

〈논 문〉

## 압력측정을 이용한 과도기유량의 결정방법에 관한 연구

이성래\*

(1996년 3월 9일 접수)

### A Method for the Determination of Transient Flow Rates from Pressure Measurements

Seong-Rae Lee

**Key Words :** Transient Flow Rate(과도기 유량), Dynamic Pressure(동적압력), Valve Orifice Area(밸브 오리피스 면적), Hydraulic(유압)

#### Abstract

A transient hydraulic flow rate computation scheme is described here so that the transient hydraulic flow rate can be determined using the dynamic pressure measurements at the ends of a straight flowline with a dynamic model of the hydraulic line. This method can be applied to determine the orifice area of high response valve. Simulation results indicate that the method is relatively robust to realistic levels of uncertainties in the fluid properties.

#### 1. 서 론

일반 유량계는 순간적인 과도기 유량을 측정할 수 없으며 laser doppler 속도계나 ultrasonic 유량계를 사용해야지만 가능하나 값이 비싸고, 모두 설치 부위에서의 유량측정만이 가능하다. 만일 관유동에 관한 동특성이 정확하게 묘사될 수 있다면 즉 수학적 식으로 표현될 수 있다면 임의의 두 점에서 측정된 정확한 압력값들은 두 점 사이에 있는 모든 곳에서의 압력값이나 유량값을 구할 수 있게 한다. 과도기 유량을 계산하게 된 동기는 유압회로내에 설치된 초고속 작동 유압휴즈<sup>(1)</sup>의 동특성을 연구하는 과정에서 관파괴를 대신 흉내내는 솔레노이드 밸브에 대한 정확한 열림특성을 알아야했기 때문이다.

직경이 일정한 긴 관 내부에 고압의 작동유를 채워 놓고 관 끝에 설치된 솔레노이드밸브를 순간적

으로 열면 관 내부의 압력은 순식간에 영으로 감소한다. 이때 관 양단에서 측정된 압력값을 이용하여 관 내부의 모든 위치에서의 과도기 유량을 계산할 수 있으며 또한 오리피스 유량식을 이용하여 솔레노이드밸브의 오리피스 면적이 시간에 따라 어떻게 변하는지 알 수 있다. 이렇게 계산된 밸브오리피스의 개구면적 변화곡선은 실제 개구면적 변화곡선과 비교할 수 있으며 두 곡선의 일치 정도에 따라 압력측정을 이용한 과도기 유량의 결정방법의 정확성을 증명할 수 있다. 이러한 일련의 과정은 세 단계로 구분되는데, 첫째 유압관 유동에 대한 동특성식이 정확히 묘사되어야 하며 측정된 압력은 동특성식을 풀기 위한 경계조건이라 할 수 있다. 둘째 유압회로의 유압관의 양단에 설치된 압력계로써 압력을 측정한다. 물론 압력계의 응답성과 정확성이 요구되며 그 특성이 동일해야 한다. 셋째 유압관 유동에 대한 동특성식을 정성적으로 풀 수 없으므로 수치적으로 풀 수 있는 프로그램을 작성하여 과도기 유량을 계산한다.

\*회원, 건양대학교 기계공학과

## 2. 관유동에 대한 수학적 모델

유압회로내의 관내 유동을 해석할 때는 일반적으로 관내유동은 층류이며, 축방향으로만 유동이 존재한다고 가정을 한다. 미소길이의 관에 대해 연속 방정식과 운동량보존식은 각각 다음과 같이 표현된다.<sup>(2)</sup>

$$(1/\beta) (\partial P/\partial t) + (1/A) (\partial Q/\partial x) = 0 \quad (1)$$

$$\rho(\partial u/\partial t) = -\partial P/\partial x + (\mu/r) (\partial u/\partial r) + \mu(\partial^2 u/\partial r^2) \quad (2)$$

