

〈論 文〉

볼나사 그루브 상사비 결정에 관한 연구

박철우* · 김대은** · 이상조**

(1995년 7월 6일 접수)

A Study on the Groove Design in Ball Screws

C. W. Park, D. E. Kim and S. J. Lee

Key Words : Ball Screw(볼나사), Groove(그루브), Maximum Sheer Stress(최대 전단응력), Conformity Rate(상사비)

Abstract

Ball screws are commonly used in linear motion feeding systems of various machine tools and automated systems. They are known to have relatively little backlash, high precision and efficiency compared to ordinary lead screws. Furthermore, the effectiveness of ball screw has made it the preferred choice of many newly developed high speed precision feeding units. The motivation of this work is to establish the groove design basis of ball screws for the reduction of contact fatigue failure. In most instances, fatigue failure between ball and shaft groove is due to excessive contact pressure. Especially, the excessive load is causative of plastic flow below the contact surface, which can contribute to surface failure. But, in spite of small load, if groove conformity rate is large, contact pressure is increased and internal shear stress reach the yield value of the material. In such a point, the authors deal with design procedure for deciding the permissible conformity rate of a ball screw groove with the computational evaluation of contact pressure and maximum shear stress.

1. 서 론

정밀 볼나사는 CNC 공작기계, 정밀 위치결정 장비에 필수적으로 사용되는 정밀부품으로서 자동화 기계의 점유율이 높아짐에 따라 수요가 날로 증대되고 있다. 그러나 볼나사의 품질에 대한 정확한 평가가 이루어지지 않은 상태로 사용되고 있어, 설치조건변경시 어떤 종류의 볼나사를 사용해야 하는가는 의문사항이 아닐 수 없으며, 생산업체의 판단에 따라 볼나사를 사용해야 하는 실정이다. 따라서 아직까지 볼나사에 대한 연구가 활성화되지

않은 국내상황으로서는 고속, 고정밀도를 유지하며 작동가능한 이송기구를 설계하는데 있어, 기술적인 어려움이 있다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 볼나사 설계단계부터, 사용시 조건에 따라 정밀하고 안정한 볼나사를 설계하여야 하며, 이에 따라 가공공정상의 관리 역시 설계조건에 맞는 공정으로 관리할 필요가 있다.⁽¹⁾

볼나사는 축과 너트의 그루브형상 사이에 볼이 삽입되어 구름 또는 미끄럼운동을 통해 동력이 전달되는 장치로 볼과 그루브면의 접촉에 의해 작용하는 하중을 받게 되며, 접촉되는 면적의 크기에 따라 국부적으로 과대하중이 걸리게 되어 볼나사의 피로수명을 단축시킬 수 있다. 따라서 설계단계부터, 이들 접촉응력과 탄성변형량을 계산하여 볼나

*연세대학교 대학원

**회원, 연세대학교 기계공학과

사의 수명과 조립정밀도에 미칠 영향을 고려하여 설계에 반영할 필요가 있다. 볼나사의 수명과 이송 정밀도를 저하시키는 요인으로는 다음과 같은 원인들이 있다.

- ① 접촉부 열처리 정도의 불량
 - ② 볼나사 피치와 BCD 오차의 과대로 인한 접촉하중의 국부적인 증대
 - ③ 볼과 그루브의 상사비 과대로 인한 접촉응력 과대
 - ④ 설계하중보다 높은 작용하중에서의 사용
 - ⑤ 얼라인먼트 설치오차로 인한 과대하중의 작용
- 이들중 설계시 고려해야 할 사항으로 볼과 그루브 반경으로 결정되는 상사비가 있으며, 이것은 생산공정의 관리 이전에 취해져야 할 사항이다. 이와 같은 상사비와 접촉압력 그리고 내부 최대 전단응력에 관한 연구는 베어링의 경우에 많이 연구되어 왔으나^(2,3) 볼나사의 경우에는 단순히 베어링의 경우와 같다고 취급하여 나선각을 갖고 있는 볼나사의 기하학적인 형상을 충분히 고려하지 못한 것이 사실이다. 따라서 사용중의 정밀도를 보장하기 위해서는 볼나사의 기하학적인 형상을 고려한 해석이 필요하고, 이 결과를 참조하여 생산공정을 관리할 필요가 있다.

특히, 본 연구에서는 나선각을 가지고 있는 볼나사의 경우에 대하여, 기하학적인 형상을 고려한 접촉응력과 접촉표면 아래의 내부 전단응력 계산방법을 유도하고, 사용하중과 상사비에 따라 접촉응력과 내부 전단응력의 변화추이를 관찰하면서, 허용접촉응력과 허용최대 전단응력을 넘지않는 볼나사 상사비의 선정방법에 대하여 연구를 수행하였다.

