

〈論 文〉

2차원 박판성형공정 해석을 위한 강소성 외연적 유한요소 수식화

안동규* · 정동원** · 양동열*** · 정완진****

(1995년 4월 11일 접수)

Rigid-Plastic Explicit Finite Element Formulation for Two-Dimensional Analysis of Sheet Metal Forming Processes

Dong-Gyu Ahn, Dong-Won Jung, Dong-Yol Yang and Wan-Jin Jung

Key Words : Two-Dimensional Rigid-Plastic Explicit Finite Element Formulation(2차원 강소성 외연적 유한요소 수식화), Parametric Study(매개변수 연구), Normal Anisotropy(수직 이방성재료)

Abstract

The explicit scheme for finite element analysis of sheet metal forming problems has been widely used for providing practical solutions since it improves the convergency problem, memory size and computational time especially for the case of complicated geometry and large element number. The explicit schemes in general use are based on the elastic-plastic modelling of material requiring large computation time. In the present work, a basic formulation for rigid-plastic explicit finite element analysis of plain strain sheet metal forming problems has been proposed. The effect of some basic parameters involved in the dynamic analysis has been studied in detail. Thus, the effective ranges of parameters have been proposed for numerical simulation by the rigid-plastic explicit finite element method. A direct trial-and-error method is introduced to treat contact and friction. In computation, sheet material is assumed to possess normal anisotropy and rigid-plastic workhardening characteristics. In order to show the validity and effectiveness of the proposed explicit scheme, computations are carried out for cylindrical punch stretching and the computational results are compared with those by the implicit scheme as well as with a commercial code. The proposed rigid-plastic explicit finite element method can be used as a robust and efficient computational method for analysis of sheet metal forming.

기 호 설 명			
$\bar{\sigma}$: 유효응력	t^o	: 초기박판두께
$\bar{\epsilon}, \Delta\bar{\epsilon}$: 유효변형률 및 유효변형률 증분	f^B, f^S	: 체적력 및 표면력
		A^o	: 초기박판의 두께방향에 수직한 면의 면적
		S	: 표면력 작용면
		S^r	: Traction force 작용면
		ρ	: 밀도

*대우중공업(주) 우주항공연구소

**현대자동차(주)

***회원, 한국과학기술원 기계공학과

****회원, 삼성종합기술원

\dot{u}, \ddot{u}	: 속도 및 가속도
k	: 감쇄 파라미터
$[K], [M]$: 강성행렬 및 질량행렬
$[C]$: 감쇄행렬
$[F^{int}], [F^{ext}]$: 내력벡터 및 외력벡터
$\Delta t, \Delta t^{(i)}, dt$: 시간간격, (i) 스텝의 시간간격 및 단위시간
$\Delta t^{(i)}$: (i) 스텝의 시간간격
σ	: 박판 침투량
$u^{pred}, v^{pred}, a^{pred}$: 가상변위, 가상속도, 가상가속도
$v^{(i+1)}, a^{(i+1)}$: (i+1) 스텝의 속도와 가속도
a^{corr}, a^{corr}	: 박판침투량 및 마찰력에 대한 가속도 보정량
T	: 접선방향벡터
v_{rel}	: 박판과 금형사이의 상대속도
C_n	: 박판의 가상속도
v_{tool}^{pred}	: 금형의 가상속도
F_{rel}	: 상대속도에 대한 마찰력
μ	: 마찰계수
F_{norm}	: 박판침투량에 대한 수직저항력
F_{frict}	: 마찰력
w	: 고유진동수
β	: 질량비례 감쇄비
ζ	: 임계 감쇄비
W_{max}	: 최대 고유진동수
C	: 소재내 응력전파속도
L_e	: 유효 요소크기
E	: 종탄성계수
C_n	: Courant 수
n	: 가공경화지수
상첨자	
T	: 행렬의 transpose 표기
ST	: 표면력 작용면에 관련된 물리량들의 transpose 행렬의 표기
S	: 표면력 작용면에 관련된 물리량들의 표기
τ	: Traction force 작용면에 관련된 물리량들의 표기

1. 서 론

현재 박판성형공정을 해석하기 위해 사용되고 있

는 여러 방법중 복잡한 형상의 제품을 성형해석할 수 있는 방법으로는 비선형 유한요소해석법(finite element method)이 타방법에 비해 적용범위가 넓으며 비교적 정확한 해석결과를 얻을 수 있다.

비선형 유한요소 해석법에는 여러가지 방법들이 있다. 이 방법들은 큰 시간간격을 가지며 각 단계마다 힘평형을 맞추며 여러번 축차하여 수렴해나가는 내연적 유한요소 해석법(implicit finite element method)과 반면에 작은 시간 간격을 가지며 각 단계에서 동적 평형방정식을 만족시키는 해를 구하며 축차하지 않는 외연적 유한요소 해석법(explicit finite element method)의 두가지로 크게 나눌 수 있다.

내연적 유한요소 해석법은 기하학적 형상이 매우 복잡하거나 대용량의 문제에 대해서는 수렴성이 문제가 되어 정량적 해를 얻을 수 없다. 그러나, 외연적 유한요소 해석법은 수렴성이 문제가 되지 않아 복잡한 형상이나 대용량의 문제에도 적용하여 정량적인 해를 얻을 수 있다. 이러한 장점을 가진 외연적 유한요소해석의 연구사례를 보면 1986년 Honecker와 Mattiason⁽¹⁾에 의해서 ABAQUS/Implicit과 LS-DYNA3D를 박판 스템핑공정에 적용 외연적 유한요소 해석법의 효율성을 보였고, 1990년에 Hallquist와 Stillman 등⁽²⁾에 의해 LS-DYNA3D 프로그램이 나왔으며 1991년에 Karlsson 등⁽³⁾에 의해 ABAQUS/explicit가 개발되었다. 또한, Nagtegaal과 Taylor⁽⁴⁾에 의해 사각형 컵 드로잉과 반구형 펀치 스트레칭에 적용되었다. 또한, Nakamachi 등⁽⁵⁾이 이방성재료(anisotropic material)에 대한 탄소성 외연적 유한요소법을 이용하여 사각형 컵 드로잉공정을 해석하였다. 그러나, 위 연구사례들은 외연적 유한요소 해석법에 탄소성 유한요소해석을 접목시킨 탄소성 외연적 유한요소해석이었다. 그러나, 본 연구에서는 외연적 유한요소해석의 장점을 평면변형을 가정한 강소성 유한요소해석법(rigid-plastic finite element method)에 접목시켜 평면변형을 가정한 강소성 유한요소법을 제안하였다. 또한, 제안된 방법의 해에 영향을 미치는 매개변수, 즉 질량, 감쇄비, 시간간격, 펀치속도, 내부에너지 및 운동에너지의 영향에 대해 살펴보았다.

