

ㄱ-字形鋼의 斷面性能과 그 用途

Section Properties of Steel Angles and Its Structural Use

李 守 坤*
Lee, Soo-Gon

1. 序 論

ㄱ-字形鋼(angle)은 truss 나, 塔狀構造物에서 單一 部材로 쓰일 수 있다. 또한 水平荷重에 저항하는 bracing으로도 쓰인다. 이상은 주로 軸方向力에 저항하는 부재로 쓰일 경우이나 휨모멘트에 저항하는 部材 즉, 휨재(flexural member)로도 이용된다.

축방향력중 壓縮材로 쓰일 때에는 휨좌굴(flexural buckling)뿐 아니라 비틀림좌굴(torsional buckling)이 일어날 수 있다. 따라서 단면2차모멘트 I 값 뿐 아니라 비틀림상수(torsional constant) J 값과 뒤틀림상수(warping constant) Γ 값도 알고 있어야 한다. 보로 쓰일 때에도 重心軸에 荷重이 作用하지 않는한 위에서 언급한 I, J 및 Γ 값이 필요하게 된다.

구조물 특히 鋼構造物의 실제에서는 이미 塑性設計法 또는 限界狀態 設計法을 채택한 나라가 많고 彈性設計法을 채택한 나라들에서도 점차 塑性設計法으로 바뀌어 가는것이 일반적 경향이다. 彈性設計法을 채택하고 있는 우리나라 역시 예외가 아니다. 이렇게 되면 斷面性能으로 중요한 것중의 하나가 塑性斷面係數(plastic modulus of section)이다.

여기서는 먼저 兩脚 先端部에서의 半徑 r_2 와 兩脚 交叉部의 fillet 半徑 r_1 을 고려하는 斷面性能들을 이론적으로 유도하기로 한다. 또한 아직까지 국내의 鋼構造 關係文獻에서는 찾을 수 없

는 塑性斷面係數, Z_p , 비틀림상수 J 및 뒤틀림상수 Γ 의 계산식을 제시하고 동시에 그 결과가 어떻게 이용되는지 例題를 통하여 이해하도록 한다.

2. 準備計算

ㄱ-字形鋼의 兩脚 先端部에서 볼수 있는 그림 1의 斷面性能을 알아보기로 한다.

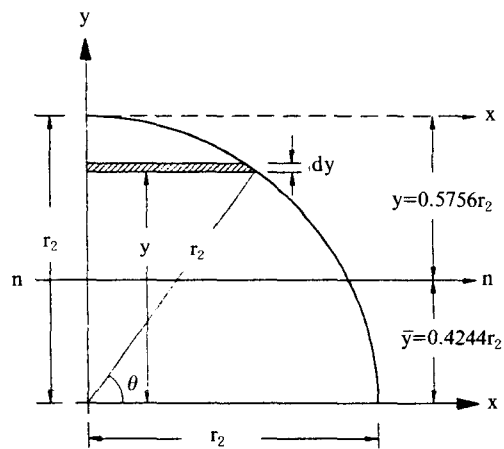


그림 1 1/4圓 斷面性能 計算

먼저 단면적 A_r 은 :

$$A_r = \frac{\pi r_2^2}{4}$$

이고 x -축에 관한 단면1차모멘트는 :

*土木構造, 建築構造, 建築施工技術士. 全南大學校工大建築學科教授.

$$S_x = \int_A y dA = \int_0^{r_2} y(x dy) = \int_0^{r_2} \sqrt{r_2^2 - y^2} (y dy)$$

$$= -\frac{1}{3} (r_2^2 - y^2)^{3/2} \Big|_0^{r_2} = \frac{r_2^3}{3}$$

으로 된다. 斷面形態로 볼때 y-축에 관한 단면1차모멘트 S_y 는 x-축에 관한 단면1차모멘트와 같을 것이므로 圖心距離 \bar{x}, \bar{y} 는;

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{S_x}{A} = \frac{S_y}{A} = \frac{r_2^3 / 3}{\pi r_2^2 / 4} \quad (1)$$

$$= \frac{4r_2}{3\pi} \doteq 0.4244r_2$$

위의 그림1에서 x-축에 관한 단면2차모멘트 I_x 는

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^{r_2} y^2 (x dy)$$

$$= \int_0^{r_2} \sqrt{r_2^2 - y^2} (y^2 dy)$$

로 되겠다. 위의 積分은 다소 어려우므로 이때에는 아래와 같은 變數變換을 이용함이 편리하다.

$$x = r_2 \cos \theta, \quad y = r_2 \sin \theta$$

$$dy = r_2 \cos \theta d\theta$$

이들을 위의식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$I_x = r_2^4 \int_0^{\pi/2} (\cos \theta \sin \theta)^2 d\theta$$

$$= \frac{r_2^4}{4} \int_0^{\pi/2} (\sin 2\theta)^2 d\theta$$

$$= \frac{r_2^4}{8} [\theta - \frac{\sin 4\theta}{4}]_0^{\pi/2} = \frac{\pi r_2^4}{16} \quad (2)$$

