

(논 문)

## 이류체 분사노즐의 분무예측 모델

윤석주\* · M. Ledoux\*\*

(1995년 7월 6일 접수)

### Spray Modelization of Air-Assisted Coaxial Atomizer

S. J. Yoon and M. Ledoux

**Key Words :** Air-Assist Coaxial Atomizer(공기분사 이류체노즐), Spray Modelization(분무모델), Linear Theory(선형이론), Liquid Core(액체 코어)

#### Abstract

Experimental and theoretical studies on the air-assist coaxial atomizer have been continuously carried out for a long time. But now the importance of the theoretical study is tending to increase as with the development of computer. This study is concerned to the spray modelization, especially, the instability of the liquid jet surrounded by the air stream which flows with high velocity. To study the phenomena of the break up, we used the linear theory based on the classical Kelvin-Helmholtz theory for capillary wave at a simple interface and we investigated the variation of liquid core radius. As a result, we obtained that the drop diameter and the variation of the liquid core radius predicted by using our model are reasonable.

기 호 설 명			
$a$	: 액주 반경	$\phi$	: 속도 포텐셜
$a_f$	: 액체 코어의 반경	$\eta_0$	: 교란의 초기진폭
$C$	: 상수	$\Lambda$	: 최대 불안정 교란의 파장
$E_{surf}$	: 표면 에너지	$\rho$	: 밀도
$I_0$	: 1차 수정 Bessel 함수	$\omega_i$	: 교란 성장률
$K$	: 최대 불안정 교란의 파 수	$\Omega$	: 최대 불안정 교란 성장률
$L_c$	: 분무 길이	$a_0$	: 액주의 초기반경
$m_i$	: 직경 $d_i$ 인 액적 질량	$A, B$	: 상수
$N_i$	: 직경 $d_i$ 의 액적의 수	$d_{32}$	: Sauter 평균직경
$P$	: 압력	$h$	: 가스통로 폭
$u$	: 축방향 속도 교란성분	$k$	: 교란의 파 수
$\bar{U}$	: 축방향 평균속도	$K_0$	: 2차 수정 Bessel 함수
$V_D$	: 액적의 초기 반경방향 속도	$m$	: 액사 질량
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$	: 상수	$N$	: 한 액사에서 생성된 액적수
		$p$	: 압력 교란성분
		$Re$	: 레이놀즈 수
		$U_D$	: 액적의 초기 축방향 속도
		$v$	: 반경방향 속도 교란성분

\*전북대학교 기계공학과

\*\*URA CNRS 230/CORIA-UNIVERSITY OF Rouen, Mont-Saint-Aignan, France

$\bar{V}$	: 반경방향의 평균속도
$\eta$	: 교란진폭
$\lambda$	: 교란의 파장
$\theta$	: 분무각
$\sigma$	: 표면장력
$\omega_r$	: 교란 성장속도

#### 하첨자

$G$	: 가스
$L$	: 액체
$(x, r, \theta)$	: 원통좌표계

## 1. 서 론

액체를 무수히 많은 액적으로 분열시키는 미립화 현상은 그 효용성 때문에 오래 전부터 많은 실험적, 이론적 연구가 수행되어 왔는데 특히 이론적 연구는 100여년 전 진공상태에서 원통형 액주로부터 액적생성에 관한 연구를 수행한 Rayleigh<sup>(1)</sup>에 의해 시작되었으며, 액주에 작용하는 여러 관성력들에 대한 표현식은 Weber<sup>(2)</sup>에 의해서 확립되었다. 이들의 연구는 현재 분류하고 있는 액주의 분열기구에서 외부의 영향에 의한 2차 분열은 고려하지 않은 영역을 대상으로 하고 있다. 그 후 Sterling과 Sleicher<sup>(3)</sup> 등은 액주표면에 수직한 인장력에 대한 액체점성의 영향을 연구하고 수정된 Weber 이론을 제시하였는데 이들의 수정된 이론은 실험적으로 예측된 결과와 좋은 일치성을 보였다. Reitz와 Bracco<sup>(4)</sup>는 액체의 난류, 캐비테이션, 액주 표면 파장의 증가, 액주의 속도분포 등과 같은 인자들의 영향에 관하여 연구하고 다시 Reitz<sup>(5)</sup>는 미립화에 대한 공기 역학적인 이론과 실험적으로 규명된 실험상수로부터 분열 액적의 초기 직경을 계산하였다. 또한 O'Rourke와 Amsden<sup>(6)</sup>와 Taylor<sup>(7)</sup>에 의해 제시된 액적의 진동해석에 기초하여 엔진 내의 공기 역학적 액적의 분열을 계산하였는데, 이 이론은 KIVA code에 도입되었다. Sellens<sup>(8-10)</sup>와 Li<sup>(11)</sup> 등은 통계이론에 기초하여 보존방정식과 최대 엔트로피 원리로부터 분열된 액적의 크기 분포 예측 방법을 제시하고 PDA에 의해 예측된 실험결과와 잘 일치함을 보였다. 그러나 구속조건들에 대한 명확한 물리적 정의가 확립되지 않아 이에 관련 연구가 진행중에 있는 실정이며

Knoll과 Sojka<sup>(12)</sup>는 평판 액막형 이류체 노즐에 대한 실험결과를 분석하고 에너지 모델을 제시하였으며 보존 방정식들을 생성된 분무에 적용하여 분무의 평균 액적 크기를 결정하였다.

가스와 액체 사이의 높은 상대속도에 의해 액체 표면을 교란시키는 이류체 분사노즐의 분무특성은 미립화 과정에서 공기 역학적 영향에 의한 분산과 발생된 액적들 간의 이차적 분열, 충돌, 증발 등과 같은 복잡한 과정을 포함하기 때문에 관련된 인자들의 영향을 독립적으로 분석할 수 없는 등 비선형적 요소가 많다. 동축으로 흐르는 공기유동장내에서의 액주의 불안정성 연구에 대한 이론적 모델은 선형이론과 약간의 비선형을 고려한 이론, 완전한 비선형을 고려한 수치해석적 이론 등의 개념을 도입하는데 특히 유동이 안정된 부분과 파의 진폭이 안정된 부분과 비교했을 때 매우 작은 교란을 수반하는 선형이론은 교란성분을 가진 속도장과 압력장의 지배방정식에 비선형항을 생략하여 간략화되기 때문에 쉽게 이용될 수가 있다.

