

〈논 문〉

## 유한체적법에 의한 로켓플룸 저부가열의 열복사 모델

김만영\* · 백승욱\*\*

(1995년 12월 8일 접수)

### Thermal Radiation Model for Rocket Plume Base Heating Using the Finite-Volume Method

Man Young Kim and Seung Wook Baek

**Key Words :** Rocket Plume Base Heating (로켓플룸저부가열), Exhaust Plume (배기플룸), Finite-Volume Method for Radiation (유한체적복사해법), Directional Weights (방향가중치), Plume Cone Angle (플룸원추각도)

#### Abstract

The finite volume method for radiation is applied to investigate a radiative heating of rocket base plane due to searchlight and plume emissions. Exhaust plume is assumed to absorb, emit and scatter the radiant energy isotropically as well as anisotropically, while the medium between plume boundary and base plane is cold and nonparticipating. Scattering phase function is modelled by a finite series of Legendre polynomials. After validating benchmark solution by comparison with that of previous works obtained by the Monte-Carlo method, further investigations have been done by changing such various parameters as plume cone angle, scattering albedo, scattering phase function, optical radius and nozzle exit temperature. The results show that the base plane is predominantly heated by the plume emission rather than the searchlight emission when the nozzle exit temperature is the same as that of plume.

| 기 호 설 명                                      |   |                        |   |
|--|---|------------------------|---|
| $D_{ci}^m$                                   | : 방향가중치, Eq.(4b)  | $\theta$               | : 천정각 (polar angle)   |
| $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z, \vec{e}_r$ | : $x$ -, $y$ -, $z$ -와 $r$ -방향의 단위 벡터                       | $\sigma$               | : Stefan-Boltzmann 상수,<br>$= 5.67 \times 10^{-8} [\text{W}/\text{m}^2\text{K}^4]$ |
| $L$  | : 특성길이  | $\phi$                 | : 방위각 (azimuthal angle),<br>$= \varphi_b - \varphi_0$                             |
| $\vec{r}$                                    | : 위치 벡터   | $\varphi_0, \varphi_b$ | : $x$ -축으로부터의 방위 위치변수 및 각도변수  |
| $\vec{s}$                                    | : 복사방향 벡터, Eq.(4c)  |                        |   |
| $T$  | : 온도, [K]   |                        |   |
| $\beta_0$                                    | : 상 각 계 수 (extinction coefficient), $= \kappa_a + \sigma_s$ | 상첨자                    |   |
| $\Delta A_i$                                 | : 경계면의 미소면적   | $m, m'$                | : 복사 방향 (radiation direction)   |
| $\theta$                                     | : 무차원 온도, $= T/T_{ref}$                                     | $m+, m-$               | : 검사각도의 경계, see Figure 3  |

\*회원, 한국과학기술원 대학원 항공우주공학과

\*\*회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

하첨자

$E, W, N, S, T, B$  : 격자점  $P$  주위의 격자점

|                    |                        |
|--------------------|------------------------|
| $e, w, n, s, t, b$ | : 검사체적 $P$ 의 경계면       |
| $P^+, P^-$         | : 검사체적 $P$ 의 경계        |
| 약어                 |                        |
| PE                 | : plume emission       |
| SE                 | : searchlight emission |

## 1. 서 론

지난 수십년 동안, 로켓배기플룸에 의한 저부가열을 줄이기 위하여 열복사 저부가열(radiative base heating) 모델에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다. 최근에 보론(boron)이나 알루미늄 같은 접합제나 첨가제가 섞여 있는 새로운 추진제(propellant)의 개발로 인하여 열복사 저부가열의 중요성이 더욱 크게 증가하고 있는 실정이다.<sup>(1)</sup> 기본적으로, 배기플룸내에 있는 기체와 입자는 흡수, 방사 및 산란을 통하여 복사열전달에 영향을 미치게 되는데 따라서 로켓플룸 저부가열의 해석을 위한 열복사 모델 및 해석 방법이 요구되고 있다.

열복사 저부가열의 해석을 위한 많은 공학적 모델이 개발되어 사용되고 있다.<sup>(2-7)</sup> Tien과 Abu-Romia<sup>(2)</sup>는 로켓배기플룸을, 일정한 온도와 물성치를 갖는 흡수 및 방사하는 반무한 원통형 물체로 해석하였고, Babco<sup>(3)</sup>와 Edwards<sup>(4)</sup>는 플룸을 축방향에 따라 변하는 원뿔형의(conical) 표면으로 가정하여 형상계수 근사(shape factor approximation)를 사용하여 배기플룸으로부터 저부면(base plane)으로 들어오는 열유속을 계산하였다. 한편, Stockham과 Love<sup>(5)</sup>는 플룸을 흡수, 방사 및 비등방 산란을 하는 입자들로 채워진 원통형 구름(cylindrical cloud)으로 가정하였고, Monte-Carlo 방법을 이용하여 비등방 산란 및 SE의 중요성을 고찰하였고, Watson과 Lee<sup>(6)</sup>도 Monte-Carlo 방법을 이용하여 고체로켓 부스터 플룸에서 축방향 또는 반경방향으로 물성치가 변할 때의 현상을 해석하였다. 최근에, Nelson<sup>(7)</sup>은 등온 회체(gray) 플룸으로부터의 저부가열에 대하여 후방(backward) Monte-Carlo 방법을 사용한 해석을 수행하여 플룸의 원추각도의 변화에 따른 SE의 영향을 고찰하였다.

