

〈논 문〉

균일전기장에 의한 기포와 액적의 변형에 관한 연구

권영철* · 김무환* · 조혜정** · 강인석** · 김석준***

(1995년 12월 8일 접수)

A Study on the Deformation of a Bubble and a Drop in a Uniform Electric Field

Young Chel Kweon, Moo Hwan Kim, Hye Jeong Cho, In Seok Kang and
Seock Joon Kim**Key Words :** Electrohydrodynamics(전기수력학), Bubble(기포), Drop(액적), Uniform Electric Field(균일전기장), Deformation(변형)

Abstract

In the present study, the characteristics of the electrical deformation of a bubble and a drop under a uniform electric field have been investigated to understand EHD heat transfer enhancement by an electric field. The deformation of the bubble and the drop have been studied theoretically using an electric normal stress acting on their interfaces and assured by the numerical analysis and the experiment. From the variation of bubble volume and free energy, it is found that a bubble is compressed in an electric field and free energy had larger value with increasing W and the permittivity of a dielectric fluid. The electric normal stress induced on the interface of the bubble and the drop is different. Because of the surface charge induced at the drop interface, the electric normal stress acting on the drop is much larger than that of the bubble. The drop is, therefore, deformed much more than the bubble. In addition, the experimental and numerical results show that the aspect ratio and the contact angle of the bubble increase with increasing W .

기 호 설 명	
AR_o : OkV하의 증황비	H : 평판전극의 간격[m]
AR : 전기장하의 증황비	\bar{J} : 전류밀도[Am^{-2}]
a : 기포의 장축 또는 반경[m]	L : 평판전극의 길이[m]
b : 기포의 단축[m]	P : 기포 내외부의 압력[Nm^{-2}]
\bar{D} : 전속밀도[Cm^{-2}]	q_s : 표면전하밀도[Cm^{-2}]
\bar{E} : 전계강도[Vm^{-1}]	R_1, R_2 : 주곡률반경[m]
E_o : 균일전계강도[Vm^{-1}]	$R_{e,b}$: 기포등가반경[m]
$\bar{F}^{(e)}$: 전기력[Nm^{-3}]	t_n : 전기적인 수직응력[Nm^{-2}]
F : 전기장하의 자유에너지[J]	t : 기포상승시간[sec]
F_o : OkV하의 자유에너지[J]	T : 맥스웰 응력텐서[Nm^{-2}]
	V : 전기장하의 기포체적[m ³]
	V_o : OkV하의 기포체적[m ³]
	W : 무차원 전기 웨버수
	W_s : 정전에너지[J]

*회원, 포항공과대학교 기계공학과

**포항공과대학교 화학공학과

***한국기계연구원

그리스문자

β	: 무차원 자유에너지
γ	: 표면장력 [Nm^{-1}]
ε	: 유전율 [Fm^{-1}]
ε_r	: 상대 유전율
θ_c	: 접촉각 [degree]
θ	: 전기장과 기포가 이루는 각 [degree]
κ	: 기포의 압축률 [N^{-1}m^2]
ρ	: 밀도 [kgm^{-3}]
ρ_c	: 전하밀도 [Cm^{-3}]
σ	: 전기전도도 [Sm^{-1}]
τ	: 전하이완시간 [sec]
ϕ	: 전위 [V]

첨자

b	: 등가 또는 기포
e	: 전기장을 가한 상태
g	: 기상
l	: 액상
o	: 전기장을 가하지 않은 상태 또는 균일

1. 서 론

열교환기의 열전달능력을 향상시키기 위한 열전달 촉진기술의 개발은 많은 사람들의 주된 관심사로, 최근 전기장을 이용한 열전달 촉진에 관한 연구가 활발히 수행되고 있다. 유전유체(dielectric fluid)에 전기장(electric field)을 가하여 열전달효과를 증대시키는 EHD(electrohydrodynamic) 방법은 기존의 여러방법보다 우수한 열전달 촉진효과를 제공한다. 실제 여러 산업분야에서 열전달과 관련된 핵비등과 응축현상은 중요하다. 핵비등의 경우 가열면을 떠나는 기포의 거동은 전기장에 의해 더욱 활발해지며,^(1,2) 이들 기포의 활발한 동적거동으로 핵비등 열전달은 더욱 촉진되는 것으로 이해되고 있다. 그리고 응축의 경우 기체-액막(liquid film)계면의 파(wave) 형태는 전기장에 의해 매우 불안정하게 되어 작은 액적(drop)의 형태로 액막을 이탈하게 된다.^(3,4) 전기장에 의한 이 액막계면의 불안정은 액막을 더욱 얇게 하며, 한편 응축량을 증가시키므로 응축 열전달이 더욱 촉진되는 것으로 이해되고 있다. 따라서 EHD 열전달 촉진현상을 이해하기 위해서는 전기장에 의한 기포와 액적의 거동에 관한 연구가 선행되어야 한다.

Garton과 Krasucki⁽⁵⁾는 균일전기장의 영향을 받는 무한 유전유체속의 단일기포를 고려하여 전기장에 의한 기포의 타원형변형과 안정성을 해석하였다. Melcher와 Taylor⁽⁶⁾는 전기장에 의해 유도되는 단일기포 주위의 유동장을 정상상태 조건하에서 해석하기 위하여 균일전기장을 적용하였다. Miksis⁽⁷⁾는 균일전기장에 의한 액적변형을 비선형적분미분 연립방정식을 경계적분법으로 풀어 전기장이 강해짐에 따라 구형의 액적이 타원형으로 변형됨을 수치적으로 보였다. 전기장하의 기포성장예 대한 연구는 Cheng과 Chaddock⁽⁸⁾에 의해 다루어졌으며, 그들은 기포의 최대 크기를 해석한 Fritz의 해석을 바탕으로 균일전기장에 의한 벽면에서의 기포이탈체적을 조사하였으며, 자유에너지를 이용하여 기포의 변형과 안정성을 해석하였다. 이로부터 그들은 전기장에 의한 기포의 모양이 전기장의 방향으로 신장되며, 유전유체의 유전율과 전기장의 세기가 기포의 이탈체적에 큰 영향을 준다고 하였다. 그리고 전기장에 의한 기포의 변형과 신장으로 기포와 벽면 사이의 접촉면적이 감소하여 기포는 더 빨리 이탈한다고 하였다. Ogata와 Yabe⁽⁹⁾는 반균일전기장(semiuniform electric field)을 인가하여 벽면에서 연속적으로 이탈하는 기포의 거동을 가시화하였으며 또한 기포의 형태를 모델링하였다. 그들은 기포의 변형이 전기장의 세기와 기포 주위의 열경계층 및 열전달면의 과열도에 따라 달라진다고 생각하였다. Wohihuter와 Basaran⁽¹⁰⁾은 균일전기장하의 자유액적과 원형평판에 붙어있는 액적의 축대칭 평형형태(axisymmetric equilibrium shape)와 안정성(stability)을 해석하기 위해 전기장과 액적형태에 대한 Laplace equation을 유한요소법으로 동시에 풀어 전기장이 강해짐에 따라 전기장의 방향으로 액적이 늘어남을 보여주었다.

