

실측에 의한 열차의 주행저항에 관한 연구

A Study on the Rolling Resistance of Trains through real Measurement

장 동 일¹⁾ · 이 성 옥²⁾
By CHANG, Dong Il and LEE, Sung Uk

ABSTRACT : Recently Successive progress in train technic has enabled us to constructed high-speed railways for ourselves. This caused more rapid train more pressure on a track and speedier track break-down. Especially in the construction of high-speed rails for high-speed traveling and safety accurate breaking distance is essential and not only computation of rolling resistance in theory but also verification through real measurement are important in basic material for breaking and starting load caused during the train running.

In this study, we measured traveling resistance and calculated traveling resistance formula in the case of the SAEMA-EUL which consists of main part of current passenger trains and frights in this country.

Keywords : Rolling Resistance, Wheel, Rail, Contact area, Casting

1. 서 론

열차 속도가 빨라지고 수송량이 증대됨에 따라 철도 궤도에 가해지는 부담이 커져 궤도파괴가 가속화 되고 있는 실정이다. 특히 고속철도를 건설함에 있어서 열차의 고속주행을 위하여 역간거리를 70km 이상으로 하고 있으나 폐색구간을 짧게 하여 많은 여객을 동시에 안전하게 수송하기 위해서는 열차의 제동거리를 정확하게 파악할 필요가 있으며 또한 열차가 토공구간은 물론 교량과 분기

부를 통과할 때 생길 수 있는 제동하중 및 시동하중의 산정을 위한 기초적 연구와 기관차의 견인력, 가속도, 평균속도 등의 운전계획을 수립하는데 있어서 이론에 의한 주행저항의 산정과 실측은 매우 중요한 의미를 가진다. 즉 톤당 주행 저항이 적으면 열차당 수송량이 늘어나고 경제적인 운영을 할 수 있다. 따라서 정확한 주행저항을 파악함으로써 동력차의 성능에 알맞게 열차를 안전하고 정확하게 운전할 수 있는 견인 중량을 설정할 수 있으며 교량 설계시 제동하중과 시동하중의 설계

1) 한양대학교 토목공학과 교수

2) 한양대학교 토목공학과 박사과정 수료

에 반영할 수 있다.

주행저항은 운전 에 의한 각부의 기계저항과 레일과 차륜담면의 마찰력 및 공기저항의 합으로서 차량 자체의 구조, 기능 및 내부조건과 구배, 곡선 등 선로의 상태, 기상조건 등의 외부조건에 의하여 많은 영향을 받는다. 그러나 이러한 여러 원인을 정확하게 파악하기 위해서는 여러 가지 복잡한 현상에 부딪히게 된다. 따라서 고속철도 차량이나 궤도와 같이 특정한 차량과 궤도조건에 관해서는 여러 조건에 의한 현차 시험을 시행하여 주행저항식을 산출하여야 한다. 이와 같이 새로운 차량과 궤도조건을 설계하는 경우에는 기초적 성능, 특히 엔진용량과 제동거리 등을 파악할 수 있는 충분한 안전율을 확보한 저항식을 선정하는 것이 필요하다.

우리나라에서도 1980년대 후반부터 새마을 동차를 비롯하여 최근의 VVVF 전동차에 이르기까지 새로운 차량이 계속 제작되고 있고 경부레일과 P.C침목, 레일 패드 등 궤도의 기능과 수명을 향상시킬 수 있는 궤도구조가 개발되고 있다.

본 연구에서는 철도 교량 및 궤도설계시 필수 조건인 차륜과 레일면의 마찰저항 산출을 위해 기본이 되는 기관차의 주행저항을 정확하게 파악하고자 현재 우리나라 여객과 화물열차의 견인에 주종을 이루고 있는 새마을호 디젤동차의 주행저항을 측정하여 주행저항식을 산출하였다.

