

〈論 文〉

평면 제트내의 평행하게 놓인 원형 실린더가 받는
항력과 양력

강신형* · 홍순삼** · 민현석***

(1995년 6월 8일 접수)

Drag and Lift Forces of a Circular Cylinder Located
Parallel to a Planar Jet

Shin-Hyoung Kang, Soon-Sam Hong and Hyun-Seok Min

Key Words : planar jet(평면 제트), drag coefficient(항력계수), lift coefficient(양력계수), circular cylinder(원형 실린더), D/b (실린더 직경과 제트반폭의 비)

Abstract

Variations of the drag and lift forces of a circular cylinder in a planar turbulent jet were experimentally investigated. The force was directly measured using the load cell and estimated by integrating the pressure distribution on the cylinder. As the cylinder moves outward from the center of the jet, the direction of lift force changes and the drag force decreases. Reynolds number, the ratio of cylinder's diameter to half width of jet had effect on maximum drag coefficient and the location where the direction of lift changes.

기 호 설 명

- A : 실린더 길이 방향의 단면적
- b : 제트의 반폭
- C_D : 항력계수
- $(C_D)_{max}$: 제트 중심에서의 항력계수
- C_L : 양력계수
- D : 실린더 직경
- D/b : 실린더 직경과 제트반폭의 비
- F : 실린더가 받는 힘
- F_D : 실린더가 받는 항력
- F_L : 실린더가 받는 양력
- Re : 실린더 직경을 기준으로 한 레이놀즈수
- u_j : 제트 출구속도
- u_m : 자유제트에서 제트 중심의 속도

- x : 유동방향으로의 거리
- y : 유동을 가로지르는 방향으로의 거리
- z : 실린더 길이 방향으로의 거리
- μ : 공기의 점성계수
- θ : 반시계 방향의 각도
- ρ : 공기의 밀도

1. 서 론

균일 유동에 있는 원형 실린더 주위의 정상 및 비정상 유동 특성은 기계, 토목, 조선, 항공 등 여러 공학분야에서 실제적인 응용이 많을뿐만 아니라 원형 실린더 주위의 유동 특성이 유체역학적으로 다양한 현상을 포함하고 있기 때문에 많은 관심의 대상이 되어 왔다. 실린더 주위에 형성되는 층류 및 난류 경계층, 자유유동의 조건에 따른 천이현상, 유동의 박리 및 후류의 특성, 비정상 보텍스의

*회원, 서울대학교 기계공학과

**서울대학교 대학원 기계공학과

***LG전자 중앙연구소

형성 및 이에 따른 유동과 실린더의 상호작용 등은 전산유체역학 기술의 연구, 난류 모델의 개발 및 현상학적 연구를 위해서 아직도 많은 연구가 진행되고 있다.

본 연구에서는 평면 난류제트(planar turbulent jet)내에 평행하게 설치되어 있는 원형 실린더 주위의 난류 유동과 이 때 실린더가 받는 항력과 양력특성에 대하여 관심을 두고 연구하였다. 이러한 문제의 공학적인 응용에 대해서는 부연하지 않더라도 유체역학적으로 흥미 있는 연구의 대상이며, 저자들의 상식으로는 아직 연구발표된 경우가 극히 적다고 생각된다. 기본적으로 제트유동은 자유전단층 문제에 속하며, 그 내부에 놓인 실린더 주위의 유동은 벽면 경계층 유동이 되고, 하류에서 유동이 박리되면서 벽면 전단유동과 자유 전단유동이 혼합되는 특성이 있다. 이러한 유동에는 매우 복잡한 난류현상이 포함되기 때문에 균일유동중에 놓인 실린더 주위의 유동과 함께 수치해석적 기술과 난류 모델을 검증하기에 적합한 연구대상이라고 하겠다. 본 연구는 우선 원형 실린더가 받는 항력과 양력의 특성에 대하여 수행되었다.

