

〈논 문〉

## 이원합금의 수지상응고에 대한 일반화된 Scheil식

유 호 선\*

(1995년 12월 2일 접수)

### A Generalized Scheil Equation for the Dendritic Solidification of Binary Alloys

Hoseon Yoo

**Key Words :** Scheil Equation(Scheil식), Dendritic Solidification(수지상응고), Binary Alloy(이원합금), Microsegregation(미시편석), Diffusion Controlled Limit (확산제어한계)

#### Abstract

A generalized Scheil equation for the solute redistribution in the absence of the back diffusion during the dendritic solidification of binary alloys is derived, in which coarsening of the secondary dendrite arms is taken into account. The obtained equation essentially includes the original Scheil equation as a subset. Calculated results for typical cases show that the coarsening affects the microsegregation significantly. The eutectic fraction predicted for coarsening is considerably smaller than that for fixed arm spacing. The most important feature of the present equation in comparison with the Scheil equation lies in the fact that there exists a lower limit of the initial composition below which the eutectic is not formed. Based on the generalized Scheil equation and the lever rule, a new regime map of the eutectic formation on the initial composition-equilibrium partition coefficient plane is proposed. The map consists of three regimes: the eutectic not formed, conditionally formed and unconditionally formed, bounded by the solubility and diffusion controlled limit lines.

#### 기 호 설 명

$B$  : 적분상수

$C$  : 농도

$Cr$  : 농도비

$Cr_c$  : 임계농도비

$D$  : 물질확산계수

$F$  : 함수

$f$  : 체적 또는 질량분율

$k_p$  : 평형분배계수

$m$  : 액상선의 기울기

$n$  : 조대화 지수

$s$  : 고액계면의 위치

$T$  : 온도

$t$  : 시간

$X$  : 조대화영역의 경계

$x$  : 위치

$\beta$  : 조대화 상수

$\lambda_2$  : 2차 수지상가지 간격

$\tau$  : 무차원 시간

$\zeta$  : 가변수

#### 상첨자

DL : 확산제어한계

SL : 용해도한계

\*회원, 숭실대학교 기계공학과

## 하첨자

- 0 : 초기상태  
 eut : 공정상태  
 f : 응고종료상태  
 l : 액상  
 s : 고상

## 1. 서 론

합금의 응고미세조직은 초기조성(농도) 및 냉각 조건에 따라 수지상, 세포상, 공정 등 상이한 형태로 결정된다. 이 중 수지상은 광범위한 초기농도 및 냉각조건에 걸쳐 생성되는 단상초정조직의 가장 중요한 형태이다.<sup>(1)</sup> 수지상응고시 결정구조에는 고액상의 용해도 차이로 인하여 용질재분배가 발생하며, 그 결과인 미시편석은 재료의 기계적 성질과 밀접한 관계가 있다. 따라서 용질재분배 또는 미시편석의 예측은 재료공정에 있어서 중요한 관심사 중의 하나이다.

수지상응고에 수반되는 용질재분배의 이론적 극한은 고상내부의 확산(역확산; back diffusion)이 각각 무한대 및 0인 평형응고 및 비평형 Scheil 한계이다. 즉 고액계면에서 국소평형이 성립하지 않는 급속응고를 제외한 일반적인 냉각조건에 있어서 역확산이 유효한 실제의 비평형 응고과정은 평형응고와 Scheil 한계 사이에서 진행된다. 평형응고에 대응하는 lever rule은 열역학적 평형조건만에 기초하여 유도될 수 있다. 이에 비하여 Scheil 한계에 대응하는 Scheil식

$$f_s = 1 - (C_l/C_0)^{-1/(1-k_p)} \quad (1)$$

은 역확산이 0인 조건 이외에 수지상가지 간격이 불변이며 고액상의 밀도 및 평형분배계수가 일정하다는 추가적인 가정하에서 유도된다. 이와같이 제한적인 조건에 대하여 성립함에도 불구하고 Scheil식은 합금응고시 생성되는 공정분율의 상한을 제공하는 실용적인 의미가 있으며 실험자료의 분석<sup>(2)</sup> 등에 적용되고 있다. 또한 Scheil식은 용질재분배 해석의 타당성 검증을 위한 이론적 기준으로도 중요한 역할을 해왔다.<sup>(3~6)</sup>