(2)식을 이용하여 圖心을 통과하는 n-축에 관한 단면2차모멘트 I_n 을 구하려면 다음식, 즉

$$I_x = I_n + A_r (\bar{y})^2 = \frac{\pi r_2^2}{16} \quad (3)$$

에 $A_r = \pi r_2^2 / 4$, $\bar{y} = 0.4244 r_2$ 를 代入하여;

$$I_n = \frac{\pi r_2^4}{16} - \frac{\pi r_2^2}{4} \cdot (0.4244 r_2)^2 \doteq 0.0549 r_2^4 \quad (4)$$

이제 나중의 계산에 필요하게 될 그림1의 x'-축에 관한 단면2차모멘트를 구하면;

$$I_x' = I_n + A_r (\bar{y}')^2$$

$$= \frac{\pi r_2^4}{16} - \frac{4 r_2^4}{9\pi} + \frac{\pi r_2^2}{4} (1 - \frac{4r}{3\pi})^2$$

$$\doteq 0.3154 r_2^4 \quad (5)$$

이상은 兩脚先端部の 半徑 영향을 고려할 때 필요한 것으로 이하의 모든 계산은 소수점이하 4자리까지만 처리하기로 한다.

이번에는 그림3에서 빗금친 도형의 斷面性能을 유도하기로 한다. 먼저 단면적 A_r 은;

$$A_r = r_1^2 - \frac{\pi r_1^2}{4} \doteq 0.2146 r_1^2 \quad (6)$$

앞의 그림1과 (1)식을 참고하면 x-축에 관한 단면1차모멘트 S_x 는

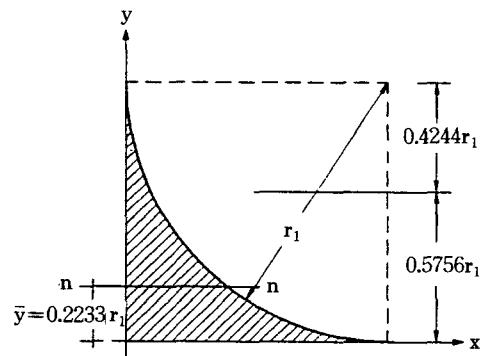


그림 2 fillet의 斷面性能 計算

$$S_x = r_1^2 \times \frac{r_1}{2} - \frac{\pi r_1^2}{4} \times (r_1 - 0.4244r_1) = 0.0479r_1^3$$

으로 됨을 알 수 있다. 이때 도심거리 \bar{y} 는;

$$\bar{y} = \frac{S_x}{A_r} = \frac{0.0479r_1^3}{0.2146r_1^2} = 0.2233r_1 \quad (7)$$

이제 x-축에 관한 단면2차모멘트 I_x 는 (3)식과 (4)식을 참고로 할때 다음식을 얻는다.

$$I_x = \frac{r_1^4}{3} - (0.0549r_1^4 + \frac{\pi r_1^2}{4} \times (0.5756r_1)^2)$$

$$= 0.0182r_1^4 \quad (8)$$

中立軸에 관한 단면2차모멘트 I_n 은 (3)식을 이

용하면 된다. 즉, 그림 2에서

$$I_x = I_n + A_r (\bar{y})^2 = 0.0182 r_1^4$$

$$\therefore I_n = 0.0182 r_1^4 - 0.2146 r_1^4 \times (0.2233 r_1)^2$$

$$= 0.0075 r_1^4 \quad (9)$$

이상의 계산결과는 兩脚 交叉部の fillet 영향을 고려할 때 필요한 것이다.

3. ㄱ-字形鋼의 斷面性能

構造計算 및 設計에 필요한 ㄱ-字形鋼의 斷面性能을 理論적으로 유도하기로 한다. 다만 紙面관계상 일부 유도과정은 생략한다.

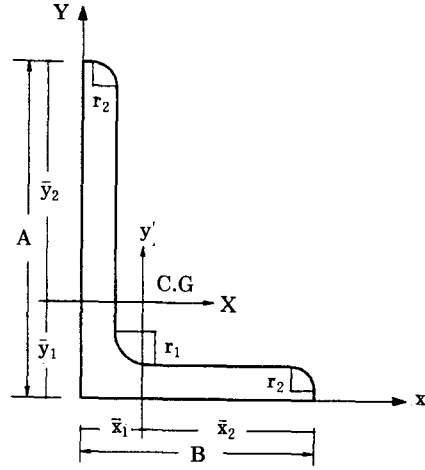


그림 3 ㄱ-字形鋼의 斷面形態

3-1 圖心과 斷面2차모멘트

그림 3과 (6)식을 응용하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$A_L = t(A+B-t) + 0.2146(r_1^2 - 2r_2^2) \quad (10)$$

그림 3에서 x-축에 관한 단면1차모멘트 S_x 는

$$S_x = \frac{A^2 t}{2} + \frac{(B-t)t^2}{2} + 0.2146 r_1^2$$

$$\times (t + 0.2233 r_1) - 0.2146 r_2^2$$

$$\times (A + t - 0.4466 r_2) \quad (11)$$

같은 방법으로 y-축에 관한 단면1차모멘트 S_y 는

$$S_y = \frac{t}{2} (At + B^2 - t^2) + 0.2146 r_1^2$$

$$\times (t + 0.2233 r_1) - 0.2146 r_2^2$$

$$\times (B + t - 0.4466 r_2) \quad (12)$$

따라서 도심거리 \bar{x} 와 \bar{y} 는;

$$\bar{x}_1 = \frac{S_y}{A_L}, \quad \bar{x}_2 = B - \bar{x}_1 \quad (13)$$

$$\bar{y}_1 = \frac{S_x}{A_L}, \quad \bar{y}_2 = A - \bar{y}_1$$

물론 A_L 은 (10)식으로 부터, S_x 와 S_y 는 (11) 및 (12)식으로 주어진다.