2. 주행저항의 기초이론

2.1 주행저항의 일반식

열차운행시 가해지는 저항력은 주행저항(rolling resistance), 구배저항(gradient resistance), 곡선저항(curve resistance), 가속도저항(acceleration resistance) 등을 들 수 있으나 차륜과 레일면의 담면에서 발생하는 마찰저항과 공기저항을 합한 주행저항이 기관차의 견인력과 궤도 및 교량설계시 시동하중 및 제동하중을 선정하

는데 가장 기본이 된다.

주행저항의 일반식은 다음과 같다.

$$R = (a+bV)W + cV^2 \quad (2.1)$$

여기서 R은 전체 주행저항값이고, V는 열차의 속도, W는 열차 전중량을 a,b,c는 차륜과 레일의 마찰저항 및 차륜 베어링의 주행마찰저항과 진동 및 충격에 의한 저항을 나타내는 계수이다. 즉 $(a+bV)W$ 는 차량운동에 의한 기계적 마찰손실을 나타내며 이것을 차량저항이라고 하고 cV^2 은 차량의 공기저항을 나타낸다.

차량저항은 차량주행중 전체의 기계적 손실을 말하며 그 내역은 다음과 같이 생각할 수 있다. 즉 a는 차륜과 레일의 마찰저항(R_r)을 말하며, b는 차축베어링의 주행마찰저항(R_b)을, c는 진동 및 충격에 의한 저항(R_v)를 나타낸다.

2.2 차륜과 레일의 마찰저항

차륜과 레일의 마찰저항은 일반적으로 다른 차량저항에 비하여 큰 값을 보이며, 레일의 두부에 접촉하는 경우와 레일의 모서리에 접촉하는 경우 및 차륜이 부상하여 플렌지와 레일이 미끄럼 마찰을 하는 경우가 있다. 레일의 두부에 접촉하는 경우는 구름접촉으로 주행중에 진행방향 및 그의 직각방향 또는 임의의 각도로 경사져 미끄러지는 일도 있지만 마찰손실은 미끄럼을 고려하여도 무시할 만큼 적다. 따라서 차륜과 레일의 마찰저항은 플렌지와 접촉하는 경우라고도 할 수 있다. 또한 차륜의 좌우진동이 차륜의 횡동유간(橫動遊間)을 기준점으로하여 축상(軸箱)에 작용하는 차량저항이 최대로 될 수가 있다는 점에서 좌우진동과 R_r 은 서로 상관관계가 있다고 할 수 있지만 현차는 축중의 변동이 있고 주행중 사행동(蛇行動)이 일어나는 일이 많기 때문에 R_r 은 차륜과 레일간 단위시간의 총마찰 에너지량에 관계한다는 것은 알 수 있어도 그의 운동상태와 마모량과의 인과관계

를 명확하게 파악하기는 곤란하다. 우리나라 고속철도 강교량 시방서에서는 제동하중을 HL 표준열차 등분포 하중의 25%를 레일면상에서 수평으로 작용하도록 규정하고 있으며 시동하중은 하중 재하길이가 30m 이하인 경우는 불연속 궤도일 때 3.3t/m, 연속궤도일 때 2.2t/m로 산정하며 하중 재하길이가 30m 이상인 경우는 불연속 궤도일 때 100t을, 연속궤도일 때 $66+0.126(L+30.0)t$ 을 적용한다. 열차가 교량상에서 시동 또는 제동을 하면 그 가속도에 대한 반작용으로 선로방향의 힘이 차륜으로부터 레일에 작용하고, 레일에서 교형으로 전달된다. 이 힘은 차륜과 레일 사이의 점착력을 넘길수가 없으므로 점착력과 축중의 비, 즉 점착계수가 시동 또는 제동에 따르는 선로방향력의 표준이 된다. 점착계수의 값은 표 2-1과 같이 차륜이나 레일의 재질, 접촉면의 부착면의 종류, 축중의 크기, 속도 등에 의해 영향을 받는다. 일반적으로 점착계수는 차량이 정지했을 경우에 최대치를 보이고 차량속도가 커짐에 따라 점차로 감소한다.

