

## 폐쇄형 대기행렬 네트워크에 의한 FMS 모델링

### A Study on Modeling of FMS using Closed Queueing Network

정석찬\*, 조규갑\*\*

Seok-Chan Jeong\*, Kyu-Kab Cho\*\*

#### Abstract

Many closed queueing network models have been used as an effective tool to make a preliminary design of FMS. Although a loading/unloading function is an important factor to effect the utilization and throughput of FMS as well as a transfer function and a processing function, the Solberg's model did not clarify the loading/unloading function. In this paper, we propose a closed queueing network model for analyzing a flexible manufacturing system that consists of a load/unload station, a material handling system and a group of workstations for processing jobs, and define the expected utilization and the expected throughput of the FMS. As applications of the proposed model, the cases of a material handling system consisting of a conveyor and the FMS including an inspection station are also formulated.

#### 1. 서론

유연생산시스템(Flexible Manufacturing System, FMS)은 가공 스테이션(processing station), 보조 스테이션(supplementary stations), 팔렛(pallet), 버퍼(buffer) 등으로 구성되어, 중앙컴퓨터에 의해 제어되는 자동생산시스템

이다. 이 구성요소 중 가공 스테이션은 CNC 또는 MC 등과 같은 공작기계로 구성되어 부품의 가공을 수행한다. 보조 스테이션은 가공 스테이션에서 수행되는 가공을 원활히 하기 위한 보조장치로서, 부품을 팔렛에 장착·탈착시켜 FMS에 반입·반출시키는 로드/언로드 스테이션(load/unload station : L/UL

\* 한국과학기술연구원 시스템공학연구소

\*\* 부산대학교 기계기술연구소·부산대학교 산업공학과

station), FMS내에서 부품을 운반하는 운반장치(transfer devices), 가공이 완료된 부품의 품질 보장을 위한 검사 스테이션(inspection station), 지동창고 등이 있다. 그리고 팔렛은 부품을 팔렛에 장착시켜 가공 스테이션에서의 가공과 스테이션 간의 부품이동을 간편화하기 위한 장치이며, 버퍼는 각 스테이션에서 가공 대기부품의 일시적 대기장소로 이용된다.

FMS의 설계문제에서는 FMS의 각 구성요소가 설계대상이 되며, FMS의 설계기법으로는 시뮬레이션(simulation)과 대기행렬 네트워크(queueing network)가 사용되고 있다. 시뮬레이션에 의한 설계방법은 FMS의 설계를 위해 제안된 설계대안 중에서 특정의 목적에 부합하는 하나의 대안을 선택하는 경우에 유효하지만, 제안된 모든 대안에 대하여 시뮬레이션을 수행하기에는 많은 시간과 비용이 필요하게 되어, 특정의 설계조건에 한정하지 않으면 사실상 불가능하게 된다[5].

대기행렬 네트워크는 FMS의 정상상태(steady state)의 거동을 해석하는 모델로서, FMS의 가동률(utilization), 생산율(throughput rate), 체류시간(flow time) 등의 기대치를 단시간에 간단히 계산가능하여, FMS의 최적설계가 가능하다. 대기행렬 네트워크 모델상의 마르코프 경로 확률(Markov routing probabilities), 지수 서비스시간(exponential service time) 등의 가정을 포함하고 있어서 실제의 FMS를 상세하게 기술할 수 없는 한계는 있으나, FMS의 설계문제에서의 대기행렬 네트워크모델의 로버스트성(robustness)은 여러 연구에서 입증되고 있다[3, 4, 6, 15].

대기행렬 네트워크[2, 8, 9, 10, 11, 13]는

개방형 대기행렬 네트워크(open queueing network)[10], 반개방형 대기행렬 네트워크(semi-open queueing network)[8, 13], 폐쇄형 대기행렬 네트워크(closed queueing network : CQN)[9]으로 분류되며, FMS의 해석에 주로 사용되는 것은 CQN이다.

CQN에서는 외부로부터의 부품의 도착율이 시스템의 생산을 이상이 되어, 시스템에서 서비스를 받을 부품이 항상 대기상태로 존재하여 서비스 완료부품의 반출과 새로운 부품의 반입이 동시에 수행되어 시스템내에 상주(서비스+대기)하는 부품이 항상 일정하다. 그리고 FMS에서는 부품가공과 운반을 위한 팔렛이 사용되어, 팔렛상에 부품이 장착되어 부품과 함께 이동하며, 가공이 완료된 부품은 L/UL 스테이션에서 장착과 탈착이 동시에 수행되어 FMS에서 가공, L/UL, 운송 및 대기 중에 있는 부품수는 항상 팔렛수와 같으며 일정하다. 이와 같은 FMS와 CQN의 동질성에 의해 CQN이 FMS의 해석에 주로 사용된다.

CQN에 의한 FMS의 해석은 Solberg[15]가 FMS를 CQN으로 모델링(이하, "Solberg 모델"이라 한다)한 이후, 이 모델을 응용하여 FMS에서의 부하의 최적분배문제, 가공 스테이션에서의 공작기계의 최적배치문제 등에 많이 사용되었다[7, 14, 16, 17, 18]. 그리고, Solberg 모델의 로버스트성은 시뮬레이션과의 비교연구에 의하여 입증되었다[6].