단면2차모멘트중 먼저 x-축에 관한 단면2차모멘트 I_x 는 일반식 (3)식으로 부터

$$I_x = \frac{t}{3} (\bar{y}_1^3 + \bar{y}_2^3) + \frac{1}{12} (B-t)t^3$$

$$+ t(B-t) \times (\bar{y}_1 - \frac{t}{2})^2$$

$$+ 0.0075 r_1^4 + 0.2146 r_1^2 \times (\bar{y}_1 - t - 0.2233 r_1)^2$$

$$- [0.0075 r_2^2 \times 2 + 0.2146 r_2^2 \times (\bar{y}_1 - t + 0.2233 r_1)^2$$

$$+ 0.2146 r_2^2 \times (\bar{y}_2 - 0.2233 r_2)^2] \quad (14)$$

$$I_y = \frac{t}{12} [At^2 + (B-t)^2] + At \times (\bar{x}_1 - \frac{t}{2})^2$$

$$+ (B-t)t \times (\bar{x}_2 - \frac{Bt}{2})^2$$

$$+ 0.0075 r_1^4 + 0.2146 r_1^2 \times (\bar{x}_1 - t - 0.2233 r_1)^2$$

$$- [0.0075 r_2^2 \times 2 + 0.2146 r_2^2$$

$$\times (\bar{x}_1 - t + 0.2233 r_2)^2$$

$$+ 0.2146 r_2^2 \times (\bar{x}_2 - 0.2233 r_2)^2] \quad (15)$$

한편 단면상승모멘트 I_{xy} 는;

$$I_{xy} = \int_A xy dA = \sum_{i=1}^n x_i y_i A_i$$

에 따라 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$I_{xy} = -At(\bar{x}_1 - \frac{t}{2}) \times (\bar{y}_2 - \frac{A}{2})$$

$$- (B-t)t(\bar{x}_2 - \frac{b-t}{2}) \times (\bar{y}_1 - \frac{t}{2}) \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
&+0.2146r_1^2 \times (\bar{x}_1 - t - 0.2233r_1) \\
&\times (\bar{y}_1 - 0.2233r_2) \\
&+0.2146r_2^2 \times (\bar{x}_1 - 0.2233r_2) \\
&\times (\bar{y}_1 - 0.2233r_2) \\
&+0.2146r_2^2 \times (\bar{x}_2 - 0.2233r_2) \\
&\times (\bar{y}_1 - t + 0.2233r_2)
\end{aligned}$$

위의 (14), (15) 및 (16)에서 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{y}_1,$ 및 \bar{y}_2 는 (13)식으로 부터 구한 값이다. 단면 2차모멘트가 구하여지면 斷面係數 S 와 斷面 2次半徑 i 는 다음식으로 부터 구할수 있다.

$$\begin{aligned}
S_x &= \frac{I_x}{e_x}, \quad S_y = \frac{I_y}{e_y} \\
e_x &= A - \bar{y}_1, \quad e_y = B - \bar{x}_1
\end{aligned} \quad (17)$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A_L}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_L}} \quad (18)$$

위의 마지막 식에서 A_L 은 (10)식으로 주어지는 값이다.

단면 2차모멘트 I_x, I_y 와 단면상승모멘트 I_{xy} 를 알면 主軸과 주단면 2차모멘트를 알수 있는데 먼저 主軸의 位置(그림 4 참조) α 는;

$$\tan 2\alpha = \frac{-2I_{xy}}{I_x - I_y}, \quad 2\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-2I_{xy}}{I_x - I_y}\right) \quad (19)$$

주축의 위치가 (19)식에 의하여 결정되면 주 단면 2모멘트 I_u (最大斷面 2차모멘트)와 I_v (最小斷面 2차모멘트)는;

$$I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} \quad (20-a)$$

$$I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} \quad (20-b)$$

주축의 표시는 다음의 그림 4와 같다.