이처럼 열복사 저부가열을 해석하기 위하여 배기플룸을 주로 원통형 또는 원추형으로 가정한 수치적 연구가 이루어져 왔는데, 원추형 플룸에 의한 열복사를 해석하기 위한 수치해석 모델은 비직교좌

표계로 인한 계산 격자의 비틀림을 고려할 수 있어야 한다. 비록, Monte-Carlo 방법이 격자계에 무관하게 로켓플룸 저부가열의 해석에 많이 사용되고 있기는 하지만, 이 방법은 계산에 있어서 비효율적이며 또한 화학반응 유동장의 계산에 흔히 사용되는 유한차분법과의 연계가 어려운 점이 있다. 따라서 본 연구에서는 격자 비틀림의 영향을 고려할 수 있을뿐만 아니라 유동해석의 격자점과 동일한 격자점을 사용할 수 있는 유한체적복사해법을 도입하여 원통형 또는 원추형 플룸에 의한 로켓플룸 저부가열을 해석하고자 한다. 이 방법은 Chui와 Raithby<sup>(8)</sup> 및 Chai 등<sup>(9)</sup>에 의해 처음 제시되었으며, 직교좌표계 및 비직교좌표계의 순수복사 문제에 적용되어 해의 정확도 및 계산상의 효율성이 검증되었고, Kim과 Baek<sup>(10)</sup>은 서서히 팽창하는 2차원 채널 내부의 혼합 열전달 해석에 적용하였고, 이공훈 등<sup>(11)</sup>은 주유동중에 놓인 원형실린더 주위의 복사열전달 해석에 도입하였다. 한편, Chui 등<sup>(12-13)</sup>은 직교 원통좌표계에서 축대칭 가정을 통한 복사평형상태의 문제 해석과 이를 미분탄화염 모델에 적용하였고, Kim과 Baek<sup>(14)</sup>은 축대칭 및 비대칭 3차원 원통좌표계에서 구분중좌법(DOM)과 유한체적복사해법의 비교 연구를 하였다. 하지만 아직까지 노즐 모양과 같은 비직교(nonorthogonal) 원통좌표계의 해석에는 적용된 바가 없는 실정이다.

본 연구에서는 유한체적복사해법을 비직교 원통좌표계로 확장하고 이를 이용한 로켓플룸 저부가열의 해석 모델을 제시하고자 한다. 이 모델에서 플룸은 흡수, 방사 및 등방/비등방 산란하는 원통형 또는 원추형의 물체로 해석하고, 플룸 경계면과 로켓의 저부면 사이에는 복사에 참여하지 않는(nonparticipating) 매질로 채워져 있는 것으로 가정하였다. 계단차분법을 이용하여 공간차분을 하였고, 비등방 산란의 경우 Legendre 다항식을 이용한 산란위상함수를 고려하였다. 기존의 연구 결과와 비교하여 수치해의 검증을 하였으며, 매개변수인 플룸 원추각도, 산란알베도, 산란위상함수, 광학두께 및 노즐 출구의 온도가 로켓플룸 저부가열에 미치는 영향을 체계적으로 해석하였다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 로켓플룸 저부가열 모델

SE과 PE에 의한 로켓플룸 저부가열을 해석하기

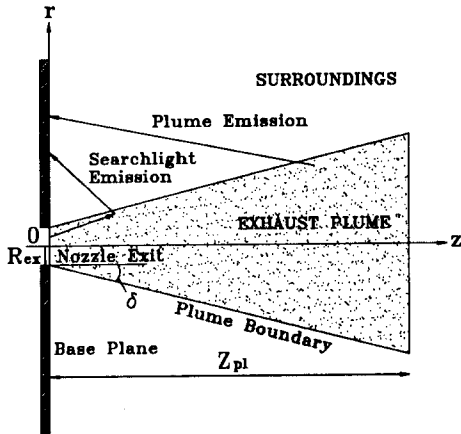


Fig. 1 Schematic of the rocket plume base heating

위한 축대칭 모델을 Fig. 1에 도시하였다. 여기에서  $\delta$ ,  $R_{ex}$  및  $Z_{pl}$ 은 각각 플룸 원추각도, 출구 노즐의 반경 및 플룸의 길이를 나타낸다. 노즐 출구 ( $z=0$ )로부터 나오는 배기플룸은  $\delta=0^\circ$ 일 때는 원통형,  $\delta \neq 0^\circ$ 일 때는 원추형의 형상이므로 각각 직교 및 비직교 좌표계에서의 계산을 필요로 한다. 로켓플룸 저부가열은 Fig. 1에 나타낸 것처럼 SE과 PE으로 이루어지는데, SE은 로켓의 노즐 출구에서 나온 광자(photon)가 배기플룸에서 산란되어 저부면을 가열하는 것이고, PE은 배기플룸에서 나온 광자에 의해 저부면이 가열되는 현상을 가리킨다.

실제 배기플룸의 온도와 물성치는 축방향 및 반경방향으로 변하지만 본 연구의 해석모델에서는, 배기 플룸의 온도는 일정하게 유지되며, 위치와 파장에 관계 없이 일정한 복사물성치를 갖는 것으로 가정하였다. 한편, 배기플룸을 둘러싸고 있는 매질은 차갑고( $T=0K$ ) 복사에 참여하지 않는 매질이고 또한 태양광선과 같이 주위(surroundings)로부터의 복사에너지의 유입은 없고, 출구 노즐의 옆에 있는 저부면은 차가운 흑체( $T=0K$ ,  $\epsilon_w=1$ )로 가정하였다. 이때, 저부면에서의 복사열유속,  $q_w^z$ 는 다음과 같이 정의한다. 즉,

$$q_w^z = \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s} > 0}^* I(\vec{r}_w, \vec{s}) (\vec{n}_w \cdot \vec{s}) d\Omega \quad (1)$$

여기에서,  $I(\vec{r}_w, \vec{s})$ 는 저부면,  $\vec{r}_w$  위치에서  $\vec{s}$  방향의 복사강도이고,  $\vec{n}_w$ 는 저부면에서의 수직 단위 벡터( $=-\vec{e}_z$ )이고,  $\Omega$ 는 입체각(solid angle)을 나타낸다.