근래 수지상가지의 조대화가 용질재분배에 미치는 영향이 현저하다는 사실이 규명되면서<sup>(7)</sup> 미시편

석의 예측에 있어서도 조대화가 고려된 확장영역을 대상으로 해석이 시도되고 있다.<sup>(8~10)</sup> 평형응고에서는 고상농도가 액상농도와 평형분배계수만에 의해 결정되므로 후술하듯이 확장영역에 대해서도 lever rule은 그대로 성립한다. 그러나 비평형응고에서는 수지상구조내의 농도분포가 시간 및 위치의 함수이기 때문에 고정 및 확장영역에 대한 해석결과 사이에는 상당한 차이가 있다.<sup>(9~10)</sup> 따라서, 고정영역에서 Scheil식과 같이 확장영역에서 역확산이 없는 경우 즉 확산제어한계<sup>(10)</sup>에 대하여 해석해가 존재한다면, 그 해는 대단히 유용할 것이다. 아울러 식 (1)에 나타난 Scheil식의 문제점 구체적으로 고상분율이 1일 때 액상농도가 초기농도에 무관하게 무한대인 또는 초기농도가 0이 아니면 무조건 공정이 생성되는 비현실적인 거동도 조대화와 연관된 결과로 유추되며 확산제어한계에 대한 해석으로써 해결되리라 기대된다.

본 연구는, 역확산이 없는 수지상응고에 있어서 고정영역을 포괄하는 확장영역에 대한 해라는 의미에서, 일반화된 Scheil식을 구하고자 시도되었다. 가능하면 Scheil식의 유도에 적용된 가정에 근거하되 조대화에 관련된 단순화는 추가적으로 도입한다. 일반화된 Scheil식의 성질을 본래의 Scheil식 및 lever rule과 비교 고찰하며, 특성인자의 영향을 규명한다. 특히 유도된 해에 근거하여 미시편석과 직접적으로 연관된 공정의 생성조건에 관하여 새로운 이론을 제시하고자 한다.

## 2. 공식화 및 해석

## 2.1 모델링

본 연구의 해석대상은 Fig. 1에 도시된 바와 같이 조대화하는 수지상구조내의 체적요소로서, 그 크기  $X(t)$ 는 2차 수지상가지 간격  $\lambda_2(t)$ 의 절반이다. 대칭면으로부터의 거리를  $x$ , 고액계면의 위치를  $s(t)$ 로 표기하였다.

해석모델의 정립을 위하여 도입된 가정은 다음과 같다.

- (1) 역확산은 없다. 즉  $D_s=0$ 이다.
- (2) 액상내의 용질은 급속히 확산된다. ( $D_l=\infty$ ) 따라서 액상농도는 균일하다.
- (3) 응고과정동안 밀도 및 평형분배계수  $k_p$ 는 일정하다. 밀도가 일정하므로 질량분율과 체적분율은 일치한다.

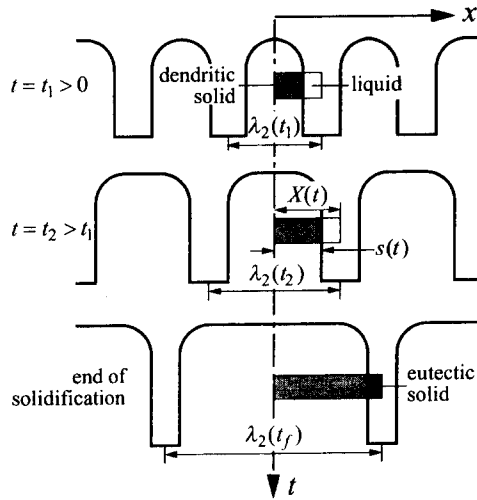


Fig. 1 Coarsening of a plate-like secondary dendrite arm structure during solidification.

(4) 조대화에 의해 영역에 추가되는 액체의 농도는 초기농도  $C_0$ 이다.

여기서 가정 (1)~(3)은 Scheil 한계에서와 같다. 다만 가정 (4)는 고정영역의 경우 불필요하지만 확장영역의 경우 용질보존을 위하여 필수적이다.<sup>(7~10)</sup>

방정식의 일반화와 각 항의 물리적 의미를 분명히 하기 위하여 역확산이 포함된 형태로 공식화한다. 가정 (2)~(4)에 따라 Fig. 1의 체적요소에 대한 용질보존식은

$$\int_0^{s(t)} C_s(x,t) dx + C_l(t)[X(t) - s(t)] = C_0 X(t) \quad (2)$$

로 표시된다. 식 (2)의 양변을 시간에 대하여 미분하고 고상내 농도분포에 대한 적분방정식<sup>(5)</sup>

$$\frac{d}{dt} \int_0^{s(t)} C_s(x,t) dx = C_s(s,t) \frac{ds}{dt} + D_s \frac{\partial C_s(s,t)}{\partial x} \quad (3)$$

