

□ 論 文 □

都市高速道路 램프미터링을 위한 進入極大化方案과 進出極大化方案의 比較 研究

A Comparative Analysis between Inflow rate Maximizing and Outflow rate Maximizing for the Urban Expressway Ramp Metering

李 仁 遠*

(弘益大學校 都市工學科 教授)

金 大 鎬**

(서울特別市 交通管理室
都市高速道路 尖端交通管理시스템팀)

目 次

I. 問題의 提起

II. 램프미터링技法의 考察

III. 進入極大化와 進出極大化 方案의 比較

IV. 模擬 事例研究

V. 結論

< 附錄 >

ABSTRACT

The optimal solution obtained by a linear programming model is to maximize the ramp inflow rate. It is argued in this paper that the maximization of inflow rate is different from the maximization of outflow rate under congested conditions.

Therefore, this paper proposes a systematic searching procedure from a linear programming formulation to a integer programming: first obtain the optimal solution by a linear programming and then adding weight to linear programming then, solve the optimal solution again by integer programming i.e.

The proposed method is an iterative searching approach. Measures of effectiveness by simulation models regards the real time data(O/D, queue, delay, etc), can be utilized in the proposed iterative process.

* 대한교통학회 회장

** 대한교통학회 정회원 : 공학박사, 교통기술사

I. 問題의 提起

도시고속도로의 교통혼잡은 간선도로와 마찬가지로 교통수요가 교통시설용량을 초과함으로써 발생하는 현상중 하나이다. 또한 도시고속도로는 램프상에서 교통혼잡 및 교통사고가 많이 발생되고 있어 이러한 교통혼잡의 문제점을 완화 또는 해소하고자, 미국을 비롯한 외국 대도시에서는 1960년대부터 고속도로상에 램프미터링전략을 개발하여 시행하고 있다. 최근에는 시시각각으로 변화하는 교통수요에 대응할 수 있는 교통수요대응식의 램프미터링기법까지 실용화되어 그 유용성이 입증되고 있다.

그러나 정부는 지역간 고속도로인 경부, 호남과 중부고속도로상의 일부 램프에 대해서 충분한 자료의 수집이나 수요예측, 본선램프, 대체도로의 용량, 기하구조, 기타 교통특성 등을 면밀하고 체계적인 분석없이 특정일(명절, 연휴기간 등)과 시간대에 램프를 폐쇄 또는 허용하는 0-1 정수계획방식의 매우 후진적인 방법으로 램프미터링을 시행하고 있는 실정이다.

또한 서울 도심내에서 유일한 도시고속도로로 볼 수 있는 청계고가차도상의 경우 교통이 혼잡한 시간대에 상류부와 하류부의 교통상황을 고려하지 못하고 일부 램프상에 신호등을 설치하여 정주기식으로 운영하거나, 방호책, 경찰의 수신호 및 순찰차 등을 이용하여 램프미터링을 시행하고 있어 시행 전보다 오히려 교통혼잡의 가중 및 도로이용효율의 저하는 물론 이용자에게도 많은 불편을 초래하고 있는 상황을 직·간접적으로 경험하고 있다.

여기서 문제점으로 제기하고자 하는 것은 선형계획법의 목적함수에 통제변수를 램프진입교통량으로 정하여 이것의 최대화가 곧 램프진출교통량을 최대화시킨다는 가정을 전제로 하고 있다는 것이다. 따라서 본인은 램프진입교통량

의 최대화가 램프진출교통량의 최대화를 이룰지 의문이 생겨 아래와 같이 2가지로 문제를 제기하고 집중 연구코자 한다.(1)

첫째, 램프미터링전략은 통상 선형계획법이 많이 사용되거나 선형계획법을 근간으로 목적함수에 가중치(β)를 Heuristic하게 추가한 후 정수계획법으로 최적램프진입교통량을 결정하여 시뮬레이션하면 어떤 차이가 있는지?

둘째, 도시고속도로 램프미터링전략의 평가를 SDI모형으로 가능한지?

II. 램프미터링技法의 考察

고속도로 교통혼잡완화를 위하여 램프미터링 방안을 선형계획법으로 처음 제시한 사람은 시대별로 여러분야에 다양하게 많으나 본 연구에서는 발표된 논문중 선형계획법과 관련된 연구자를 일부 소개하고자 한다.

J.A.Wattleworth와 D.S.Berry(2)는 침두시 교통시스템의 총여행시간 최소화는 램프진출교통량을 최대화하는 것과 동일하다는 것이다. 따라서 고속도로를 개선시키면 고속도로 및 간선도로시스템 전체가 개선될 수 있다는 것이다. 또한 교통혼잡상황에서는 실제 교통류율이 감소된다는 것을 이론적으로 설명하고 있다.

C.J.Messer(3)는 그의 박사학위 논문에서 고속도로 제어시스템과 운영을 종합하고 설계할 수 있는 방안을 선형계획으로 제시하였다. 또한 J.A.Wattleworth와 D.S.Berry에 의해서 개발된 선형계획모형을 고속도로의 많은 구간에 적용할 수 있도록 개선하였다.

L.S.Yuan과 J.B.Kreer(4)는 진입램프상에서 대기차량을 고려하여 고속도로 램프미터링레이트를 균형화시키는 모형을 제안한 바 있다.

J.J.Wang과 A.D.May(5)는 고속도로 램프진

입교통량을 최적화할 수 있는 LINCON이라는 컴퓨터모형을 개발하였는데, 이 모형은 시간대를 고정시켜 놓은 정적인(Steady-State)모형이라고 볼 수 있다. 이상의 선형계획법에 의한 최적화모형은 분석시간대를 연속적(Sequential)으로 접근하는 정적모형이라 할 수 있다. 이러한 정적인 모형을 개선시키기 위하여 C.J.Messer와 M.Papageorgiou는 분석시간대를 동시적(Simultaneous)으로 고려할 수 있는 동적인(Non Steady-State)모형을 개발하였다.

M.Papageorgiou(6)는 정적인 모델은 교통사고나 예측치 못한 교통상황이 발생하였을 경우 사용할 수 없다고 지적하였다. 그래서 그는 진입램프에서 변하는 교통량에 따라 하류부 교통흐름에 미치는 영향을 지체시간으로 계산될 수 있도록 J.A.Wattleworth와 D.S.Berry에 의해서 개발된 선형계획모형을 수정한 바 있다.

김영찬(7)은 기존의 FREQ모형에서 사용되고 있는 선형계획법을 합류부의 용량제약과 매 시간대를 동시적으로 계산하고 램프대기차량을 우회시킬 수 있도록 제약조건식을 개선한 선형계획모형을 제안한 바 있다.

박은미(8)는 전통적인 Steady-State모형을 5분 또는 15분 단위로 시간간격을 줄여서 연속적으로 접근한다 하더라도 O/D의 예측 및 링크상의 교통량을 예측하는데는 문제점이 있다고 보았다. 또한 시간간격을 동시적으로 총체적인 최적해를 구할 수 있도록 모형을 보다 현실적으로 목적함수 및 제약조건식을 수학적으로 정교하게 개선한다 하더라도 실제 적용하기 전에 시뮬레이션을 수행해보면 최적해와는 상이하게 나타나는 것을 발견할 수 있으므로 이것을 실제 적용하기 위해서는 최적화모형의 평가(Evaluation)와 Adjustment Mechanism의 필요성을 제안하였다.

이인원(9)은 램프미터링전략 수립시 기존 방

법과는 달리 교통류의 특성에 따라 통제변수(Control Variable)를 연속함수화하여 모형화할 수 없다 할지라도 정수를 다양화하여 선택할 수 있는 방안을 묵시적열거법(Implicit Enumeration)이라고 하였으며, 이 방안에서 교통류시뮬레이션을 반복하는 탐색기법으로 여러 조합 가운데 최선의 해를 찾는 접근방법을 제시한 바 있다. 즉, 연속함수식으로 모든 상황을 설정해놓고 최적해를 구하기보다는 통제방안의 정립과 교통류시뮬레이션을 이원화하여, 통제방안의 정립은 묵시적열거법으로 찾고, 교통상황의 변화는 시뮬레이션모형으로 구하는 Man-Model에 의한 반복설계(Iteration Searching)과정을 하나의 현실적인 대안으로 제시한 바 있다. 그리고 시뮬레이션모형으로 교통류의 시뮬레이션과 통행배분을 동시에 분석할 수 있는 SDI¹⁾ 모형을 사용한 바 있다.

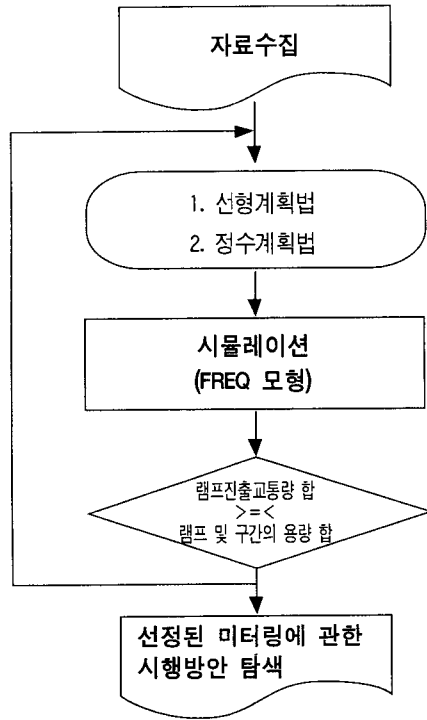
Ⅲ. 進入極大化와 進出極大化 方案의 比較

3-1 比較 考察을 위한 模擬實驗의 設計

본 연구에서는 위에서 제기된 문제를 실험하기 위하여 (그림 1)과 같은 과정으로 (그림 2)와 같은 가상적인 소규모 네트워크를 설정하여 모의 실험을 수행하여 보았다. 우선 선형계획법에 의한 최적해와 정수계획법에 의한 최적해를 구한 다음 FREQ모형으로 램프진출교통량을 시

1) SDI(Stochastic Dynamic Assignment) Model은 홍익대학교 도시공학과 교통연구실에서 이인원 교수에 의해서 개발된 도시고속도로와 간선도로를 통합하여 동시에 통행배분 및 교통류시뮬레이션을 수행할 수 있는 모형으로 상세한 내용은 "간선도로 교통류관리모형 개발연구(1994년 12월)"을 참고하기 바란다.