표 2.1 레일의 표면상태와 점착계수

레일의 표면상태	점착계수	
	모래를 뿌리지 않을 때	모래를 뿌릴 때
깨끗하고 건조한 때	0.25~0.30	0.25~0.40
습윤한 때	0.18~0.20	0.22~0.25
서리가 있을 때	0.15~0.18	0.22
진눈깨비가 덮혀 있을 때	0.15	0.20
기름이 묻거나 눈이 덮혀 있을 때	0.10	0.15

2.3 차축베어링의 주행마찰저항

베어링의 부담하중 W , 차축의 직경 $2d$, 차륜 직경 $2D$ 로 하여 주행마찰저항 R_b 와 W 의 합력을 베어링 압력 P 로 하면 그림 2.1과 같이 $P = \sqrt{W^2 + R_b^2}$ 이 되고, 베어링 마찰저항 μP 는

$$\mu P = \mu \sqrt{W^2 + R_b^2}$$

$$R_b D = \mu P d = \mu d \sqrt{W^2 + R_b^2}$$

$$\text{즉 } R_b^2 D^2 = \mu^2 d^2 (W^2 + R_b^2) \quad (2.2)$$

$$R_b = \frac{\mu d W}{\sqrt{D^2 - \mu^2 d^2}}$$

$$= \frac{D \sqrt{1 - \mu^2 \left(\frac{d}{D}\right)^2}}{\mu d W} \quad (2.3)$$

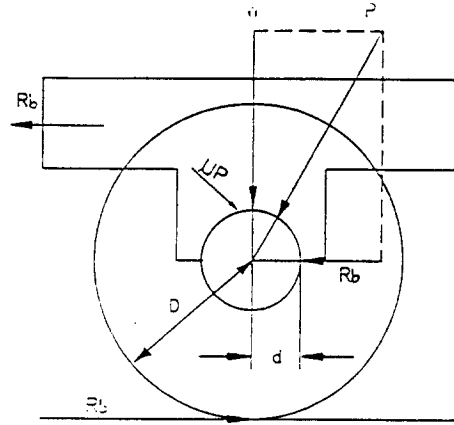


그림 2.1 차축 베어링의 마찰저항

d 는 D 에 비하여 극히 작고 또한 μ 도 작은 값이기 때문에 식 (2.3)을 근사식으로 정리하면

$$R_b = \frac{\mu d W}{D} \quad (2.4)$$

로 된다.

2.4 진동 및 충격에 의한 저항

차량의 구조, 노반의 상태, 궤도의 경중 등에 따라 차이가 나지만 대체로 속도의 제곱에 비례하여 증가한다. 이에 대한 Frank의 실험식은 다음과 같다.

$$R_v = 0.0047V^2 \text{ kg/t} \quad (2.5)$$

2.5 공기저항

2.5.1 공기저항의 일반식

차량의 공기저항은 일반적으로 차량 중량에는

관계가 없고 차체의 형상에 의해서 정해진다. 공기저항을 크게 분류하면 선두부의 압력저항과 후미의 와류저항, 차체 표면의 마찰저항, 차체 부품의 부가저항 및 지면과의 간섭저항 등으로 나눌 수 있다. 이러한 각종 저항의 합이 식 (2.1)에 표시한 CV^2 kg의 값으로 된다.

차량의 공기저항은 기관차, 객차, 화차 등으로 나누어 계산하는 것이 무의미하기 때문에 일반적으로 편성 열차단위로 측정한다. 움직이고 있는 물체의 공기저항 D kg, 마찰저항 R_f kg은 다음식으로 나타낸다.

