

〈論 文〉

다공질 내부의 연소현상에 대한 수치적 연구(I)

이용일* · 신현동**

(1995년 4월 28일 접수)

A Numerical Study on the Combustion Phenomena in Porous Media(I)

Yong Il Lee and Hyun Dong Shin

Key Words : Numerical Study(수치적 연구), Flame(화염), Combustion(연소), Heat Recirculation(열재순환), Downstream Flame(하류해)

Abstract

The one-dimensional flame analysis was carried out to understand the combustion phenomena in porous media. The downstream as well as upstream solution corresponding to upper and lower solutions could be obtained. While upper flame temperature gets higher, lower flame temperature gets lower, as the flame approaches the central part of the combustor. The reason why upstream flame and downstream flame exist at the same flow condition is that the regions where net heat recirculation is identical exist in upstream and downstream of the combustor. In order for the downstream flame to be stabilized, more heats needed to be recirculated towards upstream because of larger radiation loss of downstream flame.

기 호 설 명

A : 횡단면 [m^2]
 B : 충돌 계수 [$1/m^3s$]
 c_p : 정압비열 [J/KgK]
 D : 연소기 단위격자의 수력직경 [m]
 D_c : 연소기 직경 [m]
 D_i : 화학종 i 의 확산 계수 [m^2/s]
 E : 활성화 에너지 [$J/mole$]
 E^o : 주변으로부터 유입되는 복사 에너지 [W/m^2]
 E_s : 흑체 방사 에너지 [W/m^2]
 f_a : 가스면적과 고체면적의 비
 f_c : 측면 열손실 계수
 h : 열전달 계수 [W/m^2K]
 L : 연소기 길이 [m]
 Le_i : 화학종 i 의 루이스 수

m : 혼합기 유량 [Kg/m^2s]
 P_e : 페클레 수
 Q_{ch} : 반응열 [J/Kg]
 Q_r : 고체의 정미 복사 에너지 [W/m^2]
 Q_{rec} : 총발열량에 대한 열재순환되는 열량의 비
 R : 일반기체 상수, 8.31434 [$J/moleK$]
 r : 유량비
 St : 스텐튼 수
 T : 온도 [K]
 T_{ar} : 단열 화염온도 [K]
 t : 무차원 기체온도
 t_s : 무차원 고체온도
 u : 혼합기 유속 [m/s]
 W_i : 화학종 i 의 분자량 [$kg/mole$]
 X : 공간좌표 [m]
 X_f : 연소기에서의 화염위치 [m]
 Y_i : 화학종 i 의 질량분율

*한국과학기술원 기계공학과 대학원

**회원, 한국과학기술원 기계공학과

그리스문자

- α : 환산 화염온도
- β : 켈도비치 수
- Δ : 화염대 두께 [m]
- ϵ : 고체의 방사율
- χ : 고체와 기체의 열전도도 비
- Λ_0 : 보통 예혼합화염의 연소속도 고유치
- λ : 열전도도 [W/mK]
- ν : 화학양론비 $\left[\frac{\nu_o W_o}{\nu_f W_f} \right]$
- ν_i : 화학종 i 의 화학양론 계수
- ρ : 혼합기 밀도 [kg/m³]
- σ : Stefan Boltzmann 상수, 5.729×10^{-8} [W/m²K⁴]
- ϕ : 당량비
- ψ : 반응률 [1/m³s]

하첨자

- b, u : 연소, 미연소
- f, o : 연료, 산화제
- g, s : 기체, 고체

1. 서 론

다공질 내부에서의 연소현상에 관한 연구는 많은 연구자들이 관심을 가져온 연소의 한 분야이다. 보통의 예혼합화염은 기체의 열전달 기구에 의해서만 열을 화염대의 상류 쪽으로 보낼 수 있는 반면, 다공성 고체내의 예혼합화염은 다공성 고체를 통한 열재순환 기구에 의해 더욱 많은 열을 미연 혼합기 측으로 전달할 수 있다.^(1~10) 결과적으로 상류에 있는 혼합기의 엔탈피 증가를 가져오게 되어 보통의 예혼합화염보다 더 많은 유량을 연소시킬 수 있을 뿐만 아니라, 초회박 혼합기나 저발열량 연료의 연소도 가능하게 한다.^(1~3,6~7) 또한 고체의 복사 흡수 계수는 기체에 비해 매우 크므로 그 내부에 형성된 화염으로부터 연소 반응열의 상당부분을 열복사 에너지로 효과적으로 전환시킬 수도 있다.^(5,8)