본 연구에서는 이류체 분사노즐의 분무특성 예측을 위하여 액주표면의 불안정에 기초한 선형이론을 사용하여 액주 분열 모델을 개발하고 개발된 모델에 의한 액적 직경을 계산하고 액주 길이 계산식을 도출하였다. 그리고 모델 검증에 위하여 이류체 분사노즐을 설계 제작하고 액적 크기를 측정하여 계산 결과와 비교하였으며 액적 반경 감소율을 측정하고 도출된 액주 길이 계산식을 검증하였다.

## 2. 계와 기본 방정식

Fig. 1과 같이 교란이 전혀 없이 유동방향속도  $\bar{U}_L$ 로 분사되는, 반경이  $a$ 인 액주를 고려하고 이 액주 주위로  $\bar{U}_L$  보다 훨씬 큰 속도  $\bar{U}_G$ 의 동축으로 흐르는 가스 유동이 있다고 한다. 여기서, 점성의 효과와 두 유체간의 압축성은 무시하도록 한다. 액주 표면상에는 가스와 액체간의 상관관계로 인하여 액적으로 분열이 이루어지는 무수한 교란의 성

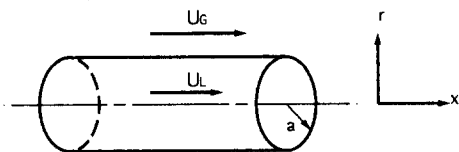


Fig. 1 System geometry

장이 발생한다.

본 연구는 이 분열현상을 규명하고 gas와 액체 간에 성립하는 공기 역학적 방정식을 수립하고자 한다. 본 연구에서 사용한 시스템(계)을 정의하면, 분무축이  $Ox$ 라고 하고 원통좌표계  $(O, x, r, \theta)$ 에서 축대칭인 분무라고 할 때 액체  $i$ 의 유동 속도는  $\vec{V}_i = (u_i, v_i, 0)$ 이 된다. 축방향 속도  $U$ 와 반경 방향 속도  $V$ 는 다음과 같이 쓸 수 있으며

$$U = \bar{U} + u$$

$$V = \bar{V} + v$$

여기서  $\bar{U}$ 와  $\bar{V}$ 는 평균속도성분이며  $u, v$ 는 교란 성분이다. 교란성분  $u, v$ 는 다시 포텐셜  $\phi(x, r, t)$ 을 이용하여 다음과 같이 표현한다.

즉,

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (1)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (2)$$

기본 방정식으로, 오일러 방정식은

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3)$$

여기서 gas와 액주와의 상관관계만을 고려하기 때문에 중력항은 무시하였다. 비선형항을 무시하고 교란의 포텐셜을 위한 방정식으로 변환하면

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{V}}{\partial r} + \bar{V} \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4)$$

와 같이 된다.

비압축성 유체에서 연속방정식은

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rV)}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

이며, 교란의 포텐셜을 위한 방정식으로 변환하면

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = 0 \quad (6)$$

로 되어 gas와 액체, 각각에 대하여 교란 포텐셜  $\phi(x, r, t)$ 을 결정할 수 있다.

변수분리에 의하여 포텐셜  $\phi(x, r, t)$ 를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\phi(x, r, t) = X(x) \cdot R(r) \cdot e^{-i\omega t}$$

여기서  $\omega = \omega_r + i\omega_i$ 이다.

식 (6)의 해  $X(x)$ 와  $R(r)$ 은 다음과 같이 된다.

$$X(x) = \alpha \exp(ikx) + \beta \exp(-ikx)$$

$$R(r) = rI_0(kr) + \delta K_0(kr)$$

여기서  $I_0, K_0$ 는 각각 1차와 2차 변형 Bessel 함수이다.

그러므로

$$\phi(x, r, t) = (\gamma I_0(kr) + \delta K_0(kr)) \cdot (a \exp(ikx) + \beta \exp(-ikx)) \cdot \exp(-i\omega t) \quad (7)$$

이 된다.

여기서  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 는 운동학적 경계조건 및 동역학적 경계조건을 적용하여 결정한다.

### 3. 경계조건

gas와 액체 경계면에서  $\eta$ 를 액주 표면에서 성장하는 교란의 진폭이라고 하면 경계면 방정식은  $r = a + \eta$ 라고 쓸 수 있는데 본 연구에서는 교란은 액주 반경  $a$ 에 비하여 항상 아주 작은 진폭을 갖는다고 가정하는 선형이론을 적용하므로, 계면에서  $r = a$ 가 된다.

따라서 계면에서의 경계조건들은

운동학적 조건으로 :

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (8)$$

계면은 항상 동일한 액체 입자들로만 구성된다.

동역학적 조건에서 :

$$P_G - P_L = \sigma \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\eta}{a^2} \right) \quad (9)$$

계면상에서 압력은 불연속이다.

일반적으로 계면상의 교란의 진폭  $\eta$ 와 포텐셜  $\phi$ 는 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\eta = \eta_0 \exp(i(kx - \omega t))$$

$$\phi(x, r, t) = (\gamma I_0(kr) + \delta K_0(kr)) \cdot \exp(i(kx - \omega t))$$

여기서  $\eta_0$ 는 계면에서 교란의 초기 진폭이다.

경계조건을 적용하면, 두 유체에서 계수  $\gamma$ 와

$\delta$ 를 얻을 수 있다. 가스에서 교란의 진폭은 계의 축에서 멀어짐에 따라 즉  $r \rightarrow \infty$ 에서 0이 되며 따라서  $r \rightarrow \infty$ 에서  $I_0(kr) \rightarrow \infty$ 이므로  $\gamma_c$ 는 0이 되어야 한다.

