

동적인 다단계 제조시스템에서의 계층적 흐름 통제 방법

Hierarchical Flow Control in a Dynamic Multi-stage Manufacturing System

노인규*, 김진규*

In Kyu Ro*, Jin Kyu Kim*

Abstract

This paper is concerned with developing flow control method for a dynamic multi-stage manufacturing system with interstage buffers and unreliable machines. For the effective control of proposed manufacturing system, the three-level hierarchical scheme is introduced. At the top level, we collect the system data and then, design the buffer sizes and hedging points. Short-term production rates are calculated at the middle level. At the bottom level, actual dispatching times are determined by Clear the Largest Buffer Level rule. The control method utilizes the material and the space in the buffers to alleviate the propagation of a failure to other machines in the system and keeps the production close to demand. Finally, a numerical example is provided to illustrate the mathematical control method developed and implemented in a dynamic manufacturing environment.

1. 서론

본 연구에서 고려하는 제조시스템은 유한한 내부 버퍼(buffer)에 의해서 분리된 일련의 단계(stage)들로 구성된 다단계의 흐름 라인(flow line)이다. 각 단계의 작업장은 다

수의 동일한 기계가 배치되어 있다. 각 부품은 각 단계의 작업장에서 동일하지 않은 가공 시간으로 처리되는 비균형(nonhomogeneous)의 라인으로서, 이 시스템은 각 단계의 기계 고장에 의해서 매우 큰 영향을 받는다. 다단계 제조시스템에서 일어나는 기계 고장

* 한양대학교 산업공학과

은 가공 의존형(operation-dependent)고장으로
 로서 단지 가동 중일때만 일어날 수 있으며
 [7], 기계 고장시 곧 바로 수리에 착수되어
 일정 기간 동안 수리가 계속 된다. 이로 인
 하여 하부 단계의 작업장들에 기갈(starvation)
 현상과 상부 단계의 작업장들에 차단(block-
 age)현상을 초래할 수 있다. 이때 단계 중간
 의 버퍼는 한 작업장의 기계 고장이 시스템
 나머지 단계의 작업장에 그 파급 영향을 미
 치지 못하도록 차단하는 역할을 한다[15,26].
 그리고 첫 단계의 작업장에는 절대로 기갈
 현상이 발생하지 않으며, 마지막 단계의 작
 업장에는 차단 현상이 발생하지 않는 것으로
 가정한다.

실제로 FMS(Flexible Manufacturing Sys-
 tems)시스템도 기계 고장과 가공 시간의 비
 균형으로 인한 기갈 현상이 전체 기계 상태
 의 23%, 차단 현상이 11%나 됨을 알 수 있
 다[25]. 이와 같은 다단계의 제조시스템을 비
 동기적(asynchronous) 흐름 라인 이라고 한다
 [5]. 이때 기계 고장 및 수리 시간은 지수 분
 포를 하며, 가공 시간보다 훨씬 길다.

따라서 본 연구는 비동기적 흐름 라인인
 다단계 제조시스템에서 가공, 기계 고장 및
 수리, 기갈과 차단 현상, 재공품 저장공간 제
 한, 수요 변동 등과 같은 동적이면서도 이산
 적인 방해사건을 잘 예측·계획·통제할 수
 있는 수리적 흐름 통제 모델을 계층적으로
 구축한다.

이 모델의 총기대 시스템 비용 측면에서
 시스템을 최적화하여 생산 수요를 JIT(Just
 In Time)식으로 충족시킬 수 있도록 생산율
 (production rate), 버퍼 크기(buffer size), 작
 업할당(job dispatching)을 거의 실시간으로

결정할 수 있는 계층적 제조 흐름 통제 방법
 을 개발한다.

기계 고장이 허용되는 제조시스템에서의
 계층적 생산 통제 문제는 Kimemia와 Ger-
 shwin[16]이 추계적인(stochastic) 통제 문제
 로서 처음 정식화 하였다. 이 연구의 연장으로
 Akella et al.[1], Gershwin et al.[13], 그리
 고 Maimon과 Gershwin[19]들도 제조시스템
 에서 생산율과 경계점(hedging point)을 결정
 하는 발견적 기법의 알고리즘을 개발하였다.
 하지만 이들은 모두 공정 중간의 버퍼는 전
 혀 고려하지 않았다.

그러나 Gershwin[11], Mascolo et al.[20], 그
 리고 Hong et al.[15]들은 유한한 버퍼를 가
 진 고장이 허용되는 조립 라인 시스템에서
 생산율과 공정간 평균 재고 수준을 결정하였
 다. 이때 Mascolo et al.[20]들은 모든 공정의
 가공 시간이 동일한 경우에, Gershwin[11]과
 Hong et al.[15]들은 가공 시간이 랜덤한 경
 우에 있어서 다단계의 조립 라인 시스템을
 두 단계의 시스템으로 분해를 하여서 해를
 구하였으나, 이들은 경계점 법칙과 같은 통
 제 법칙을 제시하지는 않았다. 그리고 버퍼
 도 동질인(homogeneous) 경우로 제한하였다.
 이런 연구들의 수리적인 기초는 Gershwin[9]
 과 Dallery et al.[7]들의 분해 해법에 의거 하
 였다.

한편, 제조 흐름 통제 문제는 그 특성상 매
 우 복잡하여서 단일의 추계적 최적화 문제로
 서는 거의 해법 개발이 불가능(NP-hard)하
 다. 그러므로 원문제를 해결 가능한 계층적
 구조로 분해를 하여서 각 계층에 적합한 수
 리적 해법을 개발하였다[12,14]. Gershwin
 [10]은 통제되어야 할 생산의 종류에 따라서

그 특성에서 기인한 생산 일정 계획 및 통제 기법 개발을 위한 일반적인 계층적 체계를 구축하였다. 수리적인 측면에서 Rishel[23], Bertsekas[6], 그리고 Vermes[27]들은 Markov process성질의 추계적인 동적계획법(Dynamic Programming) 통제 문제의 최적해를 구하는데 있어서 Hamilton-Jacobi-Bellman의 편 미분방정식 해법을 적용하였다. Maimon[18]과 Villa[28]들은 문제의 각 계층에서 수리적인 방법과 이것이 여의치 않을 경우에는 지식 기반에 기초한 발견적 기법의 통합적인 복합 해법을 개발하였다. 그리고 순수한 지식 기반 측면에서의 통제 문제는 Fan과 Sackett[8]가 다루었다.