2. 실험장치 및 실험방법

2.1 실험의 개요

실험은 먼저 슬릿에서 분출되는 자유제트(free

jet)의 형성이 관건이다. 형성된 제트특성을 살펴 보기 위해 실린더를 설치하지 않은 상태에서 평균 속도분포를 계측하였다. 제트 출구속도를 바꾸면서 유동방향의 여러 위치에서 제트에 수직방향으로 피토포관을 이송시키며 속도를 측정하였다. 또 실린더를 설치하고 실린더 전후에서의 속도분포를 측정하였다. 다음으로 실린더가 제트내에서 받는 힘을 측정하였는데, 실린더를 슬릿과 평행하게 설치하고 유동방향의 여러 위치에서 슬릿을 가로지르는 방향으로 실린더의 위치를 변화시키면서 실린더가 받는 항력과 양력을 측정했다. 두 가지 크기의 실린더를 사용했으며 제트 출구속도를 변화시키며 실험을 수행하였다. 스트레인 게이지(strain gauge)를 이용한 로드셀(load cell)을 사용하여 힘을 직접적인 방법으로 측정하였다. 한편 실린더 표면에서 계측한 압력을 적분해서 구한 힘과 로드셀로 직접 구한 힘을 비교함으로써 압력에 의한 힘이 실린더가 받는 전체 힘 중에서 얼마의 비율을 차지하는지를 살폈다. 특히 실린더가 제트 중심에서 바깥쪽으로 가면서 양력의 방향이 바뀌게 되는데, 이 특이한 현상에 관심을 두었다. 차원해석에 의한 무차원 변수로는, 항력계수, 양력계수, 실린더 직경과 제트반폭의 비율(D/b), 레이놀즈수가 있다. 항력계수와 양력계수의 레이놀즈수 및 D/b 에 대한 특성을 알아보기 위해서, 같은 D/b 에서 레이놀즈수가 변할 때 힘의 변화, 같은 레이놀즈수에서 D/b 가 변할 때

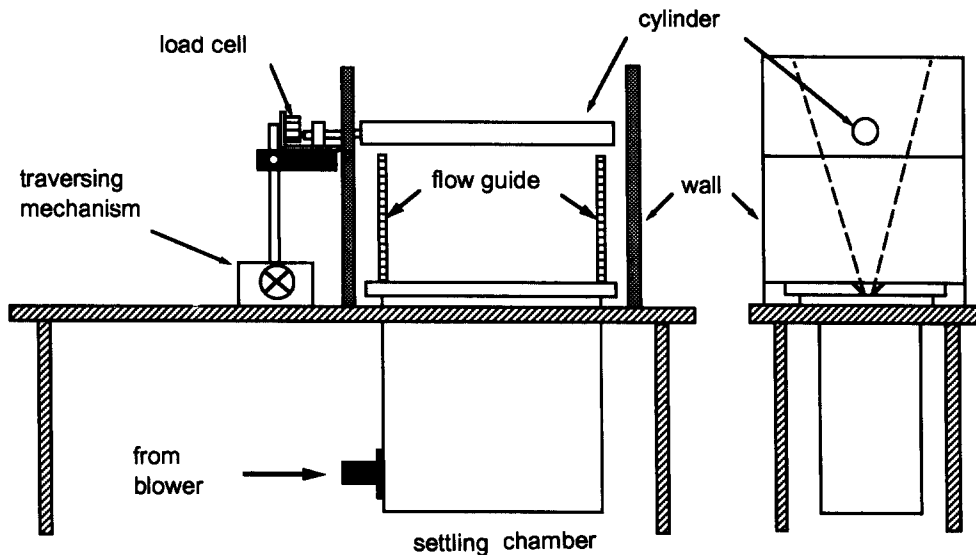


Fig. 1 Experimental setup

힘의 변화를 살폈다.

2.2 실험장치 및 방법

실험장치의 개략도는 Fig. 1에 나타내었다. 안정실에 송풍기로 공기를 유입시킨 후 이 공기를 간격이 좁은 슬릿으로 분출시켜 평면 제트를 만들었다. 안정실의 크기는 300×400×800 mm이다. 송풍기에서 안정실로의 유입구에는 배플을 두고 안정실의 하류에는 메시를 두어 슬릿으로 분출되는 제트유동을 안정시켰다. 슬릿 노즐은 두께 10 mm의 듀랄루민판으로 제작하였고, 슬릿의 간격은 4.9 mm이며 슬릿 길이는 390 mm이다. 사용된 원형 실린더의 직경은 21.5, 45.5 mm 두 종류이고, 힘 측정의 민감도를 높이기 위하여 가벼운 재질의 공업용 플라스틱인 M. C. Nylon을 사용하였다. 실린더 표면의 압력을 측정하기 위해 실린더 길이 방향의 중앙에 직경 1 mm 압력 구멍을 설치하였다.