2. 접촉에 의한 응력과 변형

2.1 볼나사 기하

2.1.1 볼나사 기하

Fig. 2는 Fig. 1의 나선각 λ 을 고려한 볼나사 단면으로 접촉방향 틈새와 여러가지 직경을 정의하고 있다. 볼간 중심경 d_e (반경 $r_e = d_e/2$)는, 사용볼의 직경을 d (반경 $r = d/2$)라고 할때, 축과 너트의 그루브에 접촉하는 직경의 평균으로 다음과 같이 주어진다.

$$d_e = (d_n + d_s) / 2 \quad (1)$$

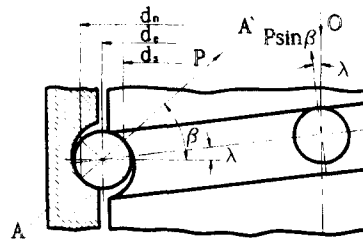


Fig. 1 Normal load at the contact point

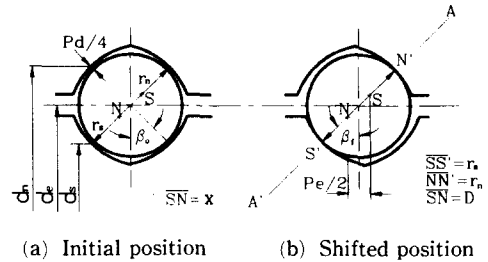


Fig. 2 Cross section of a ball screw, showing ball race contact due to axial shift of shaft and nut

역시, Fig. 2로부터 볼나사 틈새는 P_d 로 정의하고 다음으로 주어진다.

$$P_d = (d_n - d_s) / \cos \beta_0 - 2d \quad (2)$$

그러므로, 접촉방향 틈새는 힘이 작용하지 않은 상태에서, 양 그루브가 같은 평면에 있을 때, 하나의 그루브가 다른 하나에 대해 접촉방향으로 움직일 수 있는 최대거리로 생각된다. 그루브 상사조건에 따라 나사측 상사비 f_s 와 너트측 상사비 f_n 는 다음과 같이 표현된다.

$$f_s = \frac{r_s}{d}, f_n = \frac{r_n}{d} \quad (3)$$

완전상사의 경우, 그루브의 반경은 볼반경과 같다. 즉, $f = 1/2$ 이 된다. 볼과 그루브의 상사가 밀접해질 수록 접촉면내에 마찰열이 크게 된다. 다른 한편으로 평면에 가까운 곡률을 갖는 그루브와 볼의 기하학적 상사는 마찰을 줄이나 최대 접촉응력을 증가시키고, 결과적으로 볼나사의 피로수명을 단축시킨다. 이와 같은 이유때문에 대부분의 볼나사는 $0.51 \leq f \leq 0.56$ 의 그루브 상사비를 가지며 $f = 0.52 \sim 0.54$ 를 일반적으로 사용하고 있다. 너트부의 그루브에 대한 그루브 상사비는 볼과 축의 그루브 사이보다 볼과 너트의 그루브사이에서 더 밀접한

상사를 갖기 때문에, 이를 보상하기 위하여 축의 그루브에 대한 그루브 상사비보다 다소 크게 만들어진다.

2.1.2 접촉각

볼나사 Fig. 2에서 보여지는 것처럼 예압을 주지 않았을 경우, 접촉방향으로 틈새를 가지도록 설계되어져 있기 때문에 축방향 유격 P_a 를 가진다. 이것은 자유접촉각이 0이 아니라는 것을 의미한다. 그루브 상사비에 따라 하중을 받지않는 상태에서 만들어지는 틈새는 자유접촉각을 결정한다. 그러나 자유접촉각에 관한 설명전에 Fig. 2에서 볼의 중앙을 지나는 두 그루브의 곡률중심사이의 거리를 정의하는 것이 중요하다. 이것은 볼직경과 그루브반경에 의존한다. 하첨자 s, n 으로 축과 너트의 그루브를 구별하면 Fig. 2(a)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x = r_n + r_s - d - \frac{P_d}{2} \quad (4)$$

그리고,

$$d = r_n - D + r_s$$

또는,

$$D = r_n + r_s - d \quad (5)$$

이 방정식으로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$x = D - \frac{P_d}{2} \quad (6)$$

이 거리는 Fig. 2(b)에 보여진 것처럼 접촉각을 정의 하는데 유용하다. 식 (3)에 의하여 식 (5)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D = Bd \quad (7)$$

여기서,

$$B = f_n + f_s - 1 \quad (8)$$

식 (8)에서 B 는 총 상사비로 정의하며, 볼과 축 그리고 너트 그루브에 관계한다. 따라서 접촉면에서의 변형과 응력의 계산은 B 에 의존하게 된다. 자유접촉각 β_f (Fig. 2(b))는 재료에 변형을 일으키지 않는 작은 힘이 작용할 때, 회전축에 수직한 평면과 양 그루브 그리고 볼의 접촉점을 지나는 선에 의하여 만들어지는 각으로 정의된다.