## 2.2 복사전달방정식

저부면에서의 복사열유속을 구하기 위하여 복사 전달방정식(RTE)으로부터 복사강도를 구해야 한다. 흡수, 방사 및 산란하는 회체의 복사매질에서 미소체적을 통하여 임의의 복사방향,  $\vec{s}$ 를 지나는 복사강도의 변화는 다음의 복사전달방정식을 따른다.<sup>(15)</sup>

$$\frac{1}{\tau_0} \frac{dG(\vec{r}, \vec{s})}{ds} = -G(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{1-\omega_0}{\pi} \Theta^4(\vec{r}) + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{\Omega' = 4\pi} G(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s}', \vec{s}) d\Omega' \quad (2)$$

여기에서, 무차원 복사강도  $G(\vec{r}, \vec{s}) = I(\vec{r}, \vec{s}) / \sigma T_{ref}^4$ , 광학두께  $\tau_0 = \beta_0 L$ , 산란알베도  $\omega_0 = \sigma_s / \beta_0$ 이고  $\Phi(\vec{s}', \vec{s})$ 는 산란위상함수를 나타낸다. 한편, 원통형 좌표계이므로  $G(\vec{r}, \vec{s})$ 는  $G(r, \varphi_0, z, \theta, \phi)$ 를 의미하는데, 이때  $\phi = \varphi_0 - \varphi_0$ 로서 방위각을 나타낸다. 확산적으로(diffusely) 방사 및 반사하는 벽면에서 벽면을 떠나는 복사강도는 다음 식으로 표현된다.

$$G(\vec{r}_w, \vec{s}) = \frac{\epsilon_w}{\pi} \Theta^4(\vec{r}_w) + \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n}_w < 0} G(\vec{r}_w, \vec{s}') |\vec{s}' \cdot \vec{n}_w| d\Omega' \quad (3)$$

여기에서  $\epsilon_w$ 는 벽면방사율이고  $\vec{n}_w$ 는 그 벽면에서의 단위수직벡터를 의미한다.

## 2.3 유한체적복사해법

비록 우리의 관심은 축대칭 문제에 있지만 우선 일반적인 3차원 원통좌표계를 고려하자. 이는, 축대칭 복사강도,  $G^m = G(r, z, \theta, \phi)$ 는 2-공간좌표( $r, z$ )와 2-방향좌표( $\theta, \phi$ )의 함수이지만, 3-공간좌표( $r, \varphi_0, z$ )와 1-방향좌표( $\theta, \varphi_0=0$ )로의 변환을 통하여 축대칭 복사열전달 계산을 수행하기 때문이다.

차분방정식을 유도하기 위하여 검사체적(control volume)과 검사각도(control angle)내에서 복사강도의 크기는 일정하지만 그 방향은 변할 수 있다는 가정과 함께 위 식 (2)를 Fig. 2와 3에 도시된 검사체적,  $\Delta V$ 와 검사각도,  $\Delta \Omega^m$ 으로 적분하여 다이버전스 정리를 적용하면 다음의 유한체적 공식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=e,w,n,s,t,b} G_i^m \Delta A_i D_{ci}^m = \tau_0 (-G^m + S_p^m) \rho \Delta V \Delta \Omega^m \quad (4a)$$

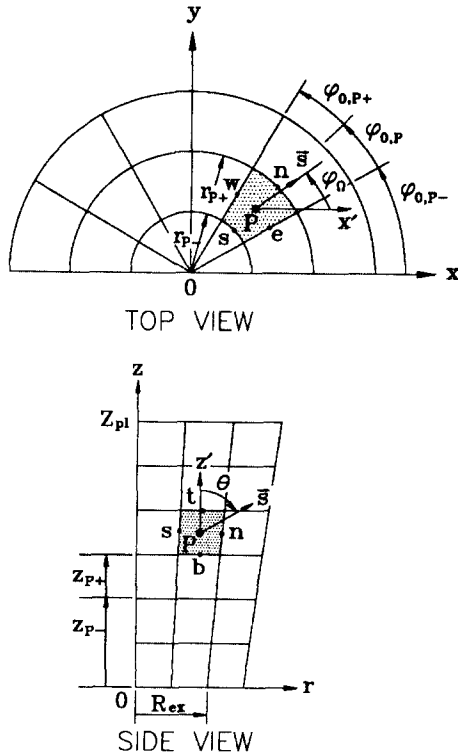


Fig. 2 Top and side views of spatial control volume and typical radiation direction

여기에서,

$$D_{ci}^m = \int_{\Delta\Omega^m} (\vec{s}^m \cdot \vec{n}_i) d\Omega^m \quad (4b)$$

$$\vec{s}^m = \sin \theta \cos \varphi_\Omega \vec{e}_x + \sin \theta \sin \varphi_\Omega \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z \quad (4c)$$

$$\vec{n}_i = n_{x,i} \vec{e}_x + n_{y,i} \vec{e}_y + n_{z,i} \vec{e}_z \quad (4d)$$

$$S_r^m = \frac{1-\omega_0}{\pi} \theta^4 + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{\Omega' = 4\pi} G^m \Phi^{m,m} d\Omega' \quad (4e)$$

$$\Delta\Omega^m = \int_{m^-}^{m^+} \sin \theta d\theta d\varphi_\Omega \quad (4f)$$