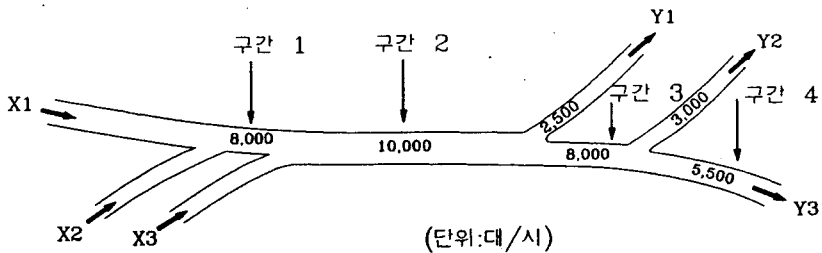
물레이션하여 보고 제기된 문제점들을 검증하는 교통I/O분석 기법을 비교 고찰하여 보았다. 여 보았으며 이를 극복하는 방안으로 볼 수 있



<그림 1> 교통류관리전략수립의 과정도

(그림 2)는 가상적인 소규모 도시고속도로 네트워크를 설정하여 본 것인데 진입램프 3개, 진출램프 3개, 본선구간의 용량 등이 설정되어

있다. X1은 본선구간이고, X2와 X3는 진입램프이며, Y1과 Y2는 진출램프이고 Y3는 본선구간이며 각기 용량이 제한될 수 있도록 하였다.



<그림 2> 도시고속도로 가상 네트워크 및 교통특성

〈표 1〉 진출입램프간 O/D비율

O/D		진출램프 (Y)			계
		1	2	3	
진입램프 (X_i)	1	0.2	0.3	0.5	1.0
	2	0.1	0.2	0.7	1.0
	3	0.3	0.3	0.4	1.0

3-2 既存 線型計画法과 整數計画法의 比較 考察

도시고속도로 램프미터링 기법을 비교하기 위하여 기존의 선형계획법과 선형계획법을 일부 변경하여 목적함수식에 진출램프의 교통특성을 나타내는 β_i 값을 추가한 정수계획법을 비교하였다.

1) 線型計画法의 適用

(1) 目的函數 및 制約條件

목적함수 및 제약조건식은 가장 단순한 선형계획법을 이용하였으며 O/D 비율은 모형의 적용실험에 용이하도록 본인이 일정하게 정하여 사용 하였다.

$$\text{Max } X_1 + X_2 + X_3$$

- s. t. $X_1 + X_2 \leq 8,000$
- $X_1 + X_2 + X_3 \leq 10,000$
- $0.2X_1 + 0.1X_2 + 0.3X_3 \leq 2,500$
- $0.3X_1 + 0.2X_2 + 0.3X_3 \leq 3,000$
- $0.5X_1 + 0.7X_2 + 0.4X_3 \leq 5,500$
- $0.8X_1 + 0.9X_2 + 0.7X_3 \leq 8,000$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0$$

여기서,

$X_1 + X_2$: 구간 1의 용량

$X_1 + X_2 + X_3$: 구간 2의 용량

$0.2X_1 + 0.1X_2 + 0.3X_3$: 램프 Y₁의 진출교통량

$0.3X_1 + 0.2X_2 + 0.3X_3$: 램프 Y₂의 진출교통량

$0.8X_1 + 0.9X_2 + 0.7X_3$: 구간 3의 용량

$0.5X_1 + 0.7X_2 + 0.4X_3$: 구간 4의 용량

X_1 : 본선, X_2, X_3 : 진입램프

(2) 最適解 算定

선형계획법의 최적해를 계산한 결과 목적함수와 제약조건식을 만족하는 값은 다수 존재하겠지만 본 연구에서는 4가지 대안만 작성하였는데 대안 1은 기존에 많이 사용되고 있는 LINDO프로그램을 이용한 것이고, 대안 2에서 4는 직접 해를 구한 것이다. 여기에서 볼 수 있듯이 선형계획법을 응용한 진입극대화 모형의 문제점은 최적해가 유일해로써 존재하지 않는다는 것이다. 또한 대안 1의 경우 X_1 본선구간의 목적함수값으로 0이 도출된 결과는 X_1 이 본선 구간이라는 것을 제약하지 않고 최적해를 산정한 결과라고 판단된다.

〈표 2〉 대안별 최적해 산정

(단위:대/시)

구분	대안 1	대안 2	대안 3	대안 4
X_1	0	6,000	2,100	3,000
X_2	2,501	2,000	2,800	2,000
X_3	7,499	2,000	5,100	5,000
$\sum X_i$ 목적함수값	10,000	10,000	10,000	10,000

※ 대안1 - LINDO:선형계획법 프로그램, 대안2 - 4 Manual:직관과 경험적으로 최적해를 구함

(3) 시뮬레이션 結果

선형계획법에 의한 4개의 대안을 FREQ모형으로 시뮬레이션 해본 결과 〈표 3〉에서와 같이 대안 2가 램프진출교통량의 합이 최대인 것으로 나타났는데 그 이유는 본선 및 램프의 용량에 비하여 그 수요가 초과하지 않은데서 기인한다고 볼 수 있다.

로 나타났는데 그 이유는 본선 및 램프의 용량에 비하여 그 수요가 초과하지 않은데서 기인한다고 볼 수 있다.

〈표 3〉 FREQ시뮬레이션 결과

(단위:대/시)

구분	대안 1	대안 2	대안 3	대안 4
Y_1	1,500	1,255	859	1,074
Y_2	1,650	2,145	1,048	1,307
Y_3	2,850	4,738	4,523	4,737
$\sum Y_i$	6,000	8,138	6,430	7,118

2) 整數計劃法の 適用

정수계획법은 기존 선형계획법에 직관력과 경험(Heuristic Approach)치로 β_i 를 단위 증가시켜 가면서 램프진출교통량의 합이 늘어나는 비율을 β_i 값으로 목적함수식에 추가하는 방안을 연구하였다.

정수계획법을 이용하는 이유는 실제적으로 교통량 통제보다는 차선통제를 한다는 의도도 내포되어 있으나 보다 근본적인 고려사항은 β_i 값이 개략적인데 있다 하겠다. 정수계획법으로 전환함에 따라 문제의 접근이 달라지는 등 장 단점이 적지 않은데 이는 추후에 언급하기로 하고 우선 FREQ모형으로 시뮬레이션 한 결과를 비교 고찰키로 한다. 제약조건식의 형태는 위의 선형계획법과 동일하나 실무적으로 적용

이 용이하도록 i 진입램프의 차선당 용량 a_i 를 대입한 것이 특징이며 다음과 같은 정수계획모형식에 의해서 결과를 도출하였다.

(1) 目的函數 및 制約條件式

$$\begin{aligned} & \text{Max } \beta_1 a_1 X_1 + \beta_2 a_2 X_2 + \beta_3 a_3 X_3 \\ & \text{s.t. } a_1 X_1 + a_2 X_2 \leq 8,000 \\ & \quad a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 \leq 10,000 \\ & \quad 0.2 a_1 X_1 + 0.1 a_2 X_2 + 0.3 a_3 X_3 \leq 2,500 \\ & \quad 0.3 a_1 X_1 + 0.2 a_2 X_2 + 0.3 a_3 X_3 \leq 3,000 \\ & \quad 0.8 a_1 X_1 + 0.9 a_2 X_2 + 0.7 a_3 X_3 \leq 8,000 \\ & \quad 0.5 a_1 X_1 + 0.7 a_2 X_2 + 0.4 a_3 X_3 \leq 5,500 \\ & \quad X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0 \quad \forall 1,2,3 \\ & \quad X_1 = \{0,1,2,3,4,5\}, X_2 = \{0,1,2\}, X_3 = \{0,1,2\} \end{aligned}$$

여기서 $X_i : 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 는 차선수
 $a_i : i$ 차선당 용량
 $\beta_i : i$ 진입램프교통량을 단위증가
 (1,000대/시)함에따라 총진출램
 프교통량 합이 변화량을 나타
 내는 가중치

(2) a_i 의 設定
 a_1, a_2, a_3 는 진입램프의 차선당 용량으로서
 본선과 램프로 구분하여 본선인 a_1 은 2000대/시,
 램프 a_2, a_3 는 각각 1,400대/시로 설정하였다.

〈표 4〉 차선당 a_i 설정

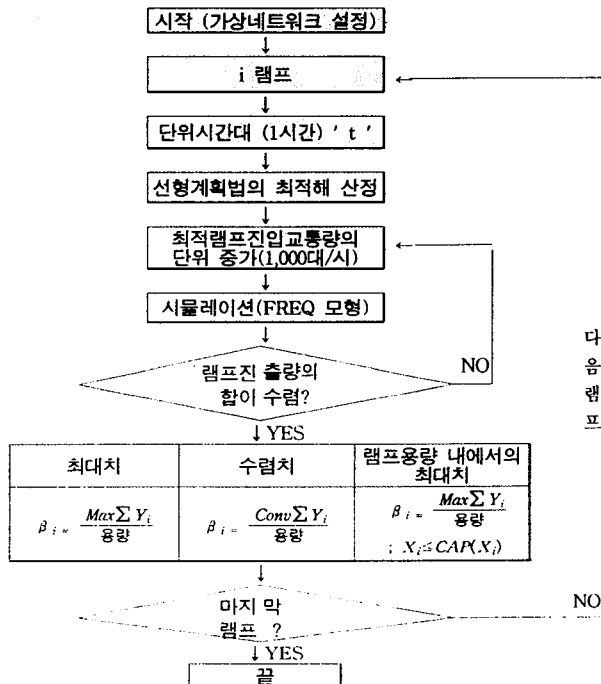
(단위: 대/시/차선)

진입램프	교통량	비고
a_1	2,000	본선
a_2	1,400	램프
a_3	1,400	램프

(3) 加重值 β_i 의 決定

〈그림 3〉은 선형계획법에서 설정한 대안에
 차선당 용량을 추가하여 Heuristic한 방법으로
 각 램프진입교통량을 1,000단위씩 시켜가면서

FREQ 모형으로 시뮬레이션했을 때 최대치, 수
 량치, 용량의 범위내에서 최대치 3가지로 β_i 값
 결정하였으며 (그림3)은 연구 수행 과정도이다.



〈그림 3〉 β 값 결정을 위한 과정도

- ① X_i 값을 1000단위씩 증가시켰을 때 $\sum Y_i$ 가 갖는 최대값 선정

$$\beta_i = \frac{\text{Max } \sum Y_i}{\text{용량}}$$

- ② X_i 값을 1000단위씩 변화시켰을 때 시물레이션 결과중 수렴치 선정

$$\beta_i = \frac{\text{수렴치}}{\text{용량}}$$

- ③ X_i 값을 1000단위씩 변화시켰을 때 $\sum Y_i$ 의 시물레이션 결과값 중 $X_i \leq \text{Cap}_i$ 인 조건하에서 $\sum Y_i$ 의 최대값 선정

즉 X_i 값은 어떻게 설정하여 β_i 값을 추정하는가에 따라 몇가지 방안을 고안하여 본 것인데 예를 들어 진입램프 X_1, X_2, X_3 3개가 있을 경우 X_2, X_3 는 고정시키고 X_1 을 1,000(대/시)씩 증가시켜 FREQ모형으로 시물레이션한 다음 3가지 유형에 따라 β_i 값을 구한 결과는 <표 5>와 같다. <표 5>와 (그림4)에서 보는 바와 같이 β_1 은 램프 진출교통량의 최대치가 8,847(대/시)에 수렴하고, β_2 와 β_3 는 대안에 따라 다양한 결과를 보이고 있으나 대안2가 최대인 8,138(대/시)로 최대진출하는 것으로 나타났다.