축과 너트의 그루브 곡률중심은 자유접촉각을 정의하는 선상에 있다. Fig. 2(b)로부터 자유접촉각에 대한 표현은 다음과 같다.

$$\beta_f = \cos^{-1}((1 - P_d/2D) \cos(\beta_0)) \quad (9)$$

식 (9)로부터 P_d 로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$P_d = 2D(1 - \cos\beta_f/\cos\beta_0) \quad (10)$$

2.1.3 축방향 유격

자유상태의 축방향 유격 P_a 는 양 그루브 중심이 같은 축상에 있고 변형을 일으키지 않는 힘이 작용할 때, 너트 그루브에 대한 축 그루브의 최대 축방향운동이다. 자유상태의 축방향 유격은 Fig. 2(b)에 보여지는 것처럼 총 곡률과 접촉각에 의존한다.

$$P_a = 2D \sin \beta_f \quad (11)$$

식 (10)과 식 (11)에서 β_f 를 제거하면, 접촉단면에서의 자유상태 유격 P_a 와 접촉방향 틈새 P_d 사이 에 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$P_a = 2D - (4D^2 - P_d^2)^{0.5} / \cos \theta_0 \quad (12)$$

또한 자유상태의 축방향 유격 P_a 는 나선각 λ 를 고려하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_a = P_e \cos \lambda \quad (13)$$

2.1.4 곡률의 합과 차

볼나사에서 접촉물체들의 변형되지 않은 형태는 두 타원체로 나타낼 수 있다. 물체사이 접촉면을 지나는 xy 면에서 다른 곡률반경을 갖는 두 물체는 무부하조건에서는 Fig. 3과 같이 점접촉을 이루게 된다. 만약 곡률중심이 물체의 외부에 있다면 곡률반경은 음의 값이고 내부에 있는 경우 양의 값이다. 다음과 같이 되도록 좌표 x, y 를 선택한다.

$$\frac{1}{R_{1x}} + \frac{1}{R_{2x}} > \frac{1}{R_{1y}} + \frac{1}{R_{2y}} \quad (14)$$

좌표 x 는 하중이 작용할때 접촉면의 단축의 방향을 나타내고, y 는 장축의 방향을 나타낸다.

접촉각 β 에서 접촉하도록 축방향 하중이 작용하여 볼이 축과 너트에 접촉할 때의 톨링방향과 이에 수직한 방향으로의 상당곡률반경을 계산할 수 있다. 볼과 축의 그루브접촉에 대하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R_{bx} = R_{by} = d/2 \quad (15)$$

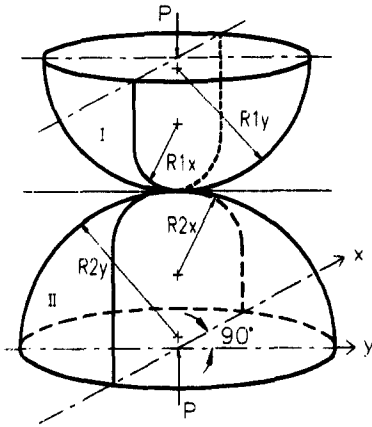


Fig. 3 Geometry of contacting elastic solids

$$R_{ax} = (d_e - d \cos \beta) / (2 \cos \beta \cos^2 \lambda) \quad (16)$$

$$R_{ay} = -f_s d \quad (17)$$

볼과 너트의 그루브 접촉에 대한 곡률반경은

$$R_{bx} = R_{by} = d/2$$

$$R_{nx} = -(d_e + d \cos \beta) / (2 \cos \beta \cos^2 \lambda) \quad (19)$$

$$R_{ny} = -f_n d \quad (20)$$

으로 주어진다. 식 (16)와 식 (19)에서, 하중이 접촉부에 작용될 때, β 가 β_f 대신에 사용된다. 접촉응력과 변형의 해석에 사용되는 곡률의 합과 차는 다음과 같다.

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_{xs}} + \frac{1}{R_{ys}}$$

$$\frac{1}{R_n} = \frac{1}{R_{xn}} + \frac{1}{R_{yn}} \quad (21)$$

$$\Gamma_s = R_s \left(\frac{1}{R_{xs}} - \frac{1}{R_{ys}} \right)$$

$$\Gamma_n = R_n \left(\frac{1}{R_{xn}} - \frac{1}{R_{yn}} \right) \quad (22)$$

여기서,

$$\frac{1}{R_{xs}} = \frac{1}{R_{bx}} + \frac{1}{R_{ax}}$$

$$\frac{1}{R_{xn}} = \frac{1}{R_{bn}} + \frac{1}{R_{nx}} \quad (23)$$

$$\frac{1}{R_{ys}} = \frac{1}{R_{by}} + \frac{1}{R_{ay}}$$

$$\frac{1}{R_{yn}} = \frac{1}{R_{by}} + \frac{1}{R_{ny}} \quad (23)$$

식 (23)과 식 (24)은 다음과 같이 쓸 수 있다. 볼과 축의 그루브에 대하여,

$$R_{xs} = \frac{d(d_e - d \cos \beta)}{2d_e - 2d \cos \beta + 2d \cos \beta \cos^2 \lambda} \quad (25)$$

$$R_{ys} = \frac{f_s d}{2f_s - 1} \quad (26)$$

와 같다. 볼과 너트의 그루브 접촉에 대한 곡률반경은,

$$R_{xs} = \frac{d(d_e + d \cos \beta)}{2d_e + 2d \cos \beta - 2d \cos \beta \cos^2 \lambda} \quad (27)$$

$$R_{yn} = \frac{f_n d}{2f_n - 1} \quad (28)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