위 식 (4a)의 좌변항은 검사각도내에서 검사체적의 경계면을 통한 복사에너지의 순유출을 나타내고, 우변항은 복사에너지가 검사체적과 검사각도내에서 흡수, 방사 및 산란에 의해 증가되는 양을 나타낸다. 또한 방향가중치, <sup>(9,10)</sup>  $D_{ci}^m$ 은 그 부호에 따라 복사에너지의 유출입을 나타내기 때문에 정확한 계산을 필요로 한다. 이 방향가중치는 검사체적과 검사각도가 결정되면 해석적으로 구할 수 있다. 최근에 복사열전달의 계산에 많이 사용되는 구분종좌법<sup>(16)</sup>의 경우 종좌(ordinate)의 개수에 따라 복사

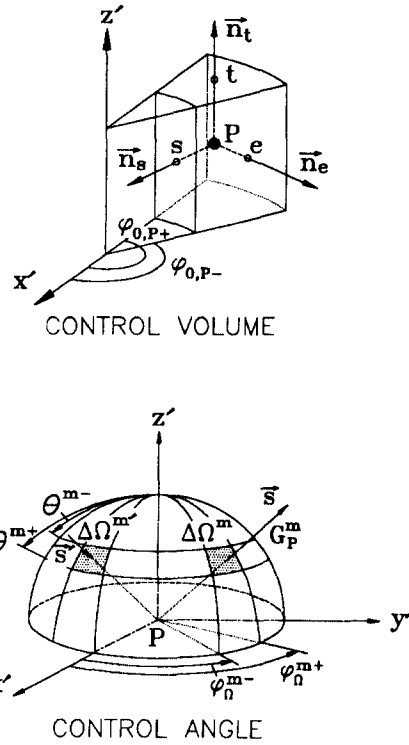


Fig. 3 Infinitesimal spatial control volume and control angle

강도의 방향이 정해지는 것에 비하여 유한체적복사해법에서는 방향가중치를 고려함으로써 문제에 맞는 검사각도를 쉽게 정하여 사용할 수 있음은 주목할 만하다.

격자점의 복사강도와 경계면의 복사강도를 연결시키기 위하여 계단차분법(step scheme)<sup>(9,10,14)</sup>을 사용하면 임의의 복사방향에 대하여 위 식 (4a)로부터 다음과 같은 일반적인 차분방정식을 얻을 수 있다. 즉,

$$a_p^m G_p^m = a_E^m G_E^m + a_W^m G_W^m + a_N^m G_N^m + a_S^m G_S^m + a_T^m G_T^m + a_B^m G_B^m + b_p^m \quad (5a)$$

여기에서,

$$a_I^m = \max(-\Delta A_i D_{ci}^m, 0) \quad (5b)$$

$$a_p^m = \sum_{i=e,w,n,s,t,b} \max(\Delta A_i D_{ci}^m, 0) + \tau_{0,p} \Delta V \Delta\Omega^m \quad (5c)$$

$$b_p^m = (\tau_0 S_r^m)_p \Delta V \Delta\Omega^m \quad (5d)$$

위 식 (5b)에서 하첨자  $I$ 는  $E, W, N, S, T$ 와  $B$ 를 나타내고  $i$ 는 각각에 대응하는  $e, w, n,$

s, t와 b를 나타낸다.

Figs. 2와 3에 본 연구에 사용된 검사체적과 검사각도를 도시하였다. 검사체적은  $(N_r \times N_{\theta} \times N_z)$ 의 개수로 차분된다. 이때,  $D_{\theta}^m$ 의 계산에 사용되는 각 경계면에서의  $\bar{n}_i$ ,  $\Delta A_i$  및 체적  $\Delta V$ 는 격자계의 비틀림을 고려하여 주의깊게 계산되어야 하는데 이는 기하학에 대한 다소 복잡한 산술식으로 구할 수 있으며,  $\delta=0^\circ$ 인 원통형 직교좌표계의 경우에 대한 것은 참고문헌<sup>(14)</sup>에서 찾을 수 있다. 검사각도는 우리가 흔히 보는 입체각과 같다. 전체 입체각,  $4\pi$ 는  $(N_\theta \times N_\phi) = M$ 개의 검사각도로 차분화된다. 전술하였듯이 유한체적복사해법의 경우 문제에 맞는 검사각도를 손쉽게 정하여 사용할 수 있기 때문에 검사각도의 선택은 문제마다 정확성과 계산시간의 관점에서 조절될 수 있다.

2.4 수치해석

비대칭 원통형 복사장의 복사강도는 3-공간좌표  $(r, \varphi_0, z)$ 와 2-방향좌표  $(\theta, \phi)$ 의 함수이며, 따라서  $G^m = G(r, \varphi_0, z, \theta, \phi)$ 이 되고 이는 식 (5)로부터 구할 수 있다. 이때 복사강도의 공간적인 연계성뿐만 아니라 산란항과 경계조건이 복사강도에 의존하기 때문에 식 (5)의 해는 필연적으로 축차적방법(iterative method)에 의존해야 한다. 한편, 각각의 복사방향,  $m$ 에 대하여 marching 원리가 적용된다. 즉, 임의의  $\varphi_0$  위치에서  $D_{\theta}^m < 0$ 이면 주위에서 중심축 방향으로,  $D_{\theta}^m > 0$ 이면 저부면( $z=0$ )에서 위쪽( $z=Z_{pl}$ ) 방향으로 marching 하고 나서 다음  $\varphi_0$  위치에서 같은 방법으로 marching을 한다.