$P=P(x, t)$  = 관내 압력

$Q=Q(x, t)=A \cdot U(x, t)$  = 관내 유량

$u=u(x, r, t)$  = 관내 유속

$\beta$  = 유체 체적탄성계수

$\rho$  = 유체 밀도

$\mu$  = 유체 점성계수

$A$  = 관 내부 단면적

$U(x, t)$  = 관내 평균유속

식 (1)과 식 (2)를 라플라스 변환시키면 관내의 압력  $P(x, s)$ 와 유량  $Q(x, s)$ 에 대한 관계식이 얻어진다.<sup>(2)</sup>

$$P(x, s) = -cZ_c/s \frac{dQ(x, s)}{dx} \quad (3)$$

$$Q(x, s) = -\frac{c}{sN(s)Z_c} \frac{dP(x, s)}{dx} \quad (4)$$

$s$  = 라플라스 변수

$c = [\beta/\rho]^{0.5}$  = 유체내에서의 음속

$Z_c = \rho c/A$  = 관유동 특성 임피던스

$N(s) = -J_0(\gamma R)/J_2(\gamma R)$

$J_0(\gamma R)$  = 차수가 0 인 베셀함수

$J_2(\gamma R)$  = 차수가 2 인 베셀함수

$\gamma = [-\rho s/\mu]^{0.5}$

$R$  = 관 내부 반경

관내유동에서 압력이나 유량 변화의 주파수 성분 중 가장 큰 주파수  $\omega$ 가  $0 < \omega < 300\alpha$ 일 때  $N(s)$ 는 식 (5)와 같이 보다 쉬운 형태로 표현된다.<sup>(2)</sup>

$$N(s) = \frac{\alpha}{s} + 1 + \frac{0.1515}{1+0.303(s/\alpha)} + \frac{0.1620}{1+0.04(s/\alpha)} + \frac{0.020}{1+0.001(s/\alpha)} \quad (5)$$

$$\alpha = 32\nu/D^2 = \text{점성인자 (viscosity factor)} \quad (6)$$

$\nu$  = 동점성계수

$D$  = 유관의 내부직경

식 (3)과 식 (4)는 주어진 길이의 관에서 압력 또는 유량에 대한 두 개의 경계조건이 주어지면 나머지 두 개의 압력 또는 유량에 대해 풀 수 있으나 그것은 주파수 영역에서의 해이며 시간영역에서의 해로 역변환시키는 것은 매우 어렵다. 따라서 Fig. 1과 같이 관을 적당한 길이,  $\Delta x$ 로 나누어서 그 관 요소내에서는 모든 변수값이 일정하다(uniform)고 가정한다. 편미분방정식의 형태를 가진 식 (3)과 식 (4)는 다음의 식 (7)과 식 (8)의 상미분방정식으로 바뀐다.

$$P_k(s) = \frac{cZ_c}{s\Delta x} [Q_{k-1}(s) - Q_k(s)] \quad (7)$$

$$Q_k(s) = \frac{c}{sN(s)Z_c\Delta x} [P_k(s) - P_{k+1}(s)] \quad (8)$$

관요소 길이는 관내에서 발생하는 압력변화의 주파수 성분 중 가장 큰 주파수를 가진 압력과 파장의 십분의 일 이하로 한다.<sup>(3)</sup> 식 (7)과 식 (8)은 인접한 관유동 요소와 쉽게 연결할 수 있으며 Fig. 2와 같은 블록선도로 표시되어 시뮬레이션을 수행하기가 편리하다. 따라서  $k$ 번째 관요소의 경우  $k-1$ 번째 관요소의 유량  $Q_{k-1}$ 과  $k+1$ 번째 관요소의 압력  $P_{k+1}$ 이 입력변수로 주어지며  $P_k$ 와  $Q_k$ 는 출력변수라 할 수 있다.

Fig. 1에서 솔레노이드밸브가 설치된 부위의 10번째 관요소에 대한 블록선도가 Fig. 3에 나타나 있으며 입력변수는  $P_{10}$ 과  $Q_9$ 이며 출력변수는  $Q_{10}$ 으로서 밸브를 통과하는 유량이다. Fig. 4는 Fig. 1의 압축체적에 인접한 관요소에 대한 블록선도로서 입력변수는  $P_1, P_2$ 이며 출력변수는  $Q_1$ 이다.