전기장에 의한 열전달촉진 현상을 보다 잘 이해하기 위해서는 전기장하의 단일 기포와 액적의 변형을 보다 미시적인 관점에서 연구할 필요가 있다. 그러나 기존의 연구들은 균일전기장에 의한 단일기포와 액적의 변형을 거의 해석적인 방법에 의존하고 있다. 그리고 정적조건(static condition)하에서 벽면에 붙어있는 단일기포와 액적의 변형결과도 아직 보고된 바 없다. 따라서 Kweon 등^(11,12)은 벽면에 붙어 있는 단일기포의 변형과 이탈을 균일 또는 불균일 전기장을 인가하여 실험적으로 연구하고 있으며 그리고 Cho 등^(13,14)은 경계면 일치차표계

(boundary-fitted orthogonal coordinate system)를 이용하여 단일기포의 전기적인 변형을 수치적으로 해석하고 있다. 특히, 본 연구에서는 균일전기장에 의한 단일기포와 액적의 변형특성을 조사하기 위하여 균일전기장하에서 기포계면에 작용하는 전기적인 수직응력, 기포체적변화, 자유에너지 등과 액적계면에 작용하는 전기적인 수직응력을 이론적으로 해석하였으며, 기포와 액적의 변형을 수치적으로 비교하였다. 그리고 정성적인 비교를 위하여 균일전기장을 묘사하는 무한 평행평판에 붙어 있는 기포와 액적의 변형을 가시화하였다.

2. 이론적 배경

전기장에 의해 등은 유전유체가 받는 단위 부피당의 전기적인 힘($\overline{F}^{(e)}$)은 일반적으로 다음과 같이 표현된다.⁽¹⁵⁾

$$\overline{F}^{(e)} = \rho_c \overline{E} - \frac{1}{2} E^2 \nabla \epsilon + \frac{1}{2} \nabla \left[E^2 \rho \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right]_{\tau} \right] \quad (1)$$

여기에서, ρ_c , ϵ , ρ , \overline{E} 는 유전유체에 포함된 전하(charge), 유전율(dielectric permittivity), 밀도(density) 그리고 전계강도(electric field strength)를 나타낸다. 첫째 항은 유전유체 속에 존재하는 전하나 전하를 띤 유전체가 받는 전기적인 힘(electrophoretic force)으로 전기장의 방향으로 유전체를 움직이게 한다. 두번째 항은 유전유체 내의 유전율이 불균일한 경우에 나타나는 힘(dielectrophoretic force)으로 전계강도 및 유전율의 구배와 관계가 있으며, 상대적으로 더 큰 유전율을 가진 유전유체를 전계강도가 더 강한 영역으로 움직이게 한다. 세번째 항은 불균일전기장에 기인하는 전기적인 힘(electrostriction force)으로 유체의 압축성이 중요한 작용을 하는 경우와 밀도변화에 대한 유전율의 변화로 생길 수 있다. Hakim과 Higham⁽¹⁶⁾은 전기장에 의해 유전유체가 압축되어 굴절률이 증가한다는 것을 슈리렌 광학계를 이용하여 확인하였으며, 이 전기압축력의 항을 $[\epsilon_0 E_0^2 (\epsilon_r - 1) (\epsilon_r + 2)] / 6$ 와 같은 초과압력(excess pressure)의 형태로 표현하였다.

유전유체와 기포(액적)를 포함하는 2상유체(two phase fluid)의 경우 정상상태(steady state)조건하에서 전기장의 영향을 받는 기포(액적)계면에는 전기전도도(σ)와 유전율(ϵ)의 분포가 불연속적으로

형성되고, 이로 인해 계면에 표면전하가 유도될 수 있다.⁽¹⁷⁾ 표면전하밀도(surface charge density, q_s)는

$$\overline{n} \cdot \left[-\epsilon^{(l)} \frac{\partial \phi^{(l)}}{\partial n} + \epsilon^{(g)} \frac{\partial \phi^{(g)}}{\partial n} \right] = q_s \quad (2)$$

으로 표현된다. 여기서 \overline{n} 는 단위 벡터로 기포(액적)계면의 바깥 방향으로 향하며 ϕ 는 전위를 그리고 첨자 l 과 g 는 각각 액상과 기상을 나타낸다. 기포(액적)계면의 전류밀도(current density, $\overline{J} = -\sigma \nabla \phi$)는

$$\overline{n} \cdot (\overline{J}^{(l)} - \overline{J}^{(g)}) = 0 \quad (3)$$

으로 표현되며, 식 (3)을 식 (2)에 적용하면 표면전하밀도는 식 (4)와 같이 나타난다.

$$\overline{n} \cdot \overline{J} \left[\frac{\epsilon^{(l)}}{\sigma^{(l)}} - \frac{\epsilon^{(g)}}{\sigma^{(g)}} \right] = q_s \quad (4)$$

식 (4)는 정상상태하의 기포(액적)에 적용될 수 있다. 그러나 핵비동시 발생되는 증기기포나 응축시 발생하는 액적의 경우, 표면전하의 형성은 유전유체(dielectric fluid)들간의 전하 이완시간과 특성 시간에 의해 결정된다.

3. 기포와 액적의 전기적 변형에 대한 이론적 연구

3.1 유전유체속 기포의 전기적 변형

3.1.1 타원형 기포로의 변형

전기장에 의한 단일기포의 변형특성을 해석하고자 Fig. 1과 같이 유전유체 속의 반경의 구형 기포(spherical bubble)를 고려하였다. 기포가 균일전기장(uniform electric field, E_0)에 놓여있을 때 기포내부와 외부의 전계강도는 두 상의 계면(interface)에 가우스 전속(Gauss electronic flux)이론을 적용하여 구할 수 있다. 기포내부와 외부의 전계강도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{E}^{(l)} &= -\nabla \phi^{(l)} \\ \overline{E}^{(g)} &= -\nabla \phi^{(g)} \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서, \overline{E} 와 ϕ 는 각각 전계강도(electric field strength)와 전위(electric potential)이다. 각 상에 대한 전위는 다음과 같은 라플라스 방정식을 만족하게 된다.

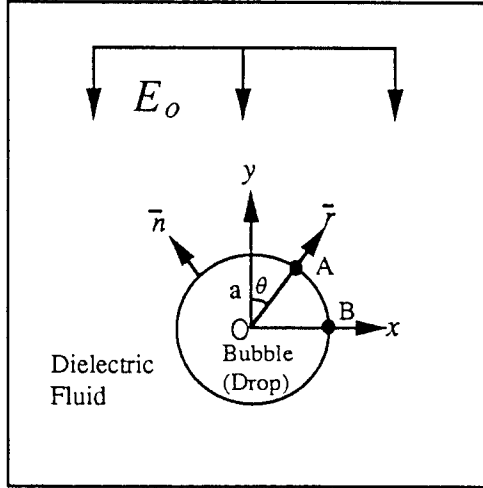


Fig. 1 Bubble(drop) in a uniform electric field

$$\begin{aligned}\nabla^2 \phi^{(l)} &= 0 \\ \nabla^2 \phi^{(g)} &= 0\end{aligned}\quad (6)$$

또한, 전속밀도(electric flux density, \bar{D})와 전계강도가 선형관계($\bar{D} = \epsilon \bar{E}$)를 가질 때, 적용되는 경계조건들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}r = \infty : \phi^{(l)} &= -E_o r \cos \theta \\ r = a : \phi^{(l)} &= \phi^{(g)} \\ E_t^{(l)} &= E_t^{(g)} \\ D_n^{(l)} &= D_n^{(g)} \\ r = 0 : \phi^{(g)} &= \text{finite}\end{aligned}\quad (7)$$

이 경계조건들은 기포계면에서 전위, 전계강도의 접선성분, 전속밀도의 수직성분들이 연속임을 의미한다.