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_d a \quad (2.6)$$

$$R_f = \frac{1}{2} \rho V^2 C_d f' a' \quad (2.7)$$

여기서

ρ : 공기 밀도(kg s²/m²)

V : 공기 속도(m/s)

C_d : 공기 저항계수

a : 수직방향의 투영단면적(m²)

$C_d f'$: 공기 마찰계수

a' : 평행 단면으로 공기저항을 받는 표면적(m²)

2.5.2 공기저항의 측정이론

그림 2.2와 같은 단면적 a 의 열차가 단면적 A 의 터널에 진입하여 열차의 선두부가 터널의 입구에서 x 만큼 들어간 순간에서의 상태에 대하여 검토한다. 이 순간에 대하여 다음의 두 조건을 만족하는 것으로 한다. 즉, 첫째 열차의 후부는 아직 터

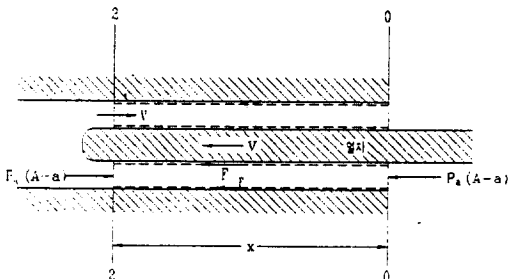


그림 2.2 공기저항 측정이론

널에 들어가지 않았다. 둘째, 열차가 터널에 들어가면 전방의 공기는 압축되어 압력파가 생기고 이것이 전진되어 가면 터널 출구에서 반사하여 되돌아 오지만 이 반사파는 아직 열차의 선두부 위치까지는 오지 않았다.

다음에 그림 2.2의 2-2면 및 0-0면 사이의 공기의 흐름을 생각하여 보면 열차가 터널에 돌입하게 되면 열차와 대체되어 열차의 체적과 비슷한 량의 공기가 터널의 입구에서 분출한다. 이 분출된 공기의 대지속도(對地速度)를 v 라 하고 열차의 대지속도를 V 라고 하면 기류의 대 열차속도는 $V+v$ 로 된다. 이 공기에 의하여 열차의 측면은 공기저항을 받는다. 이 공기저항의 열차 측면적 s_x 를 기준으로 할 때의 저항계수를 S_f' 로 한다. 그림 2.2의 열차 측면에 연하여 만들어진 조사면은 반력을 받지만 그의 크기 F' 는

$$F' = C_f' \frac{\rho}{2} (V+v)^2 s_x \quad (2.8)$$

ρ : 공기밀도, kg sec²/m

이다. 단, 열차의 단면 둘레 s 는 열차의 폭과 높이의 합에 2배하여 계산하였으며 터널 단면의 표면 마찰계수를 C_f' 로 하면 터널면에 작용하는 마찰력 F 는

$$F = C_f' \frac{\rho}{2} v^2 S_x \quad (2.9)$$

여기서 S 는 터널 단면의 둘레로서 터널의 폭과 높이의 합에 2배하여 구하였으며 그림 2.2의 2-2면 및 0-0면의 조사면에 작용하는 힘은

$$P_2(A-a) \text{ 및 } P_0(A-a)$$

이다. 따라서 그림 2.2의 점선과 같은 조사면에 대하여 운동량의 정리를 적용하면

$$(P_2 - P_0)(A-a) - F' - F = m \quad (2.10)$$

으로 된다. m 은 그림 2.2의 0-0면에서 단위시간에 나오는 운동량과 2-2면에서 단위시간에 들어가는

운동량의 차이이며 이 값은 비교적 작은 값이므로 무시할 수 있으므로

$$(P_2 - P_0)(A - a) = F' + F$$

로 쓸 수 있으며 이 식은

$$(P_2 - P_0)(A - a) = C_f' \frac{\rho}{2} (V + v)^2 s_x + C_f' \frac{\rho}{2} v^2 S_x$$

로 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\frac{P_2 - P_0}{\frac{\rho}{2} V^2} = \frac{C_f' s_x}{A - a} \left[\left(1 + \frac{v}{V}\right)^2 + \frac{C_f S}{C_f' S} \left(\frac{v}{V}\right)^2 \right] \quad (2.11)$$

윗 식에서 우변의 제 2항은 제 1항에 비해 매우 작아서 C_f 와 S 는 무시할 수 있으므로 근사식으로 표현하면

$$C_f \doteq C_f'$$

$$\frac{S}{S'} \doteq \sqrt{\frac{a}{A}} = R^{\frac{1}{2}}$$

로 된다. 따라서

$$\frac{C_f S}{C_f' S'} = R^{-\frac{1}{2}}$$

로 쓸 수 있다. 이식을 식 (2.11)에 대입하면

$$\frac{P_2 - P_0}{q_0} = \frac{C_f' s_x}{A - a} \left[1 + \frac{v}{V} \right]^2 + \left(\frac{v}{V} \right)^2 R^{-\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