첫번째 관요소에 해당하는 Fig. 4의 블록선도,

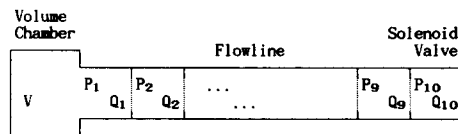


Fig. 1 Test circuit for transient pressure generation

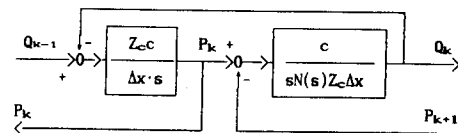


Fig. 2 Block diagram of internal line segment dynamics

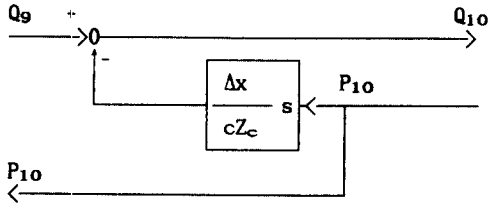


Fig. 3 Block diagram of line segment dynamics near the solenoid valve

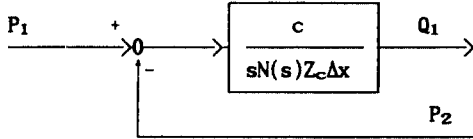


Fig. 4 Block diagram of line segment dynamics near the pressurized volume

두번째에서 아홉번째까지의 관요소에 해당하는 Fig. 2의 블록선도와, 그리고 열번째 관요소에 해당하는 Fig. 3의 블록선도를 연결할 경우 입력변수는  $P_1$ ,  $P_{10}$ 이며 그외의 변수는 모두 출력변수라 할 수 있다.

### 3. 과도기 압력의 발생 및 측정

Fig. 1에 표시는 안되어 있지만 수동펌프를 이용하여 원하는 압력까지 상승시킬 수 있으며 이때 관내의 압력은 모두 같다. 그리고 오른쪽 끝에 설치된 솔레노이드밸브를 순간적으로 열리게 하면 관내부의 압력은 빠르게 강하되면서 변화할 것이다. 이러한 압력변화는 디지털 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 얻을 수 있으며 Fig. 2, Fig. 3 그리고 Fig. 4에 나타난 블록선도에서 압력 및 유량에 대한 초기조건과 밸브의 열림특성이 주어져야 한다. 시뮬레이션에 사용된 각종 상수값은 Table 1과 같다. 여기서 사용된 시뮬레이션 소프트웨어는 SIMNON (Simulation of NONlinear system)이며 적분방법은 Runge-Kutta 4th order variable step 을 선택하였다. 이러한 적분방법을 이용하여 수십 개의 미분방정식을 동시에 풀게 되며 그에 따라  $P_k(t)$  ( $k=1, 2, \dots, 10$ )를 구하는 것이다.

솔레노이드밸브의 열림특성은 0초에서 0.005초까지는 오리피스 면적이 0에서  $0.129\text{cm}^2$ 으로 선형적으로 증가하며 0.005초 이후에는 오리피스 면적이  $0.129\text{cm}^2$ 을 계속 유지한다. Fig. 5와 Fig. 6은

Table 1 System constants

Fluid absolute viscosity	$\mu=4.12 \times 10^{-6} \text{N} \cdot \text{sec}/\text{cm}^2$
Fluid density	$\rho=8.722 \times 10^{-6} \text{N} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4$
Fluid bulk modulus	$\beta=68963 \text{N}/\text{cm}^2$
Chamber volume	$V=1639\text{cm}^3$
Flowline length	$L=101.6\text{cm}$
Line segment length	$\Delta x=10.16\text{cm}$
Line diameter	$D=1.016\text{cm}$
Integration method	Runge-Kutta 4th order
Maximum integration interval	$10^{-5}\text{sec}$
Print interval	$10^{-5}\text{sec}$
Simulation time	0.01sec