그러나 Solberg 모델에서는 FMS의 구성요소 중, 가공 스테이션, 운반장치, 팔렛 등은 고려되었으나, L/UL 스테이션, 검사 스테이션 등의 보조 스테이션은 무시되었다. 이것은 종래의 컴퓨터 시스템의 해석에 사용된

중앙 서버 시스템(central server system)[1, 11]을 수정하여 정식화 한 것에 기인되리라 사료된다. 그러나 L/UL 스테이션과 검사 스테이션도 FMS의 생산을 및 가동률의 성능에 영향을 미치는 중요한 요소이며, 이들을 포함한 보조 스테이션의 최적설계도 FMS 설계 문제에 있어서 중요한 과제이다.

본 연구에서는 먼저 L/UL 스테이션, 운반장치를 포함하는 FMS을 CQN으로 모델링하여, FMS의 기대생산율(expected throughput), 기대가동률(expected utilization)의 평가척도를 정의한다. 그리고, Solberg 모델과 비교하여, L/UL 기능을 무시한 Solberg 모델상의 문제점을 지적한다. 대안 모델의 응용으로서 운반장치가 콘베이어인 경우와 검사 스테이션도 포함한 경우에 대해서도 고찰한다. 대안 모델의 유효성을 나타내기 위하여, FMS의 기대생산율 및 기대가동률에서의 L/UL 기능의 영향을 수치예로 나타낸다. 단, 본 연구에서는 CQN에서의 무한 버퍼의 가정에 따라 버퍼는 설계 대상외로 한다.

## 2. CQN 모델링

### 2.1 FMS와의 관계

그림 1은  $M$ 종류의 가공 스테이션(동일한 기능을 가지는 공작기계群, 그림 1에서는  $M=3$ ), 운반장치, L/UL 스테이션과 자동창고로 구성되는 전형적인 FMS을 나타낸다. FMS의 입구에 도착한 부품은 일시적으로 자동창고에 반입되어, L/UL 스테이션에서 비어 있는 팔렛에 장착된다. 팔렛에 장착된 부품은 자동유도운반차(automatic guided vehicles : AGV) 또는 콘베이어 등의 운반장치에 의

해 L/UL 스테이션으로 부터 정해진 가공정도를 따라 각 가공 스테이션에 운반되어 가공된다. 정해진 모든 가공이 완료되면, 운반장치에 의해 다시 L/UL 스테이션에 운반되어, 팔렛으로 부터 탈착되어 다음의 가공·조립 공정 또는 최종 제품창고로 운반된다. 부품이 탈착되어 비어진 팔렛에는 다음에 가공될 새로운 부품이 장착되어 시스템에 반입된다. 자동창고에 가공대기 부품이 1개 이상이 있을 경우에는 FCFS(first-come first-served)의 규칙에 따라 시스템에 반입된다. 자동창고에 가공 대기 부품이 없을 경우에는 비어진 팔렛은 새로운 부품이 도착할 때까지 L/UL 스테이션에서 대기한다.

FMS에의 부품의 도착과정은 앞 공정에서의 기계고장, 수작업에 의한 변동, 블로킹(blocking) 등에 의해 확률적인 성질을 갖게 된다. 그러나, 자동창고의 용량이 충분히 크고, 그리고 장시간에 걸친 FMS의 평균생산율과 부품의 평균도착률이 거의 같다고 가정하면, 부품 도착과정의 확률적인 성질을 무시할 수 있다. 또한 시스템내에서 동시에 사용 가능한 팔렛의 수는 제한되어 있으나, 각 가공 스테이션에의 버퍼용량은 충분히 커서 모든 팔렛이 사용되어도 블로킹은 발생하지 않는다고 가정한다.

이상의 가정에 의해 자동창고로 부터 시스템 내에 투입되어 있는 부품의 수는 항상 팔렛 수와 같고, 하나의 부품이 가공이 완료되어 시스템을 나가면, 즉시 새로운 부품이 시스템에 반입되는 CQN으로서 FMS을 모델링할 수 있다.

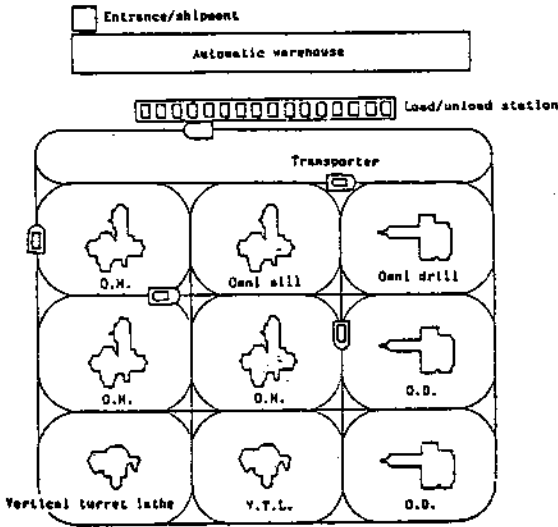


그림 1. 전형적인 FMS

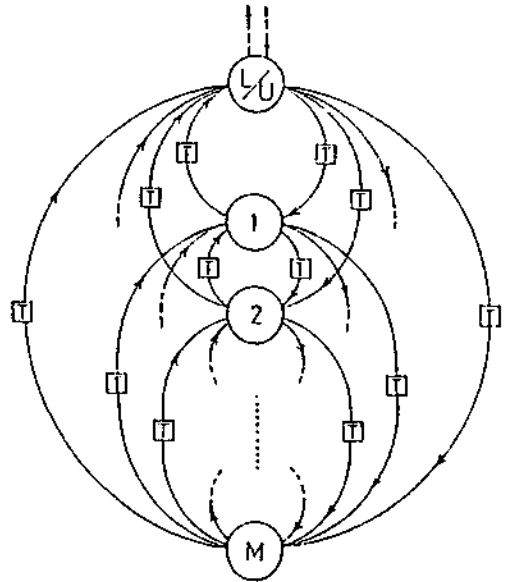


그림 2. FMS의 CQN 모델

2.2 Flow Balance 방정식

그림 1과 같은 전형적인 FMS를 CQN으로 나타내면 그림 2와 같다. 각 스테이션은 동일 기종의 공작기계 또는 장치를 하나의 군으로 묶어서 구성된다. 그림 2에서 “T”는 운반장치를, “L/U”는 L/UL 스테이션을 나타낸다.

