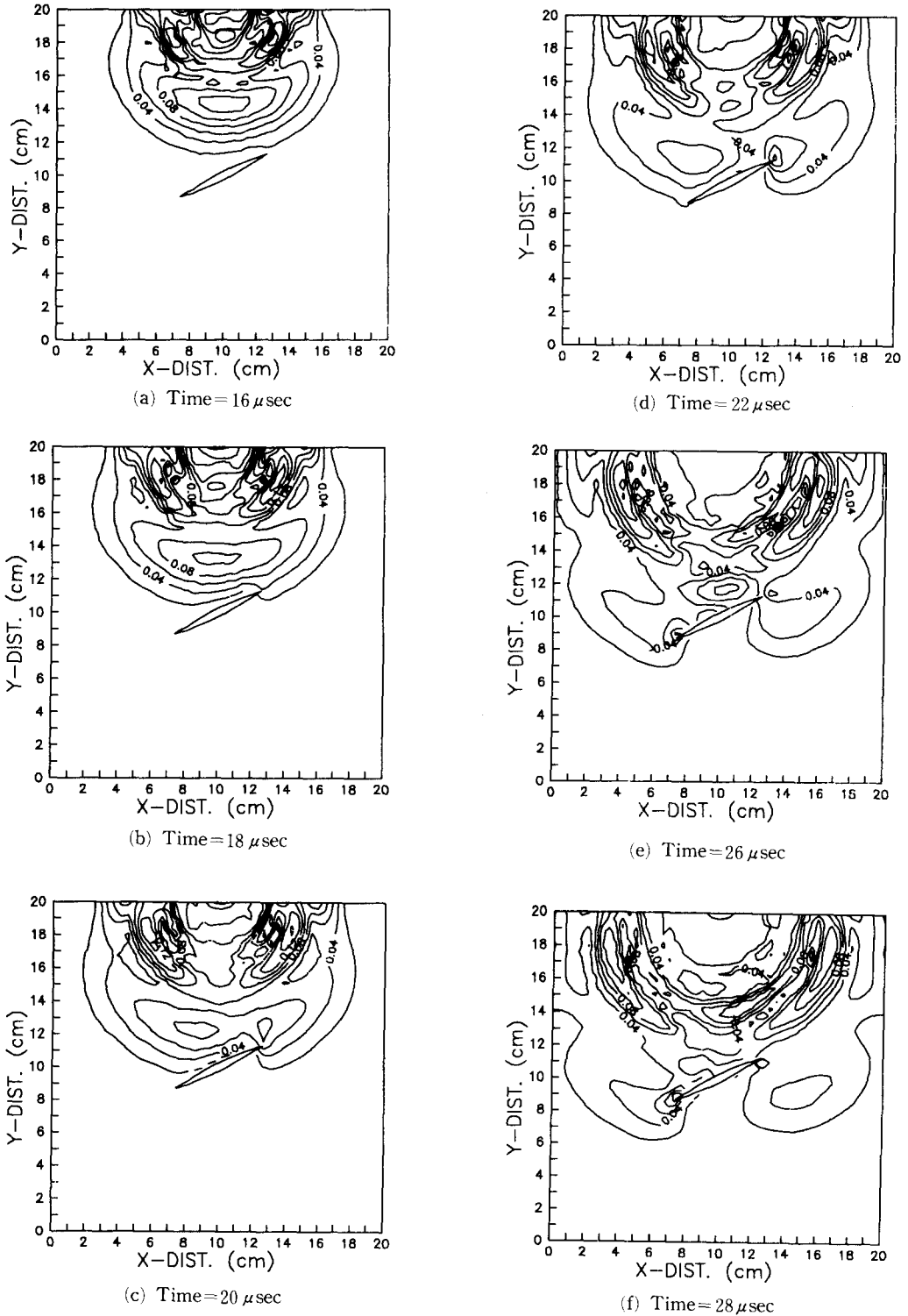
#### 3.1 충격하중에 의한 크랙선단의 동적거동 해석

크랙을 가진 2차원 평판에 충격하중에 의해 발생하는 탄성응력파가 전파될 때 크랙 주위에 형성되는 응력장의 분포양상 및 시간의 흐름에 따라 형성되는 응력장의 크기를 해석해 보았다. Fig. 3에서 Fig. 5는 크랙의 경사각이 각각 다른 경우에 대한 해석 결과이다.