이송장치에 로드셀을 부착시키고 실린더를 연결한 후 실린더의 중심에 힘을 작용시키며 로드셀을 검정했다. 유동이 2차원이라고 가정하면, 실린더에 분포하중이 고르게 걸리게 되고 그 결과력이 실린더 길이 방향의 중앙에 작용하기 때문에 실린더의 중심에 힘을 작용시켰다. 본 실험의 양력은 -50 g에서 +50 g 사이의 범위이고 항력은 0 g에서 130 g까지의 범위이다. 로드셀에 실린더의 한쪽 끝부분을 연결하여 하나의 이송장치에 의해 로드셀과 실

린더가 동시에 움직일 수 있도록 하였다. Fig. 2에 나타낸 바와 같이 유동방향으로 x축, 유동에 수직인 방향으로 y축을 설정하였다. 실린더가 받는 x축 방향의 힘이 항력이고 y축 방향의 힘이 양력이다. 실린더 표면압력을 계측할 때는 실린더를 시계 반대방향으로 회전시키면서 전 표면에서의 압력을 계측하였다.

3. 실험결과 및 고찰

본 실험의 관건은 2차원 평면 제트와 여기에 설치된 원형 실린더와 실린더 주위의 유동이 모두 2차원적으로 되게 할 수 있는가에 있다. 실제로 연구의 전 과정에 걸쳐 이 점에 많은 노력을 하였으며, 또한 어려움이 있었다. 제트 출구속도를 77.4, 51.6, 25.8 m/s 세 가지로 변화시켜 가며 자유 제트의 속도분포를 계측하였다. y방향으로의 속도분포는 모두 다르지만 제트의 반폭과 제트 중심속도의 크기로 무차원화된 속도 분포는, Fig. 3에 나타낸 바와 같이 세 가지 출구속도에서 모두 한 곡선으로 되며 Tollmien, Goertler의 해와도 일치한다. 제트 반폭(b)과 x는 선형적으로 비례하며 제트 중심속도는 $x^{-0.5}$ 에 비례한다. 실험결과 제트반폭과 유동 방향의 거리(x)와의 관계는 선형적이었으며 제트 출구속도와 무관했다. 제트 중심에서의 속도와 유동방향의 거리(x)와의 관계는 대수 스케일로 그렸을 때 기울기가 -0.5인 직선이 되었다. 세 가지 출구속도에서 중심속도를 출구속도로 무차원화하면 세 직선은 거의 일치했다. 따라서 본 실험이 이론과 잘 일치하고 있음을 확인하였다. 2차원 평면 제트의 형성을 확인하고, 다음에 원형 실린더를 제트의 중심에 설치하여 전체 유동의 2차원성을 실린더

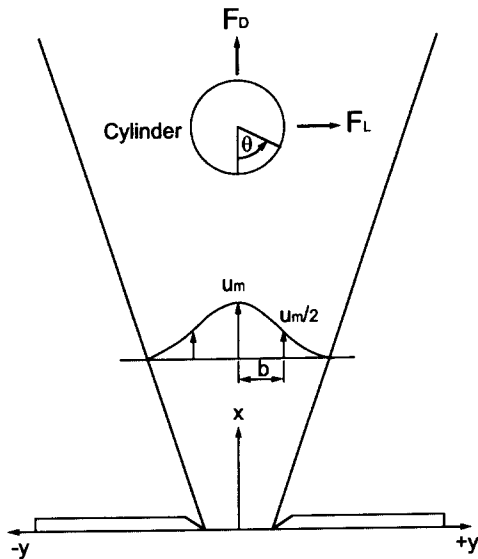


Fig. 2 Coordinate system

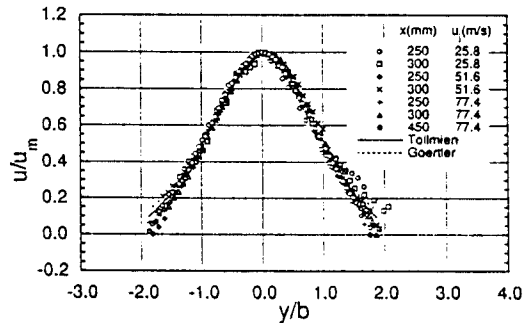


Fig. 3 Free jet velocity distribution

후류를 계측하여 확인하였다. 자세한 내용은 민현석,⁽¹⁾ 홍순삼⁽²⁾에 기술되어 있으며, 여기서는 생략한다.