한편 제안된 방법의 타당성과 효율성을 보이기 위해 실린더형 펀치 스트레칭 예제를 통해 평면 강소성 유한요소해석 프로그램 및 외연적 유한요소

해석용 상용프로그램인 LS-DYNA 3D, ABAQUS/EXPLICIT과 비교, 분석하였다.

2. 이론해석

2.1 기본 수식화

본 연구에서는 Chung과 Yang 등⁽⁶⁾에 의해 개발된 Hill의 신이방성 이론을 따르는 재료에 대한 강소성 유한요소 해석법을 이용하여 강소성 외연적 유한요소식(rigid-plastic explicit finite element Method)을 개발하였다.

이때 Δt 에서 $\Delta t + \tau$ 까지 변형할 때 가상일의 원리는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{A^0} \bar{\sigma}(\delta\Delta\bar{\epsilon}) t^0 dA^0 \\ &= \int_{A^0} \delta\bar{u}^T f^B t^0 dA^0 + \int_{S^0} \delta\bar{u}^{ST} f^S dS \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $\bar{\sigma}$ 는 유효응력이고, $\Delta\bar{\epsilon}$ 는 유효응력증분이다.

달랑베르의 법칙(D'Alembert's)으로부터

$$\int_{A^0} \delta u^T f^B t^0 dA^0 = \int_{A^0} \delta u^T (f^B - \rho\ddot{u}) t^0 dA^0 \quad (2)$$

또한, 동적거동에 대한 에너지 발산효과를 고려하면

$$\int_{A^0} \delta u^T f^B t^0 dA^0 = \int_{A^0} \delta u^T (f^B - \rho\ddot{u} - k\dot{u}) t^0 dA^0 \quad (3)$$

이 된다.

그러므로, 동적거동을 고려한 가상일의 원리는,

$$\begin{aligned} & \int_{A^0} \rho \delta u^T \ddot{u} t^0 dA^0 + \int_{A^0} k \delta u^T \dot{u} t^0 dA^0 \\ &= \int_{S^0} \tau t^0 \delta u^T dS^0 - \int_{A^0} \bar{\sigma}(\Delta\bar{\epsilon}) t^0 dA^0 \end{aligned} \quad (4)$$

이 된다.

위 식 (4)을 유한요소 분할하면

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \int_{A^0_i} \rho_i \delta u_i^T \ddot{u}_i t^0 dA^0_i + \sum_{i=1}^n \int_{A^0_i} k \delta u_i^T \dot{u}_i t^0 dA^0_i \\ &= \sum_{i=1}^n \int_{S^0_i} \tau_i t^0 dS^0_i - \int_{A^0} \bar{\sigma}(\Delta\bar{\epsilon}) t^0 dA^0 \end{aligned} \quad (5)$$

이 된다.

그리고, 각 요소의 변위를

$$u_i = N_{ia} U_a \quad (6)$$

로 표현한다.

여기서, u_i 는 각 요소의 변위이고 N_{ia} 는 요소의 형상함수(shape function)이며 U_a 는 각 절점의 변위이다.

식 (6)을 (5)에 대입하면

$$\begin{aligned} & \delta U_{\beta}^T \sum_{i=1}^n \left(\int_{A^0_i} \rho_i N_{\beta i} N_{a i} t^0 dA^0_i \right) \dot{U}_a + \delta U_{\beta}^T \sum_{i=1}^n \\ & \cdot \left(\int_{A^0_i} k N_{\beta i} N_{a i} t^0 dA^0_i \right) \dot{U}_a \\ &= \delta U_{\beta}^T \sum_{i=1}^n \left(\int_{S^0_i} N_{\beta i} t^0 dS^0_i \right) - \delta U_{\beta}^T \sum_{i=1}^n \\ & \cdot \left(\int_{A^0_i} N_{\beta i, k} \sigma_{i k} t^0 dA^0_i \right) \end{aligned} \quad (7)$$

가 된다.

각 항에서 δU_{β}^T 를 소거한후, 간단히 표현하면

$$[M]\dot{U} + [C]\dot{U} = [F^{ext}] - [F^{int}] \quad (8)$$

이 된다.

여기서, $[M]$ 과 $[C]$ 는 각각 질량행렬(%mass matrix)과 감쇄행렬(damping matrix)이다.

위의 식으로부터 동적평형을 만족하는 가속도를 구한다.

그후, 중앙차분법(central difference method)에 의해 속도(velocity)와 변위(displacement)를

$$\begin{aligned} \dot{u}_{(i)} &= \dot{u}_{(i-1)} + \Delta t \cdot (\ddot{u}_{(i)}) \\ u_{(i)} &= u_{(i-1)} + \Delta t \cdot (\dot{u}_{(i)}) \end{aligned} \quad (9)$$

로 계산한다.

2.2 접촉처리

외연적 유한요소해석에서의 접촉처리(contact treatment)는 직접적 시행착오법(direct trial and error method)^(3,7)을 사용하였다. 직접적 시행착오법의 절차는 다음과 같다.

첫단계로서는, Fig. 1의 박판과 금형이 서로 접촉하여 Fig. 2와 같이 되면 각 절점(node)의 가속

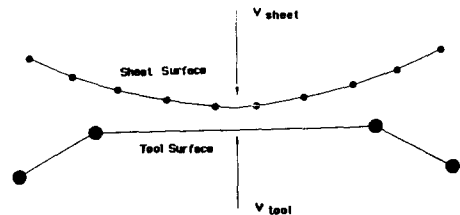


Fig. 1 Configuration before contact

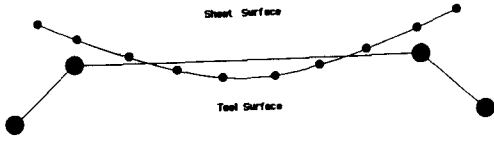


Fig. 2 Configuration after contact (penetration not corrected)

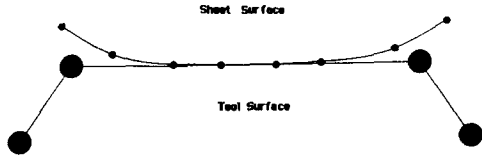


Fig. 3 Configuration after contact (penetration not corrected)

도, 속도, 변위를 각각 구한다.

$$\begin{aligned} a^{pred} &= (F_{ext}^{(i+1)} - F_{in}^{(i+1)}) / M \\ v^{pred} &= v^{(i)} + \frac{t^{(i+1)} + t^{(i)}}{2} \cdot a^{pred} \\ u^{pred} &= u^{(i)} + \frac{t^{(i+1)} + t^{(i)}}{2} \cdot v^{pred} \end{aligned} \quad (10)$$

다음 단계에서는 각 절점이 금형을 침입하지 못하도록 각 절점의 저항력을 계산하여 가속도, 속도, 변위를 보정하면 Fig. 3과 같은 상태가 된다.

$$a^{cor1} = \frac{\delta}{\Delta t^2} \quad (11)$$

여기서, δ 는 박판의 금형 침투량(penetration)이다.