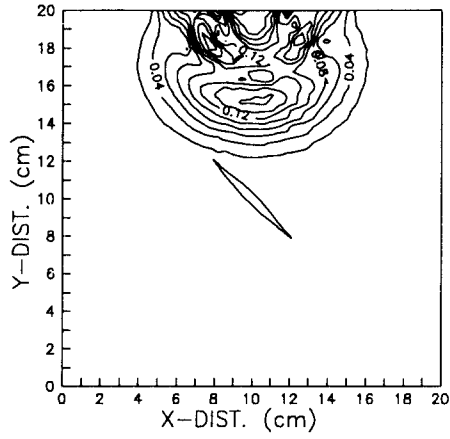
먼저 Fig. 3은 크랙의 경사각이 0°인 평판에 대한 응력파 전파 해석을 수행한 결과를 보여주고 있다. Fig. 3의 결과로부터, 시간의 흐름에 따라 변화하는 응력장의 분포는 응력파가 크랙면에 도달하기 전에는 충격하중의 작용점에 대해 법선방향으로 크랙이 없는 평판에 응력파가 전파되는 것과 같은 형태로 전파되는 현상을 볼 수 있다. 또한 응력파가 크랙면에 도달한 후에는 크랙면을 중심으로 양분되어 대칭으로 전파되는 현상을 보이고 있으며, 응력파가 크랙면에 도달하면 응력파의 일부는 크랙면으로부터 반사되어 나오고 일부는 크랙면을 따라 회전을 볼 수 있다. 따라서 크랙의 경사각이 0°인 경우, 응력파는 크랙면의 중앙에서 양분되고, 응력집중 부위가 크랙면을 따라 크랙선단으로 이동해 가며 크랙선단의 응력장이 시간에 따라 급격히 변화하는 현상을 볼 수 있으며, 응력파가 지나가는



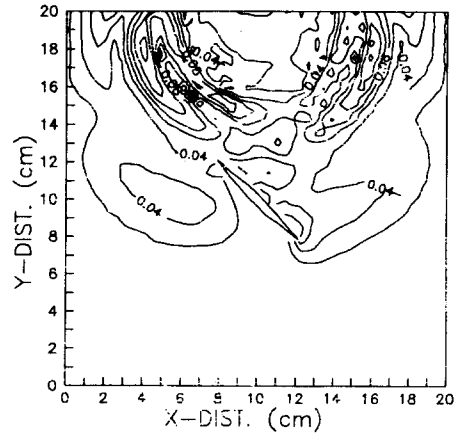
**Fig. 3** Iso-stress contour of stress wave propagation for 2-dimensional plate with crack (crack angle  $\theta=0^\circ$ )



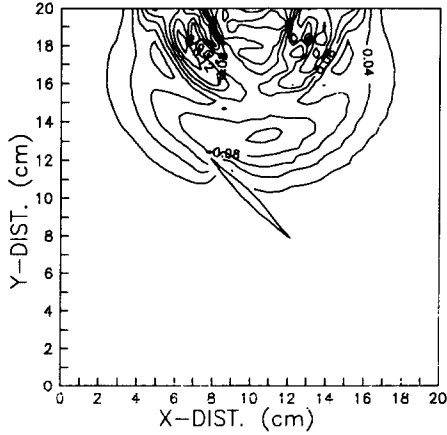
**Fig. 4** Iso-stress contour of stress wave propagation for 2-dimensional plate with an oblique crack (crack angle  $\theta = 30^\circ$ )