연구 개발된 결과들을 적용한 제조시스템 형태 측면에서는 초기에는 대부분의 연구들이 단일 기계 혹은 병렬의 두대 기계였으나, Akella와 Krogh[2], Villa[28], 그리고 Akella et al.[3]들은 복수 기계셀로 구성된 다단계 생산시스템에 적용하였다. Akella et al.[1], Gershwin et al.[13], 그리고 Akella와 Krogh[2]들은 IBM사의 PCB조립 라인에 직접 적용하여 연구를 하였으며, Akella et al.[3]들은 FAS(Flexible Assembly Systems)시스템인 일반적인 PCB조립 라인의 투입 공정에 위 연구 결과들을 적용하였다.

따라서 본 연구는 크게 두 부류로 대별되는 위 연구들의 차이(gap)를 메꾸어 통합하는 측면에서 계층적 제조 흐름 통제 방법을 개발한다. 즉 버퍼를 고려치 않는 시스템에서의 생산율과 경계점 결정, 버퍼를 고려한 시스템에서의 생산율 결정을 통합하는 것으로서 버퍼도 동질인 경우 뿐만 아니라 이질인(heterogeneous) 경우도 고려한다.

이를 위해서 제2장에서는 계층적 제조 흐름 통제에 관한 수리적 모델을 정식화 한다. 제조시스템의 동적인 특성을 생산 과부족분(production surplus), 기계 상태, 그리고 버퍼 상태로서 표현한 다음, 이를 제약식으로 하여 생산율을 구하는 동적계획법의 피드백 통제(feedback control)문제로 정식화 한다. 이 문제를 Hamilton-Jacobi-Bellman의 편 미분방정식을 이용하여 현실적으로 해결 가능한 선형계획법 통제 문제로 유도한다.

제3장에서는 제2장에서의 수리적 모델을 토대로 경계점 통제 법칙과 최대 버퍼 수준 제거(CLB: Clear the Largest Buffer Level)규칙을 제시한다. 그리하여 비동기적 흐름 라인인 다단계 제조시스템에서의 최적 통제 법칙과 버퍼 크기, 평균 제품품 수준, 그리고 경계점을 결정한 다음, 흐름 통제의 수리적 해법 절차를 개발한다.

제4장에서는 수치 예제를 통한 계산 절차 과정 및 다양한 제조 환경하에서 시뮬레이션을 수행하여 그 영향을 수행도 평가 측면에서 분석한다.

끝으로 제5장에서는 본 연구의 결론을 유도하고, 향후 연구 방향을 제시한다.

2. 수리적 모델 정식화

2.1 통제 체계 및 부호 설명

동적인 다단계 제조시스템에서 다수의 부품을 제조할때, 수요에 가장 근접해서 실질적인 제조 활동을 할 수 있도록 하는 계층적인 흐름 통제 체계는 다음 그림 1과 같다.

수리적 모델의 정식화를 위한 부호 설명은 다음과 같다. 원래 첨자가 있는 부호가 생략

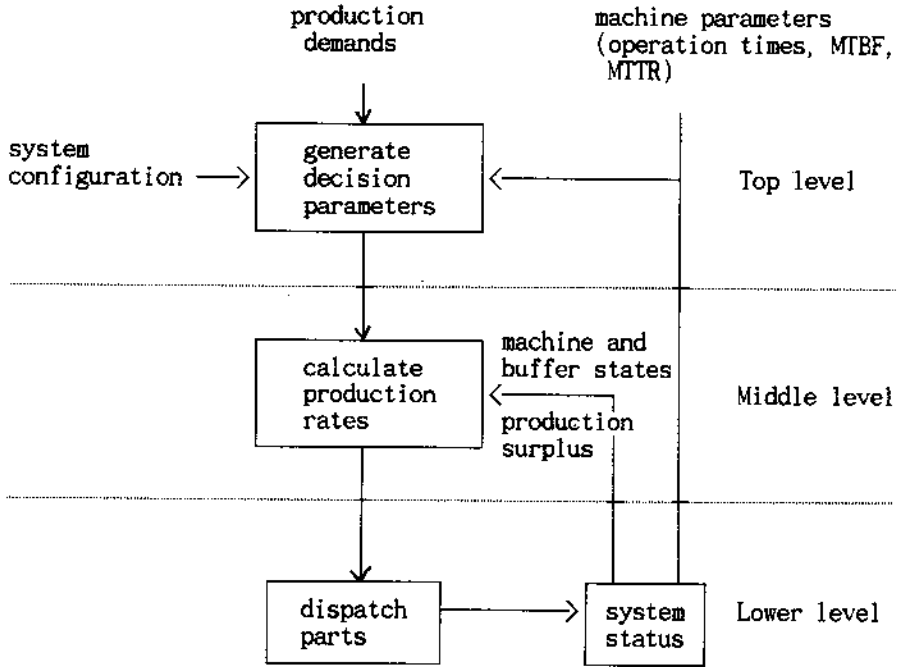


Figure 1. Hierarchical flow control scheme

된 경우에는 벡터나 행렬로 간주한다.

- i : 단계 혹은 작업장 번호($i=1,2,\dots,M$)
- j : 부품 번호($j=1,2,\dots,N$)
- (i,j) : 단계 i 의 작업장에서 부품 j 의 버퍼 L_{ij}
: 단계 i 의 작업장에서 동일한 기계 대수
- p_i : 단계 i 의 작업장에서 고장율(MTBF (Mean Time Between Failure) $=1/p_i$)
- r_i : 단계 i 의 작업장에서 수리율(MTTR (Mean Time To Repair) $=1/r_i$)
- A_i : 단계 i 의 기계 이용율($r_i/(p_i+r_i)$)
- d_j : 부품 j 의 수요율
- τ_{ij} : 단계 i 의 작업장에서 부품 j 의 가공시간
- $u_{ij}(t)$: 시간 t 에서 단계 i 의 작업장에서 부품 j 의 생산율
- $x_{ij}(t)$: 시간 t 에서 단계 i 의 작업장에서 부

품의 생산 과부족분

- $b_{ij}(t)$: 시간 t 에서 버퍼 (i,j) 의 수준
- $\alpha_i(t)$: 시간 t 에서 단계 i 의 작업장 상태에서 현재 가동 중인 기계 대수
- B_{ij} : 버퍼 (i,j) 의 크기
- H_{ij} : 단계 i 의 작업장에서 부품 j 의 경제점

2.2 등적 최적화 모델

장 기간에 걸쳐서 비용 함수 $g(x,b)$ 를 최소화하는 제조 흐름 통제 등적계획법 문제는 구간 $[t_0, T]$ 에서 생산 과부족분 x , 기계 상태 α , 그리고 버퍼 상태 b 에 대하여 생산율 $u(x,\alpha,t)$ 를 구하는 피드백 통제 법칙으로서 다음과 같이 정식화 된다.