원래의 좌표축 x, y 와 회전좌표축 u, v 는 다음 變換法則에 의하여 변화한다.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (21)$$

따라서 u_1, u_2, v_1 및 v_2 는 다음식으로 표시됨을 알 수 있다. (α 는 x 축과 U 축이 이루는 각)

$$\begin{aligned}
u_1 &= -(\bar{x}_1 \cos\alpha + \bar{y}_1 \sin\alpha), \quad u_0 = u_1 - 0.5t \quad (22-a) \\
u_2 &= -(\bar{x}_1 - t + 0.2929r_1) \cos\alpha \\
&\quad + (\bar{y}_2 - 0.2929r_2) \sin\alpha
\end{aligned}$$

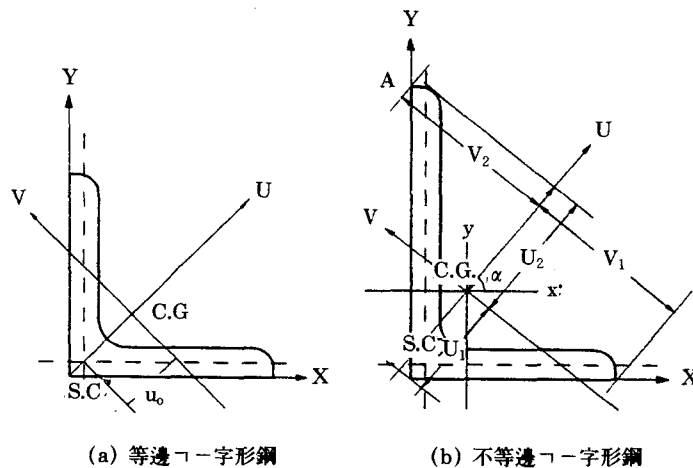


그림 4 I-字形鋼의 主軸

$$v_1 = -(\bar{x}_2 \sin\alpha + \bar{y}_1 \cos\alpha), v_0 = v_1 - 0.5t \quad (22-b)$$

$$v_2 = \bar{x}_1 \sin\alpha + \bar{y}_2 \cos\alpha$$

주단면 2차모멘트를 기본으로 한 主斷面係數 Z_{u1} , ..., Z_{v2} 는 다음식으로부터 얻을 수 있다.

$$Z_{u1} = \frac{I_u}{|v_1|}, \quad Z_{u2} = \frac{I_u}{v_2} \quad (23-a)$$

$$Z_{v1} = \frac{I_v}{|u_1|}, \quad Z_{v2} = \frac{I_v}{u_2} \quad (23-b)$$

여기서 $|v_1|$, $|u_1|$ 은 v_1 과 u_1 의 절대치를 표시한다.

우리나라에서 發行된 各種文獻에는 단면 2차모멘트와 주단면 2차모멘트의 값까지 掲載해 놓고 있다. 여기서 등변 ㄱ-字形鋼으로 L-100×10을 예로 들면 여러문헌에서는 $I_x = 175\text{cm}^4$ 이고 $I_u = 278\text{cm}^4$ 인데 (14) 및 (20)식을 기본으로 한 값 역시 $I_x = 175\text{cm}^4$, $I_u = 278\text{cm}^4$ 로 이들 값이 서로 일치함을 알 수 있다.

3-2 塑性 斷面係數 및 비틀림 상수

먼저 塑性 中立軸(P, N, A)부터 구하기로 한다. 여기서 소성 중립축이란 그림 3에서 X축 또는 Y축에 나란한 축으로 단면적을 2등분하는

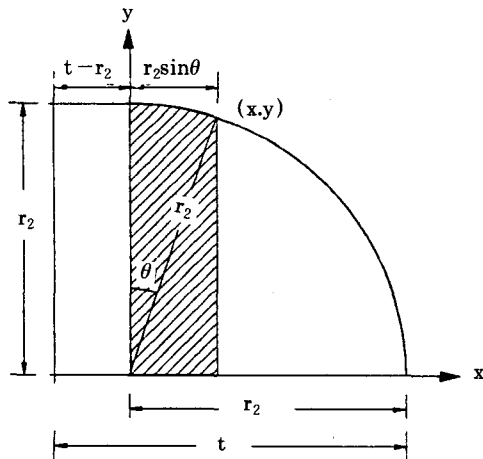


그림 5 先端半徑의 斷面計算

축을 말한다.

X-축의 소성좌표 x_p 를 정확히 구하기 위하여 먼저 그림 5와 같은 도형에서 빗금침 부분의 면적부터 구하기로 한다.

그림 5에서 처럼 θ 를 취하면;

$$x = r_2 \sin\theta, \quad y = r_2 \cos\theta, \quad dx = r_2 \cos\theta d\theta$$

빗금친 부분의 면적 A_c 는;

$$\begin{aligned} A_c &= \int y dx = r_2^2 \int_0^\theta (\cos\theta)^2 d\theta \\ &= \frac{r_2^2}{2} \int_0^\theta (1 + \cos 2\theta) d\theta = \frac{r_2^2}{2} \left(\theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \end{aligned} \quad (24)$$

이제 그림 3, 그림 5에서 (24)식을 참고로 하여 形鋼斷面積 A_L 의 0.5배 되는 점을 찾으려면;

$$\begin{aligned} A(t-r_2) + A_c[(24\text{식})] + (A-r_2)r_2 \sin\theta \\ = 0.5A_L \end{aligned}$$

이식을 정리하면;

$$\begin{aligned} (A-r_2)r_2 \sin\theta + \frac{r_2^2}{2} \left(\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right) \\ = 0.5A_L - A(t-r_2) \end{aligned} \quad (25)$$

(25)식의 右邊은 形鋼의 寸數가 주어지면 하나의 常數로 된다.