즉

$$\phi_c(x, r, t) = \delta_c K_0(kr) \cdot \exp(i(kx - \omega t)) \quad (10)$$

액체에서는 교란 진폭이 계의 축에 근접하면서 유한하게 되기 때문에 즉  $r \rightarrow 0$ 에서  $K_0(kr) \rightarrow \infty$ 가 되고 따라서  $\delta_L = 0$ 이 되어야 한다.

$$\phi_L(x, r, t) = \gamma_L I_0(kr) \exp(i(kx - \omega t)) \quad (11)$$

그러므로 조건식 (8)에서  $\gamma_L$ 과  $\eta_0$ ,  $\delta_c$ 와  $\eta_0$ 의 관계식을 각각 구하면

$$k\gamma_L I_0(ka) = -i(\omega - k\overline{U}_L) \cdot \eta_0 \quad (12)$$

$$k\delta_c K'_0(ka) = -i(\omega - k\overline{U}_C) \cdot \eta_0 \quad (13)$$

#### 4. 교란의 특성

식 (4)를 적분하면 다음과 같이 된다.

$$p = -\rho \left[ f(t) + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \overline{U} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \int \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \overline{U}}{\partial r} dx + \int \overline{V} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial r} dx \right] \quad (14)$$

여기서  $f(t)$ 는 경계조건을 만족하는 임의의 시간의 함수이다.

가스에서,  $r \rightarrow \infty$ 일 때 모든 교란의 진폭은 0이 되며 따라서  $f_c(t) = 0$ 이다.

그러므로 식 (14)는

$$p_c = -\rho_c \left[ \frac{\partial \phi_c}{\partial t} + \overline{U}_C \frac{\partial \phi_c}{\partial x} + \int \frac{\partial \phi_c}{\partial r} \frac{\partial \overline{U}_C}{\partial r} dx + \int \overline{V}_C \frac{\partial^2 \phi_c}{\partial x \partial r} dx \right] \quad (15)$$

와 같이 되며 식 (10)을 대입하면 다음과 같이 된다

$$p_c = -\delta_c \rho_c \left[ -i(\omega - k\overline{U}_C) K_0(kr) \exp(i(kx - \omega t)) + kK_0(kr) \exp(-i\omega t) \cdot \int \frac{\partial \overline{U}_C}{\partial r} \exp(ikx) dx - ik^2 K'_0(kr) \exp(-i\omega t) \cdot \int \overline{V}_C \exp(ikx) dx \right] \quad (16)$$

여기서  $\overline{U}_C(x, r)$ 과  $\overline{V}_C(x, r)$  함수식들에 대해

미지이기 때문에 다음과 같은 형태로 적분항들을 예상하고

$$\int f \exp(ikx) dx \approx \frac{1}{ik} f \exp(ikx) + \frac{1}{k^2} \frac{\partial f}{\partial x} \exp(ikx)$$

$\int \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \exp(ikx) dx$ 를 무시할 수 있다고 가정하면, 가스에서 압력의 교란은 다음과 같이 된다.

$$p_c = -\delta_c \rho_c \left[ -i(\omega - k\overline{U}_C) K_0(kr) + \left[ -i \frac{\partial \overline{U}_C}{r} + \frac{1}{k} \frac{\partial^2 \overline{U}_C}{\partial x \partial r} + k\overline{V}_C + i \frac{\partial \overline{V}_C}{\partial x} \right] K'_0(kr) \right] \cdot e^{i(kx - \omega t)} \quad (17)$$

액체에서 반경방향 평균속도는 0, 즉  $\overline{V}_C = 0$ 이고,  $\overline{U}_L$ 은  $x$ 와  $r$ 에 무관하다고 가정한다면, 압력교란은

$$p_L = -\rho_L \left[ f_L(t) + \frac{\partial \phi_L}{\partial t} + \overline{U}_L \frac{\partial \phi_L}{\partial x} \right] \quad (18)$$

이 된다.

그리고 유동은 축대칭이므로,  $f_L(t) = 0$ 이다. 따라서

$$p_L = -\rho_L \left[ \frac{\partial \phi_L}{\partial t} + \overline{U}_L \frac{\partial \phi_L}{\partial x} \right] \quad (19)$$

이 된다.

식 (11)을 대입하여

$$p_L = i\gamma_L \rho_L I_0(kr) (\omega - k\overline{U}_L) \cdot e^{i(kx - \omega t)} \quad (20)$$

라고 한다면, 계면에서 동역학적 조건식 (9)는 다음과 같이 된다.

$$-\delta_c \rho_c \left[ -i(\omega - k\overline{U}_C) K_0(ka) + \left[ -i \frac{\partial \overline{U}_C}{\partial r} + \frac{1}{k} \frac{\partial^2 \overline{U}_C}{\partial x \partial r} + k\overline{V}_C + i \frac{\partial \overline{V}_C}{\partial x} \right] K'_0(ka) \right] - i\gamma_L \rho_L I_0(ka) (\omega - k\overline{U}_L) = \eta_0 \left[ -k^2 + \frac{1}{a^2} \right] \quad (21)$$

관계식 (12), (13)을 이용하면, 마지막으로 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\rho_c (\omega - k\overline{U}_C)^2 \frac{K_0(ka)}{K'_0(ka)} - \rho_L (\omega - k\overline{U}_L)^2 \frac{I_0(ka)}{I'_0(ka)}$$

$$+i\rho_C(\omega - k\overline{U_C})\left(-i\frac{\partial\overline{U_C}}{\partial r} + \frac{1}{k}\frac{\partial^2\overline{U_C}}{\partial x\partial r} + k\overline{V_C}\right) + i\frac{\partial\overline{V_C}}{\partial x} + \sigma k\left(k^2 - \frac{1}{a^2}\right) = 0 \quad (22)$$

즉  $\omega = \omega_r + i\omega_i$ 에 대한 2차 복소수 방정식을 얻게 된다.