$$J[x(t_0), \alpha(t_0), t_0] =$$

$$\min_u E \left[\int_{t_0}^T g(x(s), b(s)) ds \mid x(t_0), \alpha(t_0) \right] \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{j=i}^N \tau_{ij} \cdot u_{ij} \leq \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = u_{ij} - d_j, \quad i = 1, 2, \dots, M; \\ j = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

$$\frac{db_{ij}}{dt} = u_{ij} - u_{(i+1)j}, \quad i = 1, 2, \dots, M-1; \\ j = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

$$0 \leq b_{ij} \leq B_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, M-1; \\ j = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

if $b_{ij} = 0$ and $\alpha_i \neq 0$, then $u_{ij} \geq u_{(i+1)j}$,
 $i = 1, 2, \dots, M-1; j = 1, 2, \dots, N \quad (6)$

if $b_{ij} = B_{ij}$ and $\alpha_i \neq 0$, then $u_{ij} \leq u_{(i+1)j}$,
 $i = 1, 2, \dots, M-1; j = 1, 2, \dots, N \quad (7)$

if $x_{ij} = H_{ij}$, $0 < b_{ij} < B_{ij}$, and $\alpha_i \neq 0$,
 then $u_{ij} = d_j, i = 1, 2, \dots, M; \\ j = 1, 2, \dots, N \quad (8)$

if $\alpha_i = 0$, then $u_{ij} = 0, i = 1, 2, \dots, M; \\ j = 1, 2, \dots, N \quad (9)$

$$u_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, M; \\ j = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

목적식(1)의 $g(x, b)$ 는 $x(t)$ 와 $b(t)$ 에서 발생하는 볼록 비용 함수로서 $x_{ij} = b_{ij} = 0$ 일때 최소가 된다. 제약식(2)와 (10)은 용량 제약

식이며, 제약식(3)은 누적 생산량과 누적 수요량의 차인 생산 과부족분을 나타내며, 제약식(4)는 버퍼 수준으로서, 이 두 식(3)과 (4)는 시스템의 동적 특성을 나타낸다. 제약식(5)는 버퍼 제약식으로서, 통제이론의 상태변수 부등제약식이다. 마지막으로 제약식(6),(7),(8),(9)는 조건(conditional) 제약식으로서, 만약 작업장 $i+1$ 에 기갈 현상이 발생되면, $u_{(i+1)j}$ 는 u_{ij} 의 현재 값으로 줄어 들게 되며, 만약 작업장에 차단 현상이 발생되면, u_{ij} 는 $u_{(i+1)j}$ 의 현재값으로 줄어 들게 된다. 이 조건 제약식은 x 공간에서 경계를 따라 이동하는 시스템을 유도하는 제약식이다.

그러나, 동적 최적화의 통제 문제는 연속 시간, 복합 상태, 추계적 성질의 문제로서, 그 해는 Hamilton-Jacobi-Bellman의 편 미분방정식으로서 만이 해결 가능하다[23,27].

따라서 만약 가치 비용 함수(cost-to-go function)가 x 와 t 에 관해서 미분 가능한 이차 함수로서 정의 된다면, 최적성의 원리와 Hamilton-Jacobi-Bellman의 편 미분방정식에 의하여 피드백 통제 법칙 $u(x, \alpha, t)$ 의 동적계획법 문제는 해결 가능한 선형계획법 문제로 변환 된다.

$$\min_u \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{\partial J}{\partial x_{ij}} \cdot u_{ij} \quad (11)$$

subject to

Equation (2), (6), (7), (8), (9), (10)

목적식(11)의 최적 통제 법칙은 x 공간을 상호 배반적인 구역(region)으로 분할한다. 이 분할된 구역 내에서는 생산율이 일정하다.

3. 계층적 제조 흐름 통제방법

3.1 경계점 통제 법칙

경계점 통제 법칙은 원래 Kimemia와 Ger-shwin[11]들에 의하여 고려된 문제의 해를 구하기 위한 생산 통제 전략으로서, 그 값은 생산 과부족분의 안전수준(safety level)을 나타내는 값이다[12]. 가공이라는 활동이 고려될 때 이 값은 재고나 재고 부족분 사이의 절충 관계를 나타낸다.

본 연구에서의 경계점 통제 법칙은 상태 변수로서 x , α , 그리고 통제 변수로서 u 를 가지는 식(1)의 동적계획법 문제의 해를 구하는 제조 흐름 통제 법칙이다. 위 문제를 해결하기 위하여 가치 비용 함수 J 를 규정한 다음, Hamilton-Jacobi-Bellman의 편 미분방정식을 이용하여 문제식(11)과 같이 유도하면, 이는 선형계획법의 문제로 되어 생산을 u 를 구할 수 있게 된다. 이때 α 값이 일정할 동안에 함수 J 의 최소값을 유도하는 x 값을 경계점 H 라고 한다.

[정리]

만약 각 기계 상태 α 에 대한 가치 비용 함수 J 가 x 에서 블록 이차 함수라면, 각 기계 상태 α 에 대한 x 공간을 분할하는 전환 표면 (switching surfaces)은 선형(linear)이며 공통점에서 서로 인접한다. 이 공통점을 경계점이라고 한다.

[증명]

[정리]의 증명을 위한 최적의 생산율을 구하는 선형계획법 문제는 식(11)인데, 이를 다음 식과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & C(X)^T \cdot u \\ \text{s.t} \quad & D \cdot u = e \\ & u \geq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 u 는 식(2)의 용량 제약식을 등식으로 하는 잉여변수(slack variables)을 포함한다. 가치 비용 함수 J 가 블록 이차 함수이므로 목적식 계수 $C(X)$ 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C(X) &= \frac{\partial J(X, \alpha)}{\partial X} \\ &= \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{2} AX^2 + bX + c \right) \\ &= AX + b \\ &= A(X-H) \end{aligned} \quad (13)$$

문제식(12)에서 표준화는 u 를 기저 u_B 와 비기저 u_N 으로 나누며, 이에 따라 $C(X)$ 와 D 도 나누어 진다. D 의 기저 부분은 정방이며 역행렬이 가능한 행렬이다. 문제식(12)에서 등식을 사용하여서 u_B 가 제거되며, 다음과 같은 문제로 된다.