보정된 가속도, 속도 및 변위는 다음과 같이 주어진다

$$\begin{aligned} a^{(i+1)} &= a^{pred} + a^{cor1} \\ v^{(i+1)} &= v^{pred} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \cdot a^{(i+1)} \\ u^{(i+1)} &= u^{pred} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \cdot v^{(i+1)} \end{aligned} \quad (12)$$

2.3 미끄러짐 및 접촉체크

외연적 유한요소해석에서는 박판과 금형이 서로 상대속도를 가지고 있다. 그러므로, 미끄러짐(slip)과 접촉(stick)을 판단하는 방법도 상대속도에 의해 결정된다.

미끄러짐과 접촉을 판단하는 절차는 다음과 같다.

(1) 접촉상태에서 계산된 가속도, 속도, 변위를

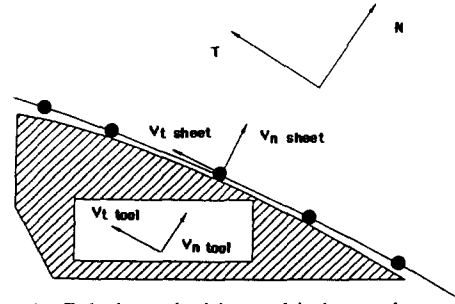


Fig. 4 Relative velocities at friction surface

가상적 가속도, 속도, 변위로 생각한다.

$$\begin{aligned} a^{pred} &= a^{(i+1)} \\ v^{pred} &= v^{(i+1)} \\ u^{pred} &= u^{(i+1)} \end{aligned} \quad (13)$$

(2) Fig. 4 에서 보인 바와 같이 다음 식에 의해서 금형과 박판의 상대속도를 계산한다.

$$v_{rel} = T \cdot (v_{sheet}^{pred} - v_{tool}^{pred}) \quad (14)$$

(3) 상대속도에 의한 마찰력(friction force)을 계산한다.

$$F_{rel} = \frac{M v_{rel}}{\Delta t^{(i)}} \quad (15)$$

한편, 각 절점의 마찰력은 쿨롱(Coulomb) 마찰력 이상이 될 수 없다.

(4) 미끄러짐과 접촉을 판단한다.

$$F_{frict} = \frac{F_{rel}}{|F_{rel}|} \min(\mu F_{norm}, |F_{rel}|) \quad (16)$$

여기서, $F_{norm} = m\delta / \Delta t^2$ 이다.

(5) 식 (14)에서 계산된 마찰력에 의해 가속도, 속도, 변위를 다시 보정한다.

$$\begin{aligned} a^{cor2} &= \frac{F_{frict}}{M} \\ a^{(i+1)} &= a^{pred} + a^{cor2} \\ v^{(i+1)} &= v^{pred} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \cdot a^{(i+1)} \\ u^{(i+1)} &= u^{pred} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \cdot v^{(i+1)} \end{aligned} \quad (17)$$

3. 외연적 유한요소해석의 매개변수에 대한 연구

3.1 질량행렬 구성

외연적 유한요소해석에서는 질량행렬(mass

matrix)의 구성방법이 해의 정확도에 영향을 준다. 또한 질량(mass)을 변화시키므로써 계산시간을 조절할 수 있다.

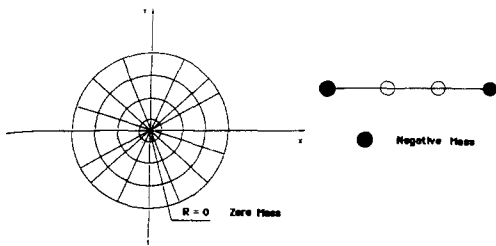
각 절점의 질량을 구하는 방법은 연속적질량 (consistent mass)과 집중적 질량(lumped mass) 두가지가 있다.⁽⁸⁻¹⁰⁾ 특히, 집중적 질량법은 요소단 위로(elementwise) 해를 계산할 수 있으므로 계산 시간을 많이 감소시킬 수 있는 장점이 있다. 그러나, 집중질량법을 사용한 외연적 유한요소 해석법이 해의 정확도를 보장받기 위해서는 다음 관계를 만족시켜야 한다.⁽⁸⁾

$$\text{적분점의 수} \geq 2(p-m) \quad (18)$$

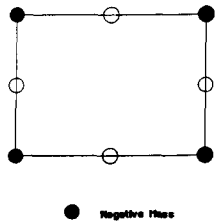
여기서, p 는 형상함수 $[N]$ 의 최대차수이고, m 은 변형에너지 식에서의 최대차수이다.

한편, 일반적으로 사용되는 집중질량법에는 절점 적분법(nodal quadrature), 행합법(row-sum technique), HRZ 집중용량법(HRZ-lumping scheme) 등이 알려져 있다. 이 세가지 방법중 본 연구에서는 전체질량이 보존되고 영질량(zero mass)과 음의 질량(negative mass)(Fig. 5)가 발생하지 않으며, 저차(low order)의 요소를 사용할 경우 해의 정확도가 높은 HRZ 집중용량법을 사용하였다.

HRZ 집중용량법의 질량행렬 구성식은 다음과



(a) Zero and negative mass in nodal quadrature method



(b) Negative mass in Row-Sum technique

Fig. 5 Some demerits of the lumped mass method

같다.

$$[M^e] = \alpha \delta_{ij} \int_e \rho [N]^T [N] dV^e$$

$$\alpha = \frac{\int_{V^e} \rho dV^e}{\sum_{a=1}^{n_{em}} \int_{V^e} \rho N^2 dv} \quad (19)$$

그리고, 질량 스케일링 (mass scaling)을 통해서 계산시간을 감소시킬 수 있다.

$$[M_e'] = C_m [M_e] \quad (20)$$

여기서, C_m 은 질량 스케일링계수 (mass scaling coefficient)이다.