(25)식을 만족시키는 θ 값을 구하는 것은 간단하지 않으나 數值 解析法 예를 들면 Newton-Rapson法을 이용할 수도 있다. 여기서는 實用的으로 간단히 x_p 를 구할수 있는 법을 提案하기로 하는데 먼저 等邊 ㄱ-字形鋼인 L-100×100×10을 예로 든다. 이때의 단면적은 19.004cm^2 이고 $r_1 = 1\text{cm}$, $r_2 = 0.7\text{cm}$ 이므로 (25)식에 의하여

$$f(\theta) = 6.51 \sin\theta + 0.2451 \left(\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right) - 6.500 = 0$$

을 만족시키는 θ 값을 찾으려면 된다. 위식을 만족시키는 θ 값은 $\theta \approx 1.225\text{rad}$ 임을 확인할 수 있다. 이때의 x_p 값은 그림 5로부터;

$$\begin{aligned} x_p &= t + r_2(\sin\theta - 1) = 1 + 0.7(0.9408 - 1) \\ &= 0.9585\text{cm} \end{aligned}$$

이상과 같이 복잡한 식 대신 略算式으로

$$x_p = \frac{1}{2A} (A_L) \quad (26)$$

이라하면 $x_p = \frac{19.004}{(2 \times 10)} = 0.950\text{cm}$ 이고 이때의 오차는 0.89% 정도이다.

不等邊 ㄱ-字形鋼인 L-125×90×10의 경우 $A_L = 20.504\text{cm}^2$, $r_1 = 1\text{cm}$, $r_2 = 0.7\text{cm}$ 이므로 (25)식은

$$f(\theta) = 8.261\sin\theta + 0.245\left(\theta + \frac{\sin 2\theta}{2}\right) - 6.502 = 0$$

로 되고 윗식을 만족시키는 θ 값은 $\theta \approx 0.844\text{rad}$ 임을 확인할 수 있다. 따라서 x_p 값은;

$$x_p = 1.0 + 0.7(0.7473 - 1) = 0.8231\text{cm}$$

이고 (26)식에 의한 값도 $x_p = \frac{20.504}{(2 \times 12.5)} =$

8202cm로 오차는 0.35% 정도로 된다. 이상의 두가지 예로부터 x_p 를 결정하기 위하여 복잡한 (25)식의 해를 구하기 보다는 (26)식과 같이 간단한 식을 이용함이 보다 實用的임을 알 수 있다.

다음은 塑性中心 y_p 를 구하는 문제이다. 그림 6에서 등변 ㄱ-字形鋼 일때에는 $y_p = x_p$ 이므로 문제가 되지 않는다. 앞의 그림 2와 이와 관련된 된 (6)식 및 그림 6으로부터;

$$ty - 0.2146r_2^2 = 0.5A_s$$

$$y = \frac{1}{t}(0.5A_s + 0.2146r_2^2)$$

$$y_p = A - y = A - \frac{1}{t}(0.5A_s + 0.2146r_2^2) \quad (27)$$

소성중심좌표에서 x_p 는 (26)식, y_p 가 (27)식으로 구하여지면 소성단면계수 Z_p 는 다음식으로부터 구할 수 있다.

$$Z_p = Bt \times \left(y_p - \frac{t}{2}\right) + \frac{t}{2} \{(A - y_p)^2 + (y_p - t)^2\} + 0.2146r_2^2(y_p - t - 0.2233r_1)$$

$$-0.2146r_2^2(A - t) \quad (28-a)$$

같은 방법으로 Z_{py} 의 계산결과를 정리하면;

$$Z_{py} = \frac{A}{2} \{x_p^2 + (t - x_p)^2\} + t(B - t) \left(\frac{B + t}{2} - x_p\right) + 0.2146r_1^2 \times (t - x_p + 0.2233r_1) - 0.2146r_2^2 \times (B + t - 2x_p - 0.4466r_2) \quad (28-b)$$

(28)식은 하나의 표로 만들 수 있다.

비틀림 상수 J 의 계산에서 先端部 半徑과 兩脚의 交叉部 fillet을 무시하면;

$$J \approx \frac{t^3}{3} (A + B - t) \quad (29-a)$$

로 되나, 이들을 고려하면;

$$J = \frac{5^3}{3} (A + B - t) - 0.209t^4 \quad (29-b)$$

정도로 된다고 알려져 있다. 뒤틀림상수 Γ 는 일반적으로 다음식을 이용한다.