앞에서 서술한 것처럼, 기포계면에 유도되는 표면 전하는 기포와 유전유체의 전하 이완시간(charge relaxation time, τ)과 관계가 있다. 그리고 기포 반경 a 를 특성 길이(characteristic length)라 하여, 전하 이완시간과 기포상승시간(bubble rising time, t)을 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{2\epsilon^{(l)} + \epsilon^{(g)}}{2\sigma^{(l)} + \sigma^{(g)}} \\ t &= \frac{3\mu}{ga\Delta\rho}\end{aligned}\quad (8)$$

전하 이완시간이 기포상승시간보다 작다면, 기포계면에 전하가 축적될 수 있다. 그러나 일반적으로 유한한 깊이에서 상승하는 기포의 경우에 전하 이

완시간은 기포상승시간보다 매우 크다. 따라서 이 경우에 기포계면에 유도되는 표면전하는 무시할 수 있다.

등온하의 유전유체와 기포가 선형, 등방, 그리고 균일한 물성치(표면장력, 밀도, 점도, 그리고 유전률)를 갖는다고 가정하면, 식 (7)의 경계조건과 라플라스 방정식으로부터 유전유체와 기포의 전위는 각각 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\phi^{(l)}(r, \theta) &= -\left[r + \left[\frac{1 - \epsilon_r^{-1}}{\epsilon_r^{-1} + 2}\right] \frac{a^3}{r^2}\right] E_o \cos \theta \\ \phi^{(g)}(r, \theta) &= -\frac{3}{\epsilon_r^{-1} + 2} E_o r \cos \theta\end{aligned}\quad (9)$$

여기에서, r 은 기포의 반경을, θ 는 전기장의 방향과 기포가 이루는 각을 그리고 ϵ_r 은 기포의 유전율 $\epsilon^{(g)}$ 과 유전유체의 유전율 $\epsilon^{(l)}$ 의 비로 $\epsilon^{(l)}/\epsilon^{(g)}$ 이다. 따라서 기포계면($r = a$)에서의 전계강도의 반경반향의 성분과 접선방향의 성분들은

$$\begin{aligned}E_r^{(l)} &= E_o \left[1 - 2 \frac{1 - \epsilon_r^{-1}}{\epsilon_r^{-1} + 2}\right] \cos \theta \\ E_\theta^{(l)} &= E_o \left[1 + 2 \frac{1 - \epsilon_r^{-1}}{\epsilon_r^{-1} + 2}\right] \sin \theta \\ E_r^{(g)} &= \frac{3}{\epsilon_r^{-1} + 2} E_o \cos \theta \\ E_\theta^{(g)} &= -\frac{3}{\epsilon_r^{-1} + 2} E_o \sin \theta\end{aligned}\quad (10)$$

으로 표현된다. 기포내부의 전계강도($E^{(g)}$)는 $3E_o/(\epsilon_r^{-1} + 2)$ 로 주어진 전기장의 방향으로 작용하며 그 크기는 균일전계강도(E_o)보다 크게 된다.

기포를 포함하고 있는 유전유체에 전기장을 인가하면 기포는 변형한다. 이는 기포계면에 작용하는 전기적인 힘에 기인한다. 이 힘은 계면의 양 쪽으로 작용하는 두 전기적인 수직응력(normal stress, \bar{t}_n)의 차이로 발생하며, 이는 맥스웰 응력텐서(Maxwell stress tensor, \bar{T})를 사용하여 구할 수 있다. 기포계면에 작용하는 전기적인 수직응력의 차이는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\bar{t}_n &= (\bar{n} \cdot \bar{T}) \\ &= \frac{9}{2} \epsilon^{(l)} E_o^2 \frac{\epsilon_r^{-1} - 1}{(\epsilon_r^{-1} + 2)^2} [(\epsilon_r^{-1} - 1) \cos^2 \theta + 1] \bar{n}\end{aligned}\quad (11)$$

여기에서, \bar{n} 은 기포계면의 바깥 방향이다. 식 (11)에 의하면 기포계면에 작용하는 전기적인 수직응력은 $-\bar{n}$ 방향으로 작용하므로, 이는 기계적 압

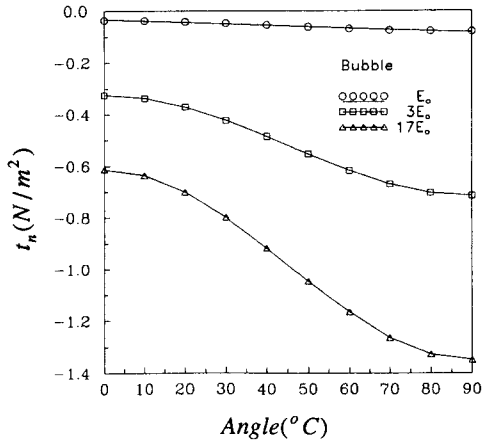


Fig. 2 Distribution of the normal stress acting on a bubble in a uniform electric field

력의 증가와 같은 효과를 제공한다. 그리고 기포계면에 작용하는 수직응력은 θ 에 따라 다르게 분포하므로 기포계면에 작용하는 전기적인 수직응력이 기포를 타원형으로 변형시킴을 알 수 있다.

Fig. 2는 기포계면에 작용하는 전기적인 수직응력을 보여준다. 여기에서 $\epsilon^{(l)} = 2.2\epsilon_o$, $\epsilon^{(g)} \approx \epsilon_o$, $E_o = 10^5 V/m$ 이 사용되었다. E_o 가 증가함에 따라 수직응력의 크기는 기포의 극($\theta=0^\circ$) 부분보다 적도($\theta=90^\circ$) 부근에서 더 강하다.

Fig. 1에 나타난 것처럼, 기포계면(Fig. 1)의 두 점 A(a, θ)와 B(a, $\pi/2$)을 고려하자. 두 점 A와 B의 Young-Laplace식과 식 (11)의 전기장에 의한 수직응력을 조합하면, 두 점 A와 B에 대한 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$P^{(g)} - P^{(l)} + (\bar{n} \cdot \bar{t}_n)_{,A} = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)_{,A}$$

$$P^{(g)} - P^{(l)} + (\bar{n} \cdot \bar{t}_n)_{,B} = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)_{,B} \quad (12)$$

여기에서, P 는 기포 내외부의 압력, γ 는 표면장력 그리고 R_1 과 R_2 는 주곡률반경을 나타낸다. 식 (11)을 식 (12)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{9}{2} \epsilon^{(l)} E_o^2 \left[\frac{K-1}{K+2} \right]^2 \cos^2 \theta$$

$$= \gamma \left[\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)_{,A} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)_{,B} \right] \quad (13)$$

식 (13)의 좌측항은 양의 값을 갖기 때문에 A점의 곡률(curvature)은 B점보다 크다. 즉, 구형 기포는 주어진 전기장의 방향으로 큰 곡률을 갖는 타

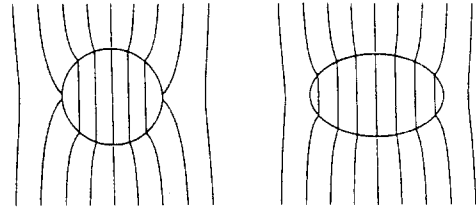


Fig. 3 Distribution of the electric field around a spherical and an elliptical bubble in a uniform electric field

원형 기포로 변형된다. 이 변형정도는 주어진 외부 전계강도(E_o)가 커질수록 증가하게 된다.