을 대입하여 정리하면 아래와 같은 미분형의 용질보존식이 유도된다.

$$C_l(1-k_p) \frac{ds}{dt} = (X-s) \frac{dC_l}{dt} + (C_l - C_0) \frac{dX}{dt} + D_s \frac{\partial C_s(s,t)}{\partial x} \quad (4)$$

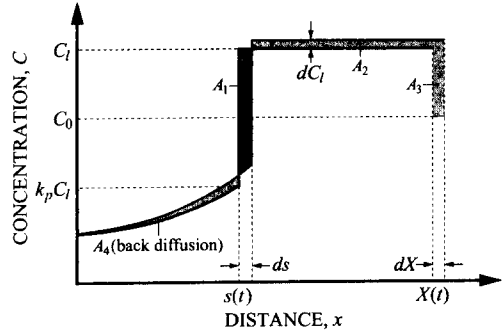


Fig. 2 Solute concentration in a solidifying volume element with coarsening (see Fig. 1).

이 과정에서 고액계면에서의 국소평형조건  $C_s(s,t) = k_p C_l(t)$ 이 적용되었으며, 초기조건은 다음과 같다.

$$s(0) = X(0) = 0 : C_l(0) = C_0 \quad (5)$$

식 (4)의 각 항은 Fig. 1의 체적요소에 대한 농도분포의 변화가 도시된 Fig. 2의 음영면적  $A_1 - A_4$ 와 순서대로 일대일로 대응한다. 결과적으로 식 (4)는 확장영역에서 용질재분배가 가시적으로 표현된 Fig. 2로부터 직접 공식화될 수도 있으나,<sup>(7)</sup> 본 연구의 과정이 보다 체계적이다. 고정영역의 경우 식 (4)의 우변 제2항은 0이다.

### 2.2 평형응고에 대한 해석

영역전체가 열역학적 평형을 유지하면서 응고되면 식 (4) 우변의 제3항 즉 역확산항은  $k_p s dC_l / dt$ 로 대체된다. 이에 따라 식 (4)는

$$(1-k_p) \frac{d(sC_l)}{dt} = \frac{d[X(C_l - C_0)]}{dt} \quad (6)$$

로 정리되며, 식 (5)를 적용하여 식 (6)을 적분하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$f_s = \frac{1}{1-k_p} \left(1 - \frac{C_0}{C_l}\right) \quad (7)$$

여기서 고상분율  $f_s$ 는 다음과 같이 정의되었다.

$$f_s = s/X \quad (8)$$

식 (7)은 다름아닌 lever rule로서 평형응고의 경우 고정 및 확장영역에 대한 결과는 일치함이 확인된다. 이점은 식 (2)로부터 보다 쉽게 입증될 수 있다. 즉 평형응고시 식 (2) 좌변 제1항은  $k_p C_l s(t)$ 이므로 간단히 식 (7)로 귀결된다.

### 2.3 확산제어한계에 대한 해석

역확산이 없는 경우( $D_s=0$ , Fig. 2의  $A_4=0$ ) 식 (4)는  $s$ 에 관한 상미분방정식

$$\frac{ds}{dt} + \left[ \frac{1}{(1-k_p)C_i} \frac{dC_i}{dt} \right] s = \frac{1}{(1-k_p)C_i} \frac{d[X(C_i - C_0)]}{dt} \quad (9)$$

로 정리될 수 있다. 적분상수  $B$ 가 포함된 식 (9)의 일반해

$$s(t) = C_i^{-1/(1-k_p)} \left[ B + \frac{1}{1-k_p} X(t) (C_i - C_0) C_i^{k_p/(1-k_p)} - \frac{1}{1-k_p} \int_0^t X(t) (C_i - C_0) \frac{dC_i^{k_p/(1-k_p)}}{dt} dt \right] \quad (10)$$

에 초기조건 식 (5)를 적용한 후 식 (8)로 정의된 고상분율의 항으로 표시하면 다음식이 된다.

$$f_s = \frac{1}{1-k_p} \left( 1 - \frac{C_0}{C_i} \right) - \frac{k_p}{(1-k_p)^2} \cdot \frac{C_i^{-1/(1-k_p)}}{X(t)} \times \int_0^t X(t) C_i^{k_p/(1-k_p)} \left( 1 - \frac{C_0}{C_i} \right) \frac{dC_i}{dt} dt \quad (11)$$

식 (11)의 우변 제1항은 식 (7)과 일치하므로 우변 제2항은 결국 평형응고와 확산제어한계의 차이이다.