축대칭 복사강도,  $G^m = G(r, z, \theta, \phi)$ 는 2-공간좌표  $(r, z)$ 와 2-방향좌표  $(\theta, \phi)$ 의 함수이지만, Chui 등<sup>(12)</sup>은  $\Delta\varphi_0 = \Delta\varphi_\theta$ 이면 3-공간좌표  $(r, \varphi_0, z)$ 와 1-방향좌표  $(\theta, \varphi_\theta=0)$ 으로의 변환을 통하여 축대칭 복사열전달 계산을 할 수 있음을 보였다. 즉,  $G^m = G(r, \varphi_0, z, \theta, \varphi_\theta=0)$ 을 해석하는 것으로 충분하다. 이 경우  $y=0$ 인  $x-z$  평면에 대하여 대칭이므로  $y \geq 0$ 인 부분만을 해석하게 된다. 한편, 본 연구에 사용된 복사열전달방정식의 수렴조건은 다음과 같고

$$\max(|G_p^m - G_p^{m,old}| / G_p^m) \leq 10^{-6} \quad (6)$$

식 (3)으로 표현되는 경계조건은 다음의 식으로 차분된다. 즉,

$$G_w^m = \frac{\epsilon_w}{\pi} \theta_w^4 + \frac{1 - \epsilon_w}{\pi} \sum_{D_{cw}^m < 0} G_w^m |D_{cw}^m| \quad (7)$$

그러나 본 연구의 경우 저부면은 차가운 흑체로 가정하였으므로  $G_w^m = 0$ 이 된다. 그리고,  $z$ -축과  $y=0$ 인 평면에서 각각  $\Delta A_i = 0$  및  $D_{\theta}^m = 0$ 이 되므로 복사강도에 대한 경계조건은 필요가 없다.

지금까지 유도된 유한체적복사해법의 공식을 살펴보면 방향미분항(가령,  $\partial G / \partial \phi$ )의 처리<sup>(16)</sup>에 특별한 주의가 필요하지 않았다. 이 항은 직선으로 진행되는 광선을 원통이나 구면좌표계 같은 곡면좌표계(curvilinear coordinate)에서 고려할 때 나타나는 항으로서 (즉, angular redistribution), 그 처리에는 기교가 필요하다. Carlson과 Lathrop<sup>(15)</sup>이 직접차분기법(direct-differencing technique)을 이용하여 방향미분항의 계산을 구분좌표법의 공식에 도입한 후 대부분의 연구자들이 그 기법을 사용하고 있다. 하지만 유한체적복사해법에서는 위에서 살펴보았듯이 방향좌표를 공간좌표로 변환하여 식 (4b)에 있는 것처럼 방향벡터를 Cartesian 좌표계에서 정의하여 계산을 수행하기 때문에 이러한 문제점이 나타나지 않는다.

3. 결과 및 고찰

3.1 모델 검증

수치해의 검증을 위하여 Monte-Carlo 방법을 사용한 Stockham과 Love<sup>(5)</sup> 및 후방 Monte-Carlo 방법을 사용한 Nelson<sup>(7)</sup>의 결과와 비교를 하였다. 배기플룸은 원통형이고 출구 노즐의 반경을 특성길이로 사용한 (즉,  $L = R_{ex}$ ) 플룸의 광학두께는  $\tau_0 = 0.5$ 이고, 플룸의 길이는  $Z_{pl} = 10R_{ex}$ 인 경우이다. 한편 출구 노즐의 온도는  $T_{ref}$ 이고, 배기 플룸은

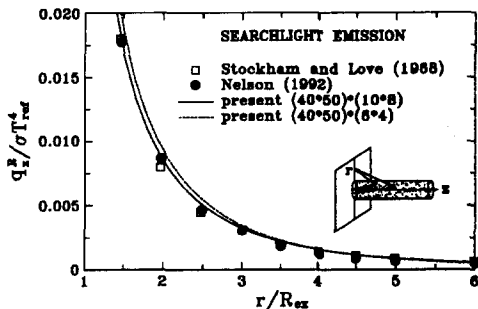


Fig. 4 Base heating due to searchlight emission for the case of  $\delta=0^\circ$ . Cylindrical exhaust plume with  $Z_{pl}/R_{ex}=10$  has  $\omega_0=1$  and  $\tau_0=0.5$ . Scattering is isotropic.

차가운 ( $T=0K$ ) 매질이고 순수 산란 ( $\omega_0=1$ ) 만을 하는데, 이는 앞에서 설명한 SE에 해당한다.

Fig. 4에 무차원 열유속,  $q_z^R/\sigma T_{ref}^4$ 을 무차원 거리,  $r/R_{ex}$ 의 함수로 나타내었다.  $r/R_{ex}$ 가 증가함에 따라, 즉, 플룸에서 멀어짐에 따라 형상계수가 작아지기 때문에 점점 적은 수의 광자가 저부면에 도달하게 된다. 따라서 플룸으로부터 멀어질수록 저부면에서의 복사열유속은 감소하는데 이 결과는 기존의 연구 결과<sup>(5,7)</sup>와도 잘 일치함을 알 수 있다. 이 계산에서 계산 영역을  $z/R_{ex}=10$ 과  $r/R_{ex}=6$ 으로 잡았고, 격자계는  $(N_r \times N_{\theta_0} \times N_z) \times N_{\theta} = (40 \times 6 \times 50) \times 4$  또는  $(40 \times 10 \times 50) \times 8$ 을 사용하였다.  $(N_{\theta_0} \times N_{\theta}) = (6 \times 4)$ 를 사용한 경우 486 DX2-66 MHz IBM PC로 약 10분의 계산시간이 소요되고,  $(N_{\theta_0} \times N_{\theta}) = (10 \times 8)$ 을 사용한 경우 좀더 정확한 결과를 나타내지만 계산시간은 급격히 증가하여 같은 컴퓨터에서 약 70분이 필요하다.