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & C_R(X)^T \cdot u_N \\ \text{s.t} \quad & u_N \geq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 u_B 에 대한 제약식은 은폐 되었으며, $C_R(X)^T = C_N(X)^T - C_B(X)^T \cdot D_B^{-1} \cdot D_N$ 로서 감소된 비용이다. 만약 C_R 의 모든 요소가 양수이면, 문제식(14)는 $u_N = 0$ 이 되는 해가 존재한다. 이것과 이에 대응된 u_B 는 문제식(12)에 대한 최적해를 형성한다. 그렇지 않으면 문제식(14)는 경계된 최적해를 가지지 않으며, 문제식(12)와도 동일하지 않게 된다.

$C(X)$ 는 X 의 함수이므로 이 문제에서의 기저 · 비기저로의 분할은 X 에 의존한다. 즉 기저로서 취급되는 u 의 성분 집합은 X 의 함수에 따라 변한다. 영역 R_k 에 있는 모든 X 에서,

코너 P_k 는 문제식(12)에서 u 의 최적값이다. 그러면 각 영역에서 일정한 문제식(12)의 기저·비기저 부분은 존재한다. 결과적으로 $C_R(X)$ 는 그 자신 영역에서 모두 양수가 되어야 하며 그 밖의 다른 영역에서는 얼마 간의 음수 성분을 가져야 한다. 영역의 경계는 $C_R(X)$ 의 어떤 성분이 '0'이 되는 것에 의해서 결정 된다. 영역의 경계는 $C(X)$ 가 X 에 대하여 선형이므로 구면의 한 부분이 된다. 결과적으로 $C_N(X)^T$ 와 $C_B(X)^T$, 그리고 $C_R(X)$ 도 역시 X 에 대하여 선형이다.

또한, 기계 상태 α 가 변경된 후에, X 는 거의 항상 영역 내에 있게 된다. u 는 한 영역에 걸쳐서는 일정하므로 dx/dt 도 역시 일정하다. 즉 X 는 각 영역내에 있는 직선을 따라서 이동해 간다. 이와 같은 직선은 영역의 하나 또는 그 이상의 경계와 접할 수도 있다. X 가 경계에 도달하면 u 도 변하며, 역시 dx/dt 도 변한다.

만약 경계가 빗나가면(deflective), X 는 또 다음의 경계에 도달할 때까지 다음 영역 내부로 이동해 들어 간다. 이때 u 는 인접한 코너로 점프 한다. 이와 같은 행위는 X 가 매력적인(attractive) 경계를 만날때까지 계속된다. 이때 궤도는 경계에 따라서 이동하기 시작하며, u 도 경계의 양쪽 영역에 대응된 코너 사이에서 생산 용량 제약식의 테두리(edge)상에서 점으로 점프한다. 이와 같은 행위가 계속 되는데, X 는 하위 차원(lower-dimension) 경계로 이동하며, u 는 상위 차원(higher-dimension)표면으로 점프한다. 이는 기계 상태가 변경되거나 u 가 일정하게 될때 중단한다.

만약 수요가 충족 가능 하면 u 의 상수값은

d 이다. 이런 일이 일어났을 때 X 도 역시 상수가 되며 그 값을 경계점이라고 한다. ■

다단계 제조시스템에서의 흐름 통제 방법은 만약 단계 i 의 작업장에서 기계가 고장이 나면, 인접한 작업장의 기계들은 관련된 버퍼가 가득 차거나 비게 될 때까지 생산 계획을 변경함이 없이 생산을 해야한다. 따라서 시스템의 통제 행위는 $\frac{\partial J}{\partial x_{ij}} = 0$ 의 계수 경계가 [정리]에 의해서 x_{ij} 축과 수직의 초평면(hyperplane)을 형성하며, J 를 최소화하는 H_{ij} 를 관통한다. 이와 같은 시스템의 통제 행위 요구 사항을 충족시키는 x 공간을 분할하는 선형계획법 문제는 식(13)의 목적식 계수와 피드백 법칙식(1)의 제약식을 모두 고려하여 최적의 생산율을 구하는 해결 가능한 문제로 된다.

$$\text{MIN}_u \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} [x_{ij} - H_{ij}] u_{ij} \quad (15)$$

subject to

$$\text{Equation (2), (6), (7), (8), (9), (10)}$$

여기서 A_{ij} 값은 가치 비용 함수 J 가 블록이 기 위해서 반드시 양수 값이 되어야 하며, 이는 부품 j 의 상대적인 우선순위(priority)를 반영한다. 본 연구처럼 제조시스템이 흐름 공정이고 기계들의 MTBF나 MTTR이 거의 동일한 상황에서는 다음과 같은 추정 방법이 효과적이다.

$$A = \sum_{i \in \{\text{machine visited}\}} \frac{\hat{P}_i}{r_i} \quad (16)$$

3.2 최대 버퍼 수준 제거(CLB) 규칙

각 부품의 실제 누적 생산이 누적 생산 목표량에 가능하면 근접하도록 부품을 할당 해야 한다. 이때 중간 버퍼 수준은 한정되어져 있는데, 이 문제는 최대 버퍼 수준 제거(CLB)할당 규칙에 의해서 효율적으로 해결 된다.

먼저 $T_0 = 0$ 라고 두자. 시점 T_n 에서 기계는 다음 식을 만족하는 현재 최대 버퍼 수준을 가진 부품*(T_n)을 선택한다.

$$b_{j^*(T_n)}(T_n) \geq b_j(T_n), \text{ for all } j \quad (17)$$

이 생산은 시점 T_n 에 개시되어서 버퍼 수준 $b_{j^*}(t)$ 가 '0'이 되는 시점 T_{n+1} 까지 계속된다.

$$T_{n+1} = T_n + (1 - \xi_i)^{-1} \cdot (\tau_{ij^*(T_n)} \cdot b_{j^*(T_n)}(T_n)), \quad (18) \\ \text{for all } i, j$$

여기서 ξ_i 는 기계i의 부하로서 다음 조건식이 성립 되어야만 CLB규칙의 안정화(stability)를 위한 필요 조건이 된다.

$$\xi_i = \sum_j \tau_{ij} \cdot d_j \langle L_i, \quad \text{for all } i \quad (19)$$

이 CLB규칙은 원래 비율 제거(CAF; Clear A Fraction)규칙의 특수한 경우로서, 한정된 버퍼 용량에서만 수행이 가능하다[21].

3.3 용량 할당

각 단계는 인접한 버퍼가 가득 차거나 비지 않으면 다른 단계와는 서로 독립적으로 취급된다. 이는 하나의 단계에서 다수 부품을 가공하는 단일 제조시스템과 매우 유사하

다. 따라서 통제 매개변수는 각 단계에서 각 부품에 대한 경계점 H_{ij} 와 버퍼 크기 B_{ij} 이다. 이 통제 매개변수를 추정하기 위해서 원래의 시스템을 근사적으로 N개의 단일 부품을 가공하는 M대 기계의 선형시스템으로 분할을 하여서 접근하여야 한다.