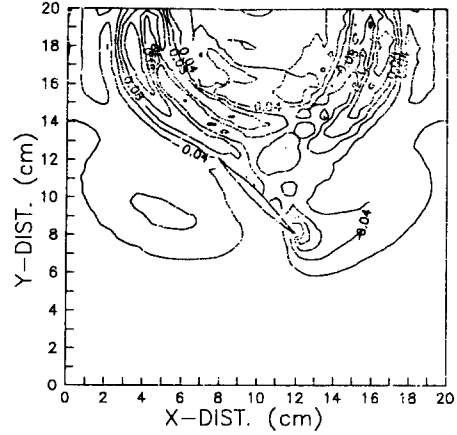
(a) Time = 14  $\mu$ sec



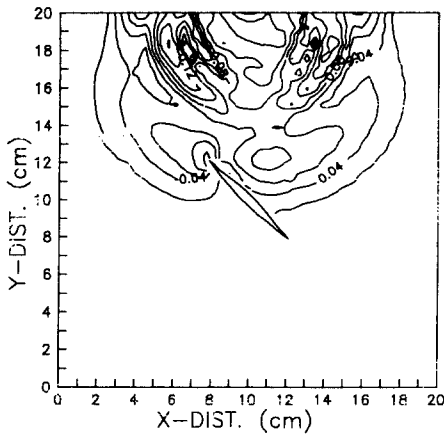
(d) Time = 26  $\mu$ sec



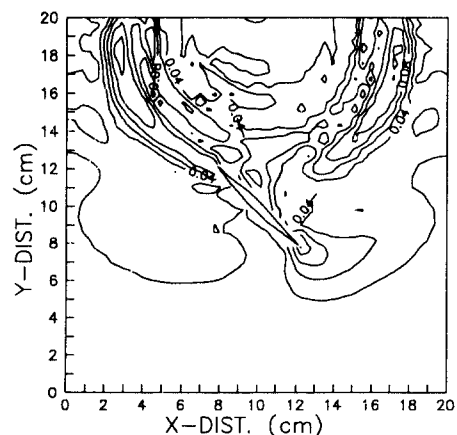
(b) Time = 18  $\mu$ sec



(e) Time = 28  $\mu$ sec



(c) Time = 20  $\mu$ sec



(f) Time = 30  $\mu$ sec

**Fig. 5** Iso-stress contour of stress wave propagation for 2-dimensional plate with an oblique crack (crack angle  $\theta=45^\circ$ )

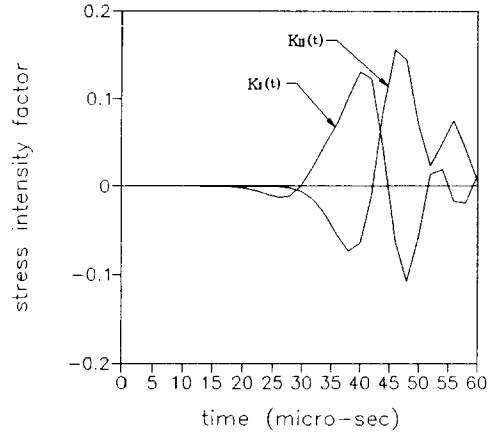


동안 크랙선단의 응력값이 주변의 응력값보다 크게 나타나는 현상을 볼 수 있다.