이 된다. 단 $q_0 = \frac{\rho}{2} V^2$

이다. 또한 v 와 V 의 관계에서

$$\frac{v}{V} = \frac{R}{(1-R)} \phi(R, V) \quad (2.13)$$

여기서, $R/1-R$ 은 $M = v/c \rightarrow 0$ 의 극한에서의 v/V 값이고 ϕ 는 이 값에서의 변동량을 나타낸다. 단 c 는 음속으로서 340m/sec이다. 그림 2.3은

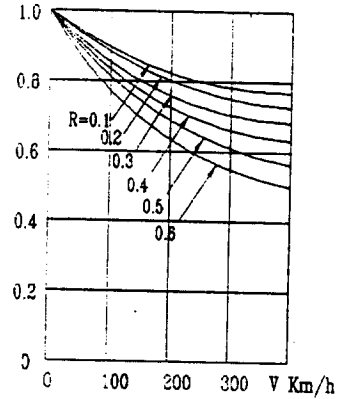


그림 2.3 v/V 의 변동량 ϕ 의 값

이론적으로 나타낸 ϕ 값을 나타낸다.

식 (2.12) 및 (2.13)에 의하여

$$\frac{P_2 - P_0}{q_0} = \frac{C_f' s_x}{a} \frac{R}{1-R} \left[1 + \frac{R}{1-R} \phi \right]^2 + \left[\frac{R}{1-R} \phi \right]^2 R^{-\frac{1}{2}} \quad (2.14)$$

지금 기준면적으로서 열차의 단면적을 a 로 할 때 열차의 측면에 작용하는 공기의 저항 계수를 Cdf' 라 하면

$$Cdf' = \frac{F'}{a} = \frac{C_f' s_x}{\frac{\rho}{2} (V + v)^2 a}$$

로 되고 식 (2.14)는

$$Cdf' = \frac{\frac{P_2 - P_0}{q_0}}{\left[\left[1 + \frac{R}{1-R} \phi \right]^2 + \left(\frac{R}{1-R} \phi \right)^2 R^{-\frac{1}{2}} \right]} \quad (2.15)$$

이 식을 사용하여 그림 2.2에서 열차의 길이가 x 만큼 터널속으로 들어간 때의 $\frac{P_2 - P_0}{q_0}$ 를 구하면 열차의 Cdf' 가 결정된다.

또한 Cdf' 에는 열차의 전면부 및 후면부에 작용하는 압력저항에 의한 저항계수 Cdp 는 포함되지 않았다. Cdp 는 Cdf' 에 비하여 작은 값이지만 이

두 값을 더하여 전공기저항계수로 한다. 즉

$$CD = Cd p + Cdf' \quad (2.16)$$

Cdp는 모형실험에 의하는 방법 이외에 현차시험에 의하여 간단히 측정하는 방법이 없으며, Cdp만을 구한다면 모형실험에 의하여 비교적 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있다.

3. 주행저항의 현차시험

3.1 주행시험 개요

열차 주행저항을 측정하기 위하여 경의선 능곡-일산간 직선, 평탄지 3km 구간에서 PCM동력차로, 경부선 물금-삼랑진간 10km 직선, 평탄지 구간을 선정하여 열차를 편성하여 현차시험을 실시하였다. PCM 동력차는 2량을 편성하여 80km/h로 주행하였고, 열차 편성시는 80km/h와 140km/h의 속도로 주행하다가 모든 동력을 정지시킨 상태로 운행하는 이른바 타행운전(惰行運轉)으로 속도가 변화되면서 발생하는 구간가속도를 측정하여 차량총저항을 구한다음 주행저항을 다음식에 의하여 시험차량에 걸리는 총저항을 산출하였다. 따라서 산출된 저항은 자연풍의 영향을 포함한 공기저항을 포함한 레일과 차륜과의 마찰력 등 전체의 저항이 모두 포함된 것이다.