3.1.2 타원형 기포의 전위와 내부전계강도

구형 기포가 외부 균일전기장의 영향을 받을 때 구형 기포내의 전기장 분포는 평행하고 균일하다. 구형 기포가 타원형 기포로 변형될 때 그 변형정도가 매우 적다면 타원형 기포의 전기장 분포는 구형 기포와 같이 평행하고 균일하게 유지될 것이다.

Fig. 3은 균일전기장에 의한 구형 기포와 타원형 기포의 전기장분포로 기포내부의 전기장 분포는 외부의 균일전기장과 같이 균일하고 평행함을 알 수 있다. 한편, Landau와 Lifshitz⁽¹⁸⁾는 전기장에 의해 타원형으로 변형된 기포의 내부전위와 전계강도를 다음과 같이 나타내었다.

$$\phi^{(g)} = E^{(g)} y$$

$$E^{(g)} = \frac{\epsilon^{(l)} E_o}{(1-n)\epsilon^{(l)} + n\epsilon^{(g)}} \quad (14)$$

여기에서, $n = \left[\frac{1-e^2}{2e^3} \right] \left[\ln \frac{1+e}{1-e} - 2e \right]$, $e = \sqrt{1-(b/a)^2}$, a 는 기포의 장축을, b 는 기포의 단축을 나타낸다. 식 (14)는 강한 전기장의 영향을 받는 구형 기포가 점차 타원형의 기포로 변형하면서 늘어나면, 타원형 기포의 내부 전계강도($E^{(g)}$)는 외부 균일전계강도(E_o)와 비슷해짐을 보여준다.

3.1.3 기포체적감소

앞서 언급한 바와 같이, 기포계면에 작용하는 불균일한 수직응력 분포와 전기적으로 부가되는 압력 증가효과는 기포의 압축성 때문에 그것으로부터 기포체적변화를 정확히 예측한다는 것은 매우 어렵다. Landau와 Lifshitz⁽¹⁸⁾는 전기장에 의한 기포체적감소를 다음과 같이 표현하였다.

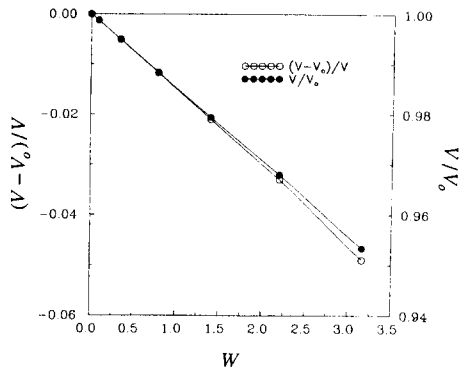


Fig. 4 Volume change of a bubble in a uniform electric field

$$\frac{V - V_0}{V} = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} \left[\frac{\epsilon_r - 1}{n\epsilon_r + 1 - n} \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{(n\epsilon_r + 1 - n)^2} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial P} \right]_T \quad (15)$$

여기에서, E_0 는 전계강도, κ 는 기포의 압축률, P 는 기계적인 압력과 전기적인 압력의 총압력을 그리고 $\epsilon_r = \epsilon^{(l)}/\epsilon^{(g)}$ 이다. 위식에 등온조건과 압력 변화에 대한 유전율의 변화를 보여주는 Clausius-Mossotti 관계식 그리고 다음과 같은 압력변화에 대한 유전율변화의 관계식을 식 (15)에 적용하면,

$$\left[\frac{\partial \epsilon_r}{\partial P} \right]_T = -\frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial P} \right]_T \rho \left[\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \rho} \right]_T \quad (16)$$

균일전기장에 의한 기포체적변화는 다음과 같은 형태로 주어진다.

$$\frac{V - V_0}{V} = \frac{\gamma W}{2R_{e,b}\epsilon_r P} \left[\frac{\epsilon_r - 1}{n\epsilon_r + 1 - n} - \frac{(\epsilon_r - 1)(\epsilon_r + 2)}{3(n\epsilon_r + 1 - n)^2} \right] \quad (17)$$

여기에서, W 는 무차원 전기웨버수 (electrical Weber number, $W = (\epsilon_0 \epsilon_r E_0^2 R_{e,b}) / \gamma$), $R_{e,b}$ 는 기포등가반경이다.

Fig. 4는 식 (17)에 의해 계산된 무차원 전기웨버수 W 에 대한 기포체적변화로, $(V - V_0)/V$ 는 상대적인 체적차이 (relative volume difference)를 V/V_0 는 체적감소 (volume reduction)를 나타낸다. W 가 증가할수록 기포체적은 다소 감소한다. 이는 전계강도가 강해질수록 기포에 작용하는 전기적인 압력이 증가하기 때문으로 해석할 수 있다.

3.1.4 타원형 기포의 자유에너지

전기장에 의해 선형, 등방성을 갖는 균질 유전유

체에 주어지는 정전에너지 (electrostatic energy, W_s)는

$$W_s = \frac{1}{2} \int \bar{D} \cdot \bar{E} dV \quad (18)$$

으로 주어진다. 가역과정에 대한 열역학 제1법칙으로부터 정전에너지의 증분은 등온과정에서의 자유에너지 (free energy) 증가와 같다는 것이 Reitz⁽¹⁹⁾에 의해 해석되었다. 따라서 유전유체속에서 균일 전기장의 영향을 받는 타원형 기포의 정전에너지를 자유에너지 (F)로 나타낼 수 있다. Landau와 Lifshitz⁽¹⁸⁾는 이를 다음과 같이 표현하였다.

$$F - F_0 = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \int E_0 (D^{(g)} - \epsilon_r E^{(g)}) dV \quad (19)$$

여기에서, F_0 는 전기장이 인가되지 않았을 때의 자유에너지이다. 타원형 기포의 내외부 전기장의 분포가 균일하다고 가정하고 식 (19)에 식 (14)을 대입하면, 타원형 기포의 자유에너지는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$F - F_0 = -\frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \frac{(1 - \epsilon_r) \epsilon_r}{(1 - n) \epsilon_r + n} V_{bub} \quad (20)$$

여기에서, V_{bub} 는 기포의 체적이다. 무차원 전기웨버수 W 를 사용하여, 식 (20)의 자유에너지를 다음과 같이 무차원 형태로 나타낼 수 있다.

$$\beta = \frac{\epsilon_r - 1}{(1 - n) \epsilon_r + n} W \quad (21)$$

Fig. 5는 무차원 전기웨버수 및 유전유체와 기포

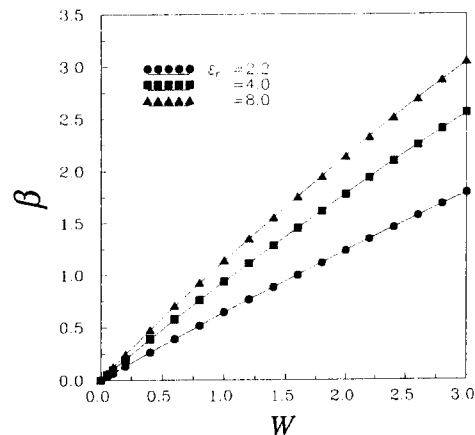


Fig. 5 Free energy change of a bubble in a uniform electric field

의 상대 유전율비($\epsilon_r = \epsilon^{(l)} / \epsilon^{(g)}$)에 따른 기포의 자유에너지를 보여준다. 같은 세기의 에서 상대 유전율비가 클수록 기포에 주어지는 자유에너지는 더 크다. 이 자유에너지는 기포의 변형과 관계가 있다.⁽²⁰⁾ 이로부터 유전유체가 더 큰 유전율을 가질수록 기포가 더 많이 변형될 것으로 사료된다.