2.2 표면응력과 타원접촉 변형

두 개의 탄성체가 어떠한 하중상태하에서 접촉하면, 재료의 성질과 접촉표면의 곡률, 작용하중에 따라 형상과 크기가 다른 접촉면적을 형성한다. Fig. 3과 같은 두 개의 고체가 접촉하게 되면, Fig. 4와 같은 장반경 a , 단반경 b 인 타원형상의 접촉면적을 이루게 되는데 이와 같은 접촉에 의하여 두 개의 물체는 변형하고 표면 하부조직에는 응력이 발생하게 되는데, Hertz⁽²⁾는 다음과 같은 가정하에서 이를 해석하였다.

- ① 재료의 비례한도를 넘지 않는다. 즉, 모든 변형은 탄성한도 범위에서 일어난다.
 - ② 하중작용은 표면에 수직으로 작용한다. 즉 표면에서의 전단응력은 무시된다.
 - ③ 작용하중 아래에서 접촉면의 치수는 물체의 곡률반경에 비해 작다.
 - ④ 접촉면의 곡률반경은, 접촉면적의 치수에 비해 매우 크다.
- 이와 같은 가정을 사용하여, Fig. 4와 같은 타원

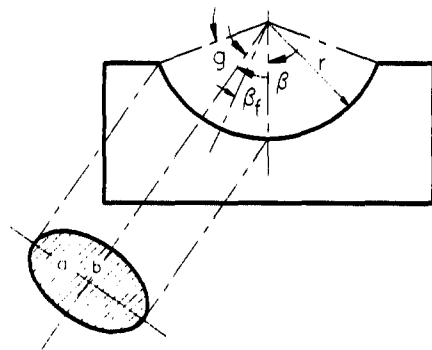


Fig. 4 Contact ellipse in ball screw race

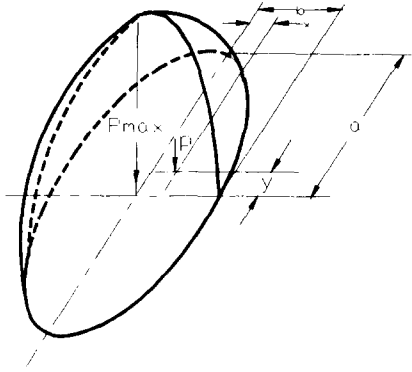


Fig. 5 Ellipsoidal surface compressive stress distribution of point contact

형상의 접촉상태에서의 압력분포는 Fig. 5와 같은 형태를 가지며, 이를 수식으로 표시하면 다음과 같다.

$$p = p_{\max} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right] \quad (29)$$

중앙에 작용하는 하중 P 와 접촉면적을 고려하여, 압력을 접촉면에 걸쳐 적분하면,

$$p_{\max} = \frac{3P}{2\pi ab} \quad (30)$$

와 같이 최대 압력을 구할 수 있으며, 중앙부에서 최대 압력이 작용하고 접촉경계면에서 0으로 된다. 또한 타원의 장축 a 와 단축 b 에 의하여 타원을 k 는 다음과 같다.

$$k = \frac{a}{b} \quad (31)$$

Harris⁽³⁾는 이 타원을 k 를 포함하는 완전타원 적분과 수치해석을 이용하여 하중작용시 탄성변형량 계산방법을 제안하였다. 즉, 접촉응력과 변형의 계산은 타원을 k 와 1, 2차 완전타원 적분 F_1 , F_2 의 계산을 요구하는데, 이것은 접촉물체의 기하와 k , F_1 , F_2 를 관계시키는 초월함수 식에 대한 해법으로서 계산이 복잡하다.

따라서 Brewster와 Hamrock⁽²⁾는 k , F_1 , F_2 에 대한 단순화된 식을 얻기위해 최소자승법을 이용한 선형 회귀이론을 적용하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

$$k = 1.0339 \left(\frac{R_y}{R_x} \right)^{0.6360} \quad (32)$$

$$F_2 = 1.0339 + \frac{0.5968}{R_y/R_x} \quad (33)$$

$$F_1 = 1.5277 + 0.6023 \ln(R_y/R_x) \quad (34)$$

이와 같은 단순화된 가정을 사용하여 구한 접촉으로 인한 변형량은,

$$\delta = \left(\frac{P}{K_\delta} \right)^{2/3} \quad (35)$$

여기서,

$$K_\delta = \pi k E' \left(\frac{RF_2}{4.5F_1^3} \right)^{1/2} \quad (36)$$

와 같이 탄성변형량을 구할 수 있으며, 하중 처짐상수 K_δ 는 볼과 그루브면의 기하와 재료의 성질에 의존하는 값이다.