제트 출구속도가 77.4 m/s일 때 $x=250$ mm에 설치한 직경 21.5 mm의 실린더의 경우에 대해 로드셀로 직접 계측한 힘과 실린더 표면압력을 적분해서 구한 힘을 Fig. 4에서 비교해 보았다. 항력계수 및 양력계수는 다음과 같이 정의하였다.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho u_m^2 A}, \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho u_m^2 A} \quad (1)$$

항력계수 및 양력계수는 실린더 위치에서의 제트 중심속도를 사용하여 무차원화 하였으므로 특정환 위치에서 y 방향으로의 항력계수 및 양력계수의 변화는 항력 및 양력 자체 크기의 변화와 동일하다. 균일유동에서는 압력에 의한 힘이 실린더가 받는 힘의 대부분을 차지하고 마찰에 의한 힘은 극히 작은데 제트유동에서도 균일유동의 경우와 비슷함을 알 수 있다. 항력계수는 전체적으로 제트 중심에서는 크고 가장자리에서는 작다. 제트 중심에서는 유동의 속도가 크고 가장자리에서는 속도가 작으므로 이것은 당연한 일이다.

Fig. 4(뒤에서 설명될 Figs. 10~11에서도 경향이 동일함)의 양력계수 분포는 매우 흥미로운 현상을 보인다. 제트 중심에서 유동은 대칭이기 때문에 예상한대로 양력은 0이 되고, 실린더의 위치가 제트 바깥쪽으로 가면서 점점 증가하여 극대값(실제로 최대 크기)을 갖고, 다시 감소하여 0이 된 후 부호가 바뀌고 이어서 음수의 극대값을 보인 후 다시 감소하여 0으로 된다. 종합하면, 제트 중심부근에서의 유동은 실린더를 바깥으로 밀쳐내려고 하고,

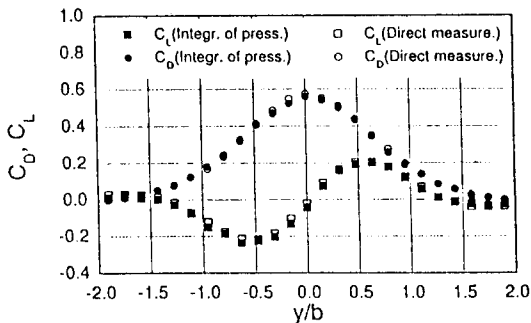
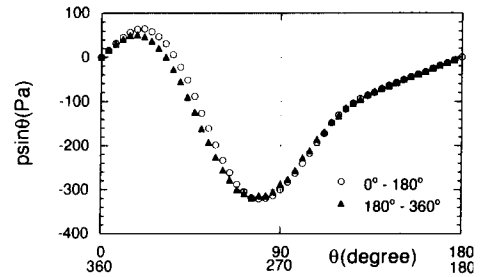
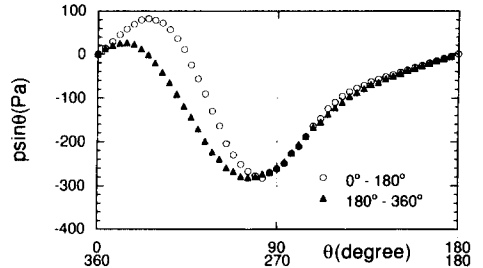


Fig. 4 Comparison of C_D , C_L at $x=250$ mm, $D=21.5$ mm between direct measurement and integration of pressure

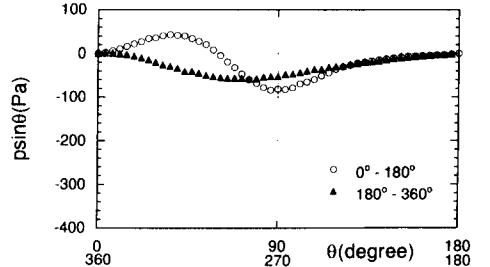
중심에서 멀어지면서 실린더를 안쪽으로 끌어들이려고 한다는 것을 알 수 있다. 실린더가 제트 중심에서 바깥쪽으로 가면서 양력의 방향이 바뀌는 현상은 주로 실린더 표면 압력에 의해서 양력이 지배되기 때문에 표면압력 분포의 관점에서 살펴보았다. 제트 출구속도가 77.4 m/s일 때 $x=250$ mm에서 직경 21.5 mm의 실린더(Fig. 4의 상황)를 y 방향으로 움직이며 실린더 표면에서 계측한 압력의 양력방향 성분($p \sin \theta$)의 분포를 Fig. 5에 나타내었는데, 이 값에 음의 부호를 붙인 값이 압력의 양력방향 성분이고 이를 적분한 결과가 양력이다. 적분값의 절대값을 비교해 보기 위해 $180^\circ \sim 360^\circ$ 사이의 곡선은 음의 부호를 붙여서 나타내었다. 실린더가 설치된 위치 $y=0$ 에서는(Fig. 4a) 좌·우 힘이 균형을 이루어 양력계수값은 거의 0이고, $y=-10$