<표 5> 가중치 β_i 의 결정

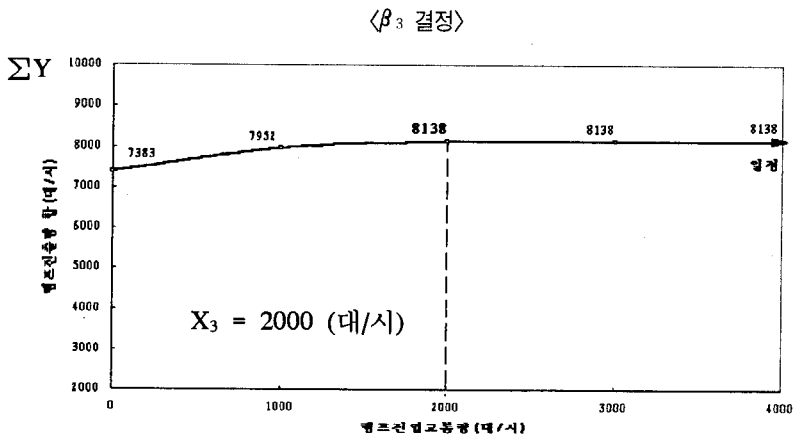
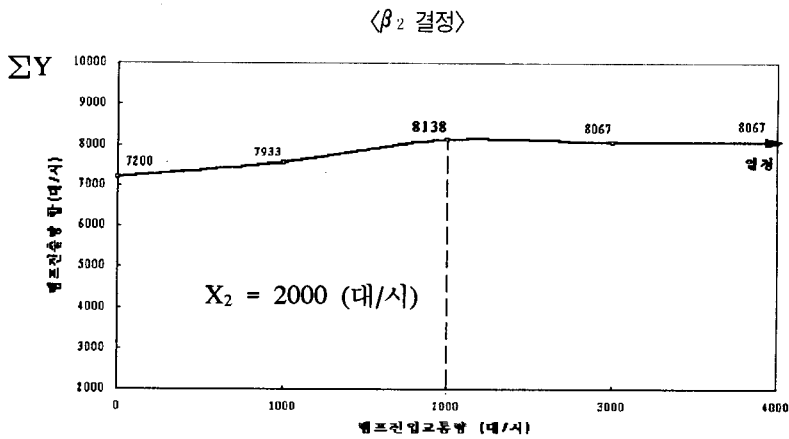
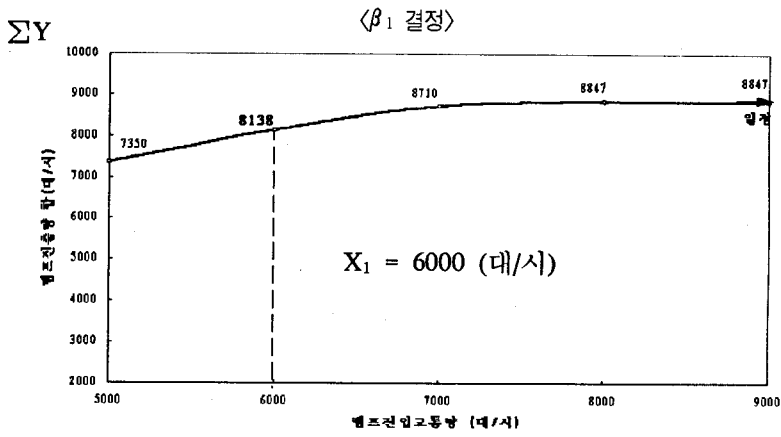
구분	대안 1			대안 2			대안 3			대안 4		
	①	②	③	①	②	③	①	②	③	①	②	③
β_1	0.8847	0.8847	0.6000	0.8847	0.8847	0.8138	0.8847	0.8847	0.7012	0.8847	0.8847	0.7812
β_2	0.6000	0.6000	0.6000	0.8138	0.8138	0.8138	0.7900	0.4894	0.7900	0.7118	0.5251	0.7118
β_3	0.6000	0.6000	0.6000	0.8138	0.8067	0.8138	0.6506	0.6506	0.6430	0.7134	0.7134	0.7118

위에서 결정된 a_i 값과 β_i 값을 이용하여 기존 선형계획법을 <표 6>과 같이 3가지 방법으로 얻

어진 β_i 을 가지고 조합하여 12개의 정수계획모형을 만들어서 최적해를 도출하여 보았다.

<표 6> 새로운 목적함수 및 제약조건식

		목적함수의 변경			제약조건의 변경
기존 선형계획모형		$X_1 + X_2 + X_3$			s, f $X_1 + X_2 \leq 8,000$ $X_1 + X_2 + X_3 \leq 10,000$ $0.2X_1 + 0.1X_2 + 0.3X_3 \leq 2,500$ $0.3X_1 + 0.2X_2 + 0.3X_3 \leq 3,000$ $0.5X_1 + 0.7X_2 + 0.4X_3 \leq 5,500$ $0.8X_1 + 0.9X_2 + 0.7X_3 \leq 8,000$
정수계획으로 변경된 모형	대안 1	$1,769X_1 + 840X_2 + 840X_3$	$1,769X_1 + 840X_2 + 840X_3$	$1,200X_1 + 840X_2 + 840X_3$	s, f $2,000X_1 + 1,400X_2 \leq 8,000$ $2,000X_1 + 1,400X_2 + 1,400X_3 \leq 10,000$ $400X_1 + 1,400X_2 + 420X_3 \leq 2,500$
	대안 2	$1,769X_1 + 1,139X_2 + 1,139.1X_3$	$1,769X_1 + 1,129.4X_2 + 1,139.5X_3$	$1,769X_1 + 1,139.3X_2 + 1,139.3X_3$	$100X_1 + 280X_2 + 420X_3 \leq 3,000$
	대안 3	$1,769X_1 + 1,106X_2 + 910.8X_3$	$1,769X_1 + 1,106X_2 + 910.8X_3$	$1,402.4X_1 + 1,106X_2 + 900.2X_3$	$1,000X_1 + 980X_2 + 560X_3 \leq 5,500$
	대안 4	$1,769X_1 + 996.5X_2 + 998.8X_3$	$1,769X_1 + 735.1X_2 + 998.8X_3$	$1,562.4X_1 + 980X_2 + 996.5X_3$	$1,600X_1 + 1,260X_2 + 980X_3 \leq 8,000$



〈그림 4〉 대안2

(5) 最適解 算定
LINDO프로그램을 이용하여 정수계획법의 최적해는 대안 1과 3의 경우 ①방법으로 β 값을

결정한 경우가 가장 크게 나타났고, ①와 ②는 모두 동일한 것으로 나타났다.

<표 7> 최적해 산정

(단위:대/시)

		대안 1			대안 2			대안 3			대안 4		
		①	②	③	①	②	③	①	②	③	①	②	③
정수해	X ₁	4	4	0	4	4	4	4	4	0	4	4	4
	X ₂	0	0	2	0	0	0	0	0	3	0	0	0
	X ₃	1	1	5	1	1	1	1	1	4	1	1	1
최적 램프진입 교통량	X ₁	8000	8000	0	8000	8000	8000	8000	8000	0	8000	8000	8000
	X ₂	0	0	2800	0	0	0	0	0	4200	0	0	0
	X ₃	1400	1400	7000	1400	1400	1400	1400	1400	5600	1400	1400	1400
$\sum X_i$		9400	9400	9800	9400	9400	9400	9400	9400	9800	9400	9400	9400

(6) 시뮬레이션 結果
정수계획법의 최적해를 FREQ에 의하여 시뮬

레이션한 결과 <표 7>과는 반대로 ①과 ②의 경우가 램프진출교통량이 큰 것으로 분석되었다.

<표 8> 시뮬레이션 結果

(단위:대/시)

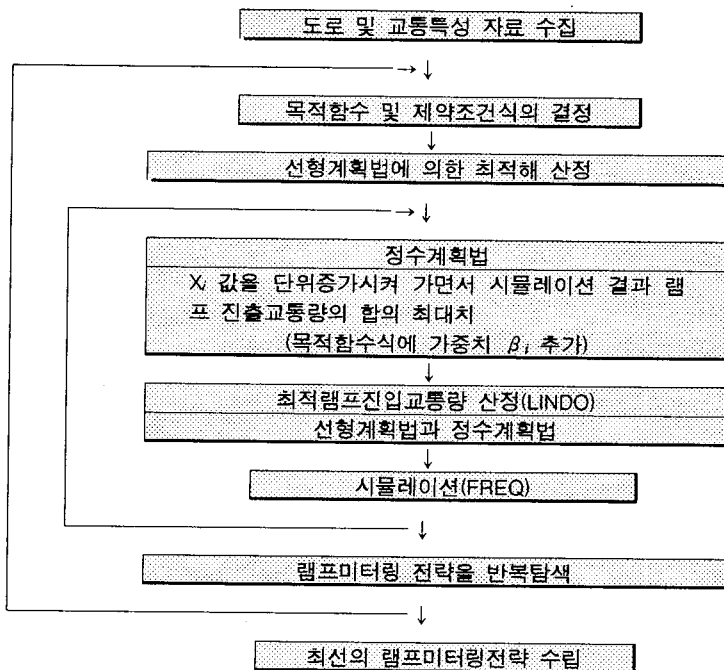
구 분	최적해		FREQ 시뮬레이션 후 (램프진출교통량)
	$\sum X_i^{(1)}$	$\sum Y_i^{(2)}$	$\sum Y_i$
선형계획법	10,000	10,000	8,138
	X ₁ = 6,000	Y ₁ = 2,000	Y ₁ = 1,255
	X ₂ = 2,000	Y ₂ = 2,800	Y ₂ = 2,145
	X ₃ = 2,000	Y ₃ = 5,200	Y ₃ = 4,738
정수계획법	9,400	9,400	8,667
	X ₁ = 8,000	Y ₁ = 2,020	Y ₁ = 1,719
	X ₂ = 0	Y ₂ = 2,820	Y ₂ = 2,400
	X ₃ = 1,400	Y ₃ = 4,560	Y ₃ = 4,548

주 : 1) 진입램프 수요가 없을 때 최적해 2) <표 1>의 O/D로 계산하여 얻은 수치

3) 管理戰略樹立을 爲한 技法의 定立

- 선형계획법에 의한 최적 램프진입교통량은 시뮬레이션 후 램프진출교통량 합을 최대화를 이루지 않는 것으로 분석되었다.
- 선형계획법은 목적함수를 만족하는 최적해가 다수 존재하여 LINDO 등의 프로그램을 이용하여 구한 최적해가 최선의 해가 아닌 것으로 나타났다.
- 선형계획법의 목적함수에 가중치인 β_i 값을 추가시켜 정수계획법으로 구한 최적 램프진입교통량을 시뮬레이션결과 램프진출교통량은 선형계획법보다 증대된 것으로 나타났다.