피로파괴는 보통 하중작용에 대해 평행한 면에서 표면아래 어떤깊이에서 시작한다. 이 때문에 이 평면에서 최대 전단응력의 크기에 주의를 기울일 필요가 있다. Harris⁽³⁾에 의하면 접촉면 아래 위치에 따른 전단응력의 값은 다음 식으로 주어진다.

$$\tau_{zx} = \frac{3P}{2\pi} \frac{\cos^2 \phi \sin \phi \sin \gamma}{(a^2 \tan^2 \gamma + b^2 \cos^2 \phi)} \quad (37)$$

$$x = (b^2 + a^2 \tan^2 \gamma)^{0.5} \sin \phi \quad (38)$$

$$z = a \tan \gamma \cos \phi \quad (39)$$

최대 전단응력은 다음과 같이 정해진다.

$$\tau_0 = |\tau_{zx}|_{\max}$$

전단응력 τ_0 의 크기는 다음의 조건을 만족하는 위치이다.

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial \gamma} = 0$$

최대 전단응력의 점에 대하여,

$$\tan^2 \phi = t_a$$

$$\tan^2 \gamma = t_a - 1$$

$$\frac{1}{k} = \sqrt{(t_a^2 - 1)(2t_a - 1)}$$

최대점의 위치는 다음식에 의하여 결정되어진다.

$$z = z_0 = \zeta^* b, \quad x = \pm \eta^* b$$

여기서,

$$\zeta^* = \frac{1}{(t_a + 1)\sqrt{2t_a - 1}}$$

$$\eta^* = \frac{t_a}{t_a + 1} \sqrt{\frac{2t_a + 1}{2t_a - 1}}$$

이들에 따라, 최대 전단응력의 크기는 다음식으로 주어지게 된다.

$$\tau_0 = \frac{3P}{2\pi ab} \frac{\sqrt{2\pi ab}}{2t_a(t_a+1)} \quad (40)$$

최대 전단응력 계산의 간편화를 위하여 타원의 장반경과 단반경 및 하중에 관련한 보조변수 t_a 는 Brewe와 Hamrock⁽²⁾의 개략해를 사용하기로 한다.

$$t_a = 0.3044 \left(\frac{1}{2} \right)^{1.8559} + 1 \quad (41)$$

2.3 정하중 분포

주어진 볼나사의 양쪽 그루브와 볼의 접촉에 대하여, 하중과 처짐에 관한 식은 다음과 같다.

$$P = K_e \delta_e^{3/2} \quad (42)$$

양쪽 그루브와 볼의 접촉에 의한 처짐의 합이 총 처짐으로 되고 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta_e = \delta_n + \delta_s \quad (43)$$

여기서,

$$\delta_n = \left(\frac{P}{K_n} \right)^{2/3} \quad (44)$$

$$\delta_s = \left(\frac{P}{K_s} \right)^{2/3} \quad (45)$$

식 (42)와 식 (43)에 의해 K_e 에 대하여 풀면, 다음과 같다.

$$K_e = \frac{1}{\left[(1/K_s)^{2/3} + (1/K_n)^{2/3} \right]^{3/2}} \quad (46)$$

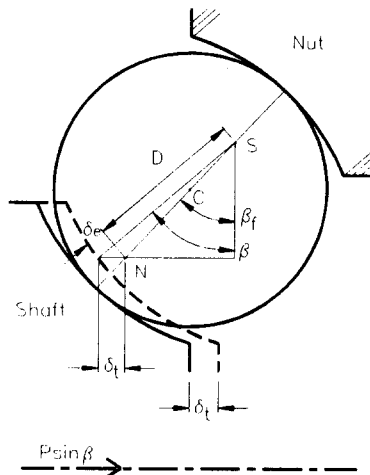


Fig. 6 Geometry of contacting body under axial load

2.4 축방향 하중

축방향 하중아래에서 볼나사 그루브에 형성되는 접촉타원은 Fig. 4에 보여지는데, 축방향 하중을 Q 라 하고 부하를 받는 볼의 수(유효강구수)를 Z 라고 하면, 각 볼에는 축방향으로 동일한 힘의 성분 Q/Z 가 걸린다. 축방향 하중의 작용전 자유접촉각은 β_f 로 표시되고, 작용된 축방향 하중때문에 접촉각은 β 가 된다. 이때 볼나사의 회로수를 j 라 하고 회로당 축을 둘러싸는 권수를 i 라 하면, 볼과 그루브의 접촉면에 수직으로 작용하는 하중 P 는 접촉각 β 와 나선각 λ 를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P = \frac{Q}{Z \sin \beta \cos \lambda} \quad (47)$$