(a) $y_{cyl} = 0$ mm



(b) $y_{cyl} = -10$ mm



(c) $y_{cyl} = -40$ mm

Fig. 5 $p \sin \theta$ distribution at $x=250$ mm, $D=21.5$ mm (-1 is multiplied at $180^\circ \sim 360^\circ$)

mm (Fig. 4b)에서는 180°~360°에서의 적분값이 더 크고 양력계수값이 -0.2이다. $y = -40$ mm ($y/b = -1.3$)에서는 0°~180°에서의 적분값과 180°~360°에서의 적분값이 어느정도 균형을 이루어 양력계수값이 0에 가깝게 된다. $y = -50$ mm ($y/b = -1.6$)에서는 양력계수값은 0.02인데 압력값이 너무 작아 그림으로 나타내지는 않았지만 0°~180°에서의 적분값이 180°~360°에서의 적분값보다 더 커지게 된다. 그리고 그림에서 보면 85° 근방에서 +y방향으로, 275° 근방에서 -y방향으로 실린더에 많은 힘을 미치는 것을 알 수 있다. 양력의 방향이 바뀌는

현상을 이제 실린더 후류의 관점에서 살펴보자. 제트 출구속도가 77.4 m/s일 때 $x = 250$ mm에서 직경 21.5 mm의 실린더 (Fig. 4의 상황)를 y방향으로 움직이며 실린더의 상류와 후류에서 속도분포를 측정하였다. Fig. 6에 나타난 속도분포를 보면 실린더 상류($x = 100, 200$ mm)에서는 실린더가 없을 때와 같이 대칭성을 보이지만 하류($x = 300, 400, 500$ mm)에서는 실린더의 영향을 받아 변하게 된다. 실린더의 위치가 $y = 0$ 일 때는 속도분포가 좌우 대칭이고 $y = -10$ mm일 때는 실린더 하류의 유동이 실린더의 반대 방향으로 휘어진다. $y = -40$ mm ($y/b = -1.3$)에서부터 실린더 하류에서의 유동이 실린더쪽으로 휜다. 이 위치 $y = -40$ mm에서 양력계수의 부호가 바뀐다. Coanda effect라고 하는 유동 효과 때문에 실린더 뒤의 유동이 실린더 방향으로 휘게되고 그 반작용으로 이 위치에서 실린더가 제트 중심 방향으로 힘을 받기 시작하는 것이다.

실린더가 받는 힘 (F)은 실린더의 위치 (y), 유체 밀도 (ρ), 유체의 점성계수 (μ), 제트 중심 속도 (u_m), 제트반폭 (b), 실린더 직경 (D)에 따라 변한다. 차원해석에 의하면

$$F = g(y, \rho, \mu, u_m, b, D) \quad (2)$$

$$\frac{2F}{\rho u_m^2 D^2} = f(y/b, D/b, \frac{\rho u_m D}{\mu}) \quad (3)$$

이 된다. 제트유동에서는 D/b , 즉 실린더의 제트에 대한 상대적인 크기가 중요한 변수가 된다. 힘 (F)이 항력 (F_D)인가, 양력 (F_L)인가에 따라 항력계수 (C_D), 양력계수 (C_L)로 되며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho u_m^2 A} = f_1(y/b, D/b, Re) \quad (4)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho u_m^2 A} = f_2(y/b, D/b, Re) \quad (5)$$

레이놀즈수, 항력계수, 양력계수를 정의할 때 실린더가 위치한 제트의 중심속도를 사용하였다. 식 (4), 식 (5)에서 보는 바와 같이 C_D, C_L 은 물론 실린더의 y 위치에 따라서 변하겠으나 제트 중심에서의 크기는 D/b 와 레이놀즈수 두 파라미터에 의해 결정된다. 제트의 중심에서 C_D, C_L 의 레이놀즈수, D/b 에 대한 특성을 알아보기 위해서 D/b 를 고정시킨 상태에서 레이놀즈수를 변화시켜 가며