먼저 m_{ij} 는 선형시스템에서 i번째 공정을 수행하는 부분기계(partial machine)로서 단지 하나의 공정만을 수행할 수 있다. 부분기계 m_{ij} 는 원시스템의 기계와 동시에 고장 및 수리되어야 하므로 고장을 및 수리율은 분리될 필요가 없다.

선형계획법 문제식(15)에서 순간적인 용량 제약식(2)의 시간 평균을 취하면, 다음 식과 같게 된다.

$$\sum_{j=1}^N \tau_{ij} \cdot \bar{u}_{ij} \leq A_i, \quad \text{for all } i \quad (20)$$

여기서 \bar{u}_{ij} 는 생산율 u_{ij} 의 시간 평균값이다. 식(20)에서 부분기계 m_{ij} 가 가공할 수 있는 최대 생산율의 의미인 분리 용량(isolated capacity) D_{ij} 를 고려하면 부등식이 다음의 등식으로 성립된다.

$$\sum_{j=1}^N \tau_{ij} \cdot D_{ij} = A_i, \quad \text{for all } i \quad (21)$$

분리 용량 D_{ij} 는 $(r_i \cdot \phi_{ij}) / (r_i + p_i)$ 로 정의 되는 값으로, 기갈 이나 차단 현상을 고려하지 않는 상황에서 작업장i의 부품에 대한 최대의 생산율을 의미 한다.

만약 충족 가능한 수요 d_j 가 주어졌다고 하면, 다음의 관계식을 유도할 수 있는데, 여기서 ρ_i 는 식(21)이 성립되도록 원래 시스템에서 기계i의 용량 계수를 나타낸다.

$$D_{ij} = \frac{d_j}{\rho_i}, \quad \text{for all } i, j \quad (22)$$

식(22)를 식(21)에 대입하여 용량 계수 ρ_i 를 구하여 보자.

$$\rho_i = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^N \tau_{ij} \cdot d_j, \quad \text{for all } i \quad (23)$$

따라서 기계 i 의 수요 충족 가능성의 조건은 다음과 같으며, 이는 결국 식(19)와 같은 의미를 알 수 있다.

$$\rho_i \leq 1, \quad \text{for all } i \quad (24)$$

3.4 버퍼 크기 및 경계점 결정

버퍼의 경계 수준과 공간은 다음과 같이 정의된다.

B_{ij}^b : 버퍼 (i,j) 의 경계 수준으로서, 시스템이 경계점에 도달할때 버퍼 내에 있는 부품의 수

$$\begin{aligned} &= H_{ij} - H_{(i+1)j}, \quad i = 1, 2, \dots, M-1; \\ &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (25)$$

B_{ij}^s : 버퍼 (i,j) 의 경계 공간으로서, 시스템이 경계점에 도달할때 버퍼 내에서의 여유 공간량

$$\begin{aligned} &= B_{ij} - B_{ij}^b, \quad i = 1, 2, \dots, M-1; \\ &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (26)$$

f_{ij}^e : 부분기계 m_{ij} 에서 기갈 현상이 발생한 비율

f_{ij}^p : 부분기계 m_{ij} 에서 차단 현상이 발생한 비율

따라서 모든 부품 j 에 대하여 경계점에서의 버퍼 수준과 여유 공간은 다음의 비선형계획법 문제를 해결함으로써 결정된다.

$$\text{MIN} \sum_{i=1}^{M-1} (B_{ij}^b + B_{ij}^s) \quad (27)$$

subject to

$$\begin{aligned} &\frac{B_{(i-1)j}^b}{d_j} - \frac{f_{(i-1)j}^e}{p_{i-1}} + \frac{r_{i-1} + p_{i-1}}{r_{i-1} \cdot p_{i-1}} \cdot f_{ij}^e \\ &+ \frac{f_{ij}^p}{r_{i-1}} - \frac{B_{(i-1)j}^b \cdot f_{ij}^e}{d_j} - \frac{B_{(i-1)j}^b \cdot f_{ij}^p}{d_j} \\ &+ \frac{f_{(i-1)j}^e \cdot f_{ij}^p}{p_{i-1}} = \frac{1}{r_{i-1}}, \end{aligned} \quad i = 2, 3, \dots, M \quad (28)$$

$$\begin{aligned} &\frac{B_{ij}^s}{d_j} + \frac{f_{ij}^e}{r_{i+1}} + \frac{r_{i+1} + p_{i+1}}{r_{i+1} \cdot p_{i+1}} \cdot f_{ij}^p \\ &- \frac{f_{(i+1)j}^p}{p_{i+1}} - \frac{B_{ij}^s \cdot f_{ij}^e}{d_j} - \frac{B_{ij}^s \cdot f_{ij}^p}{d_j} \\ &+ \frac{f_{ij}^e \cdot f_{(i+1)j}^p}{p_{i+1}} = \frac{1}{r_{i+1}}, \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, M-1 \quad (29)$$

$$\sum_{j=1}^N \tau_{ij} \cdot d_j \leq A_i (1 - f_{ij}^e - f_{ij}^p), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (30)$$

$$\begin{aligned} &f_{ij}^e = 0, \quad f_{Mj}^p = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N \\ &f_{ij}^e, f_{ij}^p \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, M; \\ & \quad \quad \quad j = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &B_{ij}^b, B_{ij}^s \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, M-1; \\ & \quad \quad \quad j = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

목적식(27)은 버퍼 크기를 가능한한 최소화 하는 것이며, 제약식(28)은 작업장이 기갈된 시간의 비율 f_{ij}^g 을 결정하는 것이며, 또한 제약식(29)는 작업장이 차단된 시간의 비율 f_{ij}^b 을 결정하는 식이다.

위의 비선형계획법 문제는 각 부품j에 대하여 정식화되어서 총 N개의 문제가 형성된다. 이로부터 구한 B_{ij}^b, B_{ij}^s 값을 이용하여 버퍼 크기 B_{ij} 를 결정할 수 있다.

$$B_{ij} = B_{ij}^b + B_{ij}^s, \quad i = 1, 2, \dots, M-1; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (31)$$

경계점을 구하기 위해서 식(25)와, 또 하나의 수식을 유도하여야 한다.