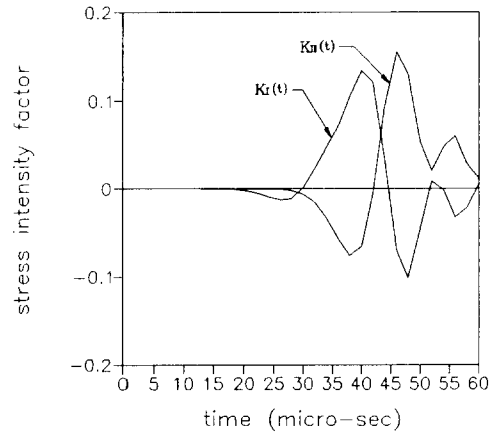
Fig. 4는 크랙의 경사각이  $30^\circ$ 인 경우에 대한 응력파 전파 해석을 수행하여 시간의 흐름에 따른 응력장 분포의 변화를 해석한 결과이다. 응력파가 크랙면에 도달하기 전까지 응력장의 분포는 Fig. 3 (a)와 같이 크랙이 없는 평판에 응력파가 전파되는 것과 같은 형태로 전파됨을 알 수 있으며, 크랙면이 경사각을 가지고 있으므로 양쪽 크랙선단에 응력파가 도달하는 시간이 다르며, 크랙의 경사각으로 인하여 응력파가 먼저 도달하는 크랙선단으로부터 크랙 길이의 1/4 지점에서 응력파가 양분되고 크랙선단의 응력장이 시간에 따라 급격히 변화하는 현상을 볼 수 있다. 또한 응력파가 먼저 도달하는 크랙선단에 응력집중이 발생하여 크랙면을 따라 반대편 크랙선단으로 응력집중 부위가 이동해가는 현상을 볼 수 있고, 크랙의 경사각이  $0^\circ$ 인 경우에 비해 응력파가 크랙면에서 반사되는 부분이 적어짐을 알 수 있다. 이 경우에도 역시 응력파가 지나가는 동안 크랙선단의 응력값이 크랙 주위의 응력값보다 약간 크게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 5는 크랙의 경사각이  $45^\circ$ 인 경우에 대한 응력파 전파 해석을 수행하여 시간의 흐름에 따른 응력장 분포의 변화를 해석한 결과이다. 응력파가 크랙면에 도달하기 전까지 응력장의 분포는 크랙의 경사각이  $0^\circ$  및  $30^\circ$ 인 경우와 같이 크랙이 없는 평판에 응력파가 전파되는 것과 같은 형태로 전파됨을 알 수 있으며, 크랙의 경사각으로 인하여 양쪽 크랙선단에 응력파가 도달하는 시간이 다르게 되며, 응력파가 먼저 도달하는 크랙선단으로부터 크랙 길이의 약 1/6 지점에서 응력파가 양분되고 크랙선단의 응력장이 시간에 따라 급격히 변화하는 현상을 볼 수 있다. 또한 크랙의 경사각이  $30^\circ$ 인 경우와 같이 응력파가 먼저 도달하는 크랙선단에 응력집중이 발생하여 크랙면을 따라 반대편 크랙선단으로 응력집중 부위가 이동해가는 현상을 볼 수 있고, 크랙의 경사각이 클수록 응력파가 크랙면에서 반사되는 부분이 적어짐을 알 수 있다. 이 경우에도 역시 응력파가 지나가는 동안 크랙선단의 응력값이 크랙 주위의 응력값보다 크게 나타남을 알 수 있다.

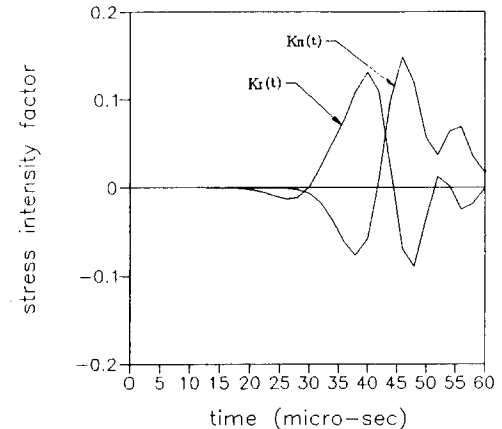
### 3.2 충격하중에 의한 동적 응력집중계수의 계산 응력파의 전파에 의해 형성되는 동적 응력장이