CQN에서 부품의 흐름을 나타내는 것은 Flow Balance 방정식으로 다음과 같으며, 이 방정식으로 부터 부품이 각 스테이션을 방문하는 횟수를 나타내는 기대방문횟수(expected number of visits of a part)  $e_i (i=0,1,\dots,M+1)$  가 구해진다.

$$e_i = r(0,i) + \sum_{j=1}^M e_j r(j,i) \quad (i=1,2,\dots,M), \quad (1)$$

$$e_0 = 1, \quad (2)$$

$$e_{M+1} = \sum_{j=0}^M e_j. \quad (3)$$

단,

- $M$ : 가공 스테이션 수,
- $i$  또는  $j$ : 스테이션의 번호( $i=1,2,\dots,M$ ,은 가공 스테이션,  $i=0$ 는 L/UL 스테이션,  $i=M+1$ 은 운반장치를 나타낸다),

$e_i$ : 부품이 스테이션  $i$ 를 방문할 기대방문 횟수,

$r(i,j)$ : 가공 스테이션  $i$ 에서 가공이 완료된 부품이 가공 스테이션  $j$ 에 운반될 경로확률 ( $i, j=1,2,\dots,M$ ),

$r(0,j)$ : 시스템에 투입된 부품이 최초로 가공 스테이션  $j$ 에 운반될 경로확률 ( $j=1,2,\dots,M$ ),

$r(i,0)$ : 가공 스테이션  $i$ 에서 가공이 완료된 부품이 L/UL 스테이션을 통하여 시스템을 나갈 경로확률 ( $i=1,2,\dots,M$ ).

식(1)~(3)에서 구해지는 기대방문횟수  $e_i$

( $i=0,1,\dots,M+1$ )은 唯一解(unique solution)이지만, 식(2)를 제외하고 식(1)과 (3)만으로 구해지는 기대방문횟수는  $e_0$ 의 값에 의하여 임의로 scaling할 수 있는 乘數解(multiplicative solution)이다.

여기서  $q_i$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$q_i = e_i / \sum_{j=0}^M e_j = e_i / e_{M+1} \quad (i=0,1,\dots,M). \quad (4)$$

$q_i$ 는 부품이 운반장치에 의해 가공 스테이션 ( $i=1,2,\dots,M$ ) 또는 L/UL 스테이션 ( $i=0$ )에 직접 운송될 경로확률을 나타낸다.

식(4)에서 정의한  $q_i$ 를 사용하면, 그림 2에 나타난 FMS의 CQN 모델과 等價인 CQN 모델을 그림 3과 같이 나타낼 수 있다. 이 모델에서는 운반장치가 중앙 서버와 같이 표현되어, 이 운반장치를 통하여 각 스테이션이 연결되는 것과 같이 기술되며, Solberg 모델 [15]과 유사하게 된다.

Solberg는 스테이션  $i$ 의 상대적가동률(relative utilization of station  $i$ )  $R_i$ 를 다음과 같이 scale하여 정의하였다.

$$R_i = \begin{cases} q_i \mu_{M+1} / \mu_i & (i=0,1,\dots,M); \\ 1 & (i=M+1). \end{cases} \quad (5)$$

따라서  $R_i$ 와  $e_i$ 의 관계는  $e_i = R_i \mu_i$  ( $i=0,1,\dots,M+1$ )이다.

### 2.3 정식화

CQN에 있어서 시스템의 정상상태가  $\mathbf{n}$ 가 될 평행상태확률(equilibrium state probability)  $P(\mathbf{n})$ 은 다음과 같이 정의된다[9].

$$P(\mathbf{n}) = \left\{ \prod_{i=0}^{M+1} h_i(n_i) \right\} / G(M+2, N, \mathbf{e}), \quad (6)$$

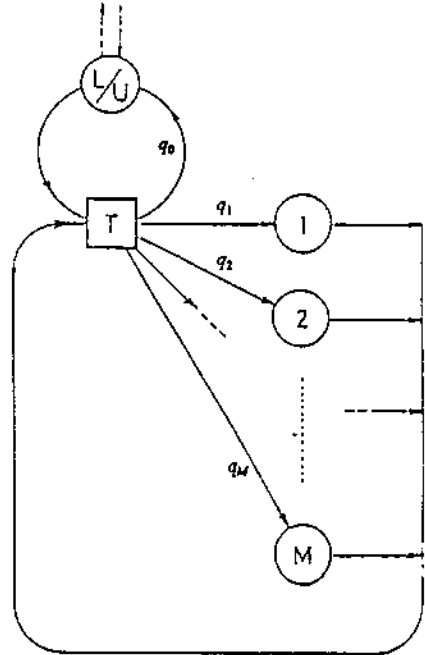


그림 3. 운반장치를 중앙 서버 시스템으로 표현한 CQN 모델

$$G(M+2, N, \mathbf{e}) = \sum_{\sum_{i=0}^{M+1} n_i = N} \prod_{i=0}^{M+1} h_i(n_i), \quad (7)$$

$$h_i(k) = h_i(k-1) e_i / \mu_i(k), \quad h(0) = 1 \quad (i=0,1,\dots,M+1). \quad (8)$$