먼저, 기계 고장에서 기인한 H_{ij} 로 부터 x_{ij} 의 평균 편차, 그리고 기갈 및 차단 현상에서 기인한 평균 편차를 종합적으로 고려한 평균 과부족 손실(average surplus loss) Δ_{ij} 는 다음과 같다.

$$\Delta_{ij} = \frac{d_j}{2} \cdot \frac{r_i \cdot p_i \cdot D_{ij}}{(r_i + p_i) \cdot D_{ij} - r_i \cdot d_j} \cdot \left[\left(\frac{1}{r_i} \right)^2 + \left(\frac{f_{ij}^g}{p_i} \right)^2 + \left(\frac{f_{ij}^b}{p_i} \right)^2 \right], \quad \text{for all } i, j \quad (32)$$

식(32)을 이용하여 경계점 H_{ij} 를 결정하기 위해서, 먼저 H_{ij} 와 x_{ij} 의 평균값의 차, 즉 Δ_{ij} 를 추정한 다음에 \bar{x}_{ij} 를 선택해야 한다.

$$\Delta_{ij} = H_{ij} - \bar{x}_{ij}, \quad \text{for all } i, \quad (33)$$

본 연구는 궁극적으로 누적 생산량과 누적

수요량을 합치시키는 JIT개념의 생산을 하므로 최종 제조 단계의 생산 과부족분 평균 \bar{x}_{Mj} 가 '0'이 되도록 H_{Mj} 를 선택하는 것이다.

따라서 식(33)에서 $H_{Mj} = \Delta_{Mj}$ 이고, 또한 비음수[4]이므로 H_{Mj} 값은 다음과 같이 결정된다.

$$H_{Mj} = \max \left[0, \frac{d_j}{2} \cdot \frac{r_M \cdot p_M \cdot D_{Mj}}{(r_M + p_M) \cdot D_{Mj} - r_M \cdot d_j} \cdot \left[\left(\frac{1}{r_M} \right)^2 + \left(\frac{f_{Mj}^g}{p_M} \right)^2 \right] \right], \quad \text{for all } j \quad (34)$$

그리고 식(25)에서 나머지의 H_{ij} 값도 다음과 같이 결정된다.

$$H_{ij} = B_{ij}^b + H_{(i+1)j}, \quad i = 1, 2, \dots, M-1; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (35)$$

또한 버퍼 크기와 경계점 결정에서 유도된 B_{ij}^b, Δ_{ij} 개념들을 이용하여 평균 버퍼 수준 \bar{b}_{ij} 를 구하면 다음과 같다.

$$\bar{b}_{ij} = \min \left[\max \left[0, B_{ij}^b + (\Delta_{(i+1)j} - \Delta_{ij}) \right], B_{ij} \right], \quad i = 1, 2, \dots, M-1; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (36)$$

따라서 다단계 제조시스템에서의 평균 재공품(WIP; Work-In-Process) \bar{W} 도 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{W} = \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^{M-1} \bar{b}_{ij} + d_j \sum_{i=1}^M \tau_{ij} \right) \quad (37)$$

3.5 수리적 해법 절차

M단계의 작업장에서 N종류의 부품을 가공하는 비동기적 흐름 라인인 다단계 제조시스템에서의 피드백 통제 문제는 그림 1의 체계를 기본으로 하여 다음과 같은 해법 절차에 의하여 해결된다.

단계1 : 가공 시간, 기계 고장 및 수리율, 그리고 수요율에 관한 자료를 입력한다.

단계2 : 부분기계 m_{ij} 에 대하여 식(24)를 충족시키는 기계 상태 집합 $\Omega(\alpha_i(t))$ 를 구한다.

단계3 : 식(27)의 비선형계획법 문제에서 GINO[17]를 이용하여 $B_{ij}^b, B_{ij}^s, f_{ij}^b, f_{ij}^s$ 값을 구한 다음, 식(31)로 버퍼 크기 B_{ij} 를 결정한다.

단계4 : 식(34)와 식(35)를 이용하여 경계 점 H_{ij} 를 결정한 다음, 식(37)를 이용하여 평균 재공품 \bar{W} 를 계산한다.

단계5 : 기계 상태 집합 $\Omega(\alpha_i(t))$, 생산정보 $x_{ij}(t), b_{ij}(t)$, 그리고 매개변수 B_{ij}, H_{ij} 등의 정보를 이용하여 식(15)의 선형계획법 문제를 정식화한 다음, LINDO[24]를 이용하여 최적 생산율 u_{ij} 를 결정한다.

단계6 : 단계5의 목표 생산율에 합치되도록 CLB할당 규칙에 의거하여 각 기계에 대한 각 부품의 할당을 결정한다.

단계7 : 만약 매개변수 B_{ij}, H_{ij} , 그리고 수요 d_j 가 변하면 단계2로 가고, 기계 상태 집합 $\Omega(\alpha_i(t))$, 생산정보 $x_{ij}(t), b_{ij}(t)$ 가 변하면 단계5로 간

다. 그렇지 않으면 미리 정한 제조 완료 시간이 되면 모든 과정은 끝낸다.

4. 수치 예제 및 수행도 평가

개발된 다단계 제조시스템에서의 흐름 통제 방법 적용을 위한 수치 예제의 자료는 표 1, 표 2와 같다.

Table 1. Processing times and demand rates

Part type	Processing times(min)			Demand rates (units/min)
	stg.1	stg.2	stg.3	
1	4	3	6	0.08
2	3	3	2	0.15

stg.:stage

Table 2. Reliability data

Machine no.	MTBF(min)	MTTR(min)
All machines	500	100

표의 자료를 이용한 다단계 제조시스템에서의 흐름 통제는 다음과 같다. 수요 충족이 가능한 기계 상태 집합은 $\Omega = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (1, 1, 1)$ 이며, 문제식(27)의 비선형계획법 문제를 정식화한 다음, GINO를 사용하여 해결한다. 이 결과로 부터 버퍼 크기를 구하면 다음과 같다.

$$B_{11} = 12.709957, \quad B_{12} = 23.835665, \\ B_{21} = 13.264960, \quad B_{22} = 24.865298$$

이 버퍼 크기와 기갈 및 차단 현상 발생

비율, 그리고 분리 용량을 계산하여 경제점을 다음과 같이 결정한다.

$$\begin{aligned} H_{11} &= 16.618497, & H_{12} &= 31.142017, \\ H_{21} &= 8.618497, & H_{22} &= 16.142767, \\ H_{31} &= 3.350354, & H_{32} &= 6.271466, \end{aligned}$$

그리고 전체 시스템의 평균 재공품 \bar{W} 도 이론적으로 76.76588개로 예측할 수 있다.