(a) Oblique crack angle  $\theta=0^\circ$



(b) Oblique crack angle  $\theta=30^\circ$



(c) Oblique crack angle  $\theta=45^\circ$

Fig. 6 Variation of stress intensity factor with respect to time by the displacement extrapolation

정하중 상태와는 다르게 시간에 따라 급격히 변하고, 크랙선단의 동적응력장이  $1/\sqrt{r}$ 의 특이성을 갖으므로 Fig. 2의 상세도와 같이 크랙선단 요소를 선택하여 시간의 흐름에 따라 크랙선단 요소에 발생하는 변위값에  $\sqrt{r}$ 을 곱하여  $\gamma$ 이 0으로 수렴하는 직선으로 외삽하는 것에 의해 식 (9)와 같이 동적 응력집중계수를 구하면 Fig. 6과 같다.

Fig. 6은 크랙의 경사각이 각각  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  및  $45^\circ$ 인 경우에 대한 응력집중계수를 계산한 결과이다. 응력파가 크랙선단에 도달하기 전에는 응력집중계수 값이 나타나지 않으며 응력파 선단이 크랙에 도달하기 시작하면서 응력집중계수 값은 초기에 상승하나 시간이 경과하면서 감소하는 경향을 보이며, 그 후는 경계로부터 반사파가 크랙선단에 도달하여 발생하는 파의 산란에 의해 복잡하게 진동하는 현상을 볼 수 있다. 또한 크랙의 경사각이 커질수록 동적 응력확대계수  $K_I(t)$   $K_N(t)$  값이 약간씩 작은 값을 갖는 현상을 볼 수 있으나, 응력확대계수 값이 변화하는 양상은 크랙의 경사각에 무관하게 유사한 양상을 볼 수 있다. 이와 같은 현상은 응력파가 먼저 도달하는 크랙선단에 응력집중이 발생하며, 응력집중 부위의 응력장의 크기가 크랙 경사각의 변화에 무관하게 거의 같으며, 크랙면을 따라 반대편 크랙선단으로 이동해가는 현상이 유사하여 크랙의 경사각이 변하여도 크랙선단에 형성되는 응력장의 형태가 거의 같기 때문인 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 수치해석적인 방법을 이용하여 균열을 가진 2차원 평판에 동하중이 작용할때 동하중에 의해 발생된 응력장의 양상을 고찰하고자 시간의 흐름에 따라 평판에 형성되는 응력장의 크기 및 응력파의 강도를 고찰하였으며, 응력장으로 인하여 크랙선단에 형성되는 응력장의 변위값으로부터 동적 응력집중계수를 구하여 본 결과 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

(1) 시간의 흐름에 따라 변화하는 응력장의 분포는, 응력파가 크랙면에 도달하기 전에는 크랙이 없는 평판에 응력파가 전파되는 것과 같은 형태로 전파되나, 응력파가 크랙면에 도달한 후에는 크랙으로 인하여 응력파가 양분되고 크랙의 경사각에 따라 양쪽 크랙선단에 응력파가 도달하는 시간이 다르게 됨을 알 수 있다.

(2) 응력파가 먼저 도달하는 크랙선단에 응력집중이 발생하여 크랙면을 따라 반대편 크랙선단으로 응력집중 부위가 이동해가는 현상을 볼 수 있고, 크랙의 경사각의 크기가 커질수록 응력파가 양분되는 지점이 응력파가 먼저 도달하는 크랙선단쪽에 가깝게 되는 현상을 볼 수 있다.

(3) 동적 응력집중계수는 크랙의 경사각이 커질수록 동적 응력집중계수  $K_I(t)$   $K_N(t)$  값이 약간씩 작은 값을 갖는 현상을 볼 수 있으나, 응력집중 부위가 크랙면을 따라 이동해 가는 양상이 거의 유사하여 응력확대계수 값이 변화하는 양상은 크랙의 경사각에 무관하게 유사한 양상을 볼 수 있다.