일반적으로 2차원 탄소성 외연적 유한요소해석의 경우는 질량 스케일링 (mass scaling)을 거의 사용하지 않는다. 그러나, 강소성 외연적 유한요소해석에서는 1~16 정도의 질량 스케일링계수를 사용하였다.

3.2 감쇄비

감쇄는 재료의 이력현상(hysteresis)이나 접촉부위의 미끄러짐과 같은 에너지발산 메카니즘에 의해 나타난다. 감쇄메카니즘을 수치적으로 해석하기 위해서 크게 2가지 모델이^(11,12)제안되고 있다.

첫째는 물리적 에너지소실 (energy dissipation) 메카니즘을 모델링하여 사용하는 현상학적 감쇄법 (phenomenological damping method)이고, 둘째는 특정 임계 감쇄비 (damping ratio)를 도입하여 점성감쇄를 계산하여 사용하는 가상감쇄법 (spectral damping method)이다. 본 연구에서는 가상감쇄법중 대표적인 방법인 비례감쇄법 (proportional damping)을 사용하였다.

$$[C] = \alpha [K] + \beta [M] \quad (21)$$

$$\beta + \alpha \omega^2 = 2\zeta \omega \quad (22)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\omega} + \alpha \omega \right) \quad (23)$$

고유진동수와 감쇄비와의 관계는 Fig. 6과 같다.

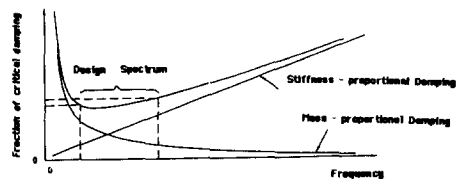


Fig. 6 Variation of damping ratio with respect to frequency

한편, 박판성형공정에서의 감쇄의 영향은 위의 기술된 것과 펀치의 속도 및 시간간격이 증가됨으로서 발생하는 관성효과, 즉 과도한 운동에너지의 평가를 보정해 줄 수 있다. 따라서 박판성형공정에서는 고유진동수 값이 작기 때문에 질량 비례감쇄 (mass proportional damping) 를 사용한다.

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{\beta}{w} \tag{24}$$

$$\beta = 2w\zeta = \frac{[C]}{[M]} \tag{25}$$

β 의 범위는 Plesha 등⁽¹³⁾에 의해

$$\beta \leq 0.1/dt \tag{26}$$

로 알려져 있다.

여기서, dt 는 단위시간이다.

또한, Chou 등⁽¹⁴⁾에 의해 업셋팅(upsetting) 및 링압축실험 (ring compression test)의 탄소성해석의 경우

$$\beta \leq 0.002/dt \tag{27}$$

가 적절함이 알려져 있다.

한편, Fig. 7은 재료에 따라 β 의 범위가 달라짐을 나타내고 있다.

본 연구에서는 $\beta = 1.0e-6/dt$ 를 사용 하였다.

3.3 시간간격

외연적 유한요소해석에서 해의 정확도(accuracy)와 안정도(stability)에 가장 크게 영향을 미치는 것이 시간간격(time interval) Δt 이다.

시간간격에 대한 표현식은 다음과 같다.

$$\Delta t \leq \frac{2}{W_{max}} \tag{28}$$

여기서, W_{max} 는 최대 고유진동수이다.

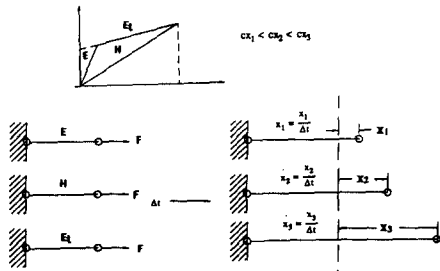


Fig. 7 Variation of damping ratio with respect to material type

W_{max} 는 실제로 계산하기가 어려우므로 쿠런트 (Courant) 등⁽¹²⁾이 제안한

$$W_{max} = \frac{1}{2} \frac{C}{L_e} \tag{29}$$

를 사용한다.

여기서, C 는 소재내 응력전파속도이며 L_e 는 유효 요소크기이다.

한편, 소재내 응력전파속도는

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{30}$$

이다.

여기서, E 는 종탄성계수이고 ρ 는 밀도이다.

실제 해석에서는 소재내 응력전파속도가 정확하게 계산되지 않고, 최대 고유진동수 W_{max} 의 값이 1자유도의 최대 고유진동수이므로 이것을 보정하고, 해의 정확도를 보정받기 위해 C_n 를 도입한다.

$$C_n = \frac{\Delta t_{actual}}{\Delta t_{stable}} \tag{31}$$

C_n 의 값은 보통 5~20%정도로 추천된다.^(14,15) 한편, 강소성 외연적 유한요소해석에서는 $C_n = 10\%$ 이하를 사용하였다.

3.4 펀치속도

실제 공정에서 펀치속도(punch velocity)는 1m/sec 정도이다. 그러나, 외연적 유한요소해석에서는 해에 영향을 미치지 않고 해석시간을 감소시키기 위해서 일반적으로 5~30 m/sec 정도의 펀치속도를 사용한다.⁽⁴⁾

외연적 유한요소해석시 펀치속도를 증가시킬 수 있는 범위는 재료내 응력전파속도보다 펀치속도가 매우 작을 경우와 펀치속도 증가에 의해 발생하는 과도한 관성력의 평가를 감쇄비에 의해 제어가능한 범위이어야 한다. 한편, 강소성 외연적 유한요소해석에서 펀치속도의 범위는 5~20 m/sec 정도로 선택하였다.

3.5 에너지 계산

외연적 유한요소해석에서 운동에너지 및 내부에너지는 재료의 전체적인 변형을 결정짓는 중요한 요소가 된다. 특히, 내부에너지에 대한 운동에너지의 비에 따라 시간간격 및 펀치속도를 제어할 수 있다.

한편, 전체 운동에너지는 아래와 같이 표현된다.

$$E_{K.E} = \sum_{i=1}^{node} \frac{1}{2} m_{(i)} v_{(i)}^2 \quad (32)$$

여기서, $m_{(i)}$ 는 각 절점의 질량이고, $v_{(i)}$ 는 각 절점의 속도이다. $node$ 는 절점의 수이다.

또한, 전체 내부에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$E_{in} = \sum_{i=1}^{nel} \int \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon} dA \\ = \sum_{i=1}^{nel} K \bar{\epsilon}^{n+1} \cdot l_e \cdot t \cdot \frac{1}{n+1} \quad (33)$$

여기서, $\bar{\sigma}$ 는 유효응력, $\bar{\epsilon}$ 는 유효변형률, l_e 는 요소길이, t 는 두께이다.