고정영역( $X=$ 일정)인 경우 상평형에 무관하게 식 (11)의 우변 제2항은 해석적 적분이 가능하며 그 결과는 식 (1) 즉 Scheil식과 일치한다. 이런 의미에서 식 (11)은 일반화된 Scheil식으로 간주될 수 있다. 그러나 확장영역의 경우 적분값이 계산되기 위해서는 조대화모델, 상평형관계 및 냉각조건이 필요하다. 냉각조건에 따라  $T(t)$ 와  $dT/dt$ 가 주어지면 상평형관계로부터  $C_i(t)$ ,

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{dC_i}{dT} \frac{dT}{dt} \quad (12)$$

로부터  $dC_i/dt$ 가 결정되므로 조대화모델에 의한  $X(t)$ 를 대입하여 (수치)적분을 수행할 수 있다.

식 (11)을 보다 간단한 형태로 표현하기 위하여 냉각속도가 일정하고 액상선이 선형이라고 가정하자. 사실 냉각속도는 방향성응고를 비롯한 실용적인 공정에서 일정하며,<sup>(1,2)</sup> 액상선은 많은 합금에서 선형이거나 비선형이라도 큰 오차없이 선형으로 근사화될 수 있다.<sup>(3-6,9)</sup> 편의상  $\tau=t/t_f$ 로 정의되는 무차원시간을 도입하면 액상농도의 변화는 식 (12)로부터

$$C_i(\tau) = C_0 + m\tau \quad (13)$$

로 표시될 수 있다. 여기서  $m=(C_f - C_0)$ 이다. 또한, 지금까지 알려진 경험식 형태의 조대화모델은

$$X(\tau) = \beta\tau^n \quad (14)$$

와 같이 일반화될 수 있다.<sup>(9)</sup> 식 (14)에서  $\beta = \lambda_2(t_f)/2$ 이며  $n$ 은 실험적으로 결정된다. 식 (13)과 (14)를 식 (11)에 대입하여 정리하면 다음식을 얻는다.

$$f_s = \frac{1}{1-k_p} (1 - Cr^{-1}) - \frac{k_p}{(1-k_p)^2} Cr^{-1/(1-k_p)} \times (Cr - 1)^{-n} F(Cr : k_p, n) \quad (15)$$

여기서 농도비  $Cr$  및 함수  $F$ 는

$$Cr = C_i/C_0 \quad (16)$$

$$F(Cr : k_p, n)$$

$$= \int_1^{Cr} \zeta^{-(1-2k_p)/(1-k_p)} (\zeta - 1)^{n+1} d\zeta \quad (17)$$

로 정의되었다. 식 (15)는 조대화 지수만 추가되었을 뿐(고장영역의 경우  $n=0$ ) 식 (1)과 같이  $Cr$  및  $k_p$ 의 함수형태이다. 즉 역확산이 없는 경우 냉각속도가 일정하면 고상분율은 냉각속도의 크기와는 무관하게 결정된다. 식 (17)의 적분이  $Cr$ 에 대하여 단조함수임을 고려하면, 식 (15)로부터 고상분율  $f_s$ 는 쉽게 계산될 수 있다.

## 3. 결과 및 고찰

일반화된 Scheil식 식 (15)의 성질을 고찰하고 특성인자의 영향을 규명하기 위하여 구체적인 계산을 수행하였다. 실제합금의 자료를 고려하여 조대화 지수  $n$ 은 0.29~0.35, 평형분배계수  $k_p$ 는 0~0.3인 범위를 계산대상으로 취하였다.<sup>(1,7,9)</sup>

### 3.1 미시편석

합금의 미시적 응고과정에 대한 전형적인 결과표현의 형태는 미시편석 곡선<sup>(1)</sup> 즉 농도비-고상분율 선도로서  $k_p=0.15$ ,  $n=0.33$ 인 조건에 대하여 계산된 본 연구의 결과를 Scheil식, lever rule과 함께 Fig. 3에 도시하였다. 고상분율  $f_s$ 가 작을 때 3개의 결과는 거의 일치한다. 그러나  $f_s$ 가 증가함에 따라 본 연구의  $Cr$ 은 도시된 범위내에서 Scheil식과 비교하여 정성적으로는 유사하지만 정량적으로는 상당히 작은 값이 된다. 즉 응고조건이 같을 때 조대화가 고려되면 역확산이 0 및 무한대인 극한사