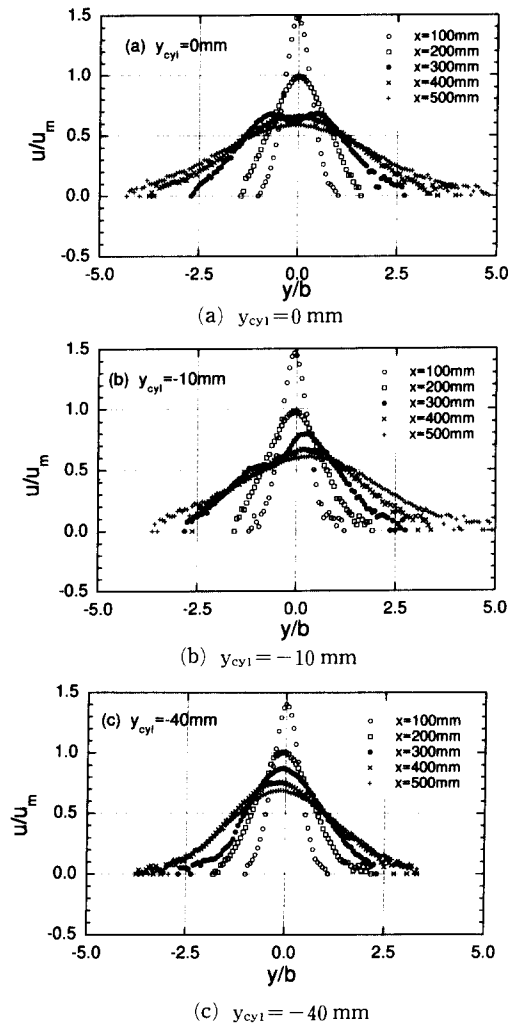


Fig. 6 Velocity distribution at various location of cylinder (u_m at $x = 250$ mm, $D = 21.5$ mm)

Table 1 Values of b & D/b with x

x (mm)	b (mm)	D (mm)	D/b
250	31.6	45.5	1.44
		21.5	0.68
300	38.2	45.5	1.19
450	52.5	45.5	0.86
		21.5	0.41

C_D , C_L 의 변화를 살펴보고, 반대로 레이놀즈수를 고정시킨 상태에서 D/b 를 변화시켜 가며 C_D , C_L 의 변화를 살펴보았다. 실린더의 위치를 변화시켜서 D/b 를 변화시키고, 제트의 출구속도에 따른 u_m 을 변화시켜서 레이놀즈수를 변화시켰다. x 에 따른 b 값과 D/b 값은 Table 1에 나타내었다.

D/b 가 일정할 때 레이놀즈수가 증가하면 항력계수는 감소한다. (Fig. 7) 이 그림에서 실린더가 $y=0$ 에 있을 때의 항력계수값들을 Fig. 9(a)에 나타내었다. 같은 D/b 에서 레이놀즈수가 증가할 때 항력계수가 감소하는 이유는 균일도의 문제로 설명할 수 있다. 같은 D/b 에서 레이놀즈수가 변화하는 상황은 실린더의 x 위치를 고정시킨 상태에서 동일한 실린더 직경에 대해 제트 출구속도를 바꾸어 주는 경우로 생각해 볼 수 있다. 같은 D/b 에서 레이놀즈수가 큰 경우는, 실린더 중심과 실린더 표면에서의 속도차가 레이놀즈수가 작은 경우보다 크게 되므로 실린더 근방의 유동은 레이놀즈수가 작은 경우에 비해 상대적으로 더 비균일하다고 할 수 있다. 여기서 유동이 더 비균일하다는 것은 실린더 근방의 유체속도의 편차가 더 크다는 것을 뜻한다. 따라서 레이놀즈수가 큰 경우가 항력은 크겠지만

항력을 제트 중심속도로 무차원화한 항력계수는 더 작게 된다. 한편, 실린더를 지나는 균일유동에서는 레이놀즈수가 증가하면 경계층의 형성특성에 따라서 항력계수가 감소한다. 제트유동에서도 경계층의 형성이 항력계수의 감소에 어떠한 영향을 주는지는 좀 더 연구할 내용이다.