여기서  $\omega_r$ 은  $\omega_r/k$ 로 표현하여 파의 성장속도를 나타내며  $\omega_i$ 은 파의 성장률이다. 식 (22)는  $\omega_i$ 에 대한 4차 방정식으로 쓸 수 있으며 각각의  $k$ 값에 대해  $\omega_i$ 의 값을 계산하도록 해준다. 이 성장률이 증가하게 되면 교란은 더욱 빠르게 성장하게 되고 최대 성장률에 도달하여 액적으로 분열이 이루어진다. 따라서 주어진  $k$ 에 대하여 최대 성장률이 존재하게 되고 이때의 교란 파장이 액적의 직경을 예측할 수 있도록 가장 지배적인 교란에 해당된다.

## 5. 생성된 액적 특성

교란은 액주 표면에서 발생하여 계속 성장하고 최대성장률  $\Omega$ 을 갖는 교란의 파장  $\Lambda$ 에서 분열이 이루어진다. 이때 교란은 Nayfeh의 비선형이론을 이용하여 계산한 결과 직경이  $\frac{\Lambda}{2}$ 인 원통의 형태를 갖는다고 하였다.<sup>(13)</sup> 그러나 분열이 이루어지는 교란의 높이는 초기 교란의 영향을 받기 때문에 알 수가 없다. 따라서 본 연구에서는 표면에서 성장된 교란의 높이는  $\Lambda$ 에 비례한다고 가정하여  $A\Lambda$ (여기서  $A$ 는 임의의 상수)에서 분열이 이루어진다고 하였다. 따라서 생성되는 액적의 크기를 구하기 위해 표면에서의 질량과 에너지 보존 방정식을 사용하고 질량보존 방정식은 속도가 일정하다고 한다면 운동에너지 보존 방정식에 포함된다고 볼 수 있다. 그러므로 질량 보존 방정식에서

$$m = \sum_i m_i \quad (23)$$

라고 쓸 수 있으며, 표면에너지 보존 방정식은

$$E_{\text{surf}} = \sum_i E_{\text{isurf}} \quad (24)$$

라고 쓸 수 있다.

여기서,

- $m$  : 액사의 질량
- $m_i$  : 직경  $d_i$ 인 액적의 질량
- $E_{\text{surf}}$  : 액사의 표면 에너지
- $E_{\text{isurf}}$  : 직경  $d_i$ 인 액적의 표면 에너지

식 (24)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A\Lambda\frac{\Lambda}{2} \approx \sum_i N_i d_i^2 \quad (25)$$

여기서  $N_i$ 는 직경  $d_i$ 인 액적의 수이다.

액적 크기 분포 형태에 대한 정보가 없이  $N_i$ 와  $d_i$ 를 결정한다는 것은 불가능하다. 따라서 SMD를 계산해 보면, 정의에 의하여

$$d_{32} = \frac{\sum_i N_i d_i^3}{\sum_i N_i d_i^2} \quad (26)$$

이 된다.

질량보존식 식 (23)을 적용하여 정리해 보면 다음과 같다.

$$\sum_i N_i d_i^2 = \frac{3A}{8} \frac{\Lambda^3}{d_{32}} \quad (27)$$

식 (27)을 식 (25)에 대입하여 정리하면

$$d_{32} = \frac{3}{4} \Lambda \quad (28)$$

과 같이 된다.

그러므로 직경이  $\Lambda/2$ , 높이가  $A\Lambda$ 인 액사는 평균직경이  $d_{32}$ 인  $N$ 개의 액적으로 분열될 것이다.

식 (23)에서 액적수  $N$ 을 유도해 보면

$$N = \frac{8A}{9} \quad (29)$$

가 되는데  $A$ 는 정의되지 않은 수이지만 평균직경  $d_{32}$ 은  $\Lambda$ 의 함수가 아님을 주목할 수 있다.

식 (29)에 의해 액사에서 분열 생성되는 액적의 수를 알 수가 있는데 이 분열기구를 이해하기 위해서는 우선  $dt$ 시간동안  $dx$  높이에서 생성되는 액사의 수를 규명해야 한다. 액주의 초기 반경을  $a_0(x)$ 라고 하면  $x+dx$ 에서는  $a_0(x) + da = a(x)$ 이며 한개의 액사는 직경  $\Lambda/2$ 이며 따라서 최대의 액사 수는  $N_L = 4\pi a/\Lambda$ 이 된다.

그런데 시간  $A/\Omega$ 동안(액사의 성장 속도가  $\Lambda\Omega$  일 때 분열 높이  $A\Lambda$ 에 도달하는 액사의 성장시간) 높이  $dx$ 에 대한 최대의 액사 수는  $dN_L = N_L \times dx \times 2/\Lambda = 8\pi a dx/\Lambda^2$ 이므로  $dt$ 시간동안 높이  $dx$ 에서 생성되는 액적의 수는 다음과 같이 된다.

$$dN_C = \frac{8\pi a dx}{\Lambda^2} \times \frac{8A}{9} \times \frac{\Omega}{A} dt = \frac{64\pi a \Omega dx dt}{9\Lambda^2} \quad (30)$$

$dN_C$ 는 액주 표면이 액사로 완전히 둘러싸이게

될 때의 이론적인 액적 수이다. 실제로 더욱 접근하기 위해  $dN_c$ 에 수정계수  $C$ 을 곱하면

$$dN_c = \frac{64\pi\Omega C a dx dt}{9A^2} \quad (31)$$

여기서  $dN_c$ 는  $A$ 의 함수가 아님을 알 수 있다.

Wu et al.<sup>(14)</sup>은 해석적으로  $dN_c = \left(\frac{B}{2C}\right) \frac{a\Omega}{A^2}$ 라고 표현하였는데 여기서  $B$ 와  $C$ 는 실험적으로 결정되는 수이다.