종래의 연구 결과 중 특이한 것은 연소기 상류의 입구 부근에서 다공질 연소에서 보통의 연소현상인 초과 엔탈피화염과는 다른 낮은 연소속도의 존재였다.^(10~11) 초과 엔탈피화염은 혼합기가 화염대로 유입되기 전에 예열을 받게 되어, 혼합기가 연소되기

전에 혼합기의 엔탈피가 상승하게 되는데 이 엔탈피 상승으로 화염온도가 단일 화염온도 이상이 되는 화염을 의미한다. 그러나 이 경우 수치해결 연소기의 상류에서만 수렴시킬 수 있었으며 상부해의 경우와 같은 유동조건에서는 해가 연소기의 상류와 하류에 존재하는 이유를 알 수 없었다.

본 연구는 열재순환기구의 해석을 통하여 같은 유동조건에서 왜 상류해와 하류해가 존재하는가 하는 의문에 대한 이론적 해석결과를 제시하고,^(13~15) 연소기의 전 영역에서 하부해를 구하여 상부해와 하부해의 거동과 화염구조에 대한 이론 해석결과를 제시하고자 한다.

2. 수치해석

2.1 문제의 정식화와 해법

화염의 거동, 화염 안정화 그리고 연소기 내부의 열전달 기구를 이해하기 위하여 일차원 화염이론에 근거한 이론해석이 수행되었으며 다공질 내부에서의 연소계의 개략도를 Fig. 1에 도시하였다.

즉 일차원 정상 유동의 층류 예혼합화염이 실험에서 사용한 연소기와 같은 기하학적 구조인 수력 반경 D 와 길이 L 의 정사각형 단위 격자들로 이루어진 연소기내에 형성된다. 해석을 간단하게 하기 위하여 보통의 예혼합화염에 관한 가정들을 하였다.

- a. 일차원 정상류의 보통의 예혼합화염 가정은

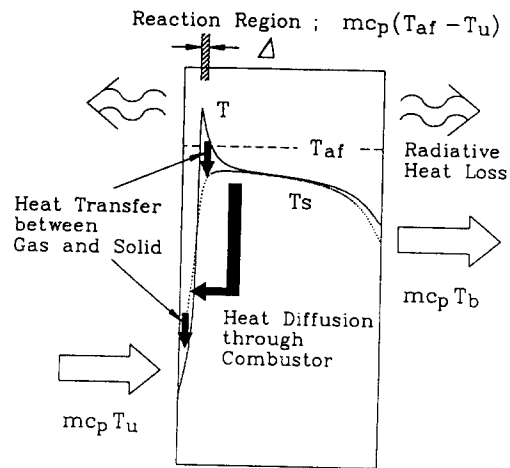


Fig. 1 Conceptual diagram of combustion system in porous media

타당하다.

- b. 반응 기체와 생성물은 풍부한 불활성 기체 내에 적은 양으로 존재한다.
- c. 기체는 비 복사성이다.
- d. 반응은 일단계 이원소 전반응이다.
- e. 다공성 고체의 표면반응이나 촉매반응은 없다.
- f. 고체의 복사열전달은 벽복사로 기술되고 복사의 흡수와 방출만이 존재하여, 확산 회색체이다.
- g. 모든 물성치는 적절한 온도에서 일정하다.

2.2 지배방정식과 경계조건

본 연구는 공간에 고정된 고체와 기체의 이상 시스템이므로 고상과 기상에 대해서 각각 지배방정식과 경계조건이 기술되어야 한다. 길이 L 의 전체 연소기에서의 기체와 고체의 에너지방정식을 다음과 같이 세울 수 있다.