단,

$n_i$ : 스테이션  $i$ 에서 가공 및 대기상태에 있는 부품의 수(대기의 길이),

$\mathbf{n}$ : 상태 vector,  $\mathbf{n} = (n_0, n_1, \dots, n_{M+1})$ ,

$$0 \leq n_i \leq N = \sum_{j=0}^{M+1} n_j \quad (i=0,1,\dots,M+1)$$

$N$ : 팔렛 수,

$s_i$ : 스테이션  $i$ 에서의 서버 수, 단 가공 스

스테이션( $i=1,2,\dots,M$ )에서는 동일 기종의 공작기계의 수, L/UL 스테이션( $i=0$ )에서는 L/UL장치 또는 작업자의 수, 운반장치( $i=M+1$ )에서는 자동유도 운반차의 대수,

$\mu_i$ : 스테이션  $i$ 에서의 각 서버당 평균 서비스 바스 (가공( $i=1,2,\dots,M$ ), L/UL( $i=0$ ), 또는 운반( $i=M+1$ ))을,

$\mu_i(k)$ : 스테이션  $i$ 에서 대기의 길이가  $k$ 인 경우의 평균 서비스율,

$$\mu_i(k) = \mu_i \min\{k, s_i\}.$$

각 스테이션의 기대생산율  $TH_i(M+2, N)$  ( $i=0,1,\dots,M+1$ )은 단위 시간당 스테이션  $i$ 에서 서비스가 완료되어 스테이션  $i$ 를 떠나는 부품의 수로서 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} TH_i(M+2, N) &= \sum_{k=1}^N \mu_i(k) P(n_i = k) \\ &= e_i \frac{G(M+2, N-1, \mathbf{e})}{G(M+2, N, \mathbf{e})} (i=0,1,\dots,M+1). \end{aligned} \tag{9}$$

단,  $P(n_i=k)$ 는 스테이션  $i$ 에서의 대기의 길이가  $k$ 일 확률을 나타낸다.

$$\begin{aligned} P(n_i = k) &= \sum_{\substack{n_0, n_1, \dots, n_{i-1}, \\ n_{i+1}, \dots, n_{M+1}}} P(n_0, n_1, \dots, n_{i-1}, k, n_{i+1}, \dots, n_{M+1}). \end{aligned}$$

FMS의 기대생산율은 각 가공 스테이션에서 가공이 완료된 부품 중에서 L/UL 스테이션을 통하여 FMS를 나가는 부품의 수로서 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} TH(M+2, N) &= \sum_{i=1}^M TH_i(M+2, N) r(i, 0) \\ &= \left\{ \sum_{i=1}^M e_i r(i, 0) \right\} \frac{G(M+2, N-1, \mathbf{e})}{G(M+2, N, \mathbf{e})} \\ &= e_0 \frac{G(M+2, N-1, \mathbf{e})}{G(M+2, N, \mathbf{e})}. \end{aligned} \tag{10}$$

식(10)의 FMS의 기대생산율과 식(9)의 각 스테이션의 기대생산율에  $i=0$ 로 대입하여 비교하면, FMS의 기대생산율은 L/UL 스테이션의 기대생산율임을 알 수 있다. 즉 FMS에서는 부품이 L/UL 스테이션을 통하여 시스템에 반입·반출되므로 L/UL 스테이션의 생산율이 FMS의 생산율이 되는 것과 같은 물리적 현상과 같아진다.

FMS의 기대생산율은 FMS의 단위생산량을 나타내는 평가척도이다. 그러나 기대생산율이 높다고 하여 각 스테이션에서의 서버의 유휴시간(idle time)이 항상 적다고는 할 수 없다. 따라서 각 스테이션에서 서버가 어느 정도 가동상태에 있는 가를 평가하는 평가척도로서 각 스테이션의 기대가동률  $u_i(M+2, N)$  ( $i=0,1,\dots,M+1$ )를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} u_i(M+2, N) &= \sum_{k=1}^N P(n_i = k) \min\{k, s_i\} / s_i \\ &= TH_i(M+2, N) / (\mu_i s_i) \\ &= \{e_i / (\mu_i s_i)\} \frac{G(M+2, N-1, \mathbf{e})}{G(M+2, N, \mathbf{e})} \\ & \quad (i=0,1,\dots,M+1). \end{aligned} \tag{11}$$

FMS 전체의 가동률을 나타내는 FMS의 기대가동률은 모든 공작기계 중에서 실제 가동

상태에 있을 공작기계의 대수의 비율로서 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 u(M+2,N) &= \frac{\sum_{i=1}^M u_i(M+2,N) s_i}{\sum_{j=1}^M s_j} \\
 &= \left\{ \frac{\sum_{i=1}^M TH_i(M+2,N) / \mu_i}{\sum_{j=1}^M s_j} \right\} / \sum_{j=1}^M s_j \\
 &= \left\{ \frac{\left[ \sum_{i=1}^M e_i / \mu_i \right]}{\sum_{j=1}^M s_j} \right\} \frac{G(M+2,N-1, \mathbf{e})}{G(M+2,N, \mathbf{e})}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