4. 수치해석 결과 및 고찰

평면변형을 가정한 강소성 외연적 유한요소해석 프로그램의 타당성을 확인하고 외연적 강소성 유한요소해석에서 각 매개변수(parameter)들이 해에 미치는 영향을 알아보기 위해서 실린더형 펀치 스트레칭(cylindrical punch stretching) 공정의 성형해석을 하였다. 또한, 오하이오 벤치마크 테스트(Ohio Benchmark test-1990) 결과⁽¹⁶⁾와 비교하였다. 그리고, 강소성 유한요소해석의 타당성과 프로그램의 효용성을 보이기 위해 현재 사용되고 있는 상용프로그램인 ABAQUS/EXPLICIT 및 LS-DYAN3D와 비교하였다. 평면 변형 문제의 벤치마크 테스트(Benchmark test) 예제는, 수학적으로 간결하면서 간단한 기하학적 형상을 갖는 실린더형 펀치에 의한 스트레칭(stretching)공정을 해석하였다. 해석에 쓰인 초기상태의 단면형상은 Fig. 8에 도시되어 있고, 시뮬레이션조건은 다음과 같다.

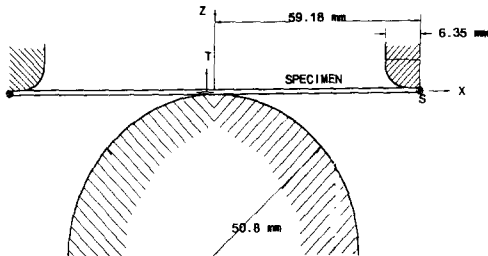


Fig. 8 Initial configuration of the cylindrical punch stretching

응력변형도 곡선 : $\bar{\sigma} = 598 (\bar{\epsilon})^{0.216} MPa$

수직 이방성계수 : $R = 1.0$

재료두께 : $t = 1 \text{ mm}$

위의 조건에서 $\mu = 0.15$, $\mu = 0.3$ 의 경우에 대해 펀치행정(stroke) 30 mm까지 성형해석하였다.

4.1 내연적 강소성 유한요소법과의 비교

실린더형 펀치 스트레칭 공정을 강소성 외연적 유한요소해석해 본 결과 질량행렬, 시간간격, 펀치 속도, 감쇄비 등 파라미터들이 해에 미치는 영향은 다음과 같음을 알 수 있었다.

첫째, 질량(mass)은 박판성형해석시 각 절점에서의 관성력에 영향을 준다. 또한, 질량 스케일링(mass scaling)을 통하여 시간간격의 범위를 증가시킬수 있음을 알았다. 그러나, Fig. 9, Fig. 10에 나타난 것처럼 질량 스케일링의 범위는 1~16 정도이며, 그 범위를 넘으면 형상과 변형률분포가 내연적 유한요소해석과 다른 경향을 보인다. 그것은 질량 스케일링을 크게함으로써 운동에너지가 과도하게 평가되어 절점에서의 동적평형을 이루지 못했기 때문으로 짐작된다.

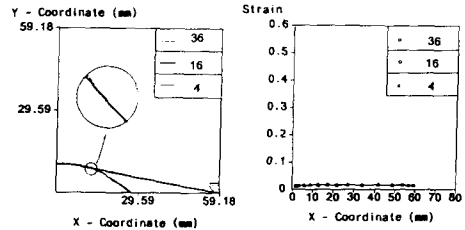


Fig. 9 Shape change and strain distribution with respect to mass (stroke=10 mm)

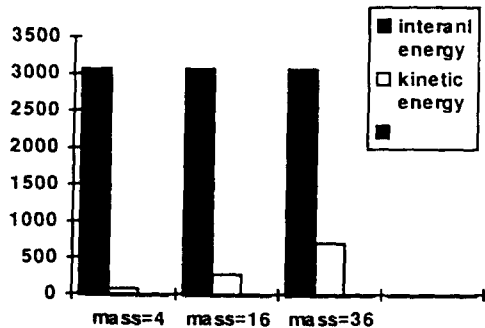


Fig. 10 Variation of kinetic energy and internal energy with respect to mass (stroke=30 mm)

둘째, 펀치속도(punch velocity)가 외연적 유한요소해석시 미치는 영향은 Fig. 11와 Fig. 12에 나타나 있다. 속도가 증가되면 계산속도는 빨라지나, 요소가 관성력을 이기지 못할만큼 펀치속도가 빨라지면 해에 좋지 않은 영향을 준다. 또한, 평면 강소성 해석에는 1~15 m/sec정도의 펀치속도가 적당함을 알 수 있었다. 15 mm/sec 이상의 속도가 되면 Fig. 11의 일점채선 및 Fig. 12의 운동에너지

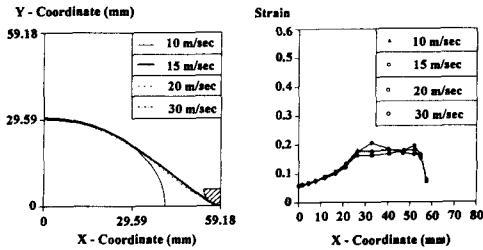


Fig. 11 Shape change and strain distribution with respect to punch velocity (stroke=30 mm)

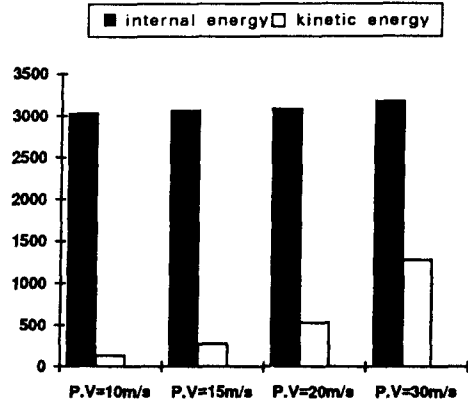


Fig. 12 Variation of kinetic energy and internal energy with respect to punch velocity (stroke = 30 mm)

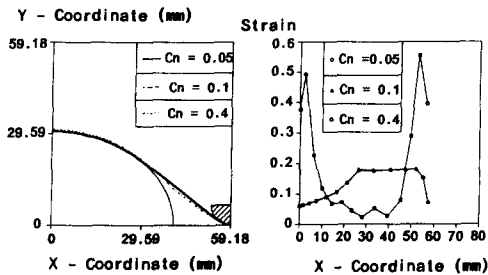


Fig. 13 Shape change and strain distribution with respect to time increment (stroke=30 mm)

량에 나타난 것과 같이 각 절점에서의 운동에너지가 과도하게 평가되어 동적평형이 이루어지지 않아서 펀치에 박판이 붙는 불안정 현상이 나타난다.