$$\begin{aligned} m c_p \frac{dT}{dX} &= \frac{d}{dX} \left(\lambda_g \frac{dT}{dX} \right) + \nu_r W_r Q_{cr} \Psi \\ &\quad + \frac{4}{D} h (T_s - T) - f_a \frac{d}{dX} \left(\lambda_g \frac{dT_s}{dX} \right) \\ &\quad + \frac{4}{D} Q_r \\ &= \frac{4}{D} h (T - T_s) - f_c \frac{4(1+f_a)}{D_c} \varepsilon (E_s - E_s^0) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $m (= \rho u)$ 은 연소기 셀에서의 질량 유량이다. 상기의 방정식에서 $h(T - T_s)$ 항은 기체와 고체 사이의 강제대류이며 h 는 사각 덕트에서 일정하다고 가정한 열전달 계수이다. 고체 에너지방정식의 마지막 항은 연소기 벽으로부터 주위로의 복사열손실을 나타내는 항으로 f_c 는 연소기 측면의 열손실 척도인 side heat loss factor이다. Q_r 은 복사전달방정식에 의해 지배받는 정미 복사 열유속이다. 열복사의 전달방정식은 근사 미분방정식으로 나타내었다.

$$\frac{d^2 Q_r}{dX^2} - \frac{4\varepsilon}{D^2} Q_r = \varepsilon \frac{d^2 E_s}{dX^2} \quad (2)$$

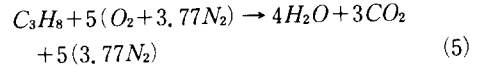
여기서 $E_s = \sigma T_s^4$ 는 흑체 방사 플럭스이다.

연소기의 반응 영역에서는 다음의 연속방정식과 화학종 보존방정식이 성립된다.

$$\frac{dm}{dX} = 0 \quad (3)$$

$$m \frac{dY_i}{dX} = - \frac{d}{dX} \left(\rho D_i \frac{dY_i}{dX} \right) + \nu_i W_i \Psi, \quad i=f, o \quad (4)$$

연속방정식은 보조적인 것이나 정상상태 정식화의 수렴에는 유용하다. 반응률(Ψ)은 프로판-공기의 일단계 이원소 전반응에 대해 다음의 아레니우스 형태로 가정하고 활성화에너지와 반응차수는 Lavoie가 제안한 $E=37.2$ Kcal/mole과, 1차의 연료와 공기의 반응차수를 사용하였다.



$$\Psi = B Y_f Y_o \exp \left(- \frac{E}{RT} \right) \quad (6)$$

유동 방향으로 공간좌표(X)가 연소기 입구에서 시작될 때, 길이 L 의 연소기 양 끝단에서 다음의 혼합형 경계조건들이 주어진다. $X=0$ 은 연소기 입구를 나타내며 $X=L$ 은 길이 L 의 연소기 출구를 의미한다.

$$\begin{aligned} X=0; & -\lambda_g \frac{dT}{dX} + m c_p (T - T_u) = 0 \\ & -\lambda_s \frac{dT_s}{dX} + \varepsilon (E_s - E_s^0) = 0 \\ & \frac{dQ_r}{dX} - \frac{2}{D} Q_r \\ & = \varepsilon \left\{ \frac{dE_s}{dX} - \frac{2}{D} (E_s - E_s^0) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

$$X=L; \lambda_s \frac{dT_s}{dX} + \varepsilon (E_s - E_s^0) = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{dQ_r}{dX} + \frac{2}{D} Q_r \\ & = \varepsilon \left\{ \frac{dE_s}{dX} - \frac{2}{D} (E_s - E_s^0) \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

희박 혼합기($\phi < 1$)에 대하여, 두께 Δ 의 반응 영역이 $X=X^*$ 에서 시작될 때 경계조건은 아래와 같다.

$$X=X^*; \rho D_i \frac{dY_i}{dX} = m(Y_i - Y_{iu}), \quad i=f, o \quad (9)$$

$$X=X^* + \Delta; Y_f = Y_{fu} \rightarrow 0$$

$$Y_o = Y_{ou} - \nu Y_{fu}, \quad \frac{dY_f}{dX} = 0 \quad (10)$$

전체체의 에너지 보존에서

$$\begin{aligned} m c_p (T_{af} - T_u) &= m c_p (T_b - T_u) + (2 + \varepsilon f_a) \\ &\quad (E_s(0) + E_s(L) - E_s^0 - E_s^0) \end{aligned}$$

$$- \frac{2}{\varepsilon} \{ Q_r(0) + Q_r(L) \}$$

$$+ f_c \frac{4(1+f_a)}{D_c} \varepsilon \int_0^L (E_s$$

$$- E_s^0) dX \quad (11)$$

Table 1 Parameters and conditions for numerical calculation

ϕ	0.68	Pe	3.698
α	0.839	S_c	0.4317
β	8.47	B_o	2.87
Le_r	1.525	χ	0.162
Le_o	0.832	ϵ	0.4
f_a	0.333	y_{fl}	10^{-4}
D	1.1 mm	L	20 mm
A_o	54.39	f_c	-0.3