3.2 유전액체속 액적의 전기적 변형

전기장에 의한 액적의 변형특성을 해석하고자 Fig. 1과 같이 유전액체속의 반경 a의 구형액적(water drop)을 고려하였다. 큰 전기전도도를 가진 액적(전기전도도 $\sim 10^{-4} S/m$)이 유전유체 속에 있는 경우에 액적의 전하 이완시간은 액적상승시간보다 매우 작기 때문에 액적계면에는 표면전하가 유도된다. 이 표면전하는 전기장이 인가되는 순간 액적계면에 분포하여 액적내부의 전계강도를 영(zero)이 되도록 한다. 따라서 액적은 전도체로 간주될 수 있다.

구형액적 주위의 전위를 구하기 위해 다음과 같은 경계조건을 적용하면

$$\begin{aligned} r = \infty : \phi^{(l)} &= -E_0 r \cos\theta \\ r = a : \phi &= 0 \end{aligned} \tag{22}$$

액적주위의 전위는

$$\phi(r, \theta) = -\left[r - \frac{a^3}{r^2} \right] E_0 \cos\theta, \tag{23}$$

이며, 전계강도는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} E_r &= E_0 \left[1 + \frac{2a^3}{r^3} \right] \cos\theta \\ E_\theta &= -E_0 \left[1 - \frac{a^3}{r^3} \right] \sin\theta \end{aligned} \tag{24}$$

그리고 액적계면에 유도되는 표면전하밀도는 식(24)에 의해 다음과 같이 나타난다.

$$q_s = \epsilon^{(l)} E_r|_{r=a} = 3\epsilon^{(l)} E_0 \cos\theta \tag{25}$$

Fig. 6에 표면전하의 분포가 도식화되어 있다. 식(25)는 액적계면에 유도되는 표면전하가 액적의 극부분($\theta=0^\circ$)에서 최대임을 보여준다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 표면전하와 전기장에 의한 반대극의 전하들간의 인력(attraction) 작용으로 액적은 점차 타원형으로 변형하게 된다. 액적계면에 작용하는 전기적인 수직응력은 다음과 같다.

$$\vec{t}_n = (\vec{n} \cdot \vec{T}) = \left[\frac{9}{2} \epsilon^{(l)} E_0^2 \cos^2\theta \right] \vec{n} \tag{26}$$

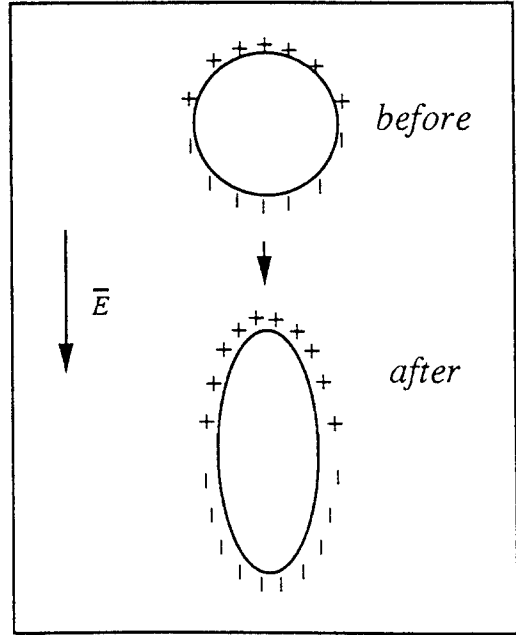


Fig. 6 Distribution of surface charge acting on drop surface in a uniform electric field

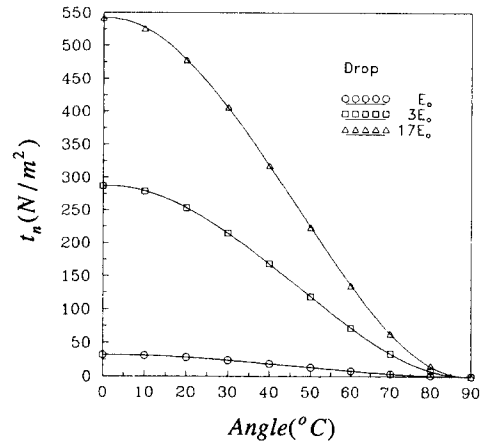


Fig. 7 Distribution of the normal stress acting on a drop in a uniform electric field

Fig. 7은 액적계면에 작용하는 전기적인 수직응력을 보여준다. 여기에서 $\epsilon^{(l)} = 80\epsilon_0$, $E_0 = 10^5 V/m$ 이 사용되었다. 기포의 경우와는 달리, E_0 가 증가함에 따라 수직응력은 액적의 극($\theta=0^\circ$) 부분에서 더욱 강해짐을 보여준다. 이들 결과로부터, 수직응력의 크기는 기포의 경우에 적도($\theta=90^\circ$) 부분에서 액적의 경우에 극($\theta=0^\circ$) 부분에서 가장 강하며,

기포변형은 적도부근의 압축 수직응력으로 액적변형은 극부근의 인장 수직응력으로 이루어 짐을 알 수 있다. 한편, 액적에 작용하는 수직응력은 기포에 작용하는 수직응력보다 매우 크므로 낮은 전기장에서 액적의 변형정도는 기포보다 더 뚜렷하다. 그리고 전기장하의 기포와 액적은 전기장에 의한 서로 다른 수직응력분포를 갖지만, 전기장의 방향으로의 변형형태는 유사하다.

4. 기포와 액적의 전기적 변형에 대한 수치적 연구

4.1 지배방정식과 경계조건

균일전기장하의 기포와 액적의 변형특징을 수치적으로 해석하고자 기포와 액적에 대한 지배방정식은 각 상(phase)에 자유전하(free charge)가 존재하지 않는 경우의 전기적 포텐셜(electric potential)에 대한 라플라스 방정식을 그리고 계면에서의 전기장의 접선, 법선의 평행조건으로부터 다음의 경계조건을 고려하였다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi^{(i)} &= 0 \\ \nabla^2 \phi^{(o)} &= 0 \\ \frac{\partial \phi^{(i)}}{\partial t} &= \frac{\partial \phi^{(o)}}{\partial t} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\sigma^{(i)} \frac{\partial \phi^{(i)}}{\partial n} = \sigma^{(o)} \frac{\partial \phi^{(o)}}{\partial n} \quad (28)$$

여기에서, $\phi^{(i)}$, $\sigma^{(i)}$, $\phi^{(o)}$, $\sigma^{(o)}$ 는 각각 기포와 액적 내외부의 전위와 전기전도도(conductivity)를 나타낸다. 전기장에 의한 기포와 액적의 변형은 이들 계면에 작용하는 전기적 수직응력간의 불균일에서 비롯된다. 이러한 전기적 수직응력은 구형을 유지하려는 표면장력에 의한 힘과 균형을 이루므로, 기포계면에서 다음의 경계조건을 이용하여 전기장에 의한 기포와 액적의 변형을 찾아낼 수 있다.

$$\bar{n} \cdot (\bar{n} \cdot (T^{(o)} - T^{(i)})) = \gamma(\nabla \cdot \bar{n}) \quad (29)$$

여기에서, $T^{(i)}$, $T^{(o)}$ 는 각각 기포와 액적 내외부의 맥스웰 응력 텐서이다. 결국, 각 상에 대한 응력 텐서의 수직방향 성분차이 $T_{nn}^{(o)} - T_{nn}^{(i)}$ 가 표면장력에 의한 성분 $\gamma(\nabla \cdot \bar{n})$ 보다 크게 될 때 기포와 액적은 변형하게 된다.