식 (28)과 (31)으로부터  $x$ 와  $x+dx$  사이에 질량 유량보존식을 적용함으로써 액주 반경변화를 예측할 수 있다.  $x$ 에서 액주 반경은  $a_0$ 이며  $x+dx$ 에서는  $a_0+da$ 라고 하면, 질량유량 보존식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \pi\rho_L a_0^2 u_L dt - \pi\rho_L (a_0+da)^2 u_L dt \\ = \frac{\pi}{6} \rho_L dN_c d_{32}^3 \end{aligned} \quad (32)$$

여기서  $x$ 와  $x+dx$  사이에서의 유체속도  $U_L$ 은 일정하다고 가정한다.

식 (32)에  $dN_c$ 와  $d_{32}$ 의 값을 대입하고 고차미분항을 무시하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial a}{\partial x} = -\frac{9}{4} C \frac{A\Omega}{u_L} \quad (33)$$

이 관계식은 액주 반경의 감소를 나타내는데 여기서 액주 길이를 계산할 수 있다. 즉 액주가 완전히 미립화되지 않고, 미립화 영역 후에 액주 상태로 존재하게 되는 영역에서 이 액주의 반경을  $a_f$ 라고 할 때 액주의 길이는 노즐 출구로부터 액주의 반경이  $a_f$ 에 도달하게 되는 곳까지의 거리로 정의할 수 있다.

따라서 식 (33)로부터

$$a_f - a_0 = \int_0^{L_c} \frac{\partial a}{\partial x} dx = \int_0^{L_c} -\frac{9}{4} C \frac{A\Omega}{u_L} dx \quad (34)$$

이 되며 부록 식 (7-a), (7-b)를 대입하면 시스템의 기하학적·물리적 특성만의 함수로된 액주 길이  $L_c$ 는 다음과 같다.

$$L_c = \frac{2\sqrt{3}a_0 u_L}{9C\pi A u} \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{a_f}{a_0}\right) \quad (35)$$

### 6. 모델-실험의 비교

모델 결과의 검증을 위하여 본 연구에서는 Fig.

2과 같은 실험장치를 구성하고 액적 크기를 측정하고 액주반경 감소율 측정실험을 수행하였다. 실험장치는 기체 공급계와 액체 공급계로 구성되어 있으며 사용된 기체는 상온의 공기이며 액체로는 상온의 물과 kerosine을 사용하였다.

분사노즐은 Fig. 3에 보인 바와 같이 외부 혼합식 이류체 노즐을 제작하였는데 출구에서의 공기

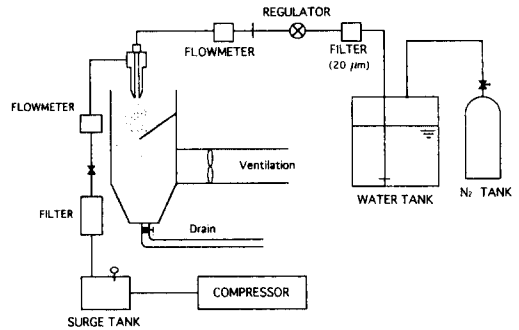


Fig. 2 Schematic of experimental apparatus

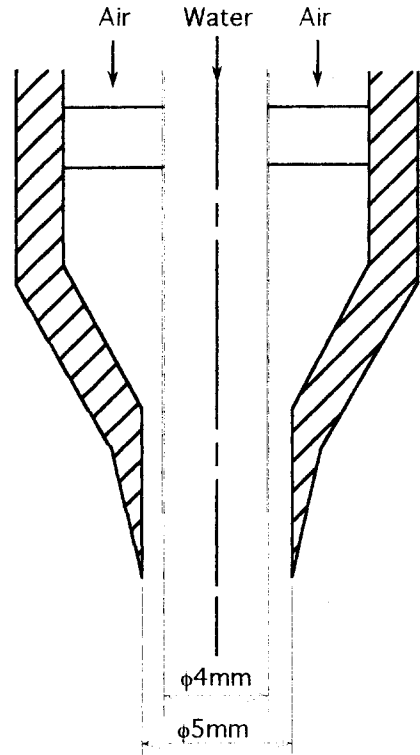


Fig. 3 Cross sectional view of the coaxial air assist nozzle

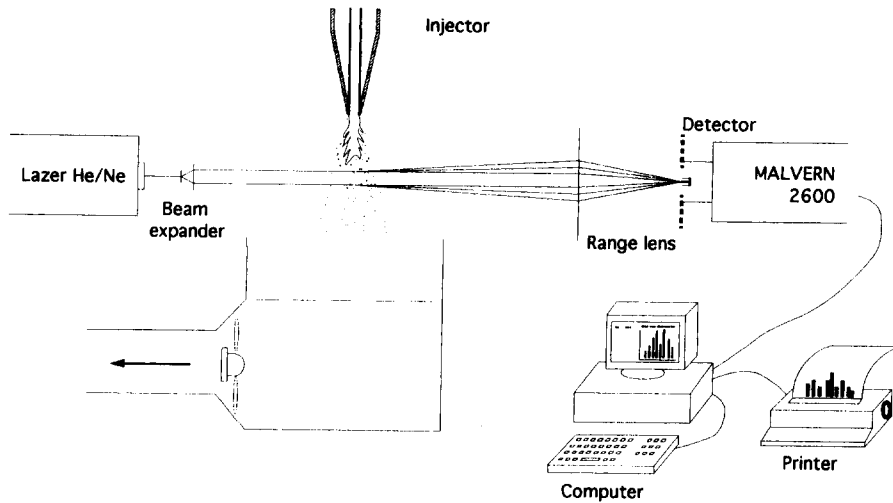


Fig. 4 Schematic of the particle sizing system

재순환 영역이 최소가 되도록하였다. 무화용 압축 공기는 콤프레서에서 공급되어 정류실에서 토출압력의 맥동이 충분히 완화된 후 유량계에서 니들 밸브에 의해 공급 유량이 조절되며 액체는 고압질소에 의해 저장 탱크를 가압하고 정밀한 regulator에 의해 유량이 조절되고 조절된 유량은 초정밀 유량계(Brooks-Micro Oval)를 사용하여 계측하였다.