하첨자 u 와 b 는 각각 연소기로부터 상류와 하류의 먼 곳을 의미한다. 본 연구에서는 일차원 화염의 수치계산을 위해 다음과 같은 무차원 변수를 도입하였다.

$$x = \frac{X}{D}, t = \frac{T - T_u}{T_{af} - T_u}, t_s = \frac{T_s - T_u}{T_{af} - T_u}$$

$$r = \frac{m}{m_o(1+f_a)}, f_a = \frac{A_s}{A_g} \quad (12)$$

보통의 질량연소속도 m_o 와 단열화염온도 T_{af} 는 각각 실험 데이터와 화학평형 코드를 이용하여 구하였다. 또한 연소 속도 고유치는 같은 미연 혼합기에 대한 보통의 예혼합화염으로부터 구하였다.

본 연구는 두 개의 서로 다른 경계치 문제로 구성된다. 하나는 전체 연소기에 대한 것이고, 다른 하나는 반응대에 대한 것이다. 반응대는 변수들의 변화가 급격하므로 많은 수의 격자점이 요구된다. 본 연구에서 계산 과정은 반응대의 위치를 고정하고 연소 유량을 구하는 scheme I 과 연소 유량을 고정하고 반응대의 위치를 구하는 scheme II의 두 가지 방법을 사용하였다. 본 연구의 수치계산을 위해서는 급격한 비선형의 경계치 문제를 풀기에 적합한 유한차분화 프로그램인 PASVA 3을 사용하였다.⁽¹⁶⁾ 반응대의 두께와 초기 분포는 그 당량비에서 보통의 예혼합화염으로부터 구하였으며 계산에 사용된 데이터를 Table 1에 나타내었다.

3. 계산 결과 및 고찰

3.1 상부해와 하부해

다공성 연소기의 중요한 특징 중의 하나는 같은

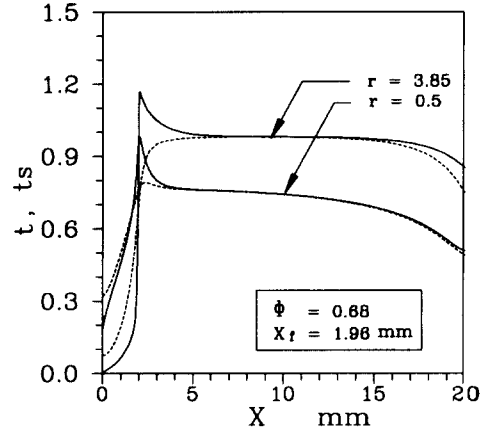


Fig. 2 Upper and lower solutions for an identical flame position ($L=20$ mm, $\phi=0.68$: scheme I)

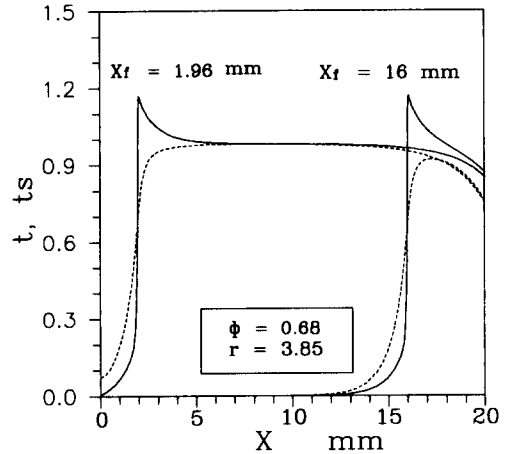


Fig. 3 Upstream and downstream solutions for an identical mass-flow-rate-ratio. ($L=20$ mm, $\phi=0.68$: scheme II)

연소기의 위치에 두 개의 서로 다른 유량 상태가 존재한다는 것인데, 유량이 큰 경우를 상부해 (upper solution) 유량이 적은 경우를 하부해 (lower solution)라 하며, Fig. 2에 도시되어 있다. 상부해는 하부해에 비해 연소 유량이 많아서 발열량이 더 크기 때문에 화염대 상류에서 온도상승률이 더 크며 화염온도가 더 높다.