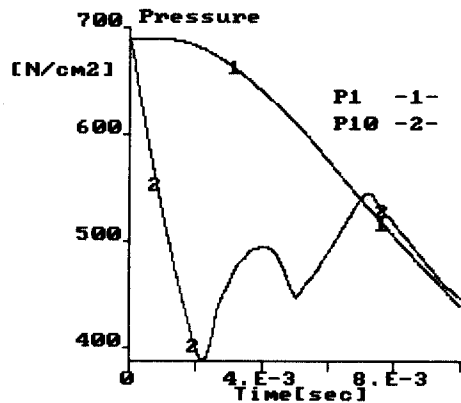


Fig. 5 Simulated pressures  $P_1(t)$ ,  $P_{10}(t)$  at the ends of flowline

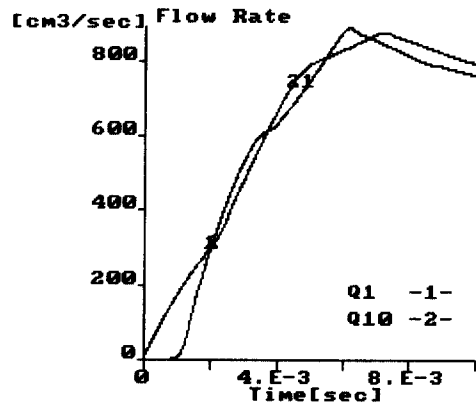


Fig. 6 Simulated flow rates  $Q_1(t)$ ,  $Q_{10}(t)$  at the ends of flowline

Fig. 1의 첫번째와 열번째의 관요소에 대한 압력과 유량을 각각 나타낸다.

Fig. 5에서 밸브인접부위의 압력은 초기압력  $689.63N/cm^2$ 에서  $379.3N/cm^2$ 까지 급격히 떨어지며 압축체적 부위의 압력은 약 0.002초 이후부터 서서히 감소한다. 그러나 0.007초 후부터는 두 지점의 압력차가 매우 작다는 것을 알 수 있다. 물론 유압관내의 압력변화는 여러가지 실험조건에 따라 다르다. 즉 압축체적의 양, 압축체적 대신에 축압기를 사용할 경우, 솔레노이드밸브의 열림특성, 압축체적과 솔레노이드밸브 사이의 거리, 작동유 특성상수 등에 크게 좌우될 것이다. 그러나 가장 중요한 것은 관 양단에서의 압력을 측정하는 압력계의 특성이 동일하면서 정확해야 한다. 실제적으로 주파수 대역이 0.0016Hz-10kHz인 피에조타입의 압력계를 사용하는 것을 권장한다. 아울러 압력데이터의 기록장치는 적어도 0.1밀리초 이하의 간격으로 데이터를 받을 수 있어야 한다.

#### 4. 과도기 유량의 계산 및 결과

관 양단에서 측정된 압력  $P_1, P_{10}$ 을 경계조건으로 하고 주어진 초기조건 즉 시간이 0일 때 관내에서의 모든 압력이  $689.63N/cm^2$ 인 것을 이용하여 시뮬레이션을 수행한다. 이때 시뮬레이션에 의해  $P_2$ 에서  $P_{10}$ 까지 그리고  $Q_1$ 에서  $Q_{10}$ 까지를 구할 수 있다. 또한 식 (9)에 의해 솔레노이드밸브의 열림 특성(가변 오리피스 면적)을 구할 수 있다.

$$a(t) = \frac{Q_{10}}{C_d [2P_{10}/\rho]^{0.5}} \quad (9)$$

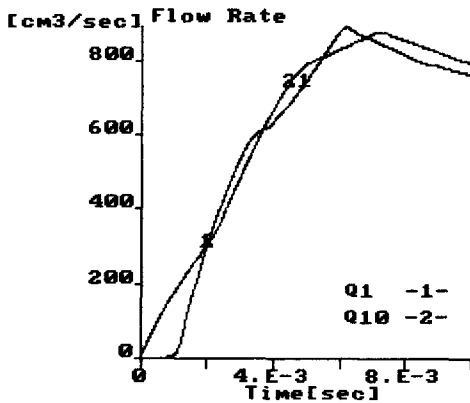


Fig. 7 Computed flow rates  $Q_1(t), Q_{10}(t)$  at the ends of flowline

시뮬레이션에 사용되는 작동유에 대한 상수값, 적분간격 등은 압력발생시의 시뮬레이션 조건과 같다. Fig. 7은 Fig. 5에 나타난 관 양단의 압력을 입력으로 하여 관 양단에서의 과도기 유량을 구한 것으로서 Fig. 6에 나타난 원래의 과도기 유량과 잘 일치한다. 그리고 Fig. 8은 솔레노이드밸브의 개구면적을 구한 것으로서 원래 개구면적 변화와 거의 같다는 것을 알 수 있다. 이처럼 산출된 유량이나 밸브 개구면적이 실제값과 잘 일치하는 것은 산출 당시 실제 시스템 상수값을 그대로 사용했기 때문이다.