Fig. 8에는 레이놀즈수가 43200일 때 항력계수의 변화를 나타내었으며, 같은 레이놀즈수에서는 D/b 가 증가하면 항력계수는 대체적으로 감소한다. 이 그림에서 실린더가 $y=0$ 에 있을 때의 항력계수값들을 Fig. 9(b)에 나타내었다. 이 경우 감소하는 이유를 균일도의 문제로 설명할 수 있다. 같은 레이놀즈수에서 D/b 가 증가하는 상황은 서로 다른 실린더의 x 위치에서 동일한 실린더 직경에 대해 제트 출구속도를 바꾸어 제트 중심속도를 동일하게 맞추어 주는 경우로 생각해 볼 수 있다. 같은 레이놀즈수에서 D/b 가 큰 경우는, 제트 중심속도는 동일하지만 실린더 근방의 유동은 D/b 가 작은 경우에 비해 상대적으로 더 비균일하다. 여기서 유동이 더 비균일하다는 것은 실린더 근방의 유체속도의 편차가 더 크다는 것을 뜻한다. 따라서 실린더가 받는 힘은 더 작아지고 항력계수도 작아진다. 그리고 균일유동에서 레이놀즈수가 10^2 에서 2×10^5 사이에서는 항력계수가 1.2 정도 되는데, (3) 제트유동에서도 일정한 레이놀즈수에서의 D/b 에 따른 항력계수의 변화를 보면 D/b 가 0으로 갈수록 즉, 균일유동에 가까이 갈수록 $(C_D)_{\max}$ 가 1.2 근방으로 접근해 가는 것을 확인할 수 있다. (Fig. 9(b) 참고)

일정한 레이놀즈수에서 D/b 가 변할 때 각각의 그래프를 보면, D/b 가 증가하면 $(C_D)_{\max}$ 가 감소하는데 곡선의 모양이 비슷하다. 또 일정한 D/b 를 따라서 레이놀즈수가 변할 때 각각의 그래프를 보

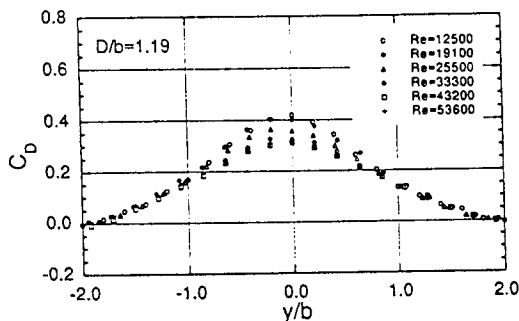
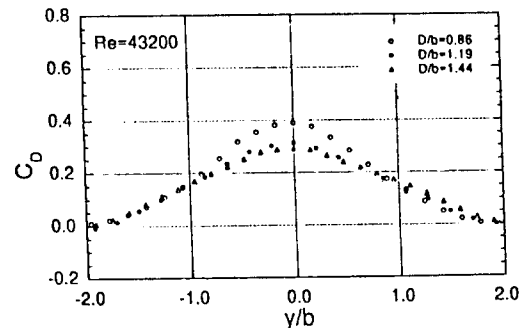
Fig. 7 Drag coefficient at constant D/b 