- 시뮬레이션모형으로 사용된 FREQ는 HCM상의 엇갈림, 합류 등을 반영하여 분석할 수 있도록 되어 있으나, β_i 값을 결정해본 결과 일정한 값으로 수렴하고 있어 교통류를 분석하는데는 일부 한계가 있으나 선형계획법보다는 다소 섬세하게 분석할 수 있음을 발견하였다.
- 선형계획법을 근간으로하여 선형계획법의 목적함수에 램프별 교통특성 등을 대표하는 가중치 β_i 값을 추가하여 최적해 및 시뮬레이션을 수행하는데 수행과정은 (그림 5)와 같다.



<그림 5> 램프미터링전략 수립절차

〈표 9〉 3기법의 종합비교

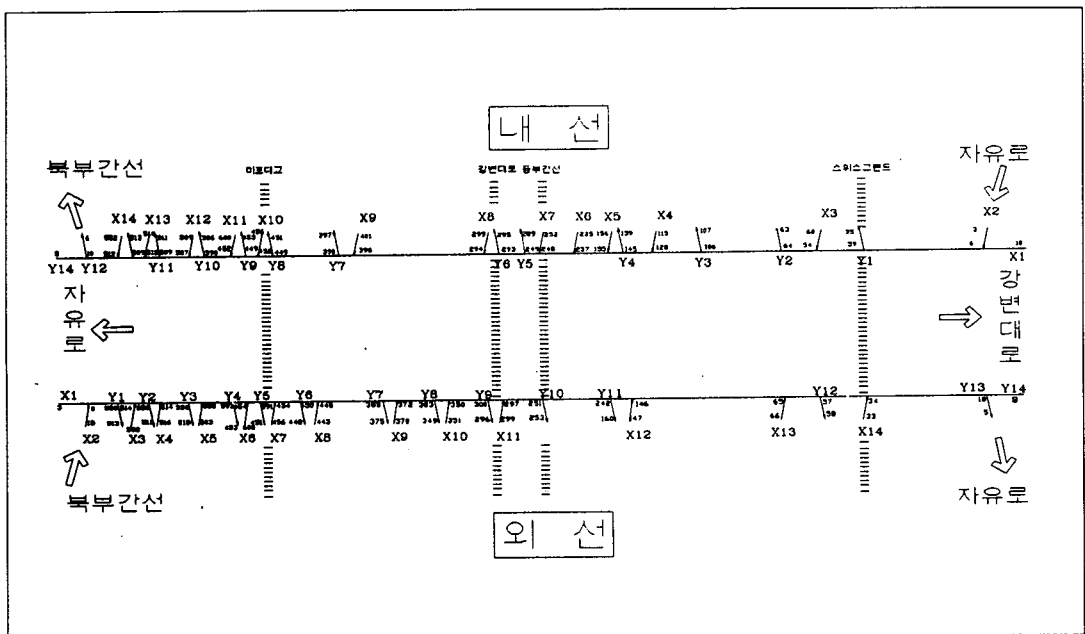
(단위:대/시)

구분	선형계획법	정수계획법
X ₁	6,000	8,000
X ₂	2,000	0
X ₃	2,000	1,400
최적해(해) $\sum Y_i$	10,000	9,400
Y ₁	1,255	1,719
Y ₂	2,145	2,400
Y ₃	4,738	4,548
시뮬레이션 후 $\sum Y_i$	8,138	8,667

IV. 模 擬 事 例 研 究

제Ⅲ장에서 비교 검토된 선형계획법, 정수계획법은 실용적인 접근방법을 통하여 설계 제시하여 보고 실제 대상을 놓고 검증하여 보기로 한다. 실제 사례대상으로는 서울시가 1998년 말에 개통하게 될 내부순환도시고속도로를 대상으

로 하였는데 편의상 내선과 외선으로 구분하였으며 순환도로(Ring Road)형태를 직선형태로 펴서 (그림 6)와 같이 재 구성하여 적용하였다. 이러한 접근은 기존 기법을 이용하기 위한 것인데 앞으로 동태적분석에 있어 논점이 있음에 유의하기 바란다.



〈그림 6〉 내부순환도시고속도로 네트워크도

4-1 線型計画法을 그대로 適用한 境遇

1) 概要

본 연구에서는 도시고속도로 램프미터링 전략수립시 기존의 모형들은 교통류가 Steady-State 상황을 반영하기 때문에 시간대를 연속적(Sequential)으로 하고 있지만, M.Papageorgiou모형은 대상구간의 통행시간을 고려하여 시간대를 동시적(Simultaneous)으로 분석할 수 있는 Non Steady-State모형을 선정하여 적용하였다.

2) 數式

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I X_i(k)(K-k+1) \\ \text{st. } & q_j^i(k) \leq B_j(k) \quad \forall j, k \\ & \sum_{k=1}^K X_i(k) \leq \sum_{k=1}^K D_i(k) \quad \forall i, k \\ & X_i(k) \geq 0 \quad \forall i, k \end{aligned}$$

여기서,

$X_i(k)$: k시간대 진입램프 i의 교통량

$q_j^i(k)$: k시간대에 j구간에서 시간지체에 따른 j번째 교통량

$B_j(k)$: k시간대 구간 j의 용량

$D_i(k)$: k시간대 진입램프 i의 수요

$i=1, \dots, I$: 진입램프의 갯수

$j=1, \dots, J$: 구간의 갯수

$k=1, \dots, K$: 시간대의 갯수

$f=1, \dots, i+1$: 한 시간대동안의 시간흐름에 의한 교통량변화의 횟수

K : 시간대의 갯수

3) 長點

- 전 시간대를 동시적으로 (Non Steady-

State)한 최적해 산출이 가능하다.

- 단위 시간대동안 실제 교통류의 변화를 분석하는데 유용하다.

4) 短點

- 시간의 흐름을 고려하기 때문에 추가된 제약식의 개수는 시간대수와 진입로수에 따라 $K \times J \times (I+1)/2$ 로 증가되어 많은 컴퓨터 용량과 시간이 필요하다.

4-2 整數計画法을 適用할 境遇

1) 概要

기존의 선형계획법에 램프진입교통량을 직관적이고 경험적으로 단위증가시켜 시뮬레이션한 후 램프진출교통량의 합을 최대화시킬 수 있도록 M.Papageorgiou선형계획법의 목적함수식에 가중치를 추가하고, 제약조건식은 선형계획법과 동일하게 사용하였다.

2) 數式

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \beta_i a_i X_i(k)(K-k+1) \\ \text{st. } & a_i q_j^i(k) \leq B_j(k) \quad \forall i, j, k \\ & a_i X_i = T_i \\ & \sum_{k=1}^K a_i X_i(k) \leq \sum_{k=1}^K T_i(k) \quad \forall i, k \\ & X_i(k) \geq 0 \quad \forall i, k \end{aligned}$$

여기서,

X_i : 진입 램프 i의 교통량 '(0, 1, 2, 3, 4, 5)'

T_i : 진입램프 i의 교통수요

B_j : 구간 j의 교통용량

$i = 1, 2, 3 \dots I$: 진입램프 갯수

a_i = 본선 및 램프 용량(대/시/차선)

β_i = 진입램프 i 의 교통량을 단위 증가함에 따른 ΣY_i 의 변화량의 계수

3) 長點

- 목적함수를 여러개 가지고도 쉽게 접근이 가능하다.
- 기존 선형계획법을 개선시켰기 때문에 실제 운영 및 개념화가 용이하다.
- Implicit Enumeration 등으로 추가적인 탐색이 용이하다.

4) 短點

- 진입램프교통량을 단위증가시킴에 따른 시뮬레이션을 반복으로 소요시간이 과다하다.

5) 事例地域의 β 決定 過程

β 값이 사례지역에 적용되기 위해서는 시간대 별로 각각 다른 값을 갖기 때문에 각각의 시간대

에 맞는 최적해를 FREQ에 적용하여 모든 경우를 시뮬레이션 하여 β 값을 결정해 주어야 한다.

이 결정과정에서 램프진출량의 합이 더 이상 증가하지 않고 일정한 값을 유지할 때 그 때까지의 램프진출량의 합 중 제3장의 가상네트워크에서 적용해보았듯이 램프진출교통량의 총합이 최대치와 수렴치가 시뮬레이션 결과 동일하게 나타났기 때문에 가장 큰 값을 선택하여 본 선최대진입허용용량에 대한 비율로 β 값을 결정하였다.

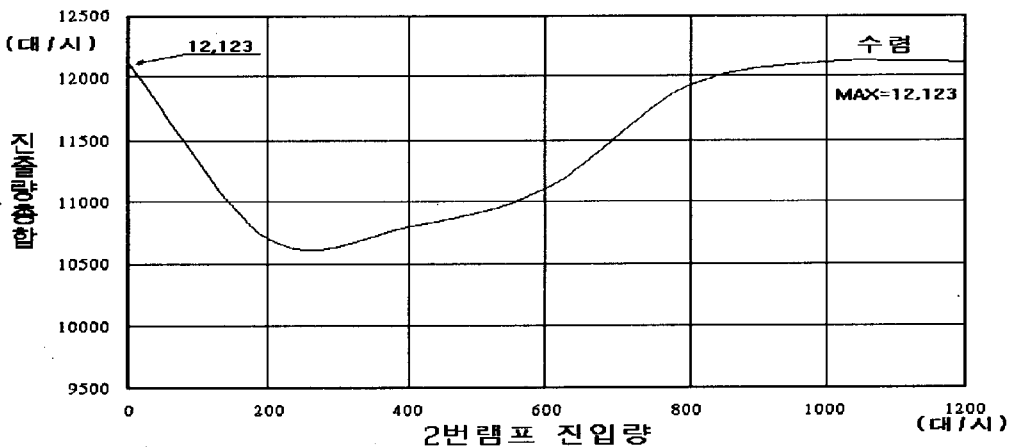
여기서 1번램프는 본선구간이므로 미터링 제약은 하지 않았다. 따라서 3번부터 14번 까지를 고정시켜 놓은 후 나머지램프의 진입량을 단위 증가시키면서 진출램프의 합을 기록해 나가는 방법을 사용하였으며, 본 연구에서는 시간당 200대씩 단위증가하여 계산하였다.