여기서,

$$Z = (d_e \times \pi \times i \times j) / d \quad (48)$$

축방향 하중 Q 아래에서 볼나사 단면은 Fig. 6에 보여진다. 너트측 그루브가 반경방향의 변형이 없도록 고정되었다고 가정한다. 이 그림으로부터 축방향 하중 후에 접촉각은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{(D - P_d/2) \cos \beta_0}{D + \delta_e} \right) \quad (49)$$

초기 접촉각은 식 (9)에 주어졌다. 이 식을 사용하면, 그리고 식 (49)을 재배열하면,

$$\delta_e = D \left(\frac{\cos \beta_f}{\cos \beta} - 1 \right) \quad (50)$$

와 같이 볼나사의 볼과 그루브 접촉면에 수직한 방향으로의 변형을 구할 수 있다. 따라서, 식 (42)로부터, $P = K_e \delta_e^{3/2}$ 이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P = K_e D^{3/2} \left(\frac{\cos \beta_f}{\cos \beta} - 1 \right)^{3/2} \quad (51)$$

여기서,

$$K_e = \frac{1}{\left[(1/K_s)^{2/3} + (1/K_n)^{2/3} \right]^{3/2}} \quad (52)$$

K_e 는 최종 접촉각 β 의 함수이다. 따라서 식 (51)은 β 에 대한 해를 구하기 위해 시행오차법에 의하여 해석되어야만 한다. 그러나 Jones⁽⁴⁾는 다음과 같이 축방향 처짐상수 K_a 를 정의하였다.

$$K_a = \frac{B}{g(+\gamma') + g(-\gamma')} \quad (53)$$

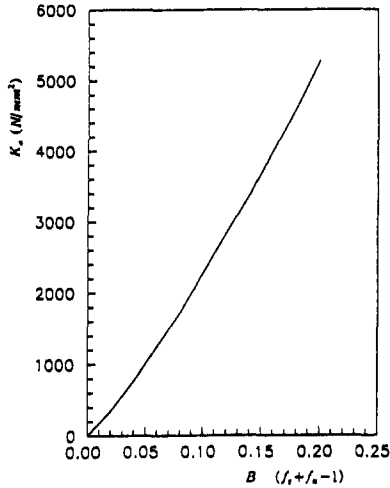


Fig. 7 Axial deflection constant K_a vs total curvature B

여기서, $\gamma' = d \cos \alpha / d_e$ 이고, $g(+\gamma')$ 는 축 그루브와 볼 그리고 $g(-\gamma')$ 는 볼과 너트 그루브에 대한 함수를 의미한다. 또한 Jones⁽⁴⁾는 $g(+\gamma')$ 와 $g(-\gamma')$ 의 합은 총 곡률 B 에 의존하는 모든 접촉각들에 대해 상수로 남는다는 것을 지적했다. 그리고 이 축방향 처짐상수 K_a 를 다음과 같은 식으로 표현했다.

$$K_a = \frac{K_a d^{0.5}}{B^{1.5}} \quad (54)$$

그리고, 식 (47)과 식 (51)으로부터, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{Q}{Z K_a D^{1.5} \cos \lambda} = \sin \beta \left(\frac{\cos \beta_f}{\cos \beta} - 1 \right)^{1.5} \quad (55)$$

식 (55)는 Fig. 7과 Newton Raphson method를 이용하여 수치적으로 풀 수 있다.

$$\beta' = \beta$$

$$+ \frac{Q}{Z K_a D^{1.5} \cos \lambda} - \sin \beta \left(\frac{\cos \beta_f}{\cos \beta} - 1 \right)^{1.5} \\ + \frac{3}{2} \cos \beta_f \tan^2 \beta \left(\frac{\cos \beta_f}{\cos \beta} - 1 \right)^{0.5} \quad (56)$$

이 식은 $\beta' - \beta$ 가 0일 때 만족된다.

3. 모의실험 결과

상사비의 변화가 볼나사의 성능에 미치는 영향정

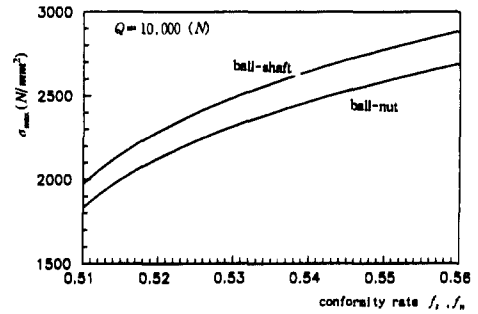


Fig. 8 Conformity rate vs maximum stress in contact point

도를 알아보기 위하여, 기존의 설계자료에 기준하고 상사비의 변화만을 고려하여, 볼과 그루브의 접촉면에 대한 표면 최대응력과 표면아래에서 발생하는 최대 전단응력의 크기와 작용깊이를 해석하고자 하였다. 기본 설계자료는 싱글 볼나사의 경우에 대하여 다음과 같으며, 상사비는 실제 경우와 유사하게 0.51에서 0.56까지 변화시키면서 모의실험을 행하였다.