4.2 직교좌표계의 설정

전기장하에서 변형되는 기포와 액적의 변형은 이들 내부의 전위에 대한 라플라스 방정식의 해를 계면에서의 경계조건들을 통해 구함으로써 결정된다. 여기서는 경계면 일치 직교좌표계(Fig. 8)를 구성하여 기포와 액적의 전기적인 변형을 해석하였

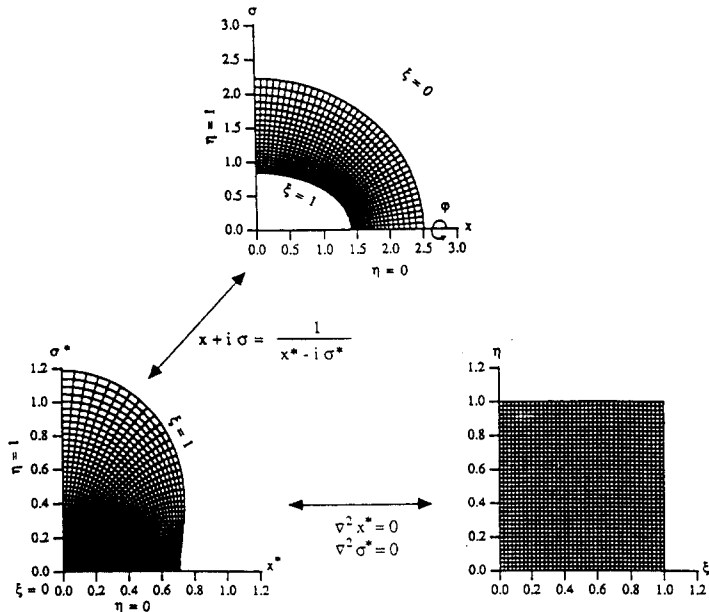


Fig. 8 Boundary-fitted orthogonal system

다. ^(13,21) 물리적 영역(physical domain) (X, σ) 은 무한영역이므로 다음의 역등각사상(inverse conformal mapping)에 의해 획득될 수 있는 보조유한영역(auxiliary finite domain) (X^*, σ^*) 을 고려하였다.

$$X + i\sigma = \frac{1}{X^* - i\sigma^*} \quad (30)$$

보조유한영역과 계산영역(computational domain, (ξ, η)) 사이의 직교사상은 다음의 방정식들로부터 찾을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} (f \frac{\partial X}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\frac{1}{f} \frac{\partial X}{\partial \eta}) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \xi} (f \frac{\partial \sigma}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\frac{1}{f} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta}) &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

외부의 무한영역에 대한 격자계 (X, σ) 는 식 (31)에서 구한 (X^*, σ^*) 을 등각 역치환함으로써 얻을 수 있게 된다.

Fig. 9는 각각 균일전기장의 영향을 받는 무한유체속의 기포와 액적의 변형을 수치적으로 구한 결과로, W 가 증가할수록 기포와 액적은 전기장의 방향으로 크게 늘어난다. 이는 전기장에 의해 기포와 액적에 주어지는 전기적인 수직응력(normal stress)이 표면장력을 초과하기 때문이다. 또한,

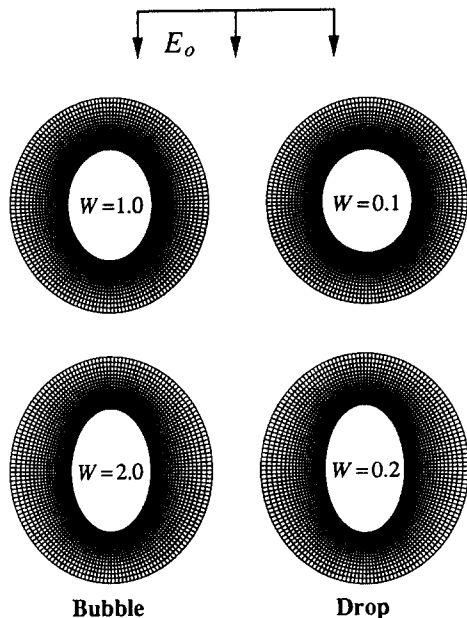


Fig. 9 Numerical results on the deformation of a bubble and a drop in a uniform electric field

같은 세기의 전기장하에서 액적이 기포보다 더 큰 전기력을 받으므로, 액적은 기포보다 더 낮은 전기장에서도 뚜렷하게 변형한다. 이는 $W=0.1$ 과 0.2 에 의한 액적변형 및 $W=1.0$ 과 2.0 에 의한 기포 변형의 수치적 결과에서 보여진다.

5. 기포와 액적의 전기적 변형에 관한 연구

앞에서 보여진 무한유체속의 기포와 액적변형에 대한 연구를 기초로 하여 균일전기장하의 벽면에 붙은 기포와 액적의 변형을 정성적으로 해석하고자 한다. 이를 위해, 균일전기장을 묘사하는 무한평행평판전극계를 구성하였다. 두 평행 평판전극의 길이(L)에 비해 평판전극의 간격(H)이 $H/L < 0.25$ 이면 아래 평판전극에서 윗 평판전극까지 중심선상의 전계분포 차이는 약 0.3%이다. ⁽²²⁾ 본 실험은 $H/L < 0.1$ 미만으로, 평판전극의 모서리 부분을 제외한 전극의 내부에는 균일전기장이 형성된다. 이 균일전기장 속에 아래 평판전극의 중심에서 직경 0.1mm 나뉠을 이용하여 기포와 액적을 주입시켜, 이들의 전기적 변형을 가시화하였다. 한편, 기포변형에 대한 실험 결과들과 비교하기 위해 벽면에 붙어 있는 기포의 변형을 경계면 일치 직교좌표계를 이용한 수치적인 방법으로 해석하였다.

균일전기장의 영향을 받는 기포와 액적의 변형을 관찰하기 위하여 사이크로hex산에 공기와 증류수(distilled water)를 주입하였다. Table 1은 사이크로 hex산, 공기 그리고 증류수의 물성치를 나타낸

Table 1 Physical properties of C_6H_{12} (20°C)

ρ (density)	949[kg/m ³]
μ (viscosity)	0.92×10^{-3} [pa · s]
ϵ_r (permittivity)	$2.2\epsilon_o$
γ (surface tension)	2.45×10^{-2} [N/m]
σ (conductivity)	2.5×10^{-11} [S/m]
σ (air conductivity)	$< 10^{-14}$ [S/m]
σ (water conductivity)	$\sim 10^{-4}$ [S/m]
$\epsilon^{(1)}$ (water permittivity)	$80\epsilon_o$

(where, $\epsilon_o = 8.854 \times 10^{-12}$ [F/m])

* Cited from Kagaku Binran(2nd Ed. Maruzen)

다. 공기는 공기필터 드라이어(air filter drier)를 거친 후 주입되며, 이는 공기 속에 스며있는 수분 및 이물질들을 최대한 제거하는 역할을 한다. 공기기포의 유전율은 진공의 유전율과 거의 같다. 실험은 대기압, 상온하에서 수행되었다. 실험에 사용되는 구리 평판전극의 표면은 No. 1000의 사포로 먼저 표면가공한 후 $1\mu\text{m}$ 의 크기를 갖는 Al_2O_3 로 마무리 가공하였다. 한편, 두 평행 평판전극 사이에 균일전기장을 형성시키기 위하여 0kV-30kV의 직류

전압을 인가하였다. 그리고 변형하는 기포와 액적의 가시화를 위하여 확대 렌즈와 반사 스크린을 이용한 후측광기법을 이용하였다.