시뮬레이션 결과 2번램프의 미터링레이트가 1,000대/시가 넘으면서부터 진출량의 합이 일정

<표 10> 2번 진입램프교통량 증가에 따른 총진출램프교통량의 변화량

(단위:대/시)

X_2	0	200	400	600	800	1,000	1,200	...
ΣY	12,123	10,707	10,801	11,112	11,930	12,123	12,123	수렴 (12,123)



<그림 7> FREQ 시뮬레이션후 2번 램프진출교통량의 총합 변화

한 값으로 나타났다. 이 표에서 보면 2번램프의 진입허용을 아무리 변화시켜도 진출량의 합이 12,123대/시 이상은 되지 않으며 이 값은 가장 큰 램프진출교통량의 합(MAX($\sum Y_{it}$))을 나타낸다.

2번램프의 진입교통량을 200대/시씩 증가시켜 시물레이션해본 결과 총램프진출교통량의 최대값 및 수렴치는 12,123대/시이며, 본선의 최

대용량은 8,272대/시이다. 즉 본선 최대용량에 대한 해당 램프교통량의 단위증가에 따른 최대 진출교통량과의 비가 β 가 된다.

$$\beta = \text{최대유출량} / \text{구간용량} = \text{MAX}(Y_i) / B_i$$

그러므로 2번째 진입램프 시간대 1의 램프특성가중치 $\beta_{21} = 12,123 / 8,272 \approx 1.465$ 가 된다.

<표 11> 사례도로의 진입램프별, 시간대별 β 값

램프	내 선				외 선			
	시간대 1	시간대 2	시간대 3	시간대 4	시간대 1	시간대 2	시간대 3	시간대 4
X2	1.465	1.553	1.562	1.573	1.640	1.615	1.676	1.582
X3	1.501	1.547	1.573	1.577	1.641	1.613	1.676	1.606
X4	1.465	1.520	1.550	1.577	1.641	1.623	1.721	1.699
X5	1.487	1.517	1.558	1.545	1.701	1.623	1.719	1.767
X6	1.510	1.525	1.565	1.568	1.777	1.464	1.564	1.582
X7	1.509	1.512	1.532	1.527	1.839	1.460	1.563	1.580
X8	1.867	1.909	1.928	1.909	1.904	1.912	1.719	1.963
X9	1.568	1.628	1.655	1.660	1.977	1.978	1.606	1.625
X10	1.565	1.603	1.636	1.648	2.061	1.603	2.176	2.133
X11	1.640	1.664	1.688	1.696	2.451	1.668	2.506	2.466
X12	1.567	1.606	1.603	1.612	2.103	1.668	2.269	2.177
X13	1.666	1.713	1.731	1.721	1.847	1.897	2.000	1.950
X14	1.567	1.603	1.636	1.648	2.065	2.181	2.232	2.134

4-3 效果測定 方案

앞에서 언급된 3가지 기법을 실제 사례지역에 적용시켜 얻은 최적해(해)를 FREQ와 SDI모형으로 시물레이션하여 효과를 측정하였다. 침투1시간(07:00~08:00)은 15분단위(4Time Slice)로 나누어 시물레이션 하였다. 또한, 내부순환도 시고속도로의 총 진출입램프수가 동일하게 (그림 6)와 같이 32개에서 28개(진입14, 진출14)로 조정하였다.

(1) FREQ모형에 의한 시물레이션

본 연구에서 사용된 FREQ모형은 1960년대

말부터 현재까지 계속 개선되어오고 있는 거시적인 고속도로 시물레이션 모형중의 하나이다. 이 모형은 고속도로의 본선 위주로 최적화 및 시물레이션 기능이 수행하게 되어 있어 램프 및 대체도로의 교통특성반영이 미흡하다. 따라서 본연구에서는 고속도로 램프미터링 교통류 관리전략 평가모형으로 많이 사용되고 있는 FREQ모형을 사용하여 시물레이션 하였다.

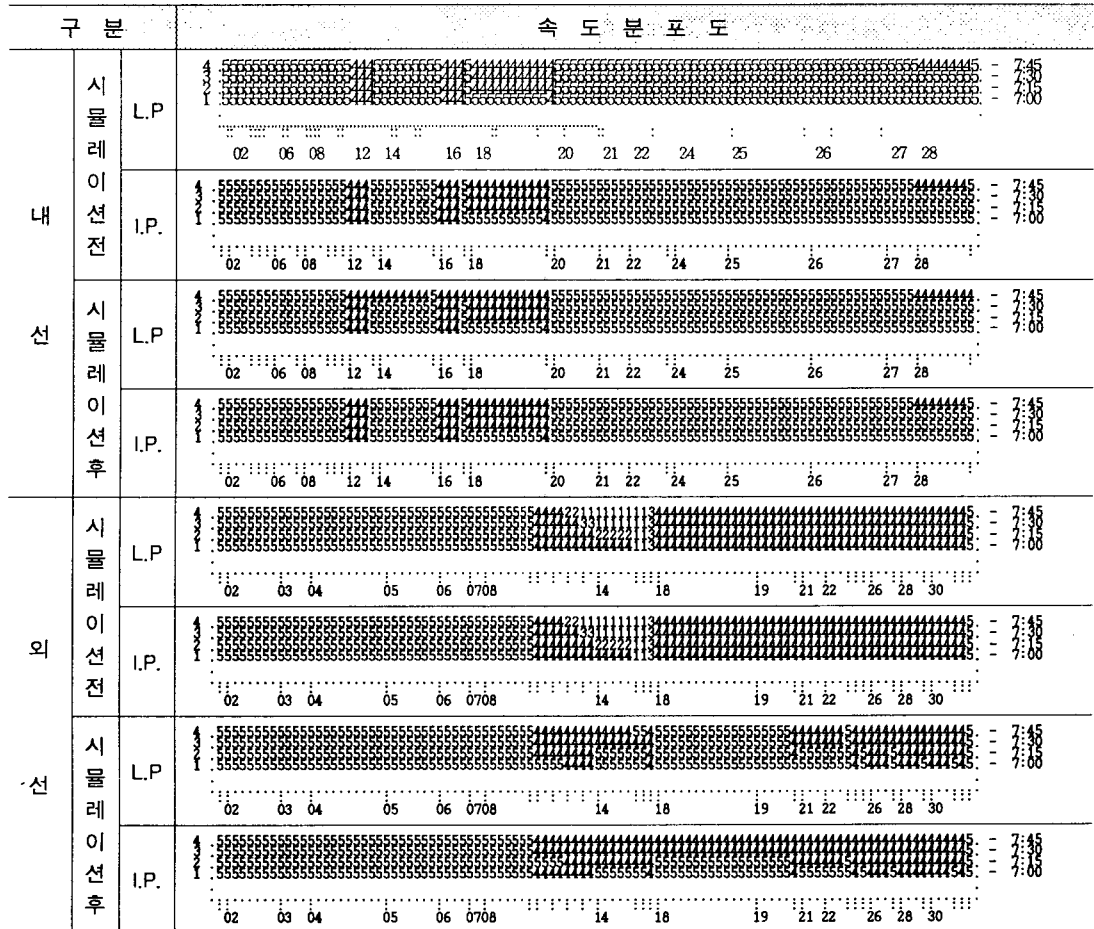
시물레이션 결과 램프진출입교통량이 선형계획법보다는 정수계획법이 모두 많이 처리하고 있는 것으로 나타났으며, 또한 진출입교통량이 동일한 이유는 FREQ모형이 정적인 모형인 데서 기인한 것으로 판단된다.

<표 12> 전략별 램프미터링 시행 전.후 비교(FREQ)

(단위:대/시)

구 분		내 선		외 선		계	
		진 입	진 출	진 입	진 출	진 입	진 출
선형계획법	최적해	15,720	15,720	14,880	14,880	30,600	30,600
	시뮬레이션 후	12,636	12,636	12,257	12,257	24,893	24,893
정수계획법	최적해	16,280	16,280	15,070	15,070	31,350	31,350
	시뮬레이션 후	14,485	14,485	12,258	12,258	26,743	26,743

(그림 8)은 램프미터링 시행전후의 평가항목 을 Contour Map으로 비교 한 것이다.
을 속도로 선정하여 선형계획법과 정수계획법



주) 1: 10-19 MPH, 2: 20-29 MPH, 3: 30-39 MPH, 4: 40-49 MPH, 5: 50-59 MPH을 나타냄.

L.P. : 선형계획법, I.P. : 정수계획법

<그림 8> 램프미터링 시행전.후 속도 Contour Map (FREQ)

(2) SDI模型에 의한 시뮬레이션

SDI모형은(9) 당초에 교통계획을 위한 정적 모형으로 개발되었으나, 최근에는 교통상황에 탄력적으로 대응할 수 있도록 동적모형으로 개선하여 교통계획 및 교통공학용으로 사용될 수 있도록 되어있다.

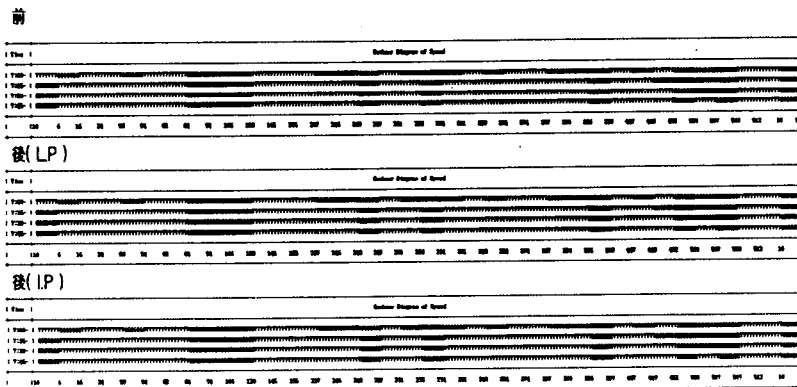
본 연구 결과를 종합해보면 FREQ와 SDI모형의 특성 차이는 있으나 최적해와시뮬레이션 결과는 명확히 차이가 있는 것으로 분석되었으며, 또한 선형계획법과정수계획법중에서램프진출교통량을 최대화 시키는 전략으로는 선형계

획법 외에 정수계획법의 적용도 가능성을 발견하였다.