식(9)~(12)에서 정의한 FMS의 기대생산율과 기대가동률에 Solberg가 정의한 scale, 즉  $e_i = R_i \mu_i (i=0,1,\dots,M+1)$ 를 사용하여 정의하면,

$$\begin{aligned}
 TH_i(M+2,N) &= q_i \mu_{M+1} \frac{G(M+2,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+2,N, \mathbf{R}\mu)} \\
 &\quad (i=1,2,\dots,M), \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$TH_0(M+2,N) = q_0 \mu_{M+1} \frac{G(M+2,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+2,N, \mathbf{R}\mu)}, \quad (14)$$

$$TH_{M+1}(M+2,N) = \mu_{M+1} \frac{G(M+2,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+2,N, \mathbf{R}\mu)}, \quad (15)$$

$$TH(M+2,N) = q_0 \mu_{M+1} \frac{G(M+2,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+2,N, \mathbf{R}\mu)}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 u_i(M+2,N) &= (R_i / s_i) \frac{G(M+2,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+2,N, \mathbf{R}\mu)} \\
 &\quad (i=0,1,\dots,M+1), \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$u(M+2,N) = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^M R_i / s_i}{\sum_{j=1}^M s_j} \right\} \frac{G(M+2,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+2,N, \mathbf{R}\mu)}, \quad (18)$$

같다.

### 2.4 Solberg 모델과의 비교

Solberg 모델에서는 L/UL 스테이션을 단지 부품의 반입·반출의 출입구로서는 고려되었으나 L/UL 시간에 대해서는 무시하였다. 즉 L/UL 시간을  $0 (\mu_0 \rightarrow \infty)$ 라고 생각하였다. 이 경우에는 식(8)에  $\mu_0 \rightarrow \infty$ 을 대입하면,  $h_0(n_0) = 0 (n_0 > 0)$  및  $h_0(0) = 1$ 이 되어, 식(6)에서 정의된 평행상태확률  $P(\mathbf{n})$ 은 다음과 같이 수정된다.

$$P(\mathbf{n}) = \left\{ \prod_{i=1}^{M+1} h_i(n_i) \right\} / G(M+1,N, \mathbf{e}), \quad (19)$$

$$G(M+1,N, \mathbf{e}) = \sum_{n_1=1}^{M+1} \prod_{i=1}^{M+1} h_i(n_i), \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
 h_{i(k)} &= h_i(k-1) e_i / \mu_i(k), h(0) = 1 \\
 &\quad (i=1,2,\dots,M+1). \quad (21)
 \end{aligned}$$

따라서 식(9)~(12)에서 정의되는 FMS의 평가척도가 정의될 수 있다.

그리고 식(5)의 Solberg의 scale,  $e_i = R_i \mu_i (i=1,2,\dots,M+1)$  및  $e_0 = q_0 \mu_{M+1}$ 을 사용하면, 식(13)~(18)에서 정의된 평가척도는 다음과 같이 수정된다.

$$\begin{aligned}
 TH_i(M+1,N) &= q_i \mu_{M+1} \frac{G(M+1,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+1,N, \mathbf{R}\mu)} \\
 &\quad (i=0,1,\dots,M), \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$TH_{M+1}(M+1,N) = \mu_{M+1} \frac{G(M+1,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+1,N, \mathbf{R}\mu)}, \quad (23)$$

$$TH(M+1,N) = q_0 \mu_{M+1} \frac{G(M+1,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+1,N, \mathbf{R}\mu)}, \quad (24)$$

$$u_i(M+1,N) = (R_i / s_i) \frac{G(M+1,N-1, \mathbf{R}\mu)}{G(M+1,N, \mathbf{R}\mu)}$$

$$(i=1,2,\dots,M-1), \quad (25)$$

$$u_0(M+1,N) = 0, \quad (26)$$

$$u(M+1,N) = \left\{ \sum_{i=1}^M R_i / \sum_{j=1}^M s_j \right\} \frac{G(M+1,N-1,R\mu)}{G(M+1,N,R\mu)}. \quad (27)$$

Solberg 모델의 경우에는 식(19)의 평행상태 확률에서는 L/UL 스테이션은 무시되지만, 식(24)에서 알 수 있듯이 FMS의 기대생산율에서는 L/UL 스테이션으로의 경로확률  $q_0$ 을 무시할 수 없다는 것을 알 수 있다.

### 3. 모델의 응용

#### 3.1 운반장치가 콘베이어인 경우

2.3절의 정식화에서는 운반장치는 AGV의 집합체로 想定하였으나, 운반장치가 콘베이어이며 팔렛이 콘베이어에 의해서 운반되는 경우에는 콘베이어를 어떻게 모델링할 것인가가 문제가 된다. 이 경우, AGV의 대수가 무한한 것으로 가정하여, 단순히 식(11)에  $s_{M+1} = \infty$ 를 대입하면  $u_{M+1}(M+2,N) = 0$ 가 된다. 그러나 이 결과는 콘베이어에 의한 운반시간이 0이 아니기 때문에 콘베이어의 기대가동률이 0이 아니라는 사실에 모순된다. 또 콘베이어를 1대의 AGV( $s_{M+1} = 1$ )로 가정하면, 콘베이어에 의해 대량의 부품이 운반됨으로도 불구하고 FMS의 기대생산율이 과소평가될 수 있다. 따라서 운반장치가 콘베이어인 경우에는 다음과 같이 생각한다.

- (1) 평행상태확률  $P(\mathbf{n})$ , 각 스테이션의 기대생산율  $TH_i(M+2,N)$  ( $i=0,1,\dots,M+1$ ), FMS의 기대생산율  $TH(M+2,N)$ , 콘베이어 이외의 스테이션의 기대가동률

$u_i(M+2,N)$  ( $i=1,2,\dots,M$ ) 및 FMS의 기대가동률  $u(M+2,N)$ 의 정의에는  $s_{M+1} = \infty$ 를 사용한다.