Fig. 10은 균일전기장하에서 벽면에 붙어 있는 기포변형에 대한 가시화 결과를, 그리고 Fig. 11은 수치해석 결과를 나타낸다. 실험은 같은 체적을 가진 기포에 대해 수행되었으며, 인가전압을 30kV에서 0kV까지 감소시켜가면서 가시화하였다. 인가전압이 감소함에 따라 기포는 타원형에서 구형으로

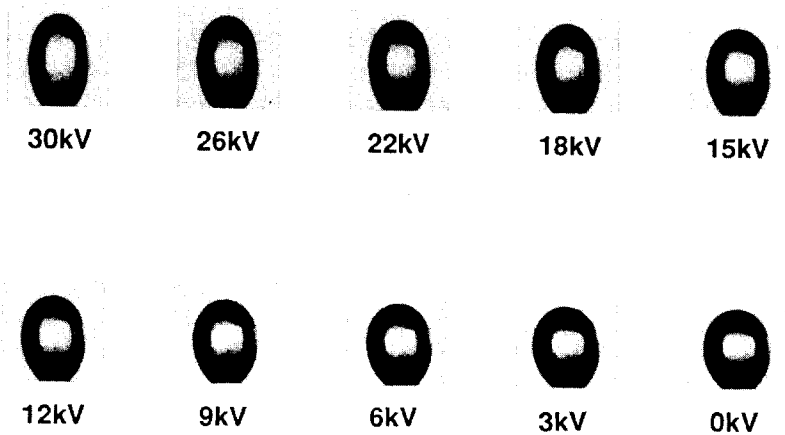


Fig. 10 Visualization results on the continuous deformation of a bubble attached to a wall in a uniform electric field

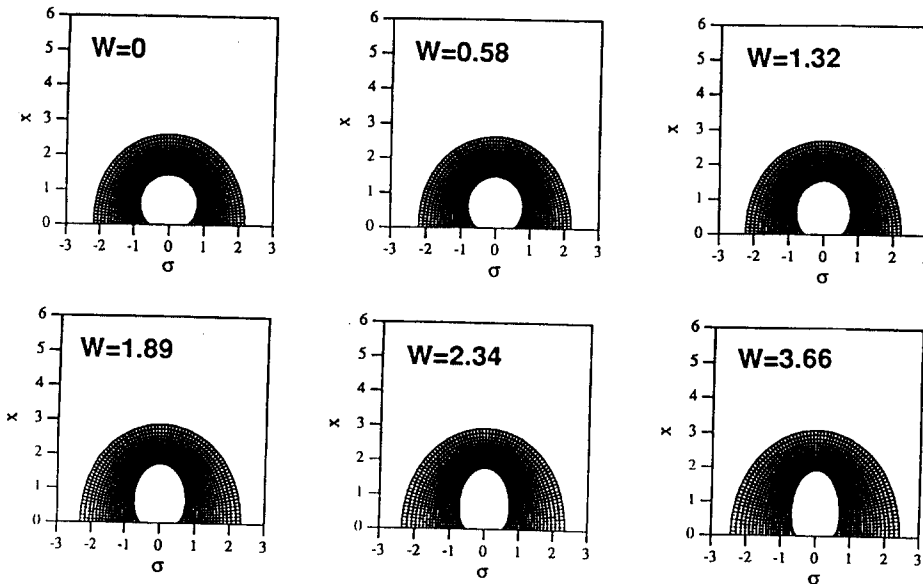


Fig. 11 Numerical results on the continuous deformation of a bubble attached to a wall in a uniform electric field

변형하고 있다. 이는 Fig. 12의 균일전기장하의 기포에 작용하는 수직응력의 분포에 나타나 있는 것처럼 기포계면을 따라 수직응력의 크기가 다르기 때문에 Fig. 11의 수치해석 결과도 실험결과와 같은 경향을 보여준다. Fig. 12는 균일전기장하에서 벽면에 붙어 있는 기포의 종횡비(aspect ratio) AR_e/AR_o 와 접촉각(contact angle), θ_c 를 보여준다. 여기에서, AR_o 은 전기장이 인가되지 않았을 때의 변형되지 않은 기포의 종횡비이다. 실험과 수치해석 결과는 W 가 증가할수록 기포의 종횡비와 접촉각이 증가함을 보여준다. Fig. 13은 사이크로핵산속에 증류수(distilled water)를 주입하여 얻은 액적의 가시화 결과이다. 0kV에서 액적은 거의 반구형의 형태로 벽면에 붙어 있다. 낮은 전압(<3 kV)을 인가하면 액적은 점차 전기장의 방향으로 늘어나 타원형의 형상을 가진다. 전압을 더욱 증가시키면(<6kV) 액적의 윗부분이 뾰족해지며, 약 7.5kV 이상에서는 미세한 물기둥(water column)이 액적의 꼭지 부분에서 발생하여 윗전극으로 빨려 올라가는 것을 관찰할 수 있었다. 그 결과 액적의 크기가 점차 감소하였다. 전기장하에서 액적이 물기둥으로 이탈하는 일련의 현상으로 EHD 응축 열전달과정에서 열저항으로 작용하는 평균액막이 얇아지는 것을 이해할 수 있으며, 이 액막의 이탈로 응축 열전달이 증가하게 된다.

본 연구에서 관찰된 균일전기장하의 액적의 삼각형 형태로의 변형은 균일전기장하의 벽면에 붙어

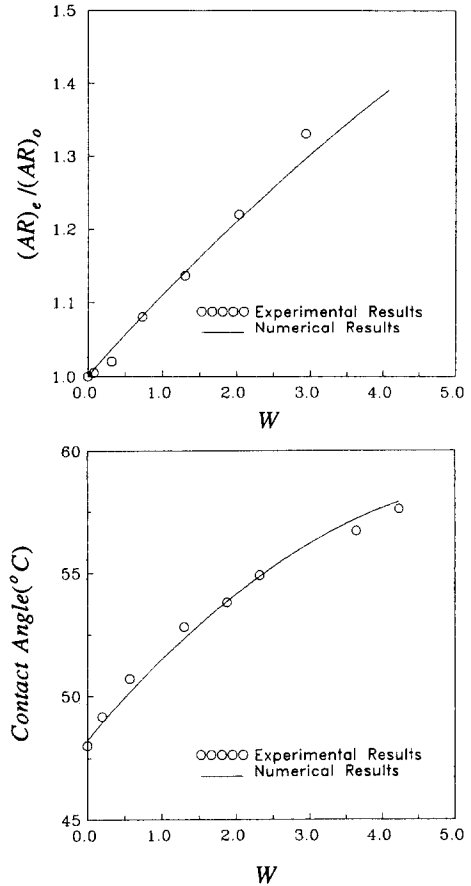


Fig. 12 Aspect ratio and contact angle of a bubble in a uniform electric field

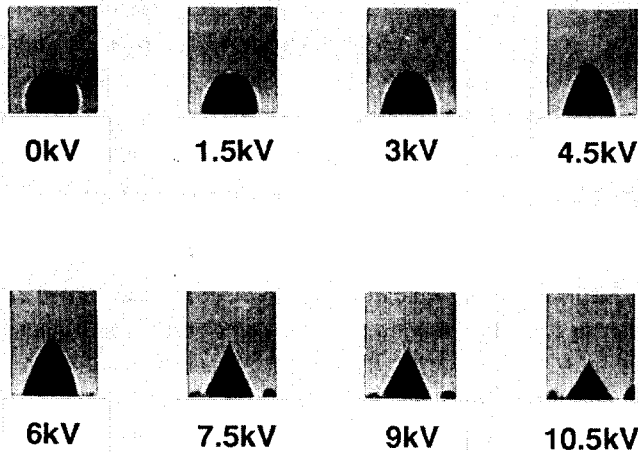


Fig. 13 Visualization results on the deformation of a drop in a uniform electric field