셋째, 시간간격이 해에 미치는 영향은 Fig 13 및 Fig 14에 나타나 있다. 이 결과로부터 시간간격을 크게 하여 재료의 응력 파동이 요소의 길이방향으로 전달됨으로써 해가 불안정하게됨을 알 수 있었다. 그리고, 응력파동전달에 의한 파동중첩에 의해 양끝요소 주위에 변형률이 집중되어 Fig. 14과 같이 내부에너지가 급격히 증가되는 현상이 나타난다. 그러므로, 평면 강소성 외연적 유한요소해석에

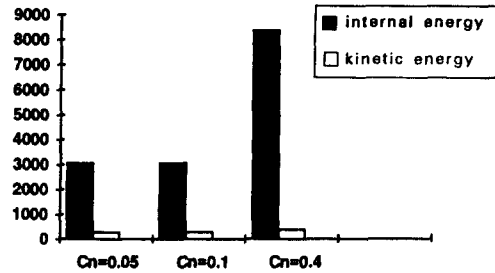


Fig. 14 Variation of kinetic energy and internal energy with respect to time increment (stroke=30 mm)

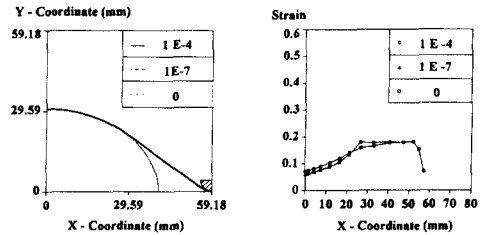


Fig. 15 Shape change and strain distribution with respect to damping ratio (stroke=30 mm)

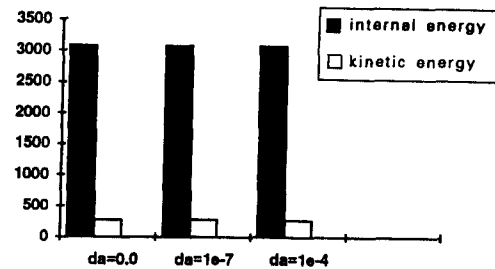


Fig. 16 Variation of kinetic energy and internal energy with respect to damping ratio (Stroke=30 mm)

서 C_n 의 범위는 0.1 이하가 바람직함을 알 수 있다.

넷째, 감쇄의 영향을 Fig. 15 와 Fig. 16 에 나타나 있다. 이 결과로부터 감쇄의 영향은 작은 감쇄비의 값으로도 해에 영향을 줄을 알 수 있다. 특히, 변형이 심해질수록 Fig. 16의 변형률 분포처럼 감쇄비의 영향은 크게 나타난다. 그러나, Fig. 17 에 나타난 것처럼 기하학적 구속때문에 변형형상에는 영향을 주지 못한다. 평면 강소성 유한요소해석에서의 감쇄비 β 의 범위는 $1.0E-6$ /단위시간 이하가 적절하였다. 그것은 재료의 변형이 커짐에 따라 단위 시간당 재료의 속도가 증가됨으로써 감쇄력이 증가되기 때문인 것으로 짐작된다.

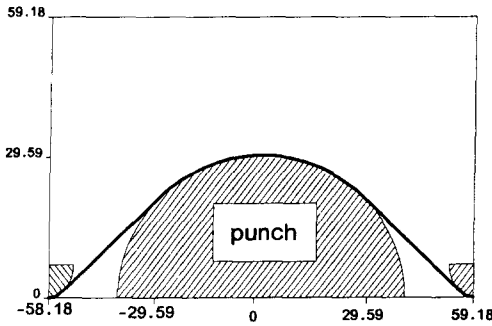


Fig. 17 Final shape of cylindrical punch stretching (stroke=30 mm)

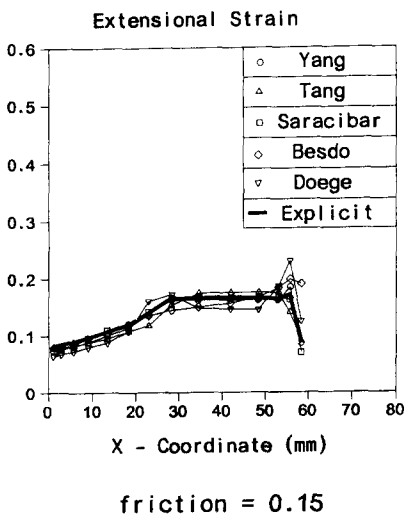
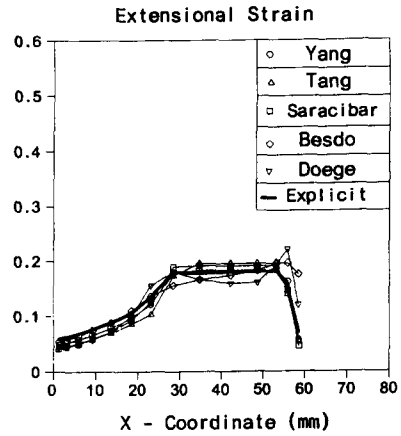


Fig. 18 Comparison of the longitudinal strain between implicit and explicit results at $\mu=0.15$ (stroke=30 mm)



friction = 0.3
Fig. 19 Comparison of the longitudinal strain between implicit and explicit results at $\mu=0.3$ (stroke=30 mm)

다섯째, 내연적 강소성 유한요소해석과 외연적 강소성 유한요소해석을 비교해 보면 펀치와 박판이 상대속도를 가지는 외연적 강소성 유한요소해석에서는 상대속도에 따른 마찰계수의 변화를 고려하여 동마찰계수를 사용하여야 하지만, 본 연구에서는 정마찰계수를 사용하였기 때문에 마찰부위에서 외연적 강소성 유한요소법의 변형률 분포가 크게 형성된다고 생각된다.