- (2) 콘베이어의 기대가동률  $u_{M+1}(M+2,N)$ 에는  $s_{M+1} = 1$ 를 사용한다.

구체적으로는 식(6)~(12)에  $\mu_{M+1}(k) = \mu_{M+1}k$  및  $s_{M+1} = 1$ 로 대입하면 운반 장치가 콘베이어인 경우에 대하여 FMS의 평가척도가 정의된다. 이 경우에는 콘베이어의 기대가동률은 콘베이어에 의하여 적어도 하나 이상의 부품이 운반되고 있을 상태의 확률을 의미한다.

#### 3.2 검사 스테이션을 포함하는 경우

FMS에서는 가공 스테이션의 가공 기능을 원활히 하기 위한 보조 스테이션으로서 L/UL 스테이션 및 운반장치 이외에도, 가공 스테이션에서 가공이 완료된 부품의 품질보장을 위하여 검사 스테이션도 설치하고 있다.

FMS에서 가공되는 모든 부품을 검사하면, 고 품질을 보장할 수 있어서 이상적이지만, 검사비용이 많아져서 비현실적으로 된다. 따라서 가공 스테이션에서 가공이 완료된 부품 중에서 일정한 비율로 검사를 행하는 것으로 하고 이 비율을 "검사비용"이라고 한다. 이 경우의 FMS를 CQN으로서 표현하면 그림 4와 같다. 그림에서 "I"는 검사 스테이션을 나타낸다.

그림 4로부터 식(1)~(3)에 해당하는 Flow Balance 방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$e_i = r(0,i) + \sum_{j=0}^M e_j r(j,i) \quad (i=1,2,\dots,M), \quad (28)$$

$$e_0 = 1, \quad (29)$$

$$e_{-1} = \rho e_0, \quad (30)$$

$$e_{M+1} = \sum_{j=-1}^M e_j. \quad (31)$$





평균부하 및 L/UL 스테이션의 부하와의 관계를 나타내는 파라미터로서  $\alpha$ 를 다음과 같이 정의하여, FMS의 성능평가에서의 L/UL 기능의 영향을 평가한다.

$$\alpha = \frac{w_0}{\bar{w}} = \frac{1}{\bar{w}} \cdot \frac{e_0}{\mu_0} \quad (36)$$

FMS의 기대생산율과 FMS의 기대기동률과의 관계는 식(10)과 식(12)를 비교하여 보면, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} u(M+2,N) &= \left\{ \left( \sum_{i=1}^M e_{ij} \mu_i \right) / \left( \sum_{j=1}^M s_j \right) \right\} \frac{G(M+2,N-1,e)}{G(M+2,N,e)} \\ &= \left\{ \left( \sum_{i=1}^M e_{ij} \mu_i \right) / \left( \sum_{j=1}^M s_j \right) \right\} TH(M+2,N). \end{aligned} \quad (37)$$

따라서, 부하평준화의 조건을 만족하는 FMS에서의 FMS의 기대기동률 및 FMS의 기대생산율은 식(37)에 식(35)를 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} u(M+2,N) &= \bar{w} \cdot \frac{G(M+2,N-1,e)}{G(M+2,N,e)} \\ &= \bar{w} TH(M+2,N). \end{aligned} \quad (38)$$

팔렛 수가 무한히 많아지면 ( $N \rightarrow \infty$ ), FMS의 기대생산율은 bottleneck 스테이션의 기대생산율에 수렴된다는 결과[12]를 이용하면, FMS의 기대생산율은

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} TH(M+2,N) &= \min_{0 \leq i \leq M+1} \frac{\mu_i s_i}{e_i} \\ &= \min \left\{ \frac{s_0}{\alpha \bar{w}}, \frac{1}{\bar{w}} \right\} \end{aligned} \quad (39)$$

와 같이 된다. 따라서,  $N$ 가 무한히 크지면( $N$

$\rightarrow \infty$ ) 식(37)의 FMS의 기대기동률은 다음 식의 우변에 수렴된다.

$$\begin{aligned} u(M+2,\infty) &= \lim_{N \rightarrow \infty} u(M+2,N) \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \bar{w} TH(M+2,N) \\ &= \left\{ \frac{s_0}{\alpha}, 1 \right\}. \end{aligned} \quad (40)$$

따라서, L/UL 기능을 무시한 Solberg 모델 ( $\alpha=0$ )에서는  $N \rightarrow \infty$ 가 되면, FMS의 기대생산율 및 FMS의 기대기동률은 각각  $1/\bar{w}$  및 1에 수렴함을 알 수 있다. 그러나, L/UL 기능을 고려하면,  $s_0/\alpha \geq 1$ 인 경우에는  $TH(M+2,\infty) \rightarrow 1/\bar{w}$  및  $u(M+2,\infty) \rightarrow 1$ 이 되어 Solberg 모델의 결과와 일치하지만,  $s_0/\alpha \leq 1$ 인 경우에는  $TH(M+2,\infty) \rightarrow s_0/(\alpha \bar{w})$  및  $u(M+2,\infty) \rightarrow s_0/\alpha$ 가 된다. 따라서 L/UL 기능을 고려한 FMS를 Solberg 모델로 평가한다면, Solberg 모델은 FMS의 기대생산율을  $(1/\bar{w})(1-s_0/\alpha)$ 만큼, 그리고 FMS의 기대기동률을  $(1-s_0/\alpha)$ 만큼 과대평가함을 알 수 있다.