있는 반구형의 액적변형을 수치적으로 해석한 Wohlhuter과 Basaran⁽¹⁰⁾의 결과와 유사하다. 액적의 변형이 기포와는 달리 삼각형으로 바뀌는 것은 표면전하에 의해 액적계면에 작용하는 전기적인 수직 인장응력 때문이다. 이 힘은 전기장의 세기가 증가할수록 더욱 강해지며 전기장의 방향으로 액적을 당기는 작용을 한다. 특히 이 수직응력은 액적의 꼭대기에서 제일 강하므로 액적은 윗전극의 방향으로 뾰족하게 변형하게 된다.

6. 결 론

본 연구는 EHD 열전달 촉진현상의 이해를 돕기 위하여 수행되었으며, 이를 위해 균일전기장의 영향을 받는 단일기포와 액적의 전기적인 변형특성을 조사하였다. 균일전기장하에서 기포와 액적계면에 작용하는 전기적인 수직응력을 이용하여 기포와 액적의 전기적인 변형을 이론적으로 고찰하였으며, 수치해석과 실험을 통하여 이를 뒷받침하였다. 기포계면에 작용하는 압축 수직응력은 기포를 타원형으로 변형시킨다. 무차원 수인 전기 웨버수 W 와 유전유체의 유전율이 증가할수록 자유에너지는 증가한다. 한편, 균일전기장하의 액적은 기포와 반대방향의 인장 수직응력 분포를 갖는다. 액적에 작용하는 수직응력은 기포에 작용하는 수직응력보다 매우 크므로 액적의 변형정도는 기포보다 더욱 뚜렷하다. 그리고 실험과 수치결과는 W 가 증가할수록 기포의 종횡비와 접촉각이 증가함을 보여준다.

후 기

본 연구는 첨단유체공학연구센터와 한국기계연구원의 지원으로 수행되었으며 이에 감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) Jones, T. B., 1978, "Electrohydrodynamically Enhanced Heat Transfer in Liquids-A Review," *Advances in Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 107~148.
- (2) Ogata, J. and Yabe, A., 1993, "Basic Study on the Enhancement of Nucleate Boiling Heat Transfer by Applying Electric Fields," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36(3), pp. 775~782.
- (3) Yabe, A., Taketani, T., Kikuchi, K., Mori, Y. and Hijikata, K., 1987, "Augmentation of Condensation Heat Transfer around Vertical Cooled Tubes Provided with Helical Wire Electrodes by Applying Nonuniform Electric Fields," *Heat Transfer Science and Technology*, Hemisphere Pub. Co., pp. 812~819.
- (4) Didkovsky, A. B. and Bologna, M. K., 1981, "Vapor Film Condensation Heat Transfer and Hydrodynamics under the Influence of an Electric Field," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 811~819.
- (5) Garton, C. G. and Krasucki, Z., 1964, "Bubbles in Insulating Liquids: Stability in an Electric Field," *Proc. Roy. Soc., London, A* 280, pp. 211~226.
- (6) Melcher, J. R. and Taylor, G. I., 1969, "A Review of the Role of Interfacial Shear Stress," *Ann. Rev. Mech.* Vol. 1, pp. 111~146.
- (7) Miksis, M. J., 1981, "Shape of a Drop in an Electric Field," *Phys. Fluids*, Vol. 24(11), pp. 1967~1972.
- (8) Cheng, K. J. and Chaddock, J. B., 1986, "Maximum Size of Bubbles during Nucleate Boiling in an Electric Field," *Int. J. Heat and Mass Flow*, Vol. 7, pp. 278~282.
- (9) Ogata, J. and Yabe, A., 1993, "Basic Study on the Enhancement of Nucleate Boiling Heat Transfer by Applying Electric Fields," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36(3), pp. 775~782.
- (10) Wohlhuter, F. K. and Basaran, O. A., 1992, "Shapes and Stability of Pendant and Sessile Dielectric Drops in an Electric Field," *J. Fluid Mech.*, Vol. 235, pp. 481~510.
- (11) Kweon, Y. C., Kim, M. H., Cho, H. J., Kang, I. S. and Kim, S. J., 1994, "Study on the Deformation and Departure Processes of a Bubble under an Electric Field," *Proc. 3rd JSME-KSME Fluids Engineering Conf.*, Japan, pp. 33~38.
- (12) Kweon, Y. C., Kim, M. H., Cho, H. J., Kang, I. S. and Kim, S. J., 1995, "직류전기장에 의한 기포의 변형과 이탈에 관한 연구," 대한기계학회 논문집, 제19권 제6호, pp. 1518~1528.
- (13) Cho, H. J., Kang, I. S., Kweon, Y. C., Kim, M.

- H. and Kim, S. J., 1993, "The Effects of Electric Field on the Behaviors of a Bubble attached to the Wall," *6th International Symposium on Transport Phenomena in Thermal Engineering*, Vol. 2, pp. 405~410, Korea.
- (14) Cho, H. J., Kang, I. S., Kweon, Y. C. and Kim, M. H., 1995, "A Study on the Behaviors of a Bubble Attached to the Wall in an Electric Field (steady shape and fluid motion)," *Proceedings of the 2nd International Conf. on Multiphase Flow*, Vol. 4, pp. FC1-7.
- (15) Stratton, J. A., 1941, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill. Co., New York.
- (16) Hakim, S. S. and Higham, J. B., 1962, "An Experimental Determination of the Excess Pressure Produced in a Liquid Dielectric by an Electric Field," *Proc. Phys. Soc.*, Vol. 80, pp. 190~198.
- (17) Smythe, W. R., 1950, *Static and Dynamic Electricity*, McGraw-Hill Book Com.
- (18) Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., 1960, *Electrodynamics of Continuous Media: Course of Theoretical Physics Volume 8*, Pergamon Press.
- (19) Reitz, J. R., 1964, *Foundations of Electromagnetic Theory*, Addison-Wesley Publishing Com.
- (20) Cheng, K. J. and Chaddock, J. B., 1986, "Maximum Size of Bubbles during Nucleate Boiling in an Electric Field," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 7(4), pp. 278~282.
- (21) Ryskin, G. and Leal, L. G., 1984, "Numerical Solution of Free-Boundary Problems in Fluid Mechanics (Part 1. The Finite-Difference Technique)," *J. Fluid Mech.*, Vol. 148, pp. 1~17.
- (22) Takuma, T., Kawamoto, T. and Sunaga, Y., 1985, "Analysis of Calibration Arrangments for AC Field Strength Meters," *IEEE Transactions on Power Apparatus and System.*, Vol. PAS-104(2), pp. 489~495.