Fig. 8 Drag coefficient at constant Reynolds number

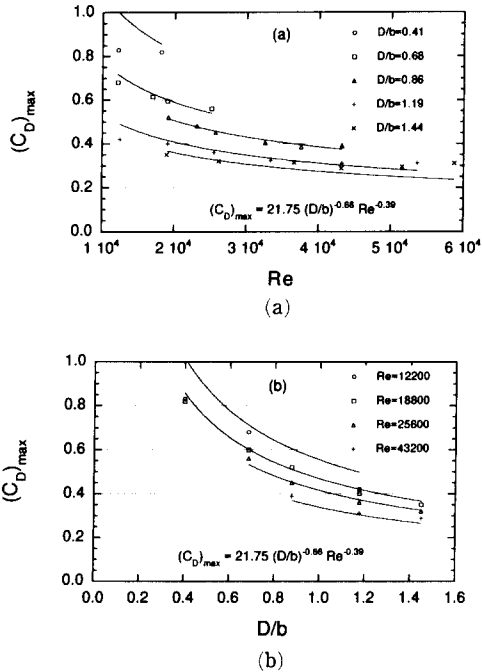


Fig. 9 Curve fitting of maximum drag coefficient

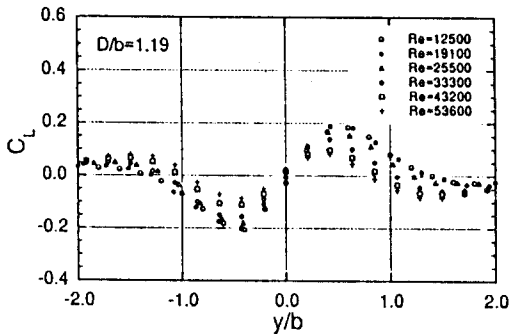


Fig. 10 Lift coefficient at constant D/b

면, 레이놀즈수가 증가하면 $(D_D)_{max}$ 가 감소하는데 곡선의 모양이 비슷하므로, $(C_D)_{max}$ 와 D/b , 레이놀즈수 간의 경험식을 다음과 같이 구해 보았다.

$$(C_D)_{max} = 21.75 (D/b)^{0.66} Re^{-0.39} \quad (6)$$

그리고 위 경험식과 계측 결과를 Fig. 9에 나타내어 비교하였다.

D/b 가 일정할 때 레이놀즈수의 변화에 따른 양력계수의 변화를 보면 레이놀즈수가 커질수록 양력계수의 부호가 바뀌는 실린더의 위치가 제트반쪽(b)으로 무차원화한 거리에서 제트 중심에 가까와

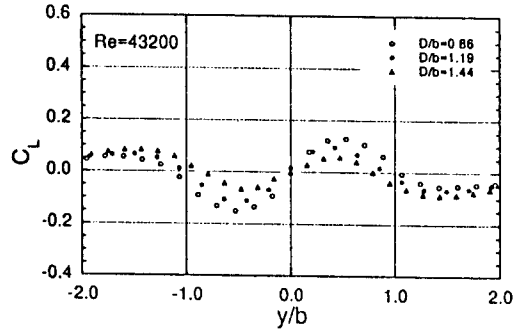


Fig. 11 Lift coefficient at constant Reynolds number

진다(Fig. 10 참고). 레이놀즈수가 일정할 때 D/b 의 변화에 따른 양력계수의 변화를 보면 D/b 가 커질수록 양력계수의 부호가 바뀌는 실린더의 위치가 제트반쪽으로 무차원화한 거리(y/b)에서 제트 중심에 가까와진다(Fig. 11참고). 위의 결과로부터 유동의 변화가 실린더에 대하여 상대적으로 클수록 양력계수의 부호가 바뀌는 위치도 제트의 중심에 가까와짐을 알 수 있다.

4. 결 론

평면 제트내에 실린더가 있을 때, 실린더가 받는 힘과 실린더 주위의 유동 특성에 대하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 실린더가 제트 중심 부근에 있을 때는 실린더 후류가 실린더 반대쪽으로 휘어지는데, 실린더가 제트 가장자리로 가면 후류는 실린더쪽으로 휘게된다.

(2) 평면 난류제트유동에서 원형 실린더가 받는 힘은 균일유동에서와 마찬가지로, 압력에 의한 힘이 전체 힘의 대부분을 차지하고 마찰에 의한 힘은 상대적으로 작다.

(3) 실린더는 제트 중심에서는 큰 항력을 받고 중심에서 벗어나면서 작은 항력을 받는다. 그리고 항력계수는, 같은 레이놀즈수에서는 D/b 가 클수록 작고, 같은 D/b 에서는 레이놀즈수가 클수록 작다. 제트 중심에서 항력계수에 대한 경험식을 구할 수 있었다.

(4) 실린더가 제트 중심에서 벗어나면 처음에는 바깥쪽 방향으로 힘을 받고 나중에는 안쪽 방향으로 힘을 받는다. 같은 레이놀즈수에서는 D/b 가 클수록 힘의 방향이 바뀌는 위치가 제트 중심에 가까

와지고, 같은 D/b 에서는 레이놀즈수가 클수록 힘의 방향이 바뀌는 위치가 제트 중심에 가까워진다.

참고문헌

- (1) 민현석, 1994, “원형 실린더를 지나는 제트유동의 특성과 실린더가 받는 항력과 양력에 관한 연구,” 석사학위논문, 서울대학교, 서울.
- (2) 홍순삼, 1995, “평면 난류 제트에서 원형 실린더가 받는 힘에 관한 실험적 연구,” 석사학위논문, 서울대학교, 서울.
- (3) Hermann Schlichting, 1979, *Boundary Layer Theory*, 7th ed., McGraw-Hill, pp. 16~17.