4.2 상용프로그램과의 비교

4.2.1 ABAQUS와의 비교

재료의 물성치는 실린더형 펀치 스트레칭 공정과 같다. 요소는 50개의 연속체요소(continuum element)를 사용하였다. 또한 펀치는 50개의 강체요소(rigid element)를 사용하였으며, 다이(die)는 10개의 강체요소를 사용하였다. ABAQUS/EXPLICIT에서 특이한 점은 시간간격은 재료의 응력-변형률 곡선데이터를 넣으면 자동으로 계산된다는 점과 감쇄비를 정의할때 전체 절점에 균일하게 점성압력(viscosity pressure)를 첨가한다는 점이다. 또한, 모델링은 탄소성 해석으로 되어 있다. 형상 및 변형률분포는 34 mm 정도까지는 외연적 강소성 유한요소 프로그램과 같은 변형률분포 및 변형형상이 나타났다. 그러나, 34 mm를 넘으면 Fig. 20(b)에서 나타난 것처럼 모서리부위의 요소가 금형면을 파먹으면서 뒤틀림(twist) 현상이 나

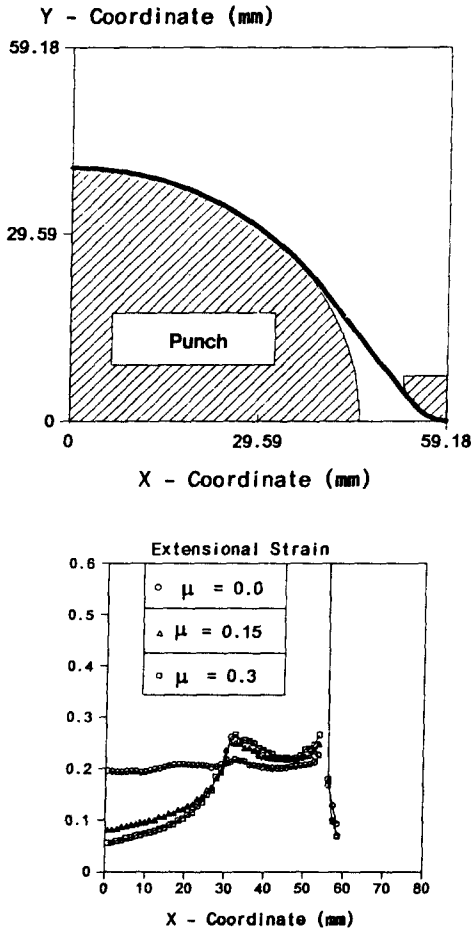


Fig. 20 Results of ABAQUS/EXPLICIT (stroke=40 mm)

타났다. 변형률분포 또한 모서리 부위에서 과도하게 평가되었다.

4.2.2 LS-DYNA3D와의 비교

재료의 물성치는 실린더형 펀치스트레칭 공정과 같다. 요소는 50개의 쉘 요소(shell element)를 사용하였다. 펀치(punch)는 50개의 강체요소(rigid element)를 사용하였으며, 다이(die)는 10개의 강체 요소(rigid element)를 사용하였다. 문제의 대칭성을 고려하여 1/2만 해석하였다. 재료는 탄소성 모델을 도입하였다. 펀치행정 30 mm, 40 mm일때의 변형형상은 각각 Fig. 21(a),(b)에 나타나있다.

해석은 두께변화를 고려한 경우와 두께변화를 고려하지 않은 경우에 대해서 해석하였다. 두께변화를 고려한 경우 Fig. 22(a)에 나타난 것처럼

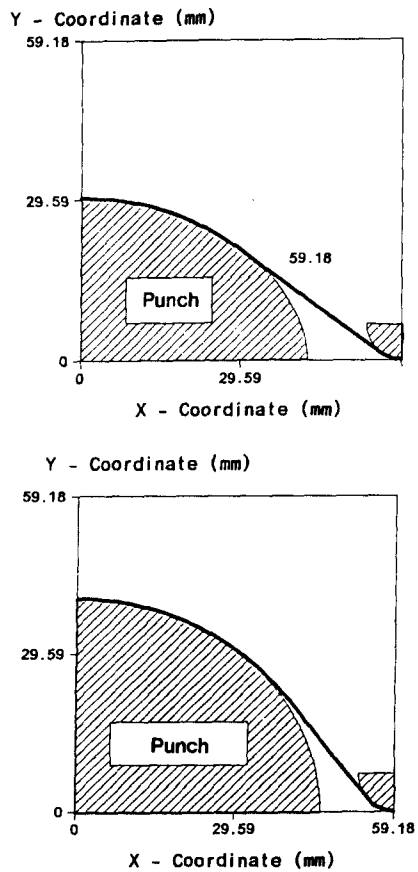


Fig. 21 Results of LS-DYNA3D (deformation shape)

ABAQUS/EXPLICIT와 같이 34 mm 행정을 전후하여 다이 모서리 부위에서 급격히 두께가 얇아지는 것이 나타났다. 또한, 변형률도 과도하게 평가되었다. 두께변화를 고려하지 않은 경우는 Fig. 22(b)에서 보이는 것처럼 40 mm 행정까지 다이의 모서리 부위에서 급격히 두께가 얇아지지 않았다.

한편, Fig. 23(a),(b)에 나타난 것과 같이 30 mm 행정에서 LS-DYNA3D와 외연적 강소성 유한요소해석 결과와 비교하였다. LS-DYNA3D와 외연적 강소성 유한요소해석 결과를 비교해 보면 전체적인 변형률분포의 경향이 일치한다. 그러나, 펀치와 박판이 접촉하는 부위와 다이벽면의 곡률이 큰 부분에서는 약간의 차이를 보여주고 있다. 특히, 두께변화를 고려한 경우와 강소성 외연적 유한요소해석을 비교하면 두께변화를 고려한 경우 다이 벽면에서 두께가 급격히 얇아져 있어 변형률이 조금 높게 나타난 것으로 짐작된다. 또한, 두께변화

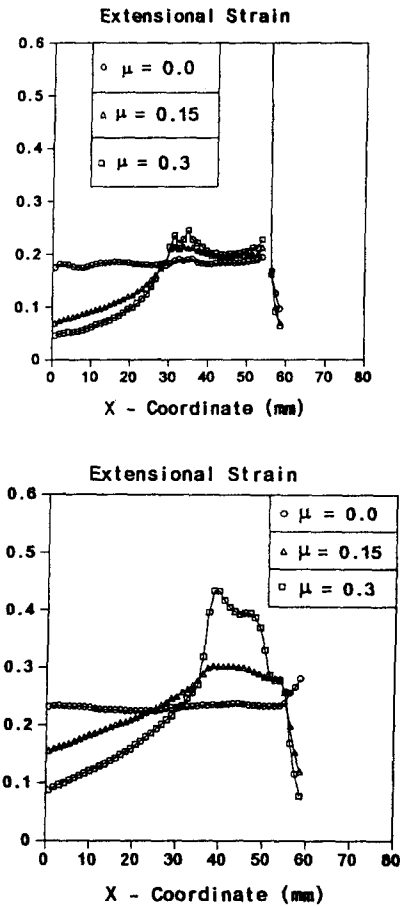


Fig. 22 Results of LS-DYNA3D (strain distribution) (stroke=40 mm)

를 고려한 경우 회전자유도(rotational D.O.F)가 첨가된 셸요소(shell element)를 사용함으로써 펀치와 박판이 접촉하는 부위에서는 변형률이 조금 낮게 평가된 것 같다. 한편, 두께변화를 고려하지 않은 경우와 외연적 강소성 유한요소해석을 비교하면 감소비가 과도하게 첨가되어 Fig. 15와 같이 각 절점이 과도하게 구속된 것으로 생각된다.