$$\Gamma = \frac{t^3}{36} (A^3 + B^3) \quad (30-a)$$

좀더 정확한 계산을 위하여는

$$\Gamma = \frac{t^3}{36} \{(A - t)^3 + (B - t)^3\} \quad (30-b)$$

여기서는 비틀림상수로 (29-a)식, 뒤틀림상수로 (30-a)식을 이용하기로 한다. 剪斷 中心座

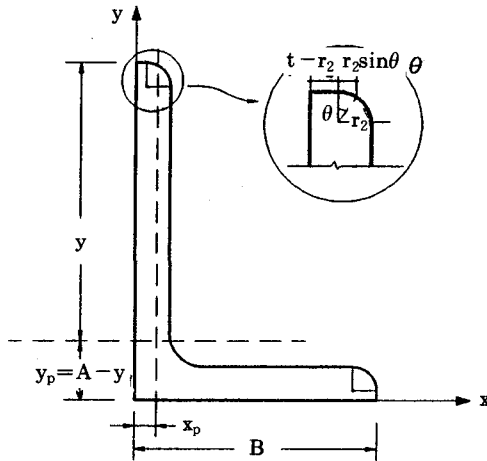


그림 6 ㄱ-字形鋼의 소성중심

標 r_o 는

$$r_o^2 = u_o^2 + v_o^2 + \frac{(I_u + I_v)}{A_L} \quad (31)$$

으로 주어지는데 u_o, v_o 는 그림 3 및 (22)식을 참고하기 바란다.

4. 單一形鋼의 挫屈

Timoshenko, Bleich, Yu 및 기타 여러 사람의 研究에 따르면 單一 Γ -字 形鋼의 挫屈은 다음식으로 지배된다.

$$(r_o)^2(P - P_u)(P - P_v)(P - P_\phi) - (v_o P)^2(P - P_u) - (u_o P)^2(P - P_v) = 0 \quad (32)$$

식중의 P_u, P_v, P_ϕ 는 각각

$$P_u = \frac{\pi^2 EI_u}{(L_{ku})^2}, \quad P_v = \frac{\pi^2 EI_v}{(L_{kv})^2}$$

$$P_\phi = \frac{1}{(r_o)^2} \left\{ GJ + \left(\frac{\pi^2}{L_{k\phi}} \right) E\Gamma \right\} \quad (33)$$

이고 r_o, J 및 Γ 는 (30)식 및 (31)식으로 주어진 다. 또한 L_{ku}, \dots 등은 주축에 관한 유효길이 (effective length)이다. 끝으로 u_o 와 v_o 는 전단 중심에서 도심까지의 거리이다. (그림 4(a) 참조)

그림 4(a)의 等邊 Γ -字 形鋼과 같이 단면이 하나의 對稱軸을 갖을 경우 $v_o = 0$ 이므로 (32)식 으로부터 다음과 같은 임계하중을 얻는다.

$$P_1 = P_v = \frac{\pi^2 EI_v}{(L_{kv})^2} \quad (34)$$

$$P_2 = \frac{1}{2H} \left\{ (P_u + P_\phi) + \sqrt{(P_u + P_\phi)^2 - 4HP_u P_\phi} \right\}$$

$$P_3 = \frac{1}{2H} \left\{ (P_u + P_\phi) - \sqrt{(P_u + P_\phi)^2 - 4HP_u P_\phi} \right\}$$

여기서 H 는 (37)식을 참조한다.

不等邊 Γ -字 形鋼과 같이 對稱軸을 갖지 않는 단면에서는 (32)식을 展開하여 다음과 같은 特性方程式(characteristic equation)을 얻는다.

$$P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0 = 0 \quad (35)$$

위의 식에서

$$a_2 = -\frac{1}{H} \left(1 - \left(\frac{v_o}{r_o} \right)^2 \right)$$

$$P_u + \left(1 - \left(\frac{u_o}{r_o} \right)^2 \right) P_v + P_\phi$$

$$a_1 = \frac{1}{H} \{ P_u P_v + P_u P_\phi + P_v P_\phi \} \quad (36)$$

$$a_0 = -\frac{1}{H} \{ P_u P_v P_\phi \}$$

(34)식과 (36)식에서

$$H = 1 - \frac{u_o^2 + v_o^2}{r_o^2} \quad (37)$$

으로 등변 Γ -字 形강일때는 $v_o = 0$ 이다.

Computer 사용이 일반화 된 오늘날에는 (35)식과 같은 3次式의 解(根)를 구하는 汎用 program을 쉽게 찾을 수 있다. 그러나 實務에 從事하는 構造技術者에게는 다음에 설명하는 Kline 법이 오히려 편리할지도 모르겠다. (35) 및 (36)식과 關聯하여 Kline 법을 설명하면 다음과 같다. 먼저 M, N, θ 를

$$M = \frac{3a_1 - a_2^2}{9} < 0$$

$$N = \frac{9a_1 a_2 - 2a_2^3 - 27a_0}{54} \quad (38)$$

$$\theta = \arccos \frac{N}{\sqrt{-M^3}}$$

라고 할 때 (35)식의 근은 각각

$$P_1 = -\frac{a_2}{3} + 2\sqrt{-M} \cos \frac{\theta}{3}$$

$$P_2 = -\frac{a_2}{3} + 2\sqrt{-M} \cos \left(\frac{\theta}{3} + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$P_3 = -\frac{a_2}{3} + 2\sqrt{-M} \cos \left(\frac{\theta}{3} + \frac{4\pi}{3} \right)$$

물론 좌굴하중은 (34)식과 (39)식에서 最小의 값이다. (34)식에서는 $P_1 < P_3$ 이면 휨 挫屈(flexural buckling)이나 $P_1 > P_3$ 이면 부재는 휨과 비

틀림의 組合形 挫屈모드(flexural-torsional buckling mode)로 좌굴된다. (39)식에서는 즉 대칭축을 갖지 않는 단일 부등변 ㄱ字形鋼의 壓縮材는 휨과 비틀림의 組合形 挫屈로 파손된다고 할 수 있다.