#### 참고문헌

- (1) 林 卓夫, 田中吉之助, 1988(昭和63) “衝擊工學,” 日刊工業新聞社, pp. 7~27.
- (2) Manolis, G. D. and Beskos, D. E., 1981, “Dynamic Stress Concentration Studies by Boundary Integrals and Laplace Transform,” *Int. J. Num. Mech. Engineering*, Vol. 17, pp. 244~259.
- (3) Manolis, G. D., 1983, “A Comparative Study on Three Boundary Element Method Approaches to Problems in Elastodynamics,” *Int. J. Num. Mech. Engineering*, Vol. 19, pp. 73~91.
- (4) Mansur, W. J. and Brebbia, C. A., 1982, “Formulation of the Boundary Element Method for Transient Problems Governed by the Scalar Wave Equation,” *Applied Mathematics Modelling*, Vol. 6, pp. 307~311.
- (5) Dohner, J. L., Shoureshi, R. and Bernhard, R. J., 1987, “Transient Analysis of Three-Dimensional Wave Propagation Using Boundary Element Method,” *Int. J. of Numerical Methods Eng.*, Vol. 24, pp. 621~634.
- (6) Givoli, D., 1988, “A Finite Element Method for Large Domain Problems,” Ph. D. Thesis, Stanford University, May.
- (7) Costabel, M. and Stephan, E. P., 1987, “Coupling of Finite Elements and Boundary Elements for Transmission Problems of Elastic Waves,” *Symposium on Advanced Boundary Element Methods*, San Antino, Cruse et al.
- (8) 황갑운, 조규중, 1994, “유한요소법에 의한 2

- 차원 응력과 전파 해석에 관한 연구,” 대한기계학회논문집, 제18권, 제12호, pp. 3369~3376.
- (9) Kolsky, H., 1963, *Stress Waves in Solids*, New York, Dover Publications, Inc., pp. 4~14.
- (10) ファン著, Y. C., 1970, “固體の力學/理論,” 培風館, pp. 185.
- (11) Owen, D. R. J. and Fawkes, A. J., 1983, *Engineering Fracture Mechanics : Numerical Methods and Applications*, Pineridge Press Ltd., pp. 41~43.
- (12) Aoki, S., Kishimoto, K. and Sakata, M., 1984, “Engineering Fracture Mechanics,” Vol. 19-5, pp. 827.
- (13) Anderson, T. L., 1991, “Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications,” CRC Press, pp. 251~254.
- (14) Reddy, J. N., 1984, *An Introduction to the Finite Element Methods*, McGraw-Hill Book Company, pp. 299~307.
- (15) Kikuchi, N., 1985, “Finite Element Methods in Mechanics,” Cambridge University Press, pp. 297.
- (16) Bickford, W. B., 1990, *A First Course in the Finite Element Method*, Richard D. Irwin, Inc., pp. 406~470.
- (17) Newmark, N. M., 1959, “A Method of Computation for Structural Dynamics,” *J. Eng. Mech., Div. ASCE*, Vol. 85, No. EM3, pp. 67~94.
- (18) Clough, R. W., 1973, “Numerical Integration of the Equation of Motion,” Univ. of Alabama Press, Huntsville, Ala.
- (19) Reddy, J. N., 1979, “Finite Element Modeling of Structural Vibration : A Review of Recent Advances,” *Shock Vib. Dig.*, Vol. 11, No. 1, pp. 25~39.
- (20) Riff, R. and Brauch, M., 1984, “Time Finite Element Discretization of Hamilton's Law of Varying Action,” *AIAA J.*, Vol. 22, pp. 1310~1338.
- (21) Pitarresi, J. M. and Manolis, G. D., 1990, “The Temporal Finite Element Method in Structural Dynamics,” *An Int. J. of Computers & Structures*, pp. 647~655.