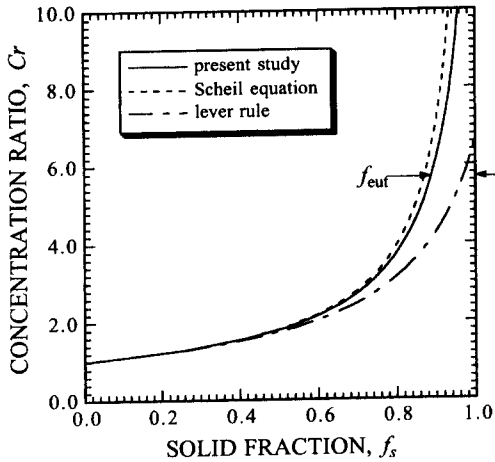


Fig. 3 Comparison of the present equation with the Scheil equation and lever rule on the concentration ratio-solid fraction diagram.

이의 차이가 감소됨을 알 수 있다. 실제의 응고과정은 이들 양극한 사이에 있음을 주지하여야 한다.

응고가 진행되어 공정온도에 도달하였을 때 미응고된 액상은 공정온도 상태이며, 이에 대응하는 공정분율  $f_{eut} (=1-f_s)$ 는 용질재분배에 있어서 의미 있는 양이다. 평형분배계수와 응고조건에 따라 정량적으로는 다르지만, 수지상정과 공정의 농도에는 현저한 차이가 있기 때문에  $f_{eut}$ 는 미시편석의 정도를 표시하는 지표가 된다.<sup>(1,2,9,10)</sup> 즉 공정분율이 클수록 미시편석은 심화된 상태이다. 사실 미시편석의 해석에서 역확산의 한계에 대한 Scheil식의 가장 중요한 의의는  $f_{eut}$ 의 상한을 제공하는 데 있다 (대응하는  $f_{eut}$ 의 하한은 lever rule에 의해 결정된다). Fig. 3에 표시된  $f_{eut}$  참조할 때 조대화는 공정분율의 상하한 사이 범위를 축소시키는 역할을 한다. 이와 같은 조대화의 효과는 역확산이 유한한 경우에 대한 수치해석<sup>(10)</sup>에서의 결과와도 정성적으로 일치한다. 실제 수지상응고에는 조대화가 수반되며 식 (15) 또는 (11)은 적용이 용이함을 감안할 때 향후 미시편석의 이론적 상한은 Scheil식에서 본 연구로 대체되어야 할 것이다.

### 3.2 특성인자의 영향

고상분율 또는 공정분율에 영향을 미치는 인자는 평형분배계수  $k_p$ 와 조대화지수  $n$ 이다. 대표적인 예로서  $Cr=10$ 일 때 공정분율  $f_{eut}$ 에 대한 특성인자의 영향을 Fig. 4에 도시하였다. 고정 및 확장영

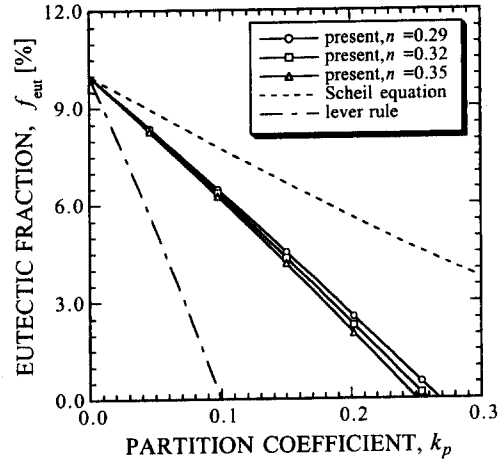


Fig. 4 Effect of the coarsening exponent on the eutectic fraction with respect to the equilibrium partition coefficient.