그림 5 및 6은 그림 1에서 나타낸 전형적인 FMS에 상응하는 FMS의 구성에 대하여,  $\alpha$ 와 FMS의 기대생산율 및 기대기동률과의 관계를 나타낸 그래프이다. 즉, 그림 1과 상응되는 FMS의 구성은  $M=3$ 이며, 각 스테이션에서의 서버 수는  $s=(s_1, s_2, s_3, s_{M+1})=(2, 3, 4, 5)$ 이다. 따라서, 각 스테이션에서의 부하는 부하평준화의 조건에 따라  $w=(w_1, w_2, w_3, w_{M+1})=(2/14, 3/14, 4/14, 5/14)$ 이며, 평균부하는  $\bar{w}=1/14$ 가 된다. 그리고 각각의 그림에서  $\alpha=0$ 인 경우가 L/UL 기능을 무시한 Solberg 모델에 의한 FMS의 기대생산율 및 기대기동률에 해당한다.

먼저, 그림 5에서  $\alpha$ 와 FMS의 기대생산율과의 관계를 보면,  $N=10$  및  $N=30$ 의 경우에는 각각의  $s_0$ 에 대한 FMS의 기대생산율은  $\alpha$  값의 증가와 함께 감소하여,  $\alpha$  값이 일정값 이상이 되면 급격히 감소되어 L/UL 기능이 FMS의 기대생산율에 많은 영향을 미칠 수 있다. 그리고,  $N \rightarrow \infty$ 인 경우에도 식 (39)에서 구해지는  $\alpha$ 의 범위, 즉  $s_0=1$ 의 경우에는  $0 \leq \alpha \leq 1$ ,  $s_0=3$ 인 경우에는  $0 \leq \alpha \leq 3$ ,  $s_0=5$ 인 경우에는  $0 \leq \alpha \leq 5$ 의 범위에서는 FMS의 기대생산율이  $\alpha=0$ 인 Solberg 모델의 FMS의 기대생산율인  $1/\bar{w}$ 에 일치하지만, 그 이외의  $\alpha$ 의 범위에서는 FMS의 기대생산율은  $\alpha$  값의 증가와 함께 크게 감소함을 알 수 있다.

L/UL 기능의 FMS의 기대가동률에 대한 영향도, 그림 5와 6를 비교하여 보면, FMS의 기대생산율에 미치는 영향과 같음을 알 수 있다. 즉,  $N$ 의 값이 적은  $N$ 의 범위에서는  $\alpha$  값이 일정치 이상이 되면 L/UL 기능이 FMS의 기대가동률에 미치는 영향이 크게 증가하며,  $N \rightarrow \infty$ 인 경우에서도  $s_0/\alpha \geq 1$ 의 범위에서는  $u(M+2, \infty) \rightarrow 1$ 이 되지만, 그 이외의  $\alpha$ 의 범위에서는 FMS의 기대가동률도 FMS의 기대생산율에서의 경향과 같이  $\alpha$  값의 증가와 함께 크게 감소함을 알 수 있다.

따라서, L/UL 스테이션에서의 부하가 가공 스테이션 및 운반장치에서의 부하와 비교하여 상대적으로 작은 범위 내에서는 L/UL 기능이 FMS의 성능에 미치는 영향이 작지만, L/UL 스테이션에서의 부하가 상대적으로 많아지는 경우에는 FMS의 성능에 영향을 미치는 중요한 요인이 되어, FMS의 성능평가에 고려하여야 할 중요한 요소임을 알 수 있다.

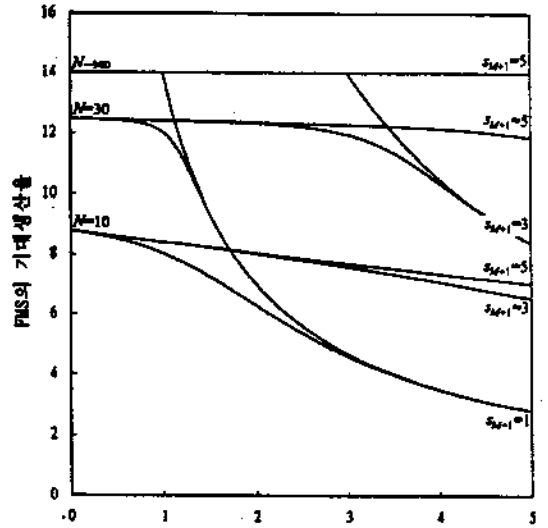


그림 5.  $\alpha$ 와 FMS의 기대생산율과의 관계  
 $(M=3, s=(s_1, s_2, s_3, s_{M+1})=(2, 3, 4, 5), w=(w_1, w_2, w_3, w_{M+1})=(2/14, 3/14, 4/14, 5/14))$

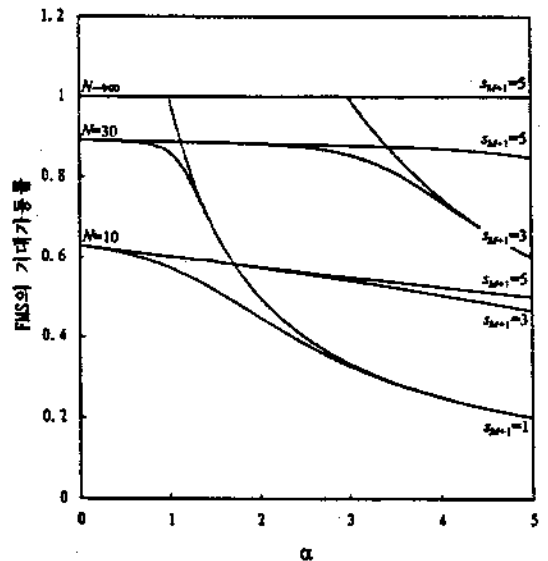


그림 6.  $\alpha$ 와 FMS의 기대가동률과의 관계  
 $(M=3, s=(s_1, s_2, s_3, s_{M+1})=(2, 3, 4, 5), w=(w_1, w_2, w_3, w_{M+1})=(2/14, 3/14, 4/14, 5/14))$