본 연구에서는 액적크기 계산에 각 유체의 유동속도가 요구되기 때문에 노즐 출구에서의 유체 속도를 유량계에서 계산된 값으로 환산하였는데 물은

1.4 m/s, kerosine은 1.0 m/s로 고정하고 공기는 분무가 완전히 이루어지도록 140, 170, 200, 230, 260 m/s로 변환시키고 각 조건에 대하여 액적 크기를 계측하고 모델에 의한 계산 결과와 비교하였다.

분무 액적 크기의 계측은 Fig. 4에 보인 바와 같이 Fraunhofer Diffraction 원리를 응용한 Malvern 2600 시스템을 사용하였다. 분무 액적의 측정 위치는 모델 결과와 비교하기 위해서 액주 표면으로부터 교란의 성장으로 액적의 분열이 이루어지며 주위공기에 의한 2차 분열의 영향이 최소가 되는 노즐로부터 계측 가능한 가장 근접한 위치를 찾기 위하여 순간 사진 촬영법을 사용하여 완전히 액적 분열이 이루어진 노즐로부터 축방향으로  $x=10$  mm, 분무 중심으로부터 반경 방향으로  $r=5$  mm 인 지점에서 계측하였다.

Table 1 Characteristics of LDV system

Model	TSI backscattering
Focal length	480 mm
Distance of beams	82.5 mm
Half angle of incident beams	4.91°
Wave length of incident beams	514.5 nm for green 488 nm for blue
Distance of fringe	3 μm
Measuring volume	Length 980 μm Diameter 84 μm
Power utilised	3 W
Number of particles measured	2048

Table 2 Airflow velocities at the exit of the nozzle and at the measuring point

$U_c(x=0, r=0)$	$U_c(x=10 \text{ mm}, r=5 \text{ mm})$
140 m/s	110 m/s
170 m/s	140 m/s
200 m/s	160 m/s
230 m/s	180 m/s
260 m/s	210 m/s

모델 계산에 요구되는 분열지점에서의 공기속도 계측은 LDV 시스템을 사용하였는데 사용된 제원은 Table 1과 같으며 광산란 입자는 평균 입자 크기가 0.5 μm 정도인 TiO<sub>2</sub>를 사용하고 입자 발생기는 제작하였다.

공기속도 계측은 액적 크기 계측위치와 동일한 x=10 mm, r=5 mm에서 수행하였는데 이때 노즐 출구에서의 공기속도와 계측 지점에서의 공기속도는 Table 2에 보인 바와 같다.

그러므로 계산식 (28)과 부록(7-a)식으로부터

$$d_{32} = 7.07 \frac{\sigma}{\rho_c \Delta u^2} \quad (36)$$

이므로 σ, ρ<sub>c</sub>, Δu를 알면 d<sub>32</sub>를 계산할 수가 있다.

Fig. 5는 노즐 출구로부터 x=10 mm, r=5 mm에서의 공기 유동속도값으로부터 물/공기와 Kerosine/공기에 대하여 각각 액적 직경을 계산하고 계측 값과 비교한 결과를 도시한 것이다.

그림에서 보는 바와 같이 계산된 액적 직경값과 계측된 값이 잘 일치함을 알 수 있다. 그러므로 본 모델에 의해 계산된 액적 직경은 계측이 이루어진 지점에서 공기 유동속도만을 안다면 계측된 액적 직경에 아주 근사함을 알 수 있다.

액주 반경 변화는 식 (33)에 부록(7-a), (7-b)식의 A와 Ω를 대입하면

$$\frac{\partial a}{\partial x} = -\frac{9\pi C \Delta u}{2\sqrt{3}u_L} \left(\frac{\rho_c}{\rho_L}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (37)$$

이 된다.

본 연구에서는 사진 촬영법을 이용하여 Fig. 6과 같은 분무형상으로부터 액주 반경감소율 ∂a/∂x를 직접 측정하여 미지상수 C를 계산하였다.

Table 3은 공기속도를 변화시켰을 때 물/공기

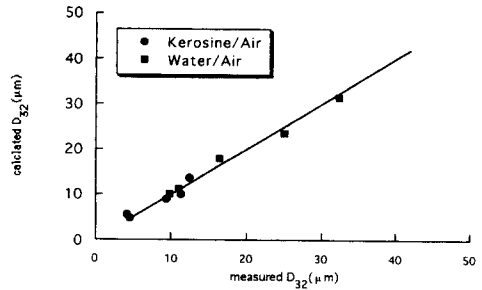


Fig. 5 Comparison of the SMD calculated and measured

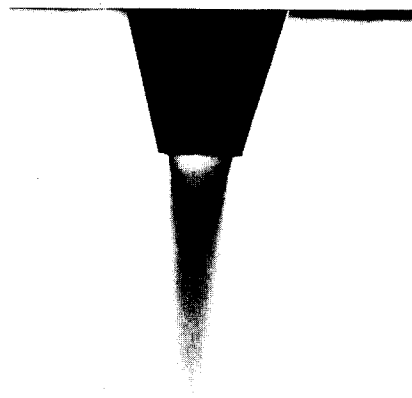


Fig. 6 Photograph of the liquid core length

와 kerosine/공기에 대한 측정된 액주 반경감소율과 상수 C의 값을 나타낸 것이다. 액주 반경 감소율은 신뢰성을 높이기 위하여 각 조건에 대하여 10개의 샘플 이미지로부터 평균하였다.