역, 평형 및 비평형응고에 무관하게 모든 경우  $k_p=0$ 이면 고상농도는 항상 0이므로  $f_{eut}=Cr^{-1}$ 로서 일치하며,  $k_p$ 에 따라 고상농도가 증가하므로  $f_{eut}$ 는 감소한다. 평형응고의 경우 식 (7)로부터  $k_p=Cr^{-1}$ 에서  $f_{eut}=0$ 이므로  $k_p \geq Cr^{-1}$ 이면 공정은 생성되지 않는다. 반면 Scheil식의 경우 식 (1)에서 농도비(또는 초기농도)에 무관하게  $k_p < 1$ 이면  $f_{eut} > 0$  즉 항상 공정이 생성된다. 본 연구의 경우  $f_{eut}$ 는 Fig. 3으로부터 예측할 수 있듯이 전술한 양자 사이에 있다. 그러나, 역산화가 없음에도 Scheil식과는 달리  $k_p < 1$ 에서  $f_{eut}=0$ 이 될 수 있다. 이 점은 서론에서 지적된 Scheil식의 비현실적 거동과 연관되는 중요한 문제로서 별도로 취급하였다. 한편, 계산범위내에서 조대화지수  $n$ 의 영향은 크지 않으며, 식 (14)에서  $n=0$ 은 Scheil식에 대응하므로  $n$ 의 증가에 따라  $f_{eut}$ 가 Scheil식으로부터 이격됨은 당연하다. 여기서 Scheil식 및 lever rule은 조대화와 무관하다.

### 3.3 공정의 생성조건

유한한 농도비에서  $f_{eut}=0$ 이 가능함은 Fig. 3을 확대한 Fig. 5에서 보다 분명하다. 고상분율이 1( $f_{eut}=0$ )이 되는 농도비를 임계농도비  $Cr_c$ 로 정의할 때 (Fig. 5 참조)  $Cr \leq Cr_c$ 에서는 응고종료시 액상농도가  $C_U=C_{eut}$ 이므로  $Cr_c$ 에 대응하는 초기농도는

$$C_0^{DL} = C_{eut}/Cr_c \quad (18)$$

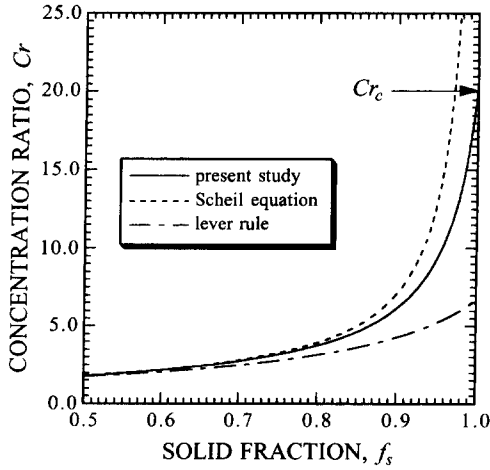


Fig. 5 Limiting behavior of the concentration ratio with the solid fraction approaching to unity.

이다. 즉  $0 < C_0 \leq C_0^{DL}$ 이면 공정은 생성되지 않는다. 공정의 생성조건을 가시화하기 위하여 Fig. 6에 상평형선도상에서의 응고과정을 개략적으로 나타내었다. 평형응고의 경우  $f_{eut} = 0$ 에 대응하는 초기농도는 고상의 용해도한계(solubility limit)인

$$C_0^{SL} = k_p C_{eut} \quad (19)$$

로서  $C_0^{SL} \leq C_0 < C_{eut}$  (Fig. 6의 과정 E2)는 공정생성의 충분조건이 된다. 또한  $C_0^{DL} < C_0 < C_0^{SL}$  (예를 들어 Fig. 6의 과정 E1)이면 평형응고시에는 공정이 생성되지 않으나, 비평형응고시에는 응고조건에 의해 공정의 생성여부가 결정된다. 한편, Scheil식은  $C_0 > 0$  ( $Cr > 1$ )이면 항상 공정이 생성되므로 초기농도로부터 미시편석의 정도를 전혀 판단할 수

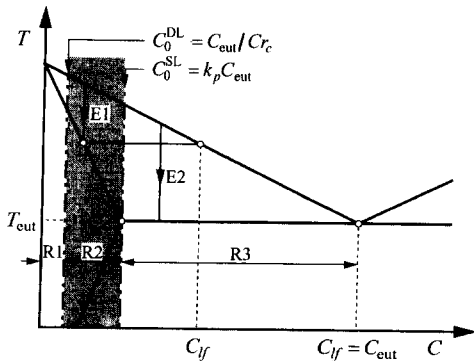


Fig. 6 Solification process in the phase equilibrium diagram.