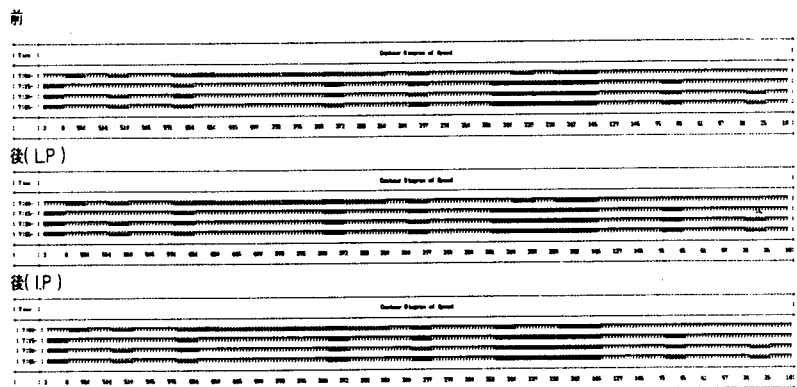
또한 시뮬레이션 결과 램프진출교통량의 합이 큰 순으로는 정수계획법, 선형계획법으로 최적해와는 다른 것으로 나타났다.

그러나 FREQ와는 달리 SDI모형으로 시뮬레이션 결과 최적해보다는 램프진출입교통량이 적으나, 램프진입교통량보다 램프진출교통량이 많게 나타났는데 SDI모형이 동적인모형으로써 기능을 수행하고 인는데서 기인한 것이라고 판단된다.

<내선>



<외선>



주) 1: 10-19 kph, 2: 20-29 MPH, 3: 30-39 MPH, 4: 40-49 MPH, 5: 50-59 MPH을 나타냄.

LP : 선형계획법, IP : 정수계획법

<그림 9> 램프미터링 시행전.후 속도 Contour Map (SDI)

〈표 13〉 전략별 램프미터링 시행 전·후 비교(SDI)

(단위:대/시)

구분		내선		외선		계	
		진입	진출	진입	진출	진입	진출
선형계획법	최적해	15,720	15,720	14,880	14,880	30,600	30,600
	시뮬레이션 후	3,546	6,524	4,047	4,460	7,593	10,984
정수계획법	최적해	16,280	16,280	15,070	15,070	31,350	31,350
	시뮬레이션 후	3,697	6,838	4,840	4,634	8,537	11,472

V. 結論

5-1 綜合結論

본 연구에서 수행된 대도시 교통류관리전략 중 하나인 도시고속도로 램프미터링기법의 연구결과를 종합하면 다음과 같다.

첫째, 기존 시행되고 있는 도시고속도로 램프미터링기법의 대부분은 선형계획법에 의해 최적해를 구한 후 시뮬레이션한 결과를 토대로 시행하게 된다. 그러나 본 연구에서 발견된 바에 의하면, 선형계획법에 의해서 구한 최적해(램프미터링레이트)가 시뮬레이션 후에 정수계획법보다 램프진출교통량을 최대화시키지 못함을 발견하였다.

둘째, 선형계획법의 목적함수 및 제약조건식에 교통특성 등을 반영할 수 있도록 가중치를 추가한 정수계획법도 램프미터링전략 수립 평가모형으로 적용할 수 있음을 발견하였다.

셋째, 도시고속도로 램프미터링전략수립을 위해 먼저 선형계획법을 바탕으로 하되 여기에 교통특성 및 도로구조 등 가중치를 추가한 정수계획법으로 최적해를 구한 다음, Man-Model에 의한 반복과정을 거쳐 최선의 램프미터링전략을 단계적으로 수립하는 것이 타당하리라 판단되어 이를 실용화하기 위해서는 추가 연구가 필요하다고 판단된다.

넷째, 도시고속도로 램프미터링전략의 시뮬레이션은 동적인 SDI모형으로도 가능한 것으로 나타났다.

5-2 앞으로의 研究課題

첫째, 대도시 도시고속도로의 교통류관리전략 중 하나인 램프미터링 기법은 통제변수로 램프진입교통량 극대화방법인 선형계획법에 의존할 것이 아니라 목적함수에 가중치를 추가하는 정수계획법에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

둘째, 최선의 램프미터링전략은 위 과정을 반복수행하여 수립하고, 시시각각으로 변화되는 실시간 자료(O/D, 대기차량, 지체시간 등)가 감안된 시뮬레이션 모형의 개발과 효과측정이 필요하다.

셋째, 동적통행배분 및 교통류시뮬레이션을 이원화 또는 일원화하여 교통류관리를 수행해 왔으나 이에 대한 연구도 추가되어야 할 것으로 판단된다. 또한 도로관리와 교통정보를 분산 또는 통합관리하는 방안도 관해서도 종합적으로 연구 검토되어야 할 것이다.

넷째, 금회 연구과정에서 계재는 못하였지만 Leontief의 I/O기법을 적용하여 허용가능한 램프진출교통량을 먼저 결정한 다음 램프진입교통량을 결정하는 교통I/O기법에 대하여 향후 추가적인 연구가 필요하다.

참고문헌

- (1) 김대호, 대도시 교통류관리에 관한 연구, 홍익대학교 공학박사 학위논문, 1996.2,
- (2) J.A.Wattleworth & D.S.Berry, Peak Period Control of a Freeway System - Some Theoretical Investigations, HRR 89,1965, P 1
- (3) C.J.Messer, A Design and Synthesis of a Multilevel Freeway Control System and a Study of its Associated Operational Control Plan, Ph.D Dissertation, Texas A&M University, College Station, 1969
- (4) L.S.Yuan & J.B.Kreer, Adjustment of Freeway Ramp Metering Rate to Balance Entrance Ramp Queues, TR. Vol.5, 1971, P 127-133
- (5) J.J.Wang & A.D.May, Computer Model for Optimal Freeway On-Ramp Control, HRR459, 1973, P 1
- (6) M.Papageorgiou, A New Approach to Time-of-Day Control Based on a Dynamic Freeway Traffic Model, TR.Vol,1413, 1980, PP 349-360
- (7) 김영찬, 고속도로 램프미터링을 위한 선형 계획모형의 개선, 대한교통학회 제24회 학술 발표회, 1993.10, PP 1-3
- (8) 박은미, Critical Assessment of the Features of Two Ramp Metering Optimizaion Model, 대한교통학회 제25회 학술발표회, 1994.2, PP 3-18
- (9) 이인원, 도시간선도로 교통류관리를 위한 교통모형의 개발 및 검증, 대한교통학회지, 제13권 제4호, 1995.
- (10) W.W.Leontief, The Structure of American Economy 1919-1939, 2nd ed., Oxford University Press, Fair Lawn, N.J, 1951
- (11) 건설부, 도로교통편람, 1992

< 附 錄 >

I. 선형계획법 및 정수계획법의 입력자료

M.Papageorgiou 모형 사용 : 1시간을 4 Time Slices(15분) 구분

< 구간별 O/D표 >

1) 내선

구분	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	
07:00	X1	1.00	0.68	0.38	0.37	0.37	0.37	0.20	0.20	0.17	0.16	0.10	0.09	0.08	0.04
	X2		0.31	0.11	0.10	0.10	0.10	0.07	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
	X3			0.45	0.31	0.31	0.31	0.14	0.14	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.04
	X4				0.87	0.87	0.87	0.53	0.53	0.38	0.33	0.31	0.29	0.27	0.19
	X5					1.00	1.00	0.69	0.69	0.55	0.49	0.43	0.36	0.32	0.22
	X6						1.00	0.72	0.72	0.55	0.47	0.34	0.30	0.22	0.13
	X7							0.76	0.76	0.54	0.43	0.36	0.32	0.30	0.22
	X8								1.00	0.91	0.83	0.67	0.54	0.43	0.26
	X9									0.74	0.53	0.42	0.24	0.15	0.04
	X10										0.85	0.74	0.53	0.35	0.13
	X11											0.99	0.88	0.65	0.35
	X12												0.96	0.77	0.36
	X13													0.70	0.62
	X14														0.98
07:15	X1	1.00	0.70	0.40	0.31	0.31	0.31	0.14	0.14	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08	0.04
	X2		0.36	0.14	0.12	0.12	0.12	0.08	0.08	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
	X3			0.45	0.28	0.28	0.28	0.12	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04
	X4				0.80	0.80	0.80	0.46	0.46	0.32	0.30	0.29	0.27	0.26	0.18
	X5					1.00	1.00	0.67	0.67	0.54	0.48	0.42	0.36	0.33	0.15
	X6						1.00	0.70	0.70	0.53	0.45	0.34	0.30	0.22	0.13
	X7							0.76	0.76	0.54	0.43	0.36	0.32	0.30	0.22
	X8								1.00	0.92	0.84	0.66	0.53	0.43	0.26
	X9									0.72	0.51	0.40	0.30	0.21	0.10
	X10										0.88	0.77	0.66	0.48	0.26
	X11											0.99	0.88	0.65	0.35
	X12												0.96	0.77	0.36
	X13													0.80	0.70
	X14														0.98
07:30	X1	1.00	0.67	0.37	0.36	0.36	0.36	0.19	0.19	0.17	0.16	0.10	0.09	0.08	0.04
	X2		0.29	0.10	0.09	0.09	0.09	0.07	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
	X3			0.42	0.26	0.26	0.26	0.09	0.09	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
	X4				0.80	0.80	0.80	0.46	0.46	0.31	0.26	0.25	0.23	0.21	0.19
	X5					1.00	1.00	0.68	0.68	0.54	0.50	0.46	0.41	0.40	0.24
	X6						1.00	0.70	0.70	0.59	0.51	0.39	0.35	0.27	0.12
	X7							0.76	0.76	0.54	0.43	0.36	0.32	0.30	0.22
	X8								1.00	0.91	0.83	0.67	0.54	0.43	0.26
	X9									0.74	0.53	0.42	0.24	0.15	0.04
	X10										0.90	0.79	0.58	0.40	0.18
	X11											0.99	0.88	0.65	0.35
	X12												0.96	0.77	0.36
	X13													0.74	0.66
	X14														0.78
07:45	X1	1.00	0.68	0.32	0.19	0.19	0.19	0.08	0.08	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
	X2		0.29	0.10	0.09	0.09	0.09	0.07	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
	X3			0.42	0.24	0.24	0.24	0.08	0.08	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
	X4				0.84	0.84	0.84	0.50	0.50	0.37	0.32	0.31	0.29	0.28	0.21
	X5					1.00	1.00	0.69	0.69	0.58	0.54	0.46	0.39	0.34	0.14
	X6						1.00	0.70	0.70	0.52	0.44	0.41	0.40	0.39	0.32
	X7							0.76	0.76	0.54	0.43	0.34	0.32	0.30	0.22
	X8								1.00	0.91	0.83	0.67	0.54	0.43	0.26
	X9									0.73	0.58	0.45	0.32	0.21	0.10
	X10										0.88	0.77	0.56	0.38	0.28
	X11											0.99	0.88	0.65	0.35
	X12												0.96	0.77	0.36
	X13													0.64	0.52
	X14														0.77

주: S1~14는 구간, X1~14는 진입램프(단, X1은 본선)를 나타냄.