$$R_t = \frac{1000W(i+k)}{g} \alpha - (\pm W \pm CV^2) \quad (3.1)$$

여기서, $R=R_t / W$

R : 주행저항(kg / Ton)

R_t : 차량의 총 저항(kg)

W : 시험차량의 전 중량(Ton)

g : 중력가속도(km/h/s)

i : 구배(천분율, 0/100)

α : 시험차량의 감속도(km/h/s)

k : 관성계수(동력차=0.12, 일반열차=0.065)

CV^2 : 자연풍속에 의한 저항

(kg, 무풍시는 0)

또한 주행저항의 일반식으로 다음의 식이 사용되기도 한다.

즉 동력차인 경우는 $R=(30.6\sim 31.8)\alpha=31.746\alpha$

열차의 경우는 $R=(29.8\sim 30.2)\alpha=30.187\alpha$

주행시험에 사용한 기관차 및 객차의 중량은 다음 표 3-1과 같고 주행시험시 기관차 및 객차의 배열은 그림 3.1과 같으며 측정에 사용한 열차는 사진 3.1과 같다. 또한 표 3-2에 주행시험에 사용한 측정 장비를 나타내었다.

표 3.1 기관차 및 객차중량

차량 종류	중량(ton)	차량 종류	중량(ton)
PCM 257호	72.3	객차 754호	38.8
PCM 258호	72.3	객차 877호	40.5
객차 710호	38.0	객차 784호	39.0
객차 711호	38.0	객차 712호	38.0

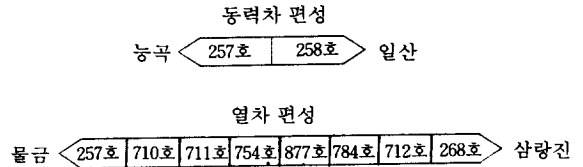


그림 3.1 시험용 기관차 및 객차의 배치도

표 3-2 주행시험에 사용한 측정장비

장 비 명	사용용도	기 타
Input Controller San-ei	신호 제어	
Pen Oscillgraph	데이터 기록	
Speed Meter	속도 검출	

3.2 시험결과 및 분석

표 3.3에 PCM 257호 선두의 새마을호 동차편성의 주행저항 시험결과와 일부를 나타내었고 그림 3.2에 동력차 2량의 주행저항 측정 결과를 나타내었고, 그림 3.3에 열차의 주행저항 측정결과를 나

표 3.3 새마을호 동차 열차편성 주행저항 시험결과

속도 [km/h]	구간시간 [sec]	구간가속도 [km/h/s]	총중량 [ton]	차량총저항 [kg]	주행저항 [kg/ton]
140-139	6.42	0.1558	376.9	1772.2	4.70
139-138	6.12	0.1634	376.9	1859.1	4.93
138-137	5.99	0.1669	376.9	1899.4	5.04
137-136	6.65	0.1504	376.9	1710.9	4.54
136-135	5.32	0.1880	376.9	2138.6	5.67
135-134	8.02	0.1247	376.9	1418.6	3.76
134-133	5.87	0.1704	376.9	1938.2	5.14
133-132	8.61	0.1161	376.9	1321.4	3.51
132-131	5.87	0.1704	376.9	1938.2	5.14
131-130	5.90	0.1695	376.9	1928.4	5.12
130-129	6.90	0.1449	376.9	1648.9	4.37
129-128	7.14	0.1401	376.9	1593.5	4.23
128-127	7.57	0.1321	376.9	1503.0	3.99
127-126	7.53	0.1328	376.9	1511.0	4.01
126-125	7.81	0.1280	376.9	1456.8	3.87
125-124	8.28	0.1208	376.9	1374.1	3.65
124-123	8.20	0.1220	376.9	1387.5	3.68
123-122	8.65	0.1156	376.9	1315.3	3.49
122-121	8.45	0.1183	376.9	1346.4	3.57
121-120	7.49	0.1335	376.9	1519.0	4.03