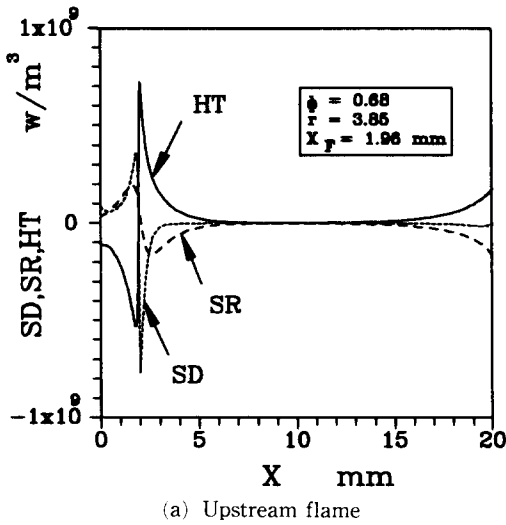
3.2 상류해와 하류해

Fig. 3에는 같은 유동 조건에서 연소기의 상류와 하류에 화염이 존재할 때의 온도분포로 이를 각각 상류해 (upstream solution)와 하류해 (downstream

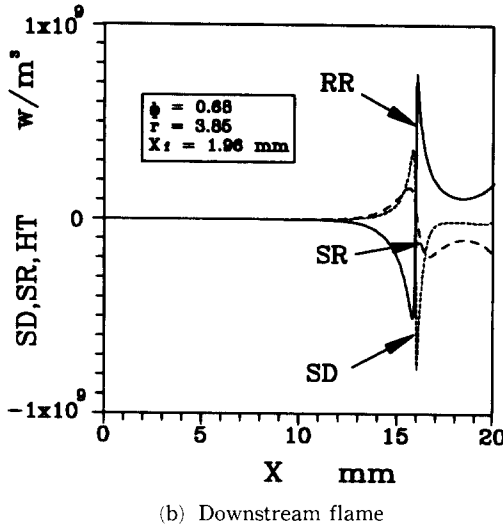
solution)라고 한다. 상류해에 비해 하류해의 경우 화염이 연소기 중앙에 더 가까운데 이는 하류해의 불안정성과 주변 열손실에 따른 열전달 기구 차이에 기인한다.

3.3 상류해와 하류해의 고상의 열전달 기구

Fig. 4에서 상류해와 하류해의 고상(solid phase)의 열전달 기구를 비교하였다. 상류해와 하류해 모



(a) Upstream flame



(b) Downstream flame

Fig. 4 Local energy balance in solid phase of the combustor. SD, SR and HT are the heat flows into the control volume of solid phase by conduction, radiation and heat transfer between two phases, respectively. (L=20 mm ; $\phi=0.68$, $r=3.85$)

두 화염대 부근에서 전도와 복사를 통한 열재순환과 이상간의 열전달이 활발함을 알 수 있다. 상류해에 비해 하류해의 경우 복사열손실이 화염대까지 영향을 미치게 되어, 같은 유량의 연소시 하류해가 상류해보다 더 많은 양의 열재순환량이 필요하게 된다. SD, SR, HT는 각각 고상 전도(solid conduction), 고상 복사(solid radiation), 기상에서 고상으로의 이상간의 열전달(heat transfer from gas phase to solid phase)이다. 이 경우 각각의 검사체적으로 들어오는 경우를 양의 값으로 하였으며, 검사체적을 나가는 경우를 음의 값으로 하였다.