지금까지 展開한 이론들이 구체적으로 어떤

의미를 갖는지 實際의 例題를 통하여 설명하기로 한다.

[예제 1] 다음과 같은 ㄱ字形鋼보의 應力을 檢討하라. 단, L-250×250×35(SS 41)이고 偏心은 그림과 같다.

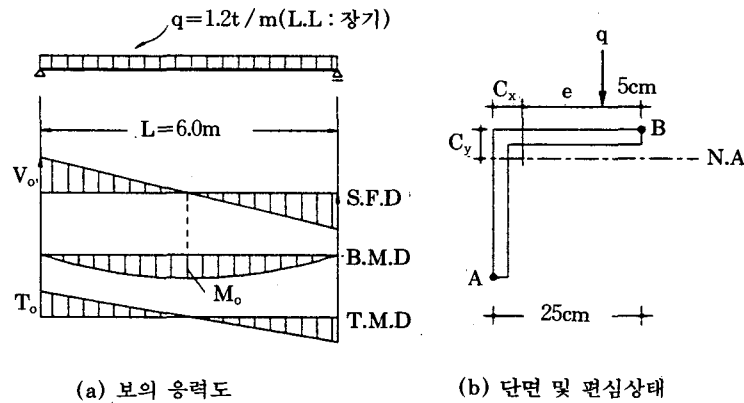


그림 7 편심하중을 받는 보

解法:

① 準備計算

ㄱ字形鋼의 斷面性能인 (14)식과 (17) 및 (21)식으로부터

$$\bar{x} + \bar{y} = 7.45\text{cm}, I_x = I_y = 9107.33\text{cm}^4$$

$$I_u = 14425.63\text{cm}^4, I_v = 3789.03\text{cm}^4$$

二重 軸對稱 方向은 모멘트의 vector 表示로 오른손 나사의 進行方向과 일치한다. 따라서 B 점의 應力은 M_u 에 의하여는 壓縮으로, M_v 에 의하여는 引張으로 된다. $q = 1.2\text{t/m(L.L)}$, $g = 128\text{t/m(D.L, 形鋼表)}$ 이므로 다음을 얻는다.

$$M_o = \frac{(q+g)L^2}{8} = \frac{36 \times 1.328 \times 100}{8} = 597.6\text{tcm}$$

$$V_o = \frac{(q+g)L}{2} = \frac{6 \times 1.328}{2} = 3.984\text{ton}$$

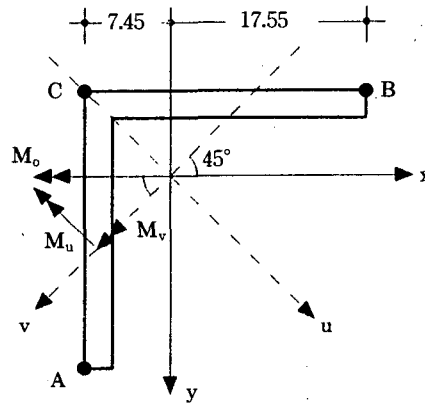


그림 8 좌표축과 모멘트의 분해

$$M_u = M_v = \frac{M_o}{\sqrt{2}}$$

또한 그림 7에서 편심거리 e와 비틀림모멘트는:

$$e = 25 - c_x - 5 = 25 - 7.45 - 5 = 12.55 \text{cm}$$

$$m_z = qe = 1.2 \times 12.55 = 15.06 \text{tcm/m}$$

$$T_o = \frac{m_z L}{2} = \frac{15.06 \times 6}{2} = 45.18 \text{tcm}$$

② 應力計算

(힘응력)

一般式인

$$\sigma = \frac{M_u}{I_u} v + \frac{M_v}{I_v} u \quad (40)$$

으로부터 구하는데 이때 u 와 v 는 各點의 u 축과 v 축에 관한 좌표이다. 예를 들면 A점에서의 u , v 는 (21)식에 의하여

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}_A = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7.45 \\ 17.55 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 10.10 \\ 25.00 \end{pmatrix}$$

으로 된다.