생산 과부족분 $x_{ij} = 0$, 계수 $A_{ij} = 1$ 로 둔 다음, 식(15)의 비용 계수값을 계산하여 선형계획법 문제를 정식화한 다음, LINDO를 사용하여 생산을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{11} &= 0.000000, & u_{12} &= 0.333333, \\ u_{21} &= 0.000000, & u_{22} &= 0.333333, \\ u_{31} &= 0.000000, & u_{32} &= 0.500000 \end{aligned}$$

기계 고장 및 수리 시간을 지수분포로 둔 다음, 수요가 상수인 확정적(deterministic)인 경우와 지수분포인 확률적(stochastic)인 경우로 나누었다. 버퍼도 이질적인 것으로 보아 $B_{11} = 13$, $B_{12} = 24$, $B_{21} = 13$, $B_{22} = 25$ 로 둔 경우와 동질적인 것으로 보아 $B_{11} + B_{12} = 37$, $B_{21} + B_{22} = 38$ 인 경우로 나누었다. 두 경우 모두 CLB할당 규칙을 사용하였다.

또한, 수행도 평가 측면에서 CAF규칙의 일종으로서 버퍼 크기와 그 후 공정의 가공시간을 동시에 고려한, 즉 총작업시간 측면에서 최대를 가진 부품을 선정하는 최대 작업 제거(CLW; Clear the Largest Work)규칙을 적용 하여서 CLB규칙과 비교·분석 하였다.

이런 제조 상황 하에서 본 예제를 SLAM-SYSTEM[22]으로 총10,000분에 걸쳐서 10번

반복 시뮬레이션을 수행한 결과는 다음 표 3, 표 4, 표 5, 표 6, 그리고 그림 2, 그림 3과 같다.

Table 3. The satisfaction rate of production with CLB(%)

Demand type Buffer type	Deterministic	Stochastic
Homogeneous	91.96	88.74
Heterogeneous	90.64	86.99

Table 4. Average total WIP inventory with CLB(units)

Demand type Buffer type	Deterministic	Stochastic
Homogeneous	78.31	105.70
Heterogeneous	87.47	119.93

Table 5. The satisfaction rate of production with CLW(%)

Demand type Buffer type	Deterministic	Stochastic
Homogeneous	91.16	87.74
Heterogeneous	90.21	86.50

Table 6. Average total WIP inventory with CLW(units)

Demand type Buffer type	Deterministic	Stochastic
Homogeneous	85.67	115.99
Heterogeneous	93.13	126.24

결론적으로 수요가 확정적이면서 동질적인 버퍼를 둔 경우에 모든 척도면에서 상대적으

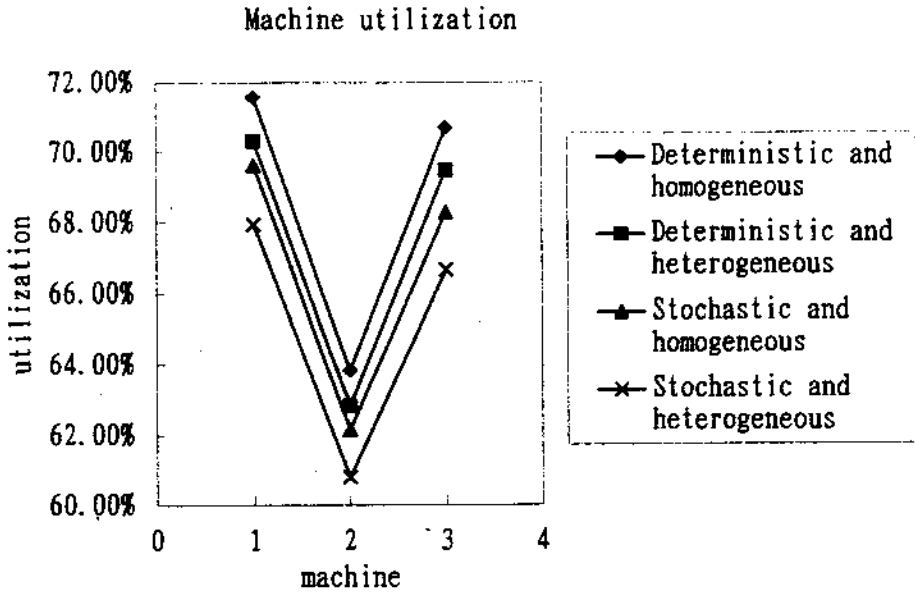


Figure 2. Machine utilization with CLB

로 우수하였으며, 수요가 확률적이면서 이질적인 버퍼인 경우에 상대적으로 낮은 결과가 나타남을 알 수 있었다. 그리고 CLB할당 규칙이 CLW에 비해서 모든 척도 면에서 상대적으로 우수함을 알 수 있었다.

5. 결론

본 연구에서는 비동기적 흐름 라인인 다단계 제조시스템에 있어서 가공, 기계 고장 및 수리, 기갈 및 차단 현상, 재공품 저장공간 제한, 수요 변동등과 같은 동적이면서 이산적인 방해사건에 효율적으로 대응하여 고객의 수요를 JIT식으로 충족시킬 수 있도록 하는 계층적 흐름 통제 방법을 개발 하였다.

수리적인 흐름 통제 문제는 세 단계의 계층적 구조를 형성하는데, 최상위 수준은 주어진 자료를 기초로 하여 버퍼크기, 평균 재

공품 수준, 그리고 경계점을 결정한다. 중간 수준에서는 기계 상태, 버퍼 상태, 생산 과부족분, 그리고 작업장의 피드백 정보에 의존하여 선형계획법으로 최적의 생산율을 결정한다. 마지막으로 최하위 수준은 상위 수준들에서 결정된 의사결정 내용을 목표로 하여 경계점 법칙과 CLB규칙을 사용하여 각 기계들에 작업할당을 하여서 수요량에 가장 근접해서 실제적인 제조 활동을 할 수 있도록 한다.

이와 같은 계층적 체계에서의 실제 예가 수치 예제를 통하여 제시되었으며, 아울러 다양한 제조 환경하에서 시뮬레이션을 수행하여 수행도 평가 측면에서 분석을 하였다.