### 3.2 로켓플룸 저부가열

배기플룸내의 정확한 복사 물성치를 알 수 없기 때문에 플룸 원추각도,  $\delta$ , 산란알베도,  $\omega_0$ , 전방, 등방 및 후방 산란위상함수,  $\Phi$ , 광학두께,  $\tau_0$  및 노즐 출구의 온도,  $T_{ex}$ 를 변수로 하는 매개변수 변화에 의한 수치적 연구를 하였다. 배기플룸의 길이는  $Z_{pl}/R_{ex}=50$ 으로 유지하였고 검사체적의 개수는  $(N_r \times N_z) = (40 \times 70)$ 을 사용하였으며, 검사각도는  $\delta=0^\circ$ 일 때  $(N_{\theta_0} \times N_{\theta}) = (6 \times 4)$ ,  $\delta=15^\circ$ 일 때  $(N_{\theta_0} \times N_{\theta}) = (8 \times 6)$ 을 사용하였다. 또한 SE과 PE을 동시에 고려한 경우 노즐 출구의 온도 및 배기플룸의 온도는  $T_{ref}$ 로 균일하게 유지된다. 하지만 PE만 고려한 경우에 노즐 출구의 온도는  $T_{ex}=0K$ 가 된다.

Fig. 5는  $\tau_0=0.5$ 이고 등방산란인 경우 SE과 PE에 미치는 산란알베도의 영향을 나타낸다. 먼저, 원추각도가  $\delta=0^\circ$ 인 원통형 플룸에 대한 Fig. 5(a)를 살펴보면, 산란알베도,  $\omega_0$ 가 증가할수록 PE의 양이 작아지기 때문에 저부면에서의 열유속은 감소하는 것을 볼 수 있다. 이를 좀더 구체적으로 살펴보자. 즉,  $\omega_0=0$ 인 경우, SE은 없어지고 두 곡선은 완전히 일치한다. 그 이유는 비록 노즐 출구에서 에너지를 가진 광자가  $+z$ 방향으로 확산적으로 나오더라도 배기플룸에서의 산란이 없으므로 인하여 이 광자는 저부면으로 도달할 방법이 없기 때문이다. 그러나, 산란알베도,  $\omega_0$ 가 증가할수록 실선

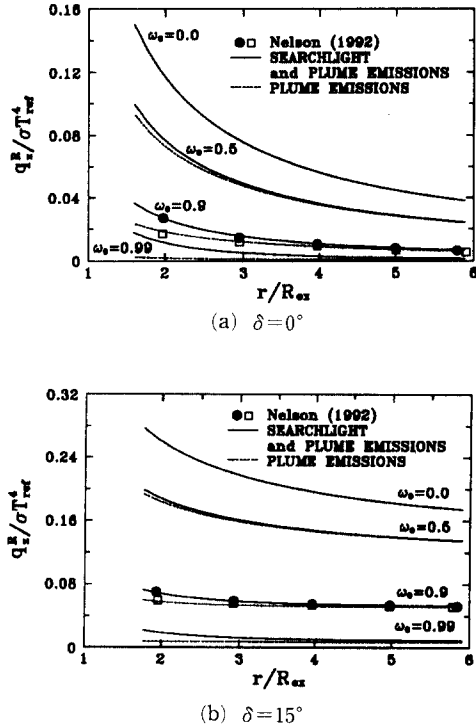


Fig. 5 Effect of scattering albedo on the base heating due to searchlight emission and/or plume emission. Exhaust plume with  $Z_{pl}/R_{ex}=50$  has  $\tau_0=0.5$ . Scattering is isotropic

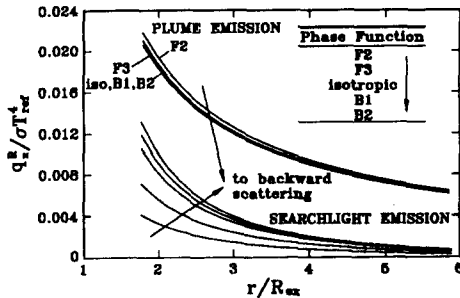
에서 점선을 뺀 값에 해당하는 SE의 영향이 점점 증가한다. 마지막으로,  $\omega_0=1$ 인 순수 산란의 경우에는, PE이 없기 때문에 저부 가열은 완전히 SE에 의한 것임을 예상할 수 있다. 한편, 원추각도가  $\delta=15^\circ$ 로 증가하여 원추형 플룸이 되어도 전술한 경향은 원추각도가  $\delta=0^\circ$ 인 원통형 플룸일때와 같다. 한편, 저부면의 복사열유속은 같은 산란 알베도에서 원추각도가 커지면 그 값은 증가하지만 SE이 차지하는 비율은 작아진다. 즉, 원추각도가 커질수록 PE에 의한 저부가열이 더 중요해짐을 알 수 있다.  $\omega_0=0.9$ 일 때 후방 Monte-Carlo 방법을 사용한 Nelson<sup>(7)</sup>의 결과와 비교하였으며 서로 잘 일치하고 있다.