3.4 화염 거동

연소기 내부에서 화염대의 위치를 바꾸어 가면서 계산을 수행하여 Fig. 5에 연소기 위치에 따른 연소 가능한 유량비의 위치를 도시하였으며 계산된 결과는 폐원으로 나타냈다. Fig. 5에서 사각형과 삼각형은 각각 상부해와 하부해를 나타내며 같은 유량에서 상류해와 하류해가 존재함을 확인할 수 있었다. Fig. 5에서 알 수 있는 바와 같이 연소기의 상류 끝에서 최소 거리에 있는 화염을 만드는 유량비가 있다. 이 유량에서 유량이 증가하거나 감소하면 화염이 연소기 중앙으로 이동한다.

3.5 열재순환

다공성 고체 내부에서의 연소는 혼합기가 화염대

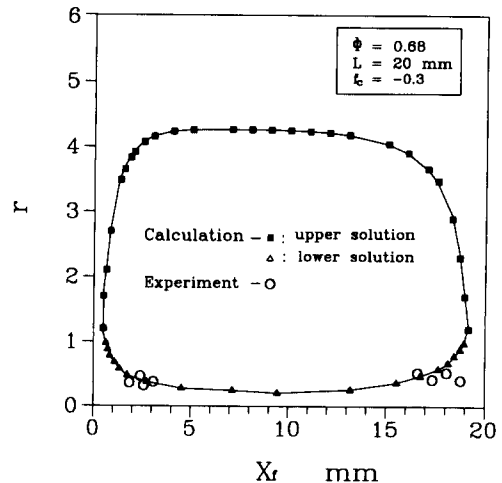
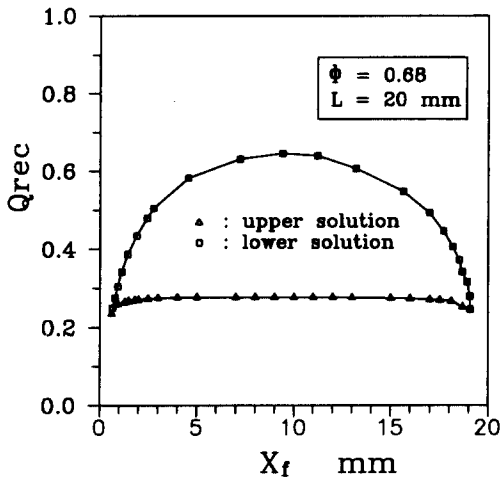


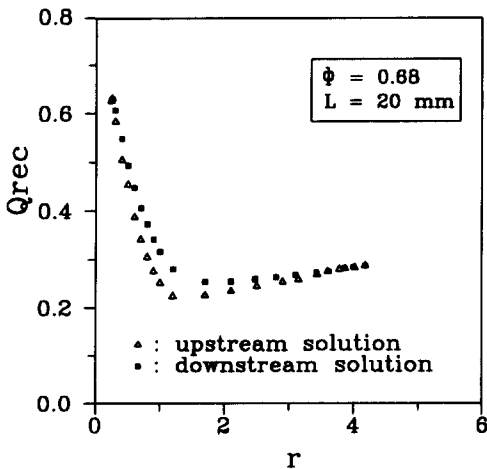
Fig. 5 Relation between mass-flow-rate-ratio(r) and flame position (X_f)

로 들어가기 전에 필연적으로 고체로부터 혼합기로의 열전달이 수반되며 이를 열재순환이라 하였고, 그 화염의 총 발열량 중 열재순환되는 양의 퍼센트비를 열재순환량이라 하였다. Fig. 6에 상부해와 하부해의 열재순환량을 도시하였다. 열재순환량의 계산은 Fig. 1의 온도분포에서 알 수 있는 바와 같이 화염대 상류에서는 다공질 내부의 열전달 특성으로 고체온도가 기체온도보다 더 높게 된다. 이러한 이상간의 온도 차이가 다공질 내부의 열재순환에 직접 연관이 있으며 연소기 입구에서 화염대까지 고상에서 기상으로의 온도 차이에 의한 열전달을 적분하여 열재순환량을 구하였다. Fig. 6(a)에

서 알 수 있는 바와 같이 상부해와 하부해 모두 연소기 중앙부에서 열재순환량이 최대가 된다. 상부해에 비해 하부해의 열재순환량이 상당히 큰데, 유량이 적은 경우 발열량이 적고 상대적으로 열손실의 비는 더 크기 때문에 안정된 연소를 위해 더 많은 열재순환량이 필요하게 된다. Fig. 6(b)에는 유량에 대한 상류해와 하류해의 열재순환량을 도시하였다. 같은 유량 연소시 하류해가 상류해보다 더 많은 열재순환량을 필요로 하며 이는 Fig. 6에서 알 수 있는 바와 같이 하류해의 경우 외부로의 열손실이 화염대까지 영향을 미치는 등 상류해와의 열전달 기구 차이에 기인한다고 판단된다.