마지막으로 향후 연구는 통제 방법 개발에 작업준비(setup), 예방보전, 대체 공정등과 같은 활동(activity)도 포함시켜야 하며, 실질적인 통제를 할 수 있도록 하는 실시간 운영체

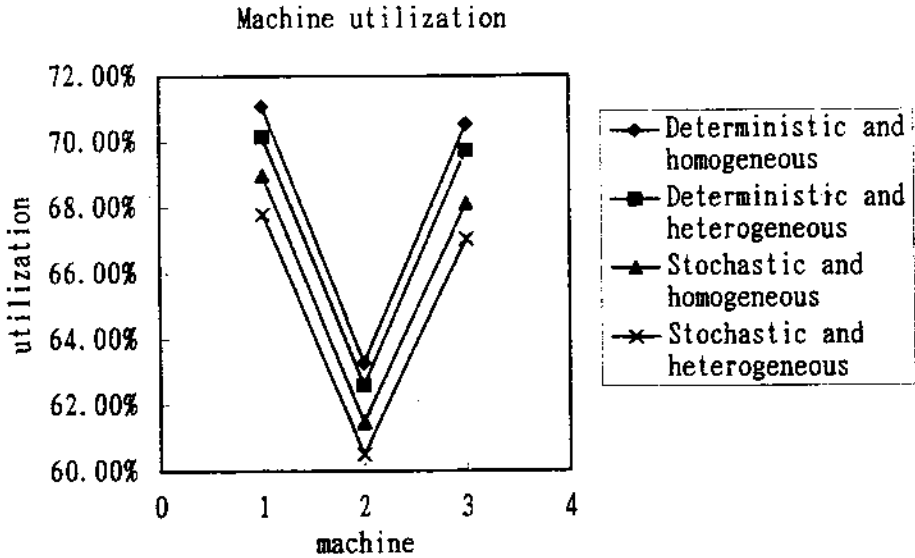


Figure 3. Machine utilization with CLW

제를 구축하여야 하겠다.

참 고 문 헌

[1] Akella, R., Y. F. Choong, and S.B. Gershwin, "Performance of Hierarchical Production Scheduling Policy," *IEEE Trans. on Components, Hybrids and Manuf. Tech.*, Vol.CHMT-7, No.3, pp. 225-240, 1984.

[2] Akella, R. and B. H. Krogh, "Hierarchical Control Structures for Multi-Cell Flexible Assembly System Coordination," *Proc. IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation*, pp.295-301, 1987.

[3] Akella, R., B. H. Krogh, and M. R. Singh, "Efficient Computation of Coordinating Controls in Hierarchical Structures for Failure-Prone Multi-Cell Flexible Assembly Systems," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol.6, No.6, pp.659-672, 1990.

[4] Akella, R. and P. R. Kumar, "Optimal Control of Production Rate in a Failure Prone Manufacturing System," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol.AC-31, No. 2, pp.116-126, 1986.

[5] Alvarez-Vargas, R, Y. Dallery, and R. David, "A Study of the Continuous Flow Model of Production Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol.13, No.3, pp.221-234, 1994.

[6] Bertsekas, D. P., *Dynamic Programming and Stochastic Control*, Academic Press, Inc., New York, 1976.

- [7] Dallery, Y., R. David, and X. L. Xie, "An Efficient Algorithm for Analysis of Transfer Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers," *IIE Trans.*, Vol.20, No.3, pp.280-283, 1988.
- [8] Fan, I. S. and P. J. Sackett, "A PROLOG Simulator for Interactive Flexible Manufacturing Systems Control," *Simulation*, Vol. 50, No.6, pp.239-247, 1988.
- [9] Gershwin, S. B., "An Efficient Decomposition Method for the Approximate Evaluation of Tandem Queues with Finite Storage Space and Blocking," *Operations Research*, Vol.35, No.2, pp.291-305, 1987.
- [10] Gershwin, S. B., "Hierarchical Flow Control : A Framework for Scheduling and Planning Discrete Events in Manufacturing Systems," *Proc. of the IEEE*, Vol. 77, No.1, pp.195-209, 1989.
- [11] Gershwin, S. B., "Assembly / Disassembly Systems : An Efficient Decomposition Algorithm for Tree-Structured Networks," *IIE Trans.*, Vol.23, No.4, pp.302-314, 1991.
- [12] Gershwin, S. B., *Manufacturing Systems Engineering*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.
- [13] Gershwin, S. B., R. Akella, and Y. F. Choong, "Short-Term Production Scheduling of an Automated Manufacturing Facility," *IBM J. Res. Develop.*, Vol.29, No.4, pp.392-400, 1985.
- [14] Hax, A. C. and D. Candea, *Production and Inventory Management*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.
- [15] Hong, Y. S, C. R. Glassey, and D. H. Seong, "The Analysis of a Production Line with Unreliable Machines and Random Processing Times," *IIE Trans.*, Vol.24, No.1, pp.77-83, 1992.
- [16] Kimemia, J. and S. B. Gershwin, "An Algorithm for the Computer Control of a Flexible Manufacturing System," *IIE Trans.*, Vol.15, No.4, pp.353-362, 1983.
- [17] Liebman, J., L. Lasdon, L.Schrage, and A. Waren, *Modeling and Optimization with GINO*, The Scientific Press, Chicago, 1986.
- [18] Maimon, O. Z., "Real-time Operational Control of Flexible Manufacturing Systems," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol.6, No.2, pp.125-136, 1987.
- [19] Maimon, O. Z. and S. B. Gershwin, "Dynamic Scheduling and Routing for Flexible Manufacturing Systems that have Unreliable Machines," *Operations Research*, Vol.36, No.2, pp.279-292, 1988.
- [20] Mascolo, M. D., R. David, and Y. Dallery, "Modeling and Analysis of Assembly Systems with Unreliable Machines and Finite Buffers," *IIE Trans.*, Vol.23, No.4, pp.315-330, 1991.
- [21] Perkins, J. and P. R. Kumar, "Stable, Distributed, Real-Time Scheduling of Flexible Manufacturing / Assembly / Disassembly Systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol AC-34, No.2, pp.

- 139-148, 1989.
- [22] Pritsker, A. A. B., *Introduction to Simulation and SLAM II*, John Wiley & Sons, New York, 1986.
- [23] Rishel, R., "Dynamic Programming and Minimum Principles for Systems with Jump Markov Disturbances," *SIAM J. Contr.*, Vol.13, No.2, pp.338-371, 1975.
- [24] Schrage, L., *LINDO: An Optimization Modeling System*, The Scientific Press, Chicago, 1991.
- [25] Tempelmeier, H. and H. Kuhn, *Flexible Manufacturing Systems*, John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [26] Van Ryzin, G., S. X. C. Lou, and S. B. Gershwin, "Production Control for a Tandem Two-Machine Systems," *IIE Trans.*, Vol.25, No.5, pp.5-20, 1993.
- [27] Vermes, D., "Optimal Control of Piecewise Deterministic Markov Process," *Stochastics*, Vol.14, pp.165-207, 1985.
- [28] Villa, A., "Hybrid Knowledge-Based/Analytical Approach to Production Management Systems Design," *Knowledge based Production Management Systems*, J. Browne(Editor), Elsevier Science Publishers B. V. North-Holland, pp.133-152, 1989.