## 5. 결론

본 연구에서는 FMS를 해석하기 위한 폐쇄형 대기행렬 네트워크 모델을 다루었다. 종래의 Solberg 모델에서 무시되었던 L/UL 기능을 고려하여 가공 스테이션, L/UL 스테이션, 운반장치로 구성되는 FMS을 폐쇄형 대기행렬 네트워크로 모델링하였다. 그리고 평가척도로서 FMS의 기대생산율 및 기대가동률을 정의하였다. 제안 모델을 Solberg 모델과 비교하여 FMS에 있어서 L/UL 기능도 FMS의 평가척도에 영향을 끼침을 명확히 하였다. 모델의 응용으로서 운반장치가 콘베이어인 경우와 검사 스테이션도 포함하는 경우에 대해서도 정식화하였다. 그리고, L/UL 기능이 FMS의 기대생산율 및 기대가동률에 미치는 영향을 수치예로 나타내었다.

본 연구에서 제안된 폐쇄형 대기행렬 네트워크 모델은 실제 FMS의 성능척도를 보다 정확하게 평가가능하며, FMS의 분석 및 해석에 유용하게 사용되리라 사료된다.

## 참고 문헌

- [1] Avi-Itzak, B., and Heyman, D., "Approximate Queueing Models for Multiprogramming Computer Systems," *Operations Research*, Vol.21, No.6, pp.1212-1230, 1973.
- [2] Baskett, F., Chandy, K.M., Munts, R.R., and Palacios-Gomez, F.G., "Open, Closed and Mixed Networks of Queues with Different Classes of Customers," *J. of ACM*, Vol.22, No.2, pp.248-260, 1975.
- [3] Buzacott, J.A., and Shanṭhikumar, J.G., "Models for Understanding Flexible Manufacturing Systems," *AIIE Transaction*, Vol.12, No.4, pp.339-349, 1980
- [4] Buzacott, J.A., and Yao, D.D., "Flexible Manufacturing Systems : A Review of Analytical Models," *Management Science*, Vol.32, No.7, pp.890-905, 1986.
- [5] Carrie, A. *Simulation of Manufacturing Systems*, John Wiley & Sons, 1988.
- [6] Co, H.C., and Wysk, R.A., "The Robustness of CAN-Q in Modelling Automated Manufacturing Systems," *International J. of Production Research*, Vol.24, No.6, pp.1485-1503, 1986.
- [7] Dallery, Y., and Steke, K.E., "On the Optimal Allocation of Servers and Workloads in Closed Queueing Networks," *Operations Research*, Vol.38, No.4, pp.694-703, 1990.
- [8] Dubois, D., "A Mathematical Model of a Flexible Manufacturing System with Limited In-process Inventory," *European J. of Operational Research*, Vol.14, pp.66-78, 1983.
- [9] Gorden, W.J., and Newell, G.F., "Closed Queueing Systems with Exponential Servers," *Operations Research*, Vol.15, pp.254-265, 1967.
- [10] Jakson, J.J., "Jobshop-Like Queueing Systems," *Management Science*, Vol.10, No.1, pp.131-142, 1963.
- [11] Kleinrock, L., *Queueing Systems, Vol.1; Theory, and Vol. 2; Computer Applica-*

- tions, John Wiley & Sons, 1975.
- [12] Nagasawa, H., "Limiting Behavior of a Closed Queueing Network with Growing Population and its Applications to Analysis of a Restricted-Open Queueing Network," *Working Paper at Industrial Engineering and Operations Research of Columbia University*, New York(1990)
- [13] Schweitzer, P.J., "Maximum Throughput in Finite-Capacity Open Queueing Networks with Product-Form Solutions," *Management Science*, Vol.24, No.2, pp. 217-223, 1977
- [14] Shanthikumar, J.G., and Steke, K.E., "Reducing Work-In-Process Inventory in Certain Classes of Flexible Manufacturing Systems," *European J. of Operational Research*, Vol.26, pp.266-271, 1986.
- [15] Solberg, J.J., "A Mathematical Model of Computerized Manufacturing Systems," *Proceedings of the 4th International Conference on Production Research*, Tokyo, Japan, pp.1265-1275, 1977.
- [16] Stecke, K.E., and Kim, I., "Performance Evaluation for Systems of Pooled Machines of Unequal Sizes; Unbalancing Versus Balancing," *European J. of Operational Research*, Vol.42, pp.22-38, 1989.
- [17] Stecke, K.E., and Morin, T.L., "The Optimality of Balancing Workloads in Certain Types of Flexible Manufacturing Systems," *European J. of Operational Research*, Vol.20, pp.68-82, 1985.
- [18] Stecke, K.E. and Solberg, J.J., "The Optimality of Unbalancing Both Workloads and Machine Group Sizes in Closed Queueing Networks of Multiserver Queues," *Operations Research*, Vol.33, No.4, pp.882-910, 1985.