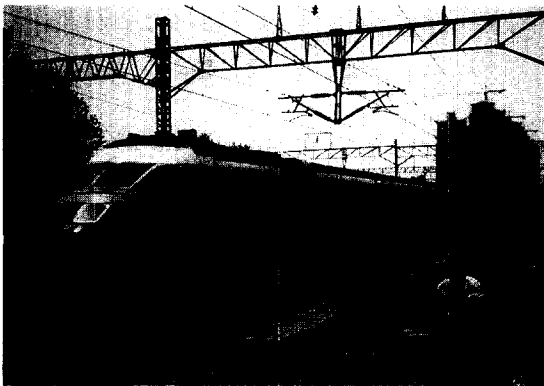


사진 3.1 주행저항 시험에 사용한 열차

타내었다. 또한 그림 3.4 및 3.5에 이들 측정치를 회귀분석하여 주행저항에 관한 회귀식을 구하였으며 그림 3.6에 디젤동차에 대한 시험 결과치와 비교하였다. 이들 결과치를 분석하여 보면 새마을 동력차 2량을 속도 90km/h에서 타행운전하였을 때의 감속도, 차량 총저항, 톤당 주행저항은 각각 90km/h ~89km/h의 차량속도일 때 0.1169, 536.7kg,

Locomotive

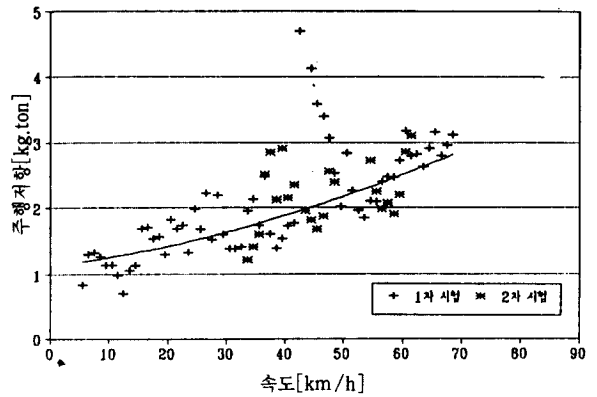


그림 3.2 동력차 2량의 주행저항 측정결과

Train

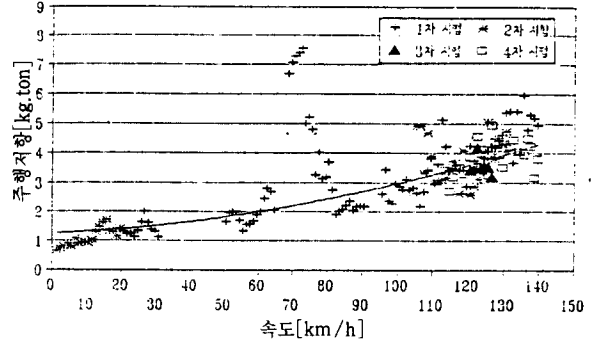


그림 3.3 새마을호 열차편성의 주행저항 측정결과

Locomotive

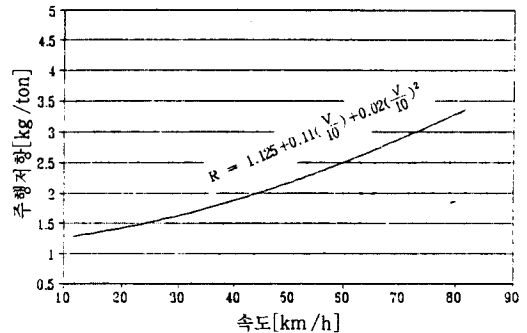


그림 3.4 동력차 2량편성의 주행저항 회귀식

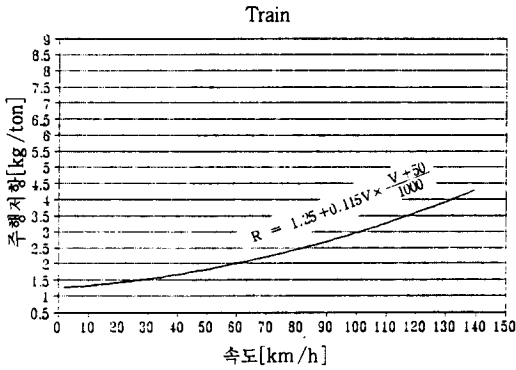


그림 35 열차편성의 주행저항 회귀식

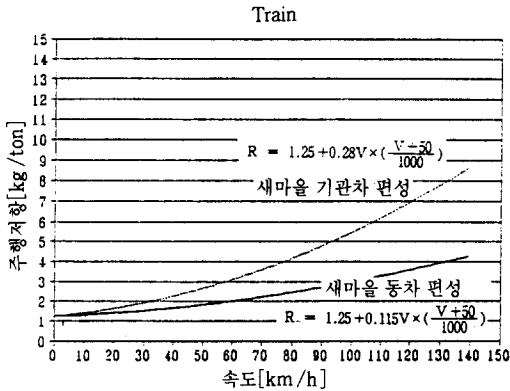


그림 36 동력차 주행저항 비교

3.712kg/ton임을 알 수 있었으며, 새마을 동차편성을 140km/h에서 타행운전하였을 때의 감속도, 차량총저항, 톤당 주행저항은 각각 140~139km/h의 차량속도일 때 0.1421, 1616.9kg, 4.2901kg/ton로 나타나 열차의 주행저항은 기관차와 객차의 무게는 관계가 없고 열차의 선두부 형상에 따라 크기가 결정된다는 것을 알 수 있었다. 또한 열차의 속도가 높을수록 주행저항값도 크게 나타났다.

4. 결 론

열차의 운전계획을 수립하고 속도향상과 제동하중 및 시동하중을 정확하게 산정하기 위한 기초적인 자료로서 디젤기관차 및 열차, 디젤동차에

대한 차량의 주행저항을 측정된 결과 주행저항식을 산출하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 차량의 주행저항은 차량의 무게와는 관계가 없으며 차량 선두부가 유선형인 디젤동차 동력차가 열차 저항 특히 공기저항의 감소로 디젤기관차보다 상당히 낮게 나타났다.