없으며 이것이 전술한 Scheil식의 문제점이다. 공정의 생성조건이 식 (18)과 같이 현시적으로 존재하는 본 연구와 Scheil식의 유일한 차이는 조대화이므로 결국 상기 문제점은 조대화와 연관된 것임을 알 수 있다. 역확산이 유한한 실제의 수지상응고는 본 연구와 평형응고 사이에서 진행되므로 식 (19)와 (18)은 공정생성을 위한 초기농도의 경계선이 된다. 정리하면, 공정은  $0 < C_0 \leq C_{eut}/Cr_c$  (Fig. 6의 R1)이면 절대 생성되지 않고,  $C_{eut}/Cr_c < C_0 < k_p C_{eut}$  이면 (Fig. 6의 음영부분 R2) 응고조건에 의존하며,  $k_p C_{eut} \leq C_0 < C_{eut}$  (Fig. 6의 R3)이면 항상 생성된다. R2의 경우 냉각속도가 작을수록 또는 고상확산계수가 클수록 공정이 생성될 가능성은 희박하다.

식 (17)로 정의된 적분함수가  $Cr$ 의 단조함수이므로 식 (15)에서  $Cr_c$ 를 계산하는 데 다른 문제는 별로 없다. 서로 다른  $n$ 에 대하여  $k_p$ 에 따른  $Cr_c$ 의 변화를 lever rule의 결과와 함께 도시한 것이 Fig. 7이다. 본 연구의  $Cr_c$ 는 반 log 선도상에서 마치 lever rule을 평행이동한 형태로  $k_p$ 의 증가에 따라 감소한다. 이와 같이 임계농도비는  $k_p$ 에 따라서는 급격히 변화하지만  $n$ 에 따른 의존성은 크지 않다. 즉 계산범위내에서 조대화지수는 미시편석에 큰 영향을 미치지 않음이 재확인된다.

이상에서 고찰한 공정의 생성조건을 초기농도-평형분배계수 평면상에 종합적으로 표시한 것이 Fig. 8이다. 용해도한계선 및 확산제한계선에 의해

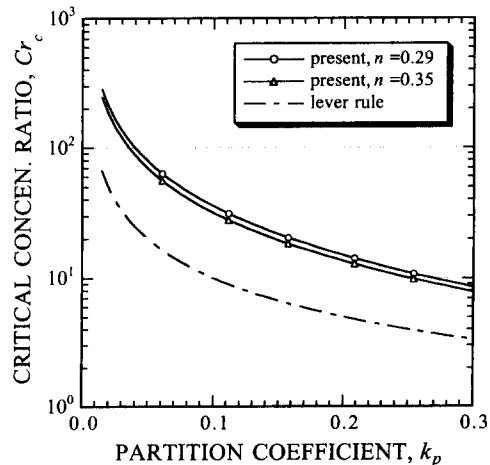


Fig. 7 Effect of the coarsening exponent on the critical concentration ratio with respect to the equilibrium partition coefficient.

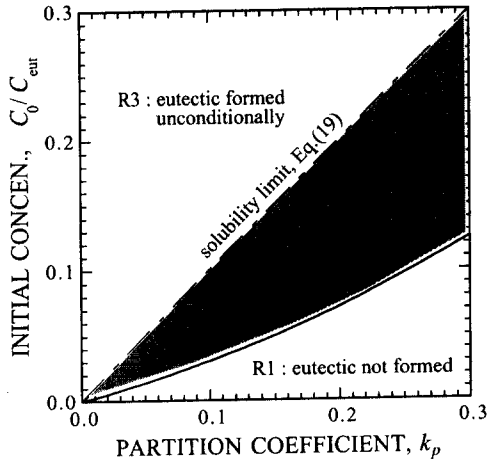


Fig. 8 Regime map of the eutectic formation on the initial concentration-equilibrium partition coefficient plane.

$(C_0/C_{eut}, k_p)$  평면은 세 개의 영역으로 구분되며 각각은 Fig. 6의 R1~3과 일대일로 대응한다. 여기서 확산제어한계선은 조대화지수  $n$ 에 따라 약간의 차이가 있으며(Fig. 7 참조), Fig. 8은  $n=0.33$ 에 대한 결과이다. 식 (18)과 Fig. 7의  $C_r$ 로부터 예상할 수 있듯이  $k_p$ 의 증가에 따라 공정이 생성되지 않는 영역(R1) 및 조건부로 생성되는 영역(R2)의 초기농도 범위는 확대된다. 이 새로운 선도는 비평형 수지상응고시 초기농도 및 평형분배계수만으로 공정의 생성여부를 정성적으로 예측하는 데 대단히 유용하다. 다만 정량적인 공정분율은 식 (4)에 대한 수치해석에 의해 결정된다.