各點의 응력 계산에 (40)식을 이용하면

$$\begin{pmatrix} \sigma_A \\ \sigma_B \\ \sigma_C \end{pmatrix} = \frac{597.6 \times 0.5}{14425.63} \begin{pmatrix} 25 \\ -25 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{597.6 \times 0.5}{3789.03} \begin{pmatrix} 10.1 \\ 10.1 \\ -7.45 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1.3143 \\ 0.2796 \\ -0.5875 \end{pmatrix} \quad (\text{t/cm}^2)$$

(剪斷應力)

먼저 힘 剪斷應力의 一般式은

$$\tau_b = \frac{V_o Q}{Ib} \quad (Q = \text{中立軸에 관한 단면 1차 모멘트})$$

트)

인테 주어진 보에서 $I = I_x = 9110 \text{cm}^4$, $b = t = 3.5 \text{cm}$, $V_o = 3.984 \text{ton}$, $Q = 3.5 \times 17.55 \times (17.55 \div 2) = 539.0044 \text{cm}^3$ 을 代入하면 $Q_B = Q_C = Q_A$ 이므로

$$\begin{pmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \end{pmatrix} = \frac{3.984 \times 539.0044}{9107.33 \times 25} \begin{pmatrix} 25/3.5 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0673 \\ 0.0094 \\ 0.0094 \end{pmatrix} \text{t/cm}^2$$

을 얻고 warping torsion을 무시하고 St. Venant torsion만 고려할 때

$$T_w = T_o \left(1 - \frac{2x}{L} \right) = 45.18 \left(1 - \frac{x}{3} \right) \text{tcm}$$

$$\tau_{wv} = \frac{t}{J} T_w$$

에 의하여 다음과 같이 된다. ($x=0$)

$$\begin{aligned} (\tau_A)_{wv} = (\tau_B)_{wv} = (\tau_C)_{wv} &= \frac{3.5 \times 45.18}{664.5625} \\ &= 0.2379 \text{t/cm}^2 \end{aligned}$$

이제 위의 마지막 두식의 값을 합하면 $\tau_A = 0.3052 \text{t/cm}^2$, $\tau_B = \tau_C = 0.2473 \text{t/cm}^2$ 으로 된다.

이번 예제에서 注目할 점은 첫째는 중립축 위에 있는 B점의 응력이 引張應力으로 된다는 점이고 그 다음으로는 보 端部에서 비틀림모멘트에 의한 전단응력(τ_w)가 힘 전단응력(τ_v)의 3.5배 이상 된다는 점이다.

[예제 2] L-90×75×9(SS41)이 壓縮材로 쓰일 때의 許容 壓縮荷重을 구하라. 단, 有效길이는 어느 경우에도 $L_x = 300 \text{cm}$ 이다.

解法:

① 準備計算

Γ-字形鋼의 斷面性能表로부터 $I_u = 143 \text{cm}^4$, $I_v = 34.1 \text{cm}^4$, $A = 14.04 \text{cm}^2$, $\bar{x} = 2.01 \text{cm}$, $\bar{y} = 2.75 \text{cm}$ 를 얻으므로 (21)식으로부터 $u_o = 2.5805 \text{cm}$, $v_o = 1.0318 \text{cm}$, (31)식으로 $r_o = 4.5092$ 를 얻는다. 여기서 (33)식을 계산하면 $P_u = 32.9316 \text{ton}$, $P_v = 7.8529 \text{ton}$, $P_r = 159.9902 \text{ton}$ 을 얻는다.

② 臨界荷重 計算

(36)식에 위의 값을 적절히 代入하면 $a_o = -66722.8439 (\text{ton})^3$, $a_1 = 10939.7337 (\text{ton})^2$, $a_2 = -316.8499 (\text{ton})$ 을 얻으므로 (38)식과 (39)식으로부터 $P_1 = 278.418 \text{ton}$, $P_2 = 7.8317 \text{ton}$, $P_3 = 600 \text{ton}$ 을 얻는다.

$P_2 < P_o$ 이므로 주어진 部材는 翹과 비틀림의 組合形 挫屈로 파손된다.

③ 許容 壓縮荷重 計算

현행 鋼構造 計算에서 따라 計算을 進行한다.

(18)식에 의하여 $i_v = 1.558\text{cm}$, $\lambda = L_v/i_v = 192$.
 $55 > \lambda_p (=120)$, $n = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{13}{6}$ 이고 이때의 許
容 壓縮應力은 $f_c = \frac{0.6F_y}{n} \left(\frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^2 = 0.258\text{t/cm}^2$
으로 된다. 따라서 비틀림을 고려하지 않은 許
容 壓縮應力은 $P_{ac} = f_c A_L = 0.258 \times 14.04 = 3.622\text{ton}$
이나 $P_2 < P_v$ 이므로 비틀림을 고려하여 $P_{av} = 3$.
 $622 \times (7.8317 \div 7.8529) = 3.612\text{ton}$ 으로 된다.

참고문헌

1. Seshu Madhara Rao Adluri and Murty K.S.

Madugulu: "Geometric Properties of Hot Rolled Steel Angles Including the Effects of Toe Radii and Fillet", AISC Engineering Journal, Vol.31, No.2, 1994

2. S.P. Timoshenko and J.M. Gere: "Theory of elastic stability", McGraw-Hill, 1963
3. H.H. Bleich: "Buckling strength of metal structures", McGraw-Hill, 1952
4. Wei-Wen Yu: "Cold-formed steel structures", McGraw-Hill, 1973
5. A. Zureick: "Design strength of concentrically loaded single angle struts", AISC Engineering Journal, Vol.30, No.1, 1993