주위 공기속도 증가에 따라 액적 반경감소율은 물/공기의 경우 약간씩 증가하는 반면 kerosine/공

Table 3 Measured decrement rate of liquid core radius and calculated constant value

U <sub>c</sub> (m/s)	$-\frac{\partial a}{\partial x}$	C <sub>water</sub>	$-\frac{\partial a}{\partial x}$	C <sub>kerosine</sub>
140	0.3534	0.00980	0.5306	0.01300
170	0.2672	0.00620	0.5026	0.01030
200	0.4072	0.00817	0.3611	0.00640
230	0.3801	0.00665	0.5049	0.00780
260	0.4386	0.00680	0.5024	0.00688



기는 거의 변화가 없는데 이것은 kerosine이 물에 비해 밀도와 표면장력이 작기 때문에 미립화 정도가 크게 되어 측정된 액주 이미지의 선명도가 불량함으로써 기인된 측정오차라고 판단된다. 따라서 정확한 액주 반경감소율을 측정할 수 있는 계측 방법에 대한 연구가 요구된다.

상수  $C$ 의 값은 각 조건에 대하여 평균값으로 취하면 액체에 상관 없이 약 0.008 정도임을 알 수 있다.

그러므로 액주 길이  $L_c$ 는 식 (35)에서

$$\frac{L_c}{2a_0} = 7.7 \frac{u_L}{\Delta u} \left(1 - \frac{a_f}{a_0}\right) \left(\frac{\rho_L}{\rho_C}\right)^{1/2} \quad (38)$$

과 같이 된다.

Chehroudi 등<sup>(15)</sup>과 Arai 등<sup>(16)</sup>은 정지된 공기중에 액체를 고압 분사하였을 때 액주 길이에 대한 변화를 연구하고 액주 길이를  $\frac{L}{d} = C \left(\frac{\rho_L}{\rho_C}\right)^{1/2}$ 로 표현하였다.

여기서  $L$ 은 액주 길이,  $d$ 는 액주의 초기직경  $C$ 는 미지상수이다.

그리고 그들은 전기저항법을 이용하여 액주 길이를 계측하고  $C$ 의 값을 계산하였는데 Chehroudi 등은 7.15, Arai 등은 15.8이었다.

그러므로 식 (38)에서 공기속도가 액체속도에 비해 무시할 수 있도록 작으며 액주가 완전히 미립화되지 않고 미립화 영역 후에도 액주 상태로 존재할 때의 액주 반경  $a_f$ 가 무시된다면

$$\frac{L_c}{2a_0} = 7.7 \left(\frac{\rho_L}{\rho_C}\right)^{1/2} \quad (39)$$

이 되어 액주의 길이는  $\left(\frac{\rho_L}{\rho_C}\right)^{1/2}$ 의 함수이며 상수  $C$ 는 Chehroudi 등의 결과와 근접함을 알 수 있다.

## 7. 결 론

본 연구에서는 동축으로 흐르는 액주의 미립화에 대한 지배방정식을 수립하고 분무특성 예측에 필요한 모델을 개발하여 액적 직경을 계산하고 노즐출구로부터 거리에 따른 액주의 크기 변화를 예측하였다.

실험결과와의 비교를 통하여 본 연구에서 개발된 모델에 의한 계산된 액적 직경은 계측에 의한 액적 직경과 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다.

그리고 액주 반경변화를 측정하고 액주 길이를 고찰한 결과 액주 반경감소율은 주위 공기속도 증가에 따라 감소하며 이때 실험상수는 0.008로 일정하였다. 그리고 공기속도가 액체속도에 비해 무시할 수 있으며 완전 미립화 영역에서 액주 길이는  $\frac{L_c}{2a_0} = 7.7 \left(\frac{\rho_L}{\rho_C}\right)^{1/2}$ 로 표현되며 Chehroudi 등의 연구 결과와 근접함을 알 수 있었다.

그러나 액주반경 감소율 측정방법상 측정결과에 대한 보안이 요구되며 이를 위해 측정방법에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다.

또한 본 연구는 계면의 근접한 영역에서의 분열 현상에 한정되어 있는데 초기 조건의 범위내에서 분무특성의 완전한 정의를 위해서는 크기가 다른 액적들에 의해 추종되는 경로에 대한 모델링으로 본 연구의 계산범위를 확장해야 할 것이다.

## 후 기

본 연구는 1993 교육부 해외 파견 공동연구의 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Rayleigh, W. S., 1878, "On the Instability of Jets," *Proc. Lond. Math. Soc.*, Vol. 4, p. 10
- (2) Weber, C., 1931, "Zum Zerfall eines Flüssigkeitsstrahles," *Ztschr. f. angew. Math. und Mech.*, Vol. 11, No. 2, pp. 136~154
- (3) Sterling, A. M. and Sleicher, C. A., 1975, "The Instability of Capillary Jets," *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, No. 3, pp. 477~495
- (4) Reitz, R. D. and Bracco, F. V., 1979, "On the Dependence of Spray Angle and Other Spray Parameter on Nozzle Design and Operating Conditions," *SAE 790494*
- (5) Reitz, R. D., 1987, "Modeling Atomization Processes in High-Pressure Vaporizing Sprays," *Atomization and Spray Tech.*, Vol. 3, pp. 309~337
- (6) O'Rourke, P. J. and Amsden, A. A., 1987, "The TAB Method for Numerical Calculation of Spray Droplet Breakup," *SAE 872089*
- (7) Taylor, G. I., 1963, "The Shape and Acceleration of a Droplet," *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A*, Vol. 278, pp. 371~391