1) 외선

구분	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14
07:00	X1	1.00												
	X2		0.75											
	X3			0.69										
	X4				0.86									
	X5					0.90								
	X6						0.90							
	X7							0.91						
	X8								0.96					
	X9									0.88				
	X10										0.44			
	X11											0.04		
	X12												1.00	
	X13													0.46
	X14													
07:15	X1	1.00	0.88	0.77	0.68	0.59	0.56	0.55	0.47	0.38	0.25	0.03	0.03	0.02
	X2		0.74	0.54	0.40	0.30	0.28	0.26	0.25	0.23	0.11	0.03	0.03	0.02
	X3			0.87	0.74	0.51	0.35	0.22	0.17	0.16	0.09	0.03	0.03	0.02
	X4				0.83	0.70	0.55	0.42	0.31	0.23	0.11	0.03	0.03	0.02
	X5					0.87	0.72	0.58	0.45	0.30	0.17	0.03	0.03	0.02
	X6						0.89	0.86	0.77	0.69	0.46	0.17	0.17	0.09
	X7							0.91	0.80	0.70	0.39	0.16	0.16	0.08
	X8								0.96	0.93	0.57	0.26	0.26	0.15
	X9									0.88	0.54	0.23	0.23	0.14
	X10										0.43	0.03	0.03	0.02
	X11											0.04	0.04	0.03
	X12												1.00	0.69
	X13													0.85
	X14													
07:30	X1	1.00	0.89	0.80	0.72	0.62	0.59	0.56	0.48	0.39	0.26	0.05	0.05	0.02
	X2		0.75	0.54	0.41	0.30	0.28	0.26	0.25	0.23	0.12	0.04	0.04	0.02
	X3			0.78	0.50	0.28	0.22	0.18	0.17	0.16	0.09	0.03	0.03	0.02
	X4				0.90	0.78	0.64	0.44	0.32	0.24	0.13	0.03	0.03	0.02
	X5					0.87	0.77	0.66	0.55	0.40	0.17	0.03	0.03	0.02
	X6						0.85	0.82	0.73	0.65	0.44	0.11	0.11	0.10
	X7							0.91	0.80	0.70	0.35	0.13	0.13	0.09
	X8								0.96	0.93	0.55	0.24	0.24	0.15
	X9									0.88	0.49	0.22	0.22	0.14
	X10										0.44	0.04	0.04	0.03
	X11											0.04	0.04	0.03
	X12												1.00	0.55
	X13													0.85
	X14													
07:45	X1	1.00	0.89	0.80	0.72	0.62	0.59	0.56	0.48	0.39	0.26	0.05	0.05	0.02
	X2		0.75	0.54	0.41	0.30	0.28	0.26	0.25	0.23	0.12	0.04	0.04	0.02
	X3			0.89	0.69	0.28	0.22	0.18	0.17	0.16	0.09	0.03	0.03	0.02
	X4				0.86	0.74	0.64	0.44	0.32	0.24	0.13	0.03	0.03	0.02
	X5					0.90	0.67	0.56	0.45	0.30	0.17	0.03	0.03	0.02
	X6						0.87	0.84	0.75	0.67	0.57	0.16	0.16	0.10
	X7							0.91	0.80	0.68	0.37	0.15	0.15	0.08
	X8								0.96	0.91	0.55	0.24	0.24	0.15
	X9									0.86	0.52	0.25	0.25	0.14
	X10										0.44	0.04	0.04	0.03
	X11											0.04	0.04	0.03
	X12												1.00	0.65
	X13													0.88
	X14													
08:00	X1	1.00	0.89	0.80	0.72	0.62	0.59	0.56	0.48	0.39	0.26	0.05	0.05	0.02
	X2		0.75	0.54	0.41	0.30	0.28	0.26	0.25	0.23	0.12	0.04	0.04	0.02
	X3			0.89	0.69	0.28	0.22	0.18	0.17	0.16	0.09	0.03	0.03	0.02
	X4				0.86	0.74	0.64	0.44	0.32	0.24	0.13	0.03	0.03	0.02
	X5					0.90	0.67	0.56	0.45	0.30	0.17	0.03	0.03	0.02
	X6						0.87	0.84	0.75	0.67	0.57	0.16	0.16	0.10
	X7							0.91	0.80	0.68	0.37	0.15	0.15	0.08
	X8								0.96	0.91	0.55	0.24	0.24	0.15
	X9									0.86	0.52	0.25	0.25	0.14
	X10										0.44	0.04	0.04	0.03
	X11											0.04	0.04	0.03
	X12												1.00	0.65
	X13													0.88
	X14													

주: S1~14는 구간, X1~14는 진입램프(단, X1은 본선)를 나타냄.

3) M.Papageorgiou 모형 Formulation 예시(내선) : 1시간을 15분(4 Time Slices)

MAX $4X1x1+4X1x2+4X1x3+4X1x4+4X1x5+4X1x6+4X1x7+4X1x8+4X1x9+4X1x10+4X1x11+4X1x12+4X1x13+4X1x14$
 $+3X2x1+3X2x2+3X2x3+3X2x4+3X2x5+3X2x6+3X2x7+3X2x8+3X2x9+3X2x10+3X2x11+3X2x12+3X2x13+3X2x14$
 $+2X3x1+2X3x2+2X3x3+2X3x4+2X3x5+2X3x6+2X3x7+2X3x8+2X3x9+2X3x10+2X3x11+2X3x12+2X3x13+2X3x14$
 $+1X4x1+1X4x2+1X4x3+1X4x4+1X4x5+1X4x6+1X4x7+1X4x8+1X4x9+1X4x10+1X4x11+1X4x12+1X4x13+1X4x14$