그러나 현실적으로 시스템 상수값을 정확히 알 수가 없으므로 상수값에는 반드시 오차가 포함되어 정확한 과도기 유량의 산출에 나쁜 영향을 끼칠 것이다. Fig. 9는 Fig. 5에 나타난 압력을 입력변수로 하되 작동유의 점성계수를 실제보다 10% 크게 적

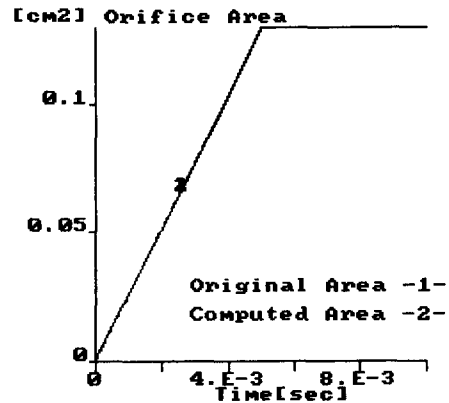


Fig. 8 Computed and original valve orifice areas  $a(t)$

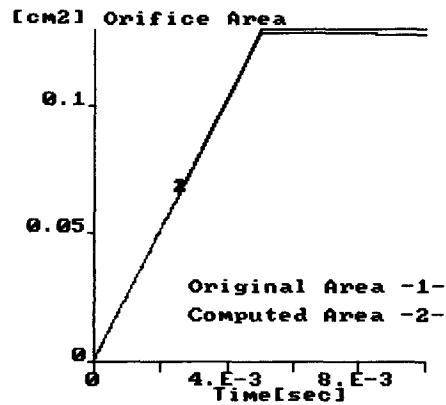


Fig. 9 Computed and original valve orifice areas  $a(t)$  +10% error in viscosity

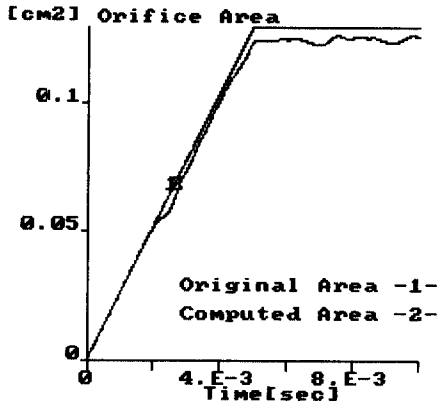


Fig. 10 Computed and original valve orifice areas  $a(t)$  +10% error in density

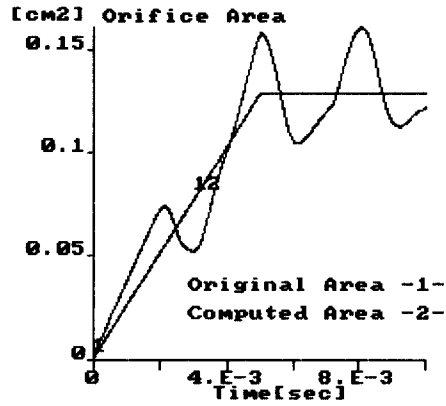


Fig. 12 Computed and original valve orifice areas  $a(t)$  -50% error in bulk modulus

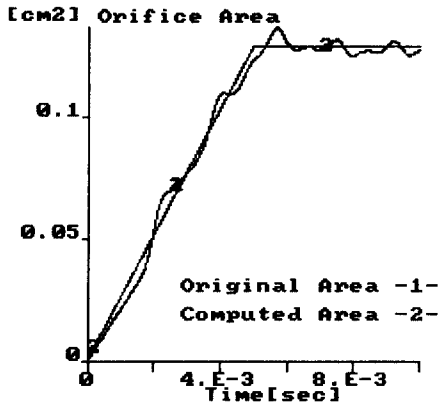


Fig. 11 Computed and original valve orifice areas  $a(t)$  +50% error in bulk modulus