한편, 본 비교를 통해 강소성 외연적 유한요소해석의 타당성과 효율성이 입증되었다고 생각한다.

5. 결 론

본 연구에서는 평면변형을 가정한 외연적 강소성 유한요소법을 개발하여 박판성형공정에 적용하였다. 그 결과로서 첫째, 실린더형 펀치 스트레칭공

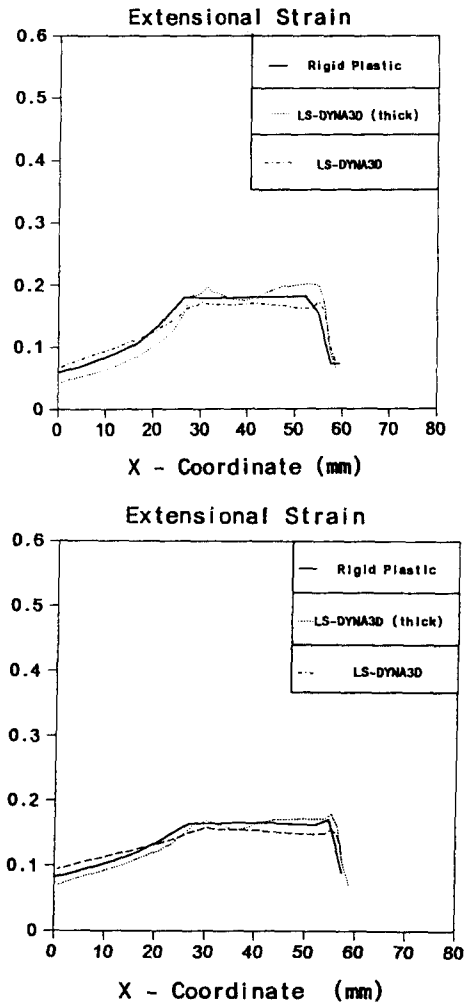


Fig. 23 Comparison of the strain distribution results between the developed rigid-plastic explicit code and the commercial codes (stroke=30 mm)

정을 평면변형을 가정한 강소성 외연적 유한요소법으로 해석하여 오하이오 벤치마크 테스트(Ohio Benchmark test) 결과 및 상용프로그램인 ABAQUS/EXPLICIT와 LS-DYNA3D결과와 비교하여 제안된 방법의 타당성과 효율성을 입증하였다. 둘째로는, 강소성 외연적 유한요소해석시 해의 정확성과 계산시간에 영향을 미치는 기본 매개변수(basic parameter)의 효율적인 사용범위를 제안하였다.

기존의 외연적 유한요소해석의 경우 탄소성 모델에 대한 적용만 이루어졌다. 그러나, 본 연구를 통

해 강소성 모델에도 외연적 유한요소해석이 적용될 수 있으며, 강소성의 장점인 빠른 시간내에 성형해석이 가능함과 외연적 유한요소해석의 장점인 저장용량의 감소를 얻을 수 있었다.

참고문헌

- (1) Honecker, A., Mattiasoon, K., 1986, "Finite Element Procedures for 3-D Sheet Forming Problems," *NUMIFORM* 86, pp. 457~463.
- (2) Hallquist, J. O. and Stillman, D. W., 1990, *LS-DYNA3D Course Notes*, Livemore Software Technology Corporation.
- (3) Karlsson, H. and Sorensen, 1991, *An Introduction to AB AQUUS/Explicit*, Inc.
- (4) Nagtegal, J.C. and Taylor, L. M., 1991, "Comparision of Implicit and Explicit Finite Element Method for Analysis of Sheet Forming Problems," *VDM* 1991, pp. 705~722.
- (6) Nakamachi, E., 1992, "Anisotropic Elastic-Plastic Finite Element Simuulation of 3-D Sheet Forming Process," *NUMIFORM* 92.
- (6) Chung, W. J., Kim, Y. J. and Yang, D. Y., 1987, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Hydrostatic Bulging of Elliptic Diaphragms using Hill's New Yield Criterion," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 31, pp. 193~207.
- (7) Schweizerhof, K., Hallquist J. O. and Wainscott, B., 1992, "Improvement in Contact Algorithms for The Simulation of Thin Sheet Metal Forming with Explicit Finte Element Programes," *NUMIFORM* 92, pp. 535~541.
- (8) Fried, I. and Malkus, D. S., 1975, "Finite Elements Mass Matris Lumping by Numerical Integration with No Convergence Rate Loss," *Int. J. Solids Structure*, Vol. 11, pp. 461~466.
- (9) Hinton, E., Rock, T. and Zienkiwicz, O. C., 1976, "A Note on Mass Lumping and Related Processes in the Finite Element Method," *Earthquake Engng. and Structural Dynamics*, Vol. 4, pp. 245~249.
- (10) Hall, P. Hughes, 1987, *The Finite Element Method*, Prentice-Hall.
- (11) Plesha, M. E., 1980, "Mixed Time Integration for the Transient Analysis of Jointed Media," *I. J. Num. & Analytical Method in Geometry*, Vol. 10. 91~110.
- (12) Cook, R. D., Malkus, D. S. and Plesha, e., 1989, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, Wiley.
- (13) Plesha, M. E., 1980, "Mixed Time Integration for the Transient Analysis of Jointed Media," *I. J. Num. & Analytical Method in Geometry*, Vol. 10. 91~110.
- (14) Chou, P. C. and Wu, L. W., 1986, "A Dynamic Relaxation Finite Element Methoed for Metal Forming Process," *Int. J. Mech. Sci*, Vol28 No 4 pp. 2331~2501.
- (15) Belytschko, T., 1976, "A Survey of Numerical Methods and Computer Programs for Dynamic Structural Analysis," *Nucl. Engrg and Design*, Vol 37 pp.23~34.
- (16) Lee, J. K., Wagoner, R. H. and Nakamachi, E., 1990, "A Benchmark Test for Sheet Forming Analysis," June 30.