SUBJECT TO

- 2) $1.00X1x1 \leq 517$
- 3) $0.68X1x1+0.31X1x2 \leq 1551$
- 4) $0.38X1x1+0.11X1x2+0.45X1x3 \leq 1551$
- 5) $0.37X1x1+0.10X1x2+0.31X1x3+0.87X1x4 \leq 1551$
- 6) $0.31X1x3+0.87X1x4+1.00X1x5 \leq 1551$
- 7) $0.31X1x3+0.87X1x4+1.00X1x5+1.00X1x6 \leq 1551$
- 8) $0.14X1x3+0.53X1x4+0.69X1x5+0.72X1x6+0.76X1x7 \leq 1034$
- 9) $0.53X1x4+0.69X1x5+0.72X1x6+0.76X1x7+1.00X1x8 \leq 2068$
- 10) $0.38X1x4+0.55X1x5+0.55X1x6+0.54X1x7+0.91X1x8+0.74X1x9 \leq 2068$
- 11) $0.33X1x4+0.49X1x5+0.47X1x6+0.43X1x7+0.83X1x8+0.53X1x9+0.85X1x10 \leq 2068$
- 12) $0.31X1x4+0.43X1x5+0.34X1x6+0.36X1x7+0.67X1x8+0.42X1x9+0.74X1x10+0.96X1x11 \leq 2068$
- 13) $0.36X1x5+0.30X1x6+0.32X1x7+0.54X1x8+0.24X1x9+0.53X1x10+0.88X1x11+0.96X1x12 \leq 2068$
- 14) $0.32X1x5+0.22X1x6+0.30X1x7+0.43X1x8+0.15X1x9+0.35X1x10+0.65X1x11+0.77X1x12+0.70X1x13 \leq 2068$
- 15) $0.22X1x5+0.13X1x6+0.22X1x7+0.26X1x8+0.04X1x9+0.13X1x10+0.35X1x11+0.36X1x12+0.62X1x13+0.98X1x14 \leq 2068$
- 16) $1.00X2x1 \leq 517$
- 17) $0.70X2x1+0.36X2x2 \leq 1551$
- 18) $0.40X2x1+0.14X2x2+0.45X2x3 \leq 1551$
- 19) $0.31X2x1+0.12X2x2+0.28X2x3+0.80X2x4 \leq 1551$
- 20) $0.37X1x1+0.10X1x2+0.28X2x3+0.80X2x4+0.10X2x5 \leq 1551$
- 21) $0.37X1x1+0.10X1x2+0.28X2x3+0.80X2x4+0.10X2x5+1.00X2x6 \leq 1551$
- 22) $0.20X1x1+0.07X1x2+0.12X2x3+0.46X2x4+0.67X2x5+0.70X2x6+0.76X2x7 \leq 1034$
- 23) $0.20X1x1+0.07X1x2+0.14X1x3+0.46X2x4+0.67X2x5+0.70X2x6+0.76X2x7+1.00X2x8 \leq 2068$
- 24) $0.17X1x1+0.06X1x2+0.10X1x3+0.32X2x4+0.54X2x5+0.53X2x6+0.54X2x7+0.92X2x8+0.72X2x9 \leq 2068$
- 25) $0.16X1x1+0.05X1x2+0.09X1x3+0.30X2x4+0.48X2x5+0.45X2x6+0.43X2x7+0.84X2x8+0.51X2x9+0.88X2x10 \leq 2068$
- 26) $0.10X1x1+0.04X1x2+0.08X1x3+0.29X2x4+0.42X2x5+0.34X2x6+0.36X2x7+0.66X2x8+0.40X2x9+0.77X2x10+0.99X2x11 \leq 2068$
- 27) $0.09X1x1+0.03X1x2+0.07X1x3+0.29X1x4+0.36X2x5+0.30X2x6+0.32X2x7+0.53X2x8+0.30X2x9+0.66X2x10+0.88X2x11+0.96X2x12 \leq 2068$
- 28) $0.08X1x1+0.02X1x2+0.06X1x3+0.27X1x4+0.33X2x5+0.22X2x6+0.30X2x7+0.43X2x8+0.21X2x9+0.48X2x10+0.65X2x11+0.77X2x12+0.80X2x13 \leq 2068$
- 29) $0.04X1x1+0.01X1x2+0.04X1x3+0.19X1x4+0.15X2x5+0.13X2x6+0.22X2x7+0.26X2x8+0.10X2x9+0.26X2x10+0.35X2x11+0.36X2x12+0.70X2x13$
 $+0.98X2x14 \leq 2068$
- 30) $1.00X3x1 \leq 517$
- 31) $0.67X3x1+0.29X3x2 \leq 1551$
- 32) $0.37X3x1+0.10X3x2+0.42X3x3 \leq 1551$
- 33) $0.36X3x1+0.09X3x2+0.26X3x3+0.80X3x4 \leq 1551$
- 34) $0.31X2x1+0.12X2x2+0.26X3x3+0.80X3x4+1.00X3x5 \leq 1551$
- 35) $0.31X2x1+0.12X2x2+0.26X3x3+0.80X3x4+1.00X3x5+1.00X3x6 \leq 1551$
- 36) $0.14X2x1+0.08X2x2+0.09X3x3+0.46X3x4+0.68X3x5+0.70X3x6+0.76X3x7 \leq 1034$
- 37) $0.14X2x1+0.08X2x2+0.12X2x3+0.46X3x4+0.68X3x5+0.70X3x6+0.76X3x7+1.00X3x8 \leq 2068$
- 38) $0.12X2x1+0.06X2x2+0.09X2x3+0.31X3x4+0.54X3x5+0.59X3x6+0.54X3x7+0.91X3x8+0.74X3x9 \leq 2068$
- 39) $0.11X2x1+0.05X2x2+0.08X2x3+0.26X3x4+0.50X3x5+0.51X3x6+0.43X3x7+0.83X3x8+0.53X3x9+0.90X3x10 \leq 2068$
- 40) $0.10X2x1+0.04X2x2+0.07X2x3+0.25X3x4+0.46X3x5+0.39X3x6+0.36X3x7+0.67X3x8+0.42X3x9+0.79X3x10+0.99X3x11 \leq 2068$
- 41) $0.09X2x1+0.03X2x2+0.06X2x3+0.41X3x4+0.13X3x5+0.35X3x6+0.32X3x7+0.54X3x8+0.24X3x9+0.58X3x10+0.88X3x11+0.96X3x12 \leq 2068$
- 42) $0.08X2x1+0.02X2x2+0.05X2x3+0.26X2x4+0.40X3x5+0.27X3x6+0.30X3x7+0.43X3x8+0.15X3x9+0.40X3x10+0.65X3x11+0.77X3x12+0.74X3x13 \leq 2068$
- 43) $0.04X2x1+0.01X2x2+0.04X2x3+0.18X2x4+0.24X3x5+0.12X3x6+0.22X3x7+0.26X3x8+0.04X3x9+0.18X3x10+0.35X3x11+0.36X3x12+0.66X3x13$
 $+0.78X3x14 \leq 2068$
- 44) $1.00X4x1 \leq 517$
- 45) $0.68X4x1+0.29X4x2 \leq 1551$
- 46) $0.32X4x1+0.10X4x2+0.42X4x3 \leq 1551$
- 47) $0.19X4x1+0.09X4x2+0.24X4x3+0.84X4x4 \leq 1551$
- 48) $0.36X3x1+0.09X3x2+0.24X4x3+0.84X4x4+1.00X4x5 \leq 1551$
- 49) $0.36X3x1+0.09X3x2+0.24X4x3+0.84X4x4+1.00X4x5+1.00X4x6 \leq 1551$
- 50) $0.19X3x1+0.07X3x2+0.08X4x3+0.50X4x4+0.69X4x5+0.70X4x6+0.76X4x7 \leq 1034$
- 51) $0.19X3x1+0.07X3x2+0.09X3x3+0.50X4x4+0.69X4x5+0.70X4x6+0.76X4x7+1.00X4x8 \leq 2068$
- 52) $0.17X3x1+0.06X3x2+0.06X3x3+0.37X4x4+0.58X4x5+0.52X4x6+0.54X4x7+0.91X4x8+0.73X4x9 \leq 2068$
- 53) $0.16X3x1+0.05X3x2+0.05X3x3+0.32X4x4+0.54X4x5+0.44X4x6+0.43X4x7+0.83X4x8+0.58X4x9+0.88X4x10 \leq 2068$
- 54) $0.10X3x1+0.04X3x2+0.04X3x3+0.31X4x4+0.46X4x5+0.41X4x6+0.34X4x7+0.67X4x8+0.45X4x9+0.77X4x10+0.99X4x11 \leq 2068$
- 55) $0.09X3x1+0.03X3x2+0.03X3x3+0.23X3x4+0.39X4x5+0.40X4x6+0.32X4x7+0.54X4x8+0.32X4x9+0.56X4x10+0.88X4x11+0.96X4x12 \leq 2068$
- 56) $0.08X3x1+0.02X3x2+0.02X3x3+0.21X3x4+0.34X4x5+0.39X4x6+0.30X4x7+0.43X4x8+0.21X4x9+0.38X4x10+0.65X4x11+0.77X4x12+0.64X4x13 \leq 2068$
- 57) $0.04X3x1+0.01X3x2+0.01X3x3+0.19X3x4+0.14X4x5+0.32X4x6+0.22X4x7+0.26X4x8+0.10X4x9+0.28X4x10+0.35X4x11+0.36X4x12+0.52X4x13$
 $+0.77X4x14 \leq 2068$
- 58) $X5x1 \leq 517$
- 59) $0.84X5x1+0.84X5x2 \leq 1551$
- 60) $0.66X5x1+0.66X5x2+0.78X5x3 \leq 1551$
- 61) $0.63X5x1+0.63X5x2+0.74X5x3+0.95X5x4 \leq 1551$
- 62) $0.19X4x1+0.09X4x2+0.62X5x3+0.79X5x4+0.84X5x5 \leq 1551$
- 63) $0.19X4x1+0.09X4x2+0.48X5x3+0.61X5x4+0.66X5x5+0.78X5x6 \leq 1551$
- 64) $0.08X4x1+0.07X4x2+0.43X5x3+0.55X5x4+0.60X5x5+0.71X5x6+0.91X5x7 \leq 1034$
- 65) $0.08X4x1+0.07X4x2+0.08X4x3+0.49X5x4+0.54X5x5+0.64X5x6+0.82X5x7+0.90X5x8 \leq 2068$
- 66) $0.06X4x1+0.05X4x2+0.06X4x3+0.46X5x4+0.51X5x5+0.60X5x6+0.77X5x7+0.85X5x8+0.94X5x9 \leq 2068$
- 67) $0.05X4x1+0.05X4x2+0.05X4x3+0.44X5x4+0.49X5x5+0.58X5x6+0.75X5x7+0.82X5x8+0.91X5x9+0.97X5x10 \leq 2068$
- 68) $0.04X4x1+0.04X4x2+0.04X4x3+0.44X5x4+0.49X5x5+0.58X5x6+0.75X5x7+0.82X5x8+0.91X5x9+0.97X5x10+0.97X5x11 \leq 2068$
- 69) $0.03X4x1+0.03X4x2+0.03X4x3+0.29X4x4+0.49X5x5+0.58X5x6+0.75X5x7+0.82X5x8+0.91X5x9+0.97X5x10+0.97X5x11+0.97X5x12 \leq 2068$
- 70) $0.02X4x1+0.02X4x2+0.02X4x3+0.28X4x4+0.49X5x5+0.58X5x6+0.75X5x7+0.82X5x8+0.91X5x9+0.97X5x10+0.97X5x11+0.97X5x12+0.97X5x13 \leq 2068$
- 71) $0.01X4x1+0.01X4x2+0.01X4x3+0.21X4x4+0.49X5x5+0.58X5x6+0.75X5x7+0.82X5x8+0.91X5x9+0.97X5x10+0.97X5x11+0.97X5x12+0.97X5x13$
 $+0.97X5x14 \leq 2068$

- 72) $X1x1 \leq 169$
- 73) $X1x2 \leq 240$
- 74) $X1x3 \leq 753$
- 75) $X1x4 \leq 828$
- 76) $X1x5 \leq 1288$
- 77) $X1x6 \leq 737$
- 78) $X1x7 \leq 571$
- 79) $X1x8 \leq 168$
- 80) $X1x9 \leq 261$
- 81) $X1x10 \leq 291$
- 82) $X1x11 \leq 124$
- 83) $X1x12 \leq 319$
- 84) $X1x13 \leq 65$
- 85) $X1x14 \leq 955$
- 86) $X1x1 + X2x1 \leq 350$
- 87) $X1x2 + X2x2 \leq 497$
- 88) $X1x3 + X2x3 \leq 1559$
- 89) $X1x4 + X2x4 \leq 1714$
- 90) $X1x5 + X2x5 \leq 2666$
- 91) $X1x6 + X2x6 \leq 1525$
- 92) $X1x7 + X2x7 \leq 1182$
- 93) $X1x8 + X2x8 \leq 347$
- 94) $X1x9 + X2x9 \leq 541$
- 95) $X1x10 + X2x10 \leq 602$
- 96) $X1x11 + X2x11 \leq 257$
- 97) $X1x12 + X2x12 \leq 660$
- 98) $X1x13 + X2x13 \leq 135$
- 99) $X1x14 + X2x14 \leq 1977$
- 100) $X1x1 + X2x1 + X3x1 \leq 542$
- 101) $X1x2 + X2x2 + X3x2 \leq 769$
- 102) $X1x3 + X2x3 + X3x3 \leq 2413$
- 103) $X1x4 + X2x4 + X3x4 \leq 2652$
- 104) $X1x5 + X2x5 + X3x5 \leq 4126$
- 105) $X1x6 + X2x6 + X3x6 \leq 2360$
- 106) $X1x7 + X2x7 + X3x7 \leq 1829$
- 107) $X1x8 + X2x8 + X3x8 \leq 537$
- 108) $X1x9 + X2x9 + X3x9 \leq 837$
- 109) $X1x10 + X2x10 + X3x10 \leq 932$
- 110) $X1x11 + X2x11 + X3x11 \leq 397$
- 111) $X1x12 + X2x12 + X3x12 \leq 1022$
- 112) $X1x13 + X2x13 + X3x13 \leq 209$
- 113) $X1x14 + X2x14 + X3x14 \leq 3060$
- 114) $X1x1 + X2x1 + X3x1 + X4x1 \leq 737$
- 115) $X1x2 + X2x2 + X3x2 + X4x2 \leq 1046$
- 116) $X1x3 + X2x3 + X3x3 + X4x3 \leq 3284$
- 117) $X1x4 + X2x4 + X3x4 + X4x4 \leq 3609$
- 118) $X1x5 + X2x5 + X3x5 + X4x5 \leq 5615$
- 119) $X1x6 + X2x6 + X3x6 + X4x6 \leq 3212$
- 120) $X1x7 + X2x7 + X3x7 + X4x7 \leq 2489$
- 121) $X1x8 + X2x8 + X3x8 + X4x8 \leq 731$
- 122) $X1x9 + X2x9 + X3x9 + X4x9 \leq 1139$
- 123) $X1x10 + X2x10 + X3x10 + X4x10 \leq 1269$
- 124) $X1x11 + X2x11 + X3x11 + X4x11 \leq 540$
- 125) $X1x12 + X2x12 + X3x12 + X4x12 \leq 1391$
- 126) $X1x13 + X2x13 + X3x13 + X4x13 \leq 285$
- 127) $X1x14 + X2x14 + X3x14 + X4x14 \leq 4164$