앞에서 살펴보았듯이 산란은 SE과 PE으로 이루어지는 저부가열에 큰 영향을 미친다. 따라서 여기에서는 비등방 산란(anisotropic scattering)이 저부가열에 미치는 영향을 고찰하고자 한다. 산란위상함수는 입사된 복사에너지의 각도에 대한 확률분포를 나타내는 함수로써 본 연구에서는 Kim과

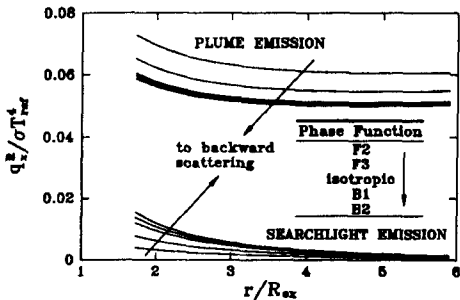
Lee<sup>(17)</sup>의 산란위상함수를 사용한다. F2, F3, 등방산란, B1 및 B2의 비대칭인자(asymmetry factor)는 각각 0.670, 0.40, 0.0, -0.188 및 -0.40이다.

Fig. 6에 배기플룸의 산란알베도가  $\omega_0=0.9$ 이고 광학두께가  $\tau_0=0.5$ 일 때 산란위상함수의 변화에 따른 저부면의 복사열유속을 도시하였는데, SE와 PE은 서로 다른 경향을 보이고 있다. 즉, PE의 경우에는 전방산란, SE의 경우에는 후방산란일 때가 복사열유속이 크게 나타나고 있다. 이는, PE의 경우 전방산란이 뜨거운 배기플룸으로부터 아래쪽에 있는 저부면으로 더욱 많은 복사에너지를 전달하고, SE의 경우에는 노즐 출구에서 +z 방향으로 확산적으로 나온 광자가 배기 플룸에서 후방산란에 의해 저부면이 있는 -z 방향으로 더욱 많이 산란되기 때문에 사료된다. 한편, 원추각도가 15°로 증가하면 열복사 저부가열은 0°일 때보다 증가하는데, 이것은 플룸이 저부면에 좀더 근접하게 되는 원추형의 기하에서 충분히 예측할 수 있다.

SE와 PE에 미치는 광학두께의 영향을 살펴보기



(a)  $\delta=0^\circ$



(b)  $\delta=15^\circ$

Fig. 6 Effect of scattering phase function on the base heating due to searchlight emission or plume emission. Exhaust plume with  $Z_{pl}/R_{ex}=50$  has  $\tau_0=0.9$  and  $\tau_0=0.5$

위하여  $\omega_0=0.9$ 이고 등방산란인 원통형 플룸의 계산을 하였다. Fig. 7에 광학두께가 각각 0.5, 1, 2, 5 및 10일 때의 복사열유속이 도시되어 있다. 광학두께는 시스템의 특성길이에 대한 열복사의 침투깊이를 나타내는 것으로서,<sup>(15)</sup> 광학두께가 커지면 배기플룸내에서 보다 많이 흡수 및 방사되는 것이므로 배기플룸으로부터 저부면으로 보다 많은 열이 전달된다. 한편, 광학두께가 0.5에서 10까지 변하는 동안 PE에 의한 저부가열은 계속 증가하지만, 그림의 실선에서 점선을 뺀 값에 해당하는 SE에 의한 저부가열은 처음에는 증가하다 다시 감소하고 있다.

전술한 논의들은 모두 노즐 출구의 온도와 배기 플룸의 온도가  $T_{ref}$ 로 일정한 경우로서 일반적으로 SE의 영향이 PE의 영향보다 작음을 알 수 있다. 하지만 실제 두 온도는 동일하지 않으며 따라서 여

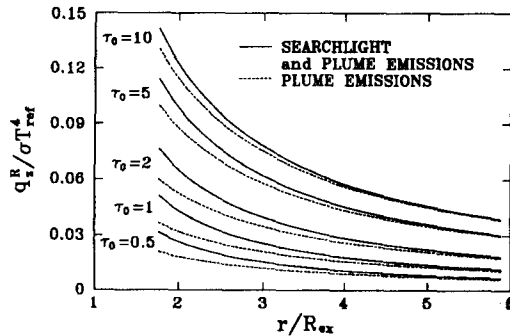


Fig. 7 Effect of optical radius on the base heating due to searchlight emission and/or plume emission. Exhaust plume with  $Z_{pl}/R_{ex}=50$  has  $\tau_0=0.9$ . Scattering is isotropic.

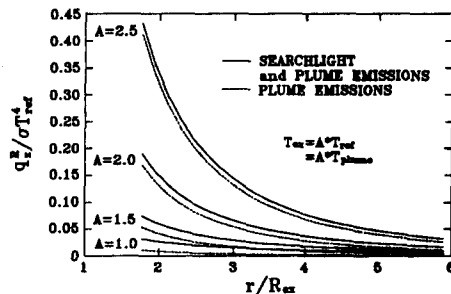


Fig. 8 Effect of nozzle exit temperature on the base heating due to searchlight emission or plume emission. Exhaust plume with  $Z_{pl}/R_{ex}=50$  has  $\tau_0=0.9$  and  $\tau_0=0.5$ . Scattering is isotropic.

기서는 노즐 출구온도의 영향을 고찰하기로 하자. 즉, 노즐 출구온도,  $T_{ex}$ 는 등방산란을 하고  $\omega_0 = 0.9$  및  $\tau_0 = 0.5$ 인 원통형 배기 플룸의 온도,  $T_{ref}$ 의 2.5 배까지 변하는 경우에 대하여 살펴본다. Fig. 8을 보면 노즐 출구의 온도가 증가할수록 SE는 점점 증가하여  $T_{ex} = 1.5T_{ref}$ 보다 커지면 PE의 양보다 많아짐을 알 수 있다. 한편, 노즐 출구의 온도가 배기 플룸온도의 두 배가 되었을 때 SE는 16배 증가하는데 이는 Nelson<sup>(7)</sup>의 연구결과와도 일치한다.