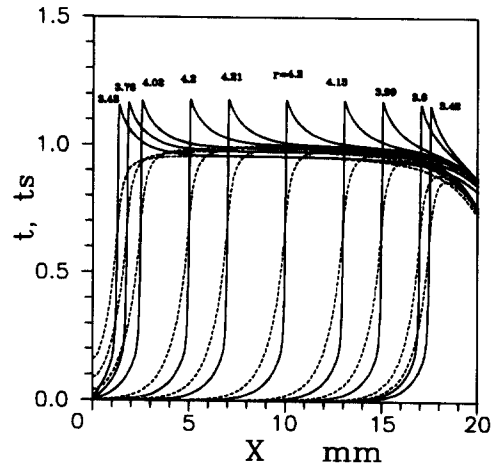


(a) As a function of flame position (X)

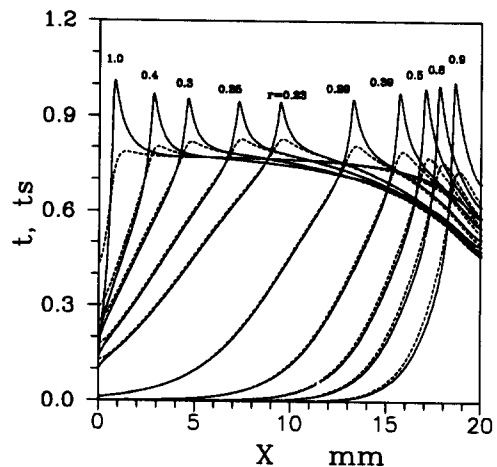


(b) As a function of mass-flow-rate-ratio (r)

Fig. 6 Variation of heat recirculation (Q_{rec})



(a) Upper solution



(b) Lower solution

Fig. 7 Computed temperature variations with mass-flow-rate-ratio (r) ($L=20$ mm, $\phi=0.68$)

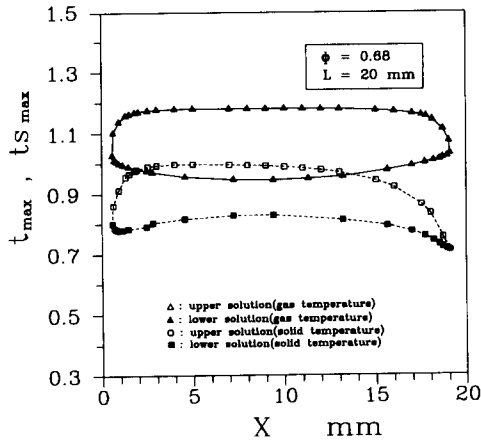


Fig. 8 Maximum temperatures of gas and solid

3.6 상부해와 하부해의 온도분포

상부해와 하부해의 유량에 따른 온도분포의 수치 해석 결과를 Fig. 7에 도시하였다. Fig. 7(a)는 상부해의 경우로 대부분의 화염이 단일화염온도 이상의 과온현상이 나타나며 연소기 중앙으로 갈수록 연소온도와 유량이 증가하는 경향을 보인다. 이는 유량이 증가하면 연소시키기 위해서는 더 많은 열량이 필요하므로 유량 증가시 화염은 연소기 중앙으로 이동하게 된다. Fig. 7(b)는 하부해의 경우로 연소기 중앙으로 갈수록 화염온도와 유량이 적어지는 등 상부해와는 다른 경향을 보인다. 이는 혼합기의 유량이 줄게 되면 발열량이 줄게 되어 더 많은 열량이 필요하기 때문이라 판단된다.

상부해와 하부해의 기체온도와 고체온도의 최대 값이 Fig. 8에 도시되어 있다. 상부해의 경우 최대 값의 차이가 연소기 전체를 통하여 비교적 균일한데 반하여 하부해의 경우는 연소기 중앙으로 갈수록 감소하였다.