볼직경	$d = 6.35 \text{ mm}$
틈새	$P_a = 0.005 \text{ mm}$
볼간직경(BCD)	$d_e = 50 \text{ mm}$
푸아송비	$\nu = 0.3$
탄성계수	$E = 2.06 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
피치	$P_t = 10 \text{ mm}$
지향접촉각	$\beta_0 = 40^\circ$
권수	$i = 2.5$
회로수	$j = 1$

주어진 설계자료에 대하여, Fig. 8에 상사비의 변화에 따른 접촉부 중앙부에서의 최대응력을 보여 주고 있는데 상사계수가 커짐에 따라 최대응력은 커지고 있다. 또한, 하중이 커짐에 따라 일반적으로 최대 전단응력은 커지게 되는데, 재료의 소성변형을 일으키는 최대 전단응력을 κ 라 하면, 접촉면의 중앙부에서의 응력이 약 3κ 에 도달하였을 때 접촉면 아래 최대 전단응력은 κ 에 도달한다는 것은 이미 알려진 사실이다.⁽⁷⁾ 그리고 재료의 항복강도를 넘는 접촉압력이 반드시 소성변형의 결과로 나타나지는 않는데, 이것은 유체내의 어떤점에서 작용하는 응력의 성분이 그점에서의 소성변형에 기여하지 않는 것과 동일한 것으로, 표면이 작용하중에 대해 직각인 3방향으로 압축응력을 받고 있기

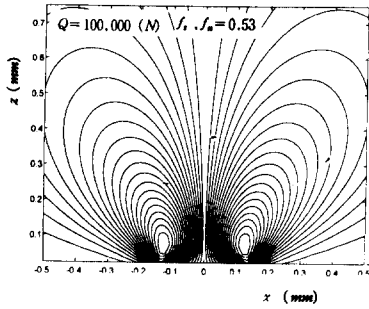


Fig. 9 Shear stress diagram

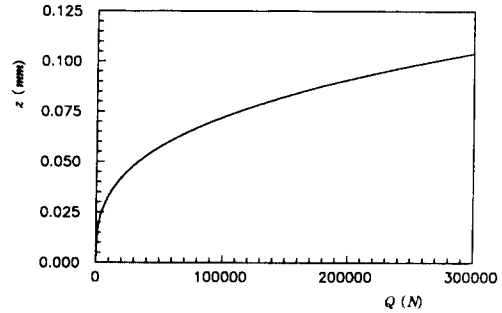


Fig. 12 Axial load vs depth of maximum shear stress

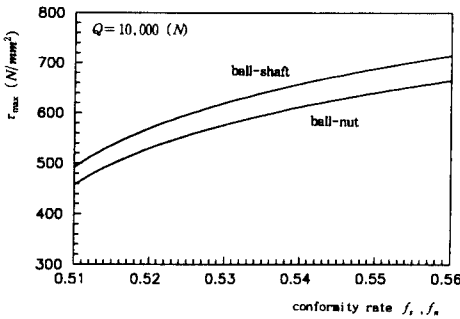


Fig. 10 Conformity rate vs maximum shear stress

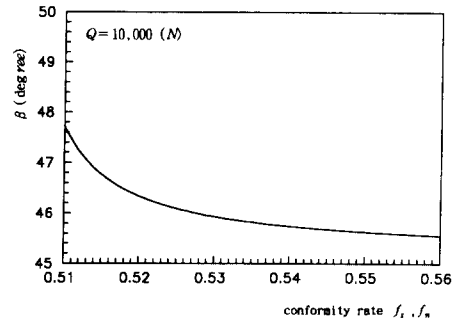


Fig. 13 Conformity rate vs contact angle β

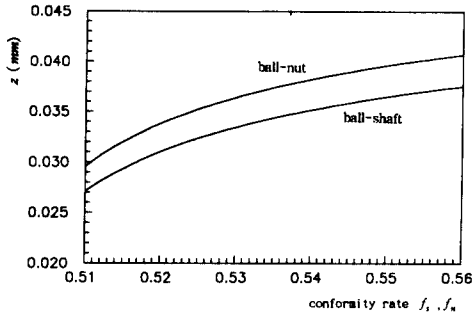


Fig. 11 Conformity rate vs depth of shear stress

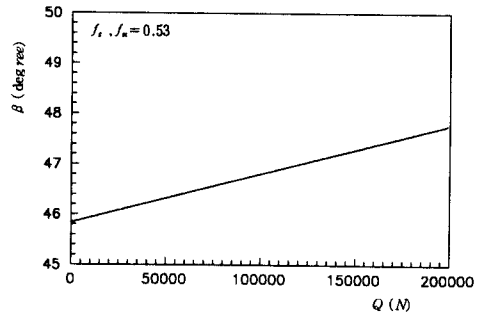


Fig. 14 Axial load vs contact angle β

때문이다. 이것은 기대되어지는 것보다 더 높은 하중이 탄성적으로 수행되어질 수 있다는 것을 의미한다. 더욱이 그것은 접촉부 아래에서 항복이 일어날 때 조차, 소성변형역이 모든면에서 탄성역으로 구속되어 있으므로, 표면의 소성변형은 미약한 정도에 머무를 수 있다. 하중이 증가함에 따라 소성역은 점점 넓어지게 되고, 이것은 결국 표면에 소성흐름을 유발하게 된다. 이것은 평균 접촉압력이 초기항복이 일어나는 접촉압력의 2배 이상인 약