#### 4. 결 론

조대화가 고려된 이원합금의 수지상응고에 있어서 역확산이 없는 확산제어한계에 대하여 해석적 접근을 시도한 본 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

역확산이 무한대인 평형응고의 경우 조대화와 무관하게 lever rule이 그대로 성립한다. 반면 역확산이 0인 경우 조대화는 고상분율-농도비의 관계를 현저하게 변화시킨다. 본 연구에서는 고정영역에 대한 Scheil식을 포괄하는 확장영역에 대한 일반화된 Scheil식을 해석적인 방법으로 유도하였다.

확산제어한계에서의 고상분율은 Scheil 한계에 비하여 크다. 즉 조대화는 평형응고와 역확산의 극

한사이 차이를 축소시키는 역할을 한다. 한편, 계산범위내에서 조대화지수의 영향은 크지 않으며 평형분배계수가 주인자임이 규명되었다.

일반화된 Scheil식과 기존의 Scheil식의 가장 핵심적인 차이는 공정의 생성조건에 있다. 즉 Scheil식의 경우 초기농도가 0보다 크면 항상 공정이 생성되는 비현실적인 거동을 보임에 비하여 일반화된 Scheil식은 공정이 생성되지 않는 초기농도의 하한을 제공한다. 이와 같은 일반화된 Scheil식의 성질과 평형응고 이론에 근거하여, 초기농도-평형분배계수 평면이 확산제어한계선 및 용해도한계선을 경계로 공정이 생성되지 않는 영역, 조건부로 생성되는 영역 및 무조건 생성되는 영역 등 세 개의 현시적인 영역으로 구분되는 새로운 공정의 생성조건을 제시하였다. 실제의 수지상응고에는 조대화가 수반되며 공정분율은 미시편석의 척도임을 고려할 때, 일반화된 Scheil식에 근거한 공정의 생성조건은 미시편석의 예측에 매우 유용하리라 기대된다.

#### 후 기

본 논문은 1995년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 ME95-A-04) 지원에 의한 연구결과의 일부로서 연구비 지원에 대하여 사의를 표합니다.

#### 참고문헌

- (1) Kurz, W. and Fisher, D. J., 1986, *Fundamentals of Solidification*, Trans Tech. Publ.
- (2) Sarreal, J. A. and Abbaschian, G. J., 1985, "The Effect of Solidification Rate on Microsegregation," *Metall. Trans.*, Vol. 17A, pp. 2063~2073.
- (3) Brody, H. D. and Flemings, M. C., 1966, "Solute Redistribution in Dendritic Solidification," *Trans. Met. Soc. AIME*, Vol. 236, pp. 615~624.
- (4) Clyne, T. W. and Kurz, W., 1981, "Solute Redistribution during Solidification with Rapid Solid State Diffusion," *Metall. Trans.*, Vol. 12A, pp. 965~971.
- (5) Ohnaka, I., 1986, "Mathematical Analysis of Solute Redistribution during Solidification with Diffusion in Solid Phase," *Trans. ISIJ*, Vol. 26, pp. 1045~1051.

- (6) Kobayashi, S., 1988, "Solute Redistribution during Solidification with Diffusion in the Solid Phase : a Theoretical Analysis," *J. Crystal Growth*, Vol. 88, pp. 87~96.
- (7) Ogilvy, A. J. W. and Kirkwood, D. H., 1987, "A Model for the Numerical Computation of Microsegregation in Alloys," *Appl. Scient. Res.*, Vol. 44, pp. 43~49.
- (8) Roosz, A., Halder, E. and Exner, H. E., 1986, "Numerical Calculation of Micro-Segregation in Coarsened Dendritic Microstructures," *Mat. Sci. Technol.*, Vol. 2, pp. 1149~1155.
- (9) Battle, T. P. and Pehlke, R. D., 1990, "Mathematical Modeling of Microsegregation in Binary Metallic Alloys," *Metall. Trans.*, Vol. 21B, pp. 357~375.
- (10) Sundarraj, S. and Voller, V. R., 1993, "The Binary Alloy Problem in an Expanding Domain : the Microsegregation Problem," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 713~723.