4. 결 론

본 연구는 격자형 세라믹내에서의 층류예혼합 연소현상, 특히 하부해와 하류해의 거동에 대한 이해를 위해 수치적 연구를 수행하였으며 아래의 결론을 얻었다.

(1) 수치 계산 결과 상부해와 하부해의 경우 각각 상류해와 하류해를 얻을 수 있었다.

(2) 같은 유동조건에서 연소기 내부에 상류해와 하류해가 함께 존재하는 것은 정미 열재순환량이

같은 지역이 연소기의 상류와 하류에 존재하기 때문이다.

(3) 하부해의 경우 상부해와는 다른 거동을 보였으며 연소기 중앙으로 접근할수록 상부해의 최고온도가 높아진 반면 하부해는 오히려 감소하였다.

참고문헌

- (1) Takeno, T. and Sato, K., 1979, "An Excess Enthalpy Flame Theory," *Combust. Sci. and Tech.*, Vol. 20, pp. 73~84.
- (2) Yoshizawa, Y., Sasaki, K. and Echigo, R., 1988, "Analytical Study on the Structure of Radiation Controlled Flame," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 311~319.
- (3) Takeno, T., Sato, K. and Hase, K., 1981, "A Theoretical Study on an Excess Enthalpy Flame," *Eighteenth Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, pp. 465~472.
- (4) Takeno, T. and Hase, K., 1983, "Effects of Solid Length and Heat Loss on an Excess Enthalpy Flame," *Combust. Sci. and Tech.*, Vol. 34, pp. 207~215.
- (5) Echigo, R., Yoshizawa, Y., Hanamura, K. and Tomimura, T., 1986 "Analytical and Experimental Studies on Radiative Propagation in Porous Media with Internal Heat Generation," *Proceedings of 8th int. heat transfer conference*, pp. 827~832.
- (6) 이용일, 신현동, 1992, "중공의 다공성 실린더 내의 예혼합화염에 관한 실험적 연구," 한국연소학회, 제9회 학술대회논문집, pp. 44~48.
- (7) 이용일, 유영돈, 신현동, 1992, "축대칭 세라믹 연소기의 시작품 제작과 그 평가," 한국과학기술원 연구보고서.
- (8) Tong, T. W., Sathe, S. B. and Peck, R. E., 1990, "Flame Stabilization and Multi-Mode Heat Transfer in Inert Porous Media: A Numerical Study," *Combust. Sci. and Tech.*, Vol. 70, pp. 93~109.
- (9) Hsu, P-F., Evans, W. D. and Howell, J. R., 1993, "Experimental and Numerical Study of Premixed Combustion within Nonhomogeneous Porous

- Ceramics," *Combust. Sci. and Tech.*, Vol. 90, pp. 149~172.
- (10) 민대기, 1990, "격자형 세라믹내에서의 층류 예혼합 연소," 한국과학기술원 박사학위논문.
- (11) Min, D. K. and Shin, H. D., 1991, "Laminar Premixed Flame Stabilized Inside a Honeycomb Ceramic," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, No. 2, pp. 341~356.
- (12) 이용일, 신현동, 1993, "격자형 세라믹 연소기에서의 하류해에 관한 실험적 연구," 한국연소학회, 제11회 학술대회논문집, pp. 10~14.
- (13) 이용일, 신현동, 1994, "측면열손실 또는 열공급에 의한 세라믹 연소기내의 화염거동," 한국연소학회, 제12회 학술대회논문집, pp. 43~52.
- (14) 이용일, 신현동, 1994, "격자형 세라믹내의 화염거동에 관한 해석," 대한기계학회 추계 학술대회 논문집, 대한기계학회, pp. 351~356.
- (15) Lee, Y. I., Shin, H. D. and Baek, S. W., 1995, "Reconsideration on the Laminar Premixed Flame Stabilized in a Ceramic Honeycomb," to be scheduled in *Eighth International Symposium on Transport Phenomena (ISTP-8) in Combustion*.
- (16) Pereyra, V., 1978, "PASVA 3 : an Adaptive Finite Difference FORTRAN Program for First Order Nonlinear Ordinary Boundary Problems," *Lect. Notes Comp. Sc.* 76, pp. 67~88.