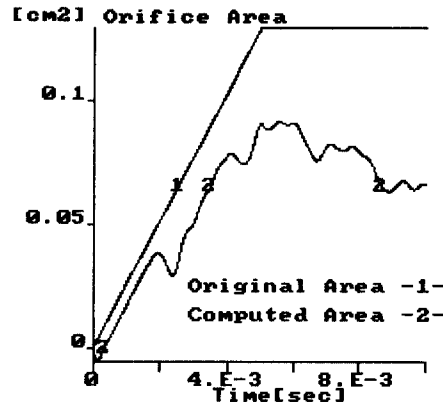


Fig. 13 Computed and original valve orifice areas  $a(t)$  +10% mismatch in pressure transducer gain

용했을 때의 밸브 개구면적 변화를 보여준다. 비교의 편의상 과도기 유량의 비교 대신에 밸브 개구면적의 변화를 비교한다. 원래 개구면적과 산출된 개구면적은 거의 비슷함을 알 수 있다. Fig. 10은 작동유의 밀도를 실제값보다 10% 크게 적용했을 때의 밸브 개구면적의 변화를 보여준다. 역시 산출된 개구면적은 원래의 개구면적변화와 비슷함을 알 수 있다.

실질적으로 유체의 점성계수나 밀도는 비교적 정확하게 알 수 있으므로 10%의 오차만 적용하였으나 체적탄성계수의 경우에는 작동유에 포함된 공기의 양에 따라 매우 크게 변화하므로 체적탄성계수 값이 실제보다 50%크게 또는 50%작게 선정되었을 때 개구면적 산출의 정확성에 끼치는 영향을 조사

한다. Fig. 11은 체적탄성계수값이 실제보다 50% 클 때의 산출된 면적을 보여주며 Fig. 12는 체적탄성계수값이 실제보다 50% 작을 때의 결과로서 오차가 매우 크다는 것을 알 수 있다.

관 양단에 설치된 압력계의 상대적인 측정오차는 유량계산의 정확성에 큰 영향을 끼칠 것이 예상되며 솔레노이드밸브 인접부위의 압력계가 실제값보다 10% 크게 측정할 경우 산출된 개구면적변화가 Fig. 13에 나타나 있다. 원래 개구면적과 산출된 개구면적에는 비교적 큰 오차가 있음을 알 수 있다.

## 5. 결론

유압관의 양단에서 압력을 측정하여 과도기유량

을 산출하는 방법을 제시하였다. 이러한 방법은 매우 빠르게 열리는 밸브의 열림특성을 구하는데 유효하게 이용될 수 있다. 이러한 유량계산에서 정확한 결과를 얻기 위해서는 작동유의 체적탄성계수값을 비교적 정확히 알아야 하며 또한 응답성과 정확성이 좋은 압력계를 사용해야한다. 물론 이러한 요구조건은 그렇게 까다로운 것은 아니다.

시뮬레이션에서 과도기유량의 산출 방법이 비교적 강건하고 유효하게 사용될 가능성이 있다는 것이 시뮬레이션에 의해 증명되었다. 물론 실험적으로 측정된 유량이나 측정된 밸브의 개구면적변화특성을 시뮬레이션에 의해 산출된 값과 직접 비교하여 유량계산방법의 정확성과 유효성이 증명되어야 할 것이다.

## 참고문헌

- (1) 이성래, 1991, "고성능 유압휴즈의 특성에 관한 연구," 한국자동제어 학술회의 논문집, 제 1 권, pp. 939~944.
- (2) Viersma, T. J, 1980, *Analysis, Synthesis and Design of Hydraulic Servosystems and Pipelines*, Elsevier Scientific Publishing Company.
- (3) Doebelin, E. O, 1980, *System Modeling and Response, Theoretical and Experimental Approaches*, John Wiley and Sons Inc., New York.