- tion of a Drop in a High Speed Air Stream," The Scientific Papers of G. I. Taylor edited by G. K. Batchelor, Univ. Press, Cambridge, Vol. 3, pp. 457~464
- (8) Sellens, R. W. and Brzustowski, T. A., 1985, "A Prediction of the Drop Size Distribution in a Spray from First Principles," *Atomization and Spray Tech.*, Vol. 1, pp. 89~102
- (9) Sellens, R. W., 1989, "Prediction of the Drop Size and Velocity Distribution in a Spray Based on the Maximum Entropy Formalism," *Part. Part. Syst. Charact.*, Vol. 6, pp. 17~27
- (10) Ahmadi, M. and Sellens, R. W., 1993, "A Simplified Maximum Entropy Based on Drop Size Distribution," *Atomization and Sprays*, Vol. 3, pp. 291~310
- (11) Li, X., Chin, L. P., Tankin, R. S., Jackson, T., Stutrud, J. and Switzer, G., 1991, "Comparison between Experiments and Predictions based on Maximum Entropy for Sprays from a Pressure Atomizer," *Combustion and Flame*, Vol. 86, pp. 73~89
- (12) Knoll, K. E. and Sojka, P. E., 1992, "Flat-Sheet Twin-Fluid Atomization of High-Viscosity Fluids," *Part I: Newtonian Liquids, Atomization and Sprays*, Vol. 2, pp. 17~36
- (13) Nayfeh, A. H., 1970, "Nonlinear Stability of a Liquid Jet," *the Physics of Fluids*, Vol. 13, No. 4, pp. 841~847
- (14) Wu, K. J., Reitz, R. D., Bracco, F. V., 1986, "Measurements of Drop Size at the Spray Edge near the Nozzle in Atomizing Liquid Jets," *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 4, pp. 941~951
- (15) Chehroudi, B., Chen, S. H. and Bracco, F. V., 1985, "On the Intact Core of Full Cone Spray," *SAW 850126*
- (16) Arai, M., Tabata, M. and Shimizu, M., 1984, "Disintegrating Process and Spray Characterization of Fuel Jet Injected by a Diesel Nozzle," *SAE 840275*

## 부 록

이류체 동축 Jet의 표면교란 특성에서 제트 표면

에서 교란의 성장률 계산과 액적이 생성되는 가장 불안정한 교란의 파장 계산은 다음과 같다.

### 1. 교란 성장률 계산

가스의 속도가  $x$ 에 무관하다면, 식 (22)에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\rho_c(\omega - k\bar{u}_c)^2 \frac{K_0(ka)}{K_0'(ka)} - \rho_L(\omega - k\bar{u}_L)^2 \frac{I_0(ka)}{I_0'(ka)} + \sigma k \left( k^2 - \frac{1}{a^2} \right) = 0 \quad (1)$$

$\omega$ 를  $\omega_r + \omega_i$ 로 대입하면

$$\omega_r = k \left[ \rho_c \bar{u}_c \frac{K_0(ka)}{K_0'(ka)} - \rho_L \bar{u}_L \frac{I_0(ka)}{I_0'(ka)} \right] \cdot \left[ \rho_c \frac{K_0(ka)}{K_0'(ka)} - \rho_L \frac{I_0(ka)}{I_0'(ka)} \right]^{-1} \quad (2-a)$$

$$\omega_i^2 \left[ \rho_c \frac{K_0(ka)}{K_0'(ka)} - \rho_L \frac{I_0(ka)}{I_0'(ka)} \right] - k^2 \rho_c \rho_L \frac{K_0(ka)}{K_0'(ka)} - \frac{I_0(ka)}{I_0'(ka)} \Delta \bar{u}^2 \left[ \rho_c \frac{K_0(ka)}{K_0'(ka)} - \rho_L \frac{I_0(ka)}{I_0'(ka)} \right]^{-1} + \sigma k \left( k^2 - \frac{1}{a^2} \right) = 0 \quad (2-b)$$

여기서  $\Delta \bar{u} = \bar{u}_c - \bar{u}_L$ 이다.

교란이 아주 작은 파장으로 이루어진 경우의 미립화는  $\frac{K_0(ka)}{K_0'(ka)} \rightarrow -1$ 이 되고  $\frac{I_0(ka)}{I_0'(ka)} \rightarrow 1$ 이 된다.

따라서  $\rho_c \ll \rho_L$ 를 고려하면

$$\omega_r = \frac{k(\rho_c \bar{u}_c + \rho_L \bar{u}_L)}{\rho_L} \quad (3-a)$$

$$\omega_i^2 \rho_L - k^2 \rho_c \bar{u}^2 + \sigma k \left( k^2 - \frac{1}{a^2} \right) = 0 \quad (3-b)$$

### 2. 최대 불안정 교란의 파장 계산

액주의 표면에서 교란의 길이는  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ 로 정의되는데 액적들이 최대 불안정 교란에서 생성된다고 가정할 때 최대 성장률로써 특성 지워지므로 식 (2-b)에서  $d\omega_i = 0$ 의 해를 구하면 된다.

그러므로

$$3\sigma k^2 - 2k\rho_c \Delta \bar{u}^2 - \frac{\sigma}{a^2} = 0 \quad (4)$$

을 만족하는  $k$ 의 값에서 최대 불안정 교란의 파장을 구하면

$$\lambda = \frac{6\pi\sigma}{\rho_c \Delta \bar{u}^2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{3}{We_c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \quad (5)$$

이 된다. 여기서  $We_G = \frac{\rho_G \Delta u}{\sigma}$  이다.

$\omega_i = \Omega$ 와  $\omega_r$ 에 일치하는 최대 불안정 교란에서  
는  $K = \frac{2\pi}{\Lambda}$ 를 대입하여 식 (3-a), (3-b)에서

$$\Omega^2 \rho_L - K^2 \rho_G \Delta \bar{u}^2 + \sigma K \left( K^2 - \frac{1}{a^2} \right) = 0 \quad (6-a)$$

$$\omega_r = \frac{K(\rho_G \bar{u}_G + \rho_L \bar{u}_L)}{\rho_L} \quad (6-b)$$

가 된다.

그러므로  $\Delta u$ 가 큰 미립화의 영역에서는,  $We \gg \sqrt{3}$ 일 때의  $\Lambda$ ,  $\Omega$ ,  $\omega_r$  각각에 대한 관계식을 구할 수가 있다.

$$\Lambda = \frac{3\pi\sigma}{\rho_G \Delta u^2} \quad (7-a)$$

$$\Omega = \frac{2\rho_G \Delta u^3}{3\sqrt{3}} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7-b)$$

$$\omega_r = \frac{K(\rho_G \bar{u}_G + \rho_L \bar{u}_L)}{\rho_L} \quad (7-c)$$