(2) 열차의 주행저항은 속도가 높을수록 크게 나타났으며 유선형과 디젤동차의 크기도 속도가 높을수록 차이가 크게 나타났다.

(3) 열차편성의 주행저항 시험에서 객차의 구조가 동일함에도 선두 동력차의 영향으로 유선형 디젤 동력차의 열차편성이 디젤기관차의 열차편성보다 낮게 나타났다.

이번의 주행저항 시험결과 차량선두부의 형상이 주행저항에 미치는 영향이 매우 크다는 것이 입증되었으며 고속철도를 비롯한 차량의 설계와 주행속도를 고려한 역간 거리 선정시 및 교량설계시 제동하중 및 시동하중 산정을 위한 기초적 자료가 될 것이다.

참 고 문 헌

1. 철도청 차량국, 철도차량 편람, 철도청 차량국, 1990.
2. 고속철도 건설공단, "고속철도 강교량 및 합성형 교량 설계표준 시방서(안)", 1991. 9
3. William W. Hay, "Railroad Engineering" Second Edition, JOHN WILLY & SONS, 1982.
4. Hess, John L and Smith, A. M. O., "Calculation of Nonlifting Potential Flow about Arbitrary Three-dimensional Bodies" Journal of ship Rearch, Vol. 8, No. 2, pp. 24 -44, September 1964.
5. Chuen-YEN Chow., "An Introduction to Computational Fluid Mechanics"
6. H. J. Wirz and J. J. Smoulderen, "Numerical Methods in Fluid Dynamics", McGRAW-HILL BOOK COMPONY, 1978.
7. R. K. Cooper, "The Effect of Cross-Wind on Trains", ASME.
8. Frank M. White, "Viscous Fluid Flow"
9. 日本機械學會, "鐵道車輛の走行抵抗", 1975.