6κ 일때 일어나게 된다. 이와같은 조건아래에서 평균압력은 재료의 인텐테이션 경도 H 이다. 즉, $H \cong 6\kappa \cong 3Y$ 이다. 따라서 재료의 항복강도에 기준하여 접촉표면의 허용하중을 계산할 수 있고, 이에 따라 작용하중에 따른 그루브상사비의 값을 설계할 수 있다.

볼나사의 접촉부 경화경도를 $H_R C60$ 으로 가정할 때 접촉응력의 허용값^(5,6)으로 250 kg/mm^2 내외의 값을 사용하고 있으며, 상사비의 증가에 따라 최대

응력은 증가하게 되고 국부적으로 허용치를 넘어갈 수 있다는 것을 보여주고 있다. 허용하중을 넘는 응력의 작용으로 접촉부는 쉽게 마멸하고, 이에 따라 볼나사의 수명은 짧아지게 된다.

Fig. 9에서는 상사계수 0.53의 축방향 하중 100,000 N 경우에 발생한 접촉력에 대해 최대 전단응력이 접촉면 아래에서 작용함을 보여주고 있다.

Fig. 10은 상사비의 변화에 따른 최대 전단응력의 크기를 보여주며, Fig. 11은 표면아래 최대 전단응력이 일어나는 위치를 보여주고 있는데 상사계수의 변화에 따라 표면의 접촉응력이 증가함으로 이들도 같은 경향으로 증가하고 있다. Fig. 14는 축방향 하중의 변화에 따른 최대 전단응력깊이를 보여주는 것으로 하중의 증가와 아울러 깊이가 증가하고 있다. 따라서 사용조건에 따라 변화하는 최대전단응력 작용위치를 고려하여 열처리 경화깊이를 정하여 줌으로써 공정을 효율적으로 관리할 수 있다.

Fig. 13은 일정하중 작용시 상사계수의 변화에 따른 접촉각 β 의 변화량을 보여주는 것으로 상사계수가 증가함에 따라 지수함수적으로 감소하고 있다.

Fig. 14는 일정한 상사계수를 취할 때, 하중의 변화에 따른 접촉각 β 의 변화량을 보여주는 것으로 하중의 증가에 따라 접촉각이 거의 선형적으로 증가한다. 따라서 사용하중을 알고 이때, 볼나사가 최대 효율을 갖을 수 있는 접촉각이 되도록 볼나사를 설계한다면 볼나사의 성능을 극대화할 수 있다.

4. 결 론

Hertzian의 접촉이론을 응용, 볼나사 그루브 설계에서 상사비 결정방법을 제안하였으며, 이에 따라 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 상사비의 증가에 따라 최대 접촉응력은 증가

하며, 볼나사의 작용정밀도와 수명을 보장하기 위해서는 접촉부의 최대 하중이 허용치 이하가 되도록 그루브를 설계하여야 한다.

(2) 최대 전단응력은 하중작용 방향으로 접촉표면 아래에서 작용하므로, 이에 의한 볼나사의 파괴를 방지하기 위해서는 최대 전단응력이 작용하는 점 이상의 깊이까지 열처리 경화할 필요가 있다.

(3) 상사비의 증가에 따라 접촉각은 지수함수적으로 감소하고, 하중의 증가에 따라 접촉각은 선형적으로 증대하므로 사용하중에 따라 볼나사가 최대 효율을 갖도록 접촉각을 선택한다면 볼나사의 성능을 극대화할 수 있다.

참고문헌

- (1) 이상조, 1993, "고정밀 가공 및 측정기술," 상공자원부, 과학기술처 연구보고서.
- (2) Bernard J. Hamrock, Duncan Dowson, 1981, *Ball Bearing Lubrication*, A Wiley-Interscience Publication, pp. 35~90.
- (3) Tedric A. Harris, 1991, *Rolling Bearing Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 147~189, pp. 205~208.
- (4) Jones, A. B., 1946, *Analysis of Stress and Deflection*, New Departure Engineering Data, Bristol, Conn., pp. 21~50.
- (5) Levit, G. A., 1963, "Calculations of Recirculating Ball Screw and Nut Transmissins," *Machines & Tooling*, 34(4), pp. 9~16.
- (6) Basu, S. K., Pramanik, D. K., 1982, "Design of Recirculating Ball Screw Assemblies," *Mechanical Engineering Bulletin*, Vol. 13, No. 1, pp. 3~26.
- (7) Halling, J., 1983, *Principles of Tribology*, The Macmillan Press LTD., pp. 50~53.