#### 4. 결론

로켓플룸 저부가열의 해석을 위하여 비직교 원통형 유한체적복사해법을 사용하였다. 본 연구에서 사용된 비직교 유한체적복사해법에서는 특히 방향가중치,  $D_{\Omega}$ , 검사체적 경계면의 면적,  $AA_i$  및 요소의 체적,  $\Delta V$ 의 계산에 세심한 주의를 요한다. 노즐 출구에서 나오는 배기플룸은 흡수, 방사 및 등방/비등방 산란을 하는 원통형 또는 원추형의 매질로, 플룸 경계면과 저부면 사이에 있는 주위의 매질은 복사에 참여하지 않는 차가운 매질로 가정하였다. 수치해의 검증은 거친 후, 플룸의 원추각도, 산란알베도, 산란위상함수, 광학두께 및 출구 노즐의 온도를 매개변수로 하여 PE과 SE에 의한 저부가열을 해석하였다. 본 연구의 해석조건에서 얻어진 주요 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 노즐 출구의 온도와 배기플룸의 온도가 같을 때 로켓 저부면은 SE보다 PE에 의해 더 많이 가열된다.

(2) 플룸 원추각도가 0°에서 15°로 증가하면 저부면의 복사열유속은 증가한다.

(3) 산란알베도가 증가하면 PE는 감소하고 SE는 증가한다.

(4) PE의 경우에는 전방산란, SE의 경우에는 후방산란이 저부가열을 증가시킨다.

(5) 광학두께가 증가하면 PE는 증가하지만 SE는 처음에는 증가하다 다시 감소한다.

(6) 노즐 출구의 온도가 플룸의 온도보다 증가할수록 SE의 영향은 PE의 영향보다 커진다.

한편, 본 연구를 확장하여 보다 실제적인 배기플룸에 의한 저부가열의 해석을 위해서는 고도에 따른 플룸형상의 변화, 배기플룸내의 온도 분포 및 정확한 복사물성치를 고려한 해석이 요구된다.

#### 참고문헌

- (1) Reardon, J. E. and Nelson, H. F., 1994, "Rocket Plume Base Heating Methodology," *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, Vol. 8, No. 2, pp. 216~222.
- (2) Tien, C. L. and Abu-Romia, M. M., 1964, "A Method of Calculating Rocket Plume Radiation to the Base Region," *J. Spacecraft and Rockets*, Vol. 1, No. 4, pp. 433~435.
- (3) Babco, R. P., 1966, "Radiation from Conical Surfaces with Nonuniform Radiosity," *AIAA J.*, Vol. 4, No. 3, pp. 544~546.
- (4) Edwards, D. K., 1969, "Comment on Radiation from Conical Surfaces with Nonuniform Radiosity," *AIAA J.*, Vol. 7, No. 8, pp. 1656~1658.
- (5) Stockham, L. W. and Love, T. J., 1968, "Radiative Heat Transfer from a Cylindrical Cloud of Particles," *AIAA J.*, Vol. 6, No. 10, pp. 1935~1940.
- (6) Watson, G. H. and Lee, A. L., 1977, "Thermal Radiation Model for Solid Rocket Booster Plumes," *J. Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, No. 11, pp. 641~647.
- (7) Nelson, H. F., 1992, "Backward Monte Carlo Modeling for Rocket Plume Base Heating," *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, Vol. 6, No. 3, pp. 556~558.
- (8) Chui, E. H. and Raithby, G. D., 1993, "Computation of Radiant Heat Transfer on a Nonorthogonal Mesh using the Finite-Volume Method," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 23, pp. 269~288.
- (9) Chai, J. C., Lee, H. S. and Patankar, S. V., 1994, "Finite-Volume Method for Radiation Heat Transfer," *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, Vol. 8, No. 3, pp. 419~425.
- (10) Kim, M. Y. and Baek, S. W., 1996, "Numerical Analysis of Conduction, Convection, and Radiation in a Gradually Expanding Channel," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 29, pp. 725~740.



- (11) 이공훈, 이준식, 최만수, 1995, "비직교좌표계에 대한 P-1 근사법 및 유한체적법을 이용한 주유동 중의 원형실린더 주위의 복사열전달 해석," 대한기계학회논문집, 제19권 제3호, pp. 806~819.
- (12) Chui, E. H., Raithby, G. D. and Hughes, P. M. J., 1992, "Prediction of Radiative Transfer in Cylindrical Enclosures with the Finite-Volume Method," *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, Vol. 6, No. 4, pp. 605~611.
- (13) Chui, E. H., Hughes, P. M. J. and Raithby, G. D., 1993, "Implementation of the Finite-Volume Method for Calculating Radiative Transfer in a Pulverized Fuel Flame," *Combust. Sci. Tech.*, Vol. 92, pp. 225~242.
- (14) Kim, M. Y. and Baek, S. W., 1996, "Analysis of Radiative Heat Transfer in Cylindrical Enclosures Using the Finite-Volume Method," *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, accepted for publication.
- (15) Ozisik, M. N., 1973, *Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Convection*, John Wiley and Sons, New York.
- (16) Carlson, B. G. and Lathrop, K. D., 1968, "Transport Theory-The Method of Discrete Ordinates," in *Computing Methods in Reactor Physics* (Edited by Greenspan, H., Kelber, C. N. and Okrent, D.) pp. 165~266, Gordon and Breach, New York.
- (17) Kim, T. K. and Lee, H. S., 1989, "Radiative Heat Transfer in Two-Dimensional Anisotropic Scattering Media with Collimated Incidence," *J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer*, Vol. 42, No. 3, pp. 225~238.