

다단계분배시스템의 발주정책에 관한 연구

A Study on the Ordering Policy in Multi-Echelon Distribution System

유형근*, 김종수**

Yu, hyung-keun, Kim, Jeong-soo

Abstract

This paper deals with ordering policies for a multi-echelon distribution system. The system we are concerned consists of one Central Distribution Center(CDC) and N non-identical Regional Distribution Centers(RDCs) which have different demand rates, minimum fillrates, leadtimes, etc. We develop an algorithm for determining the optimal ordering policies of the CDC and the RDCs under the constraints of minimum fillrates of RDCs and maximum allowable delay of CDC.

1. 서론

오늘날 기업의 분배시스템(Distribution System)은 생산자로부터 고객에 이르기 까지 다단계로 구성되어 있으며, 최소의 비용으로 규정된 품질의 제품을 적시에 고객에게 공급하여 구매욕구의 충족을 목적으로 하고 있다. 이러한 목적을 달성하기 위해서는 분배시스템을 구성하는 단계간의 상호종속성을 고려하여 분배시스템의 비용이 최소화되도록 각 단계의 발주정책(재고관리정책)이 결정되어

야 한다.

분배시스템과 같이 다단계시스템의 재고관리에 대한 전통적인 모형으로는 Sherbrooke [12]의 METRIC 모형과 Muckstadt[7]의 MOD-METRIC모형 등을 들 수 있으며, 이들은 수요율이 낮은 제품에 대하여 (S-1,S) 정책을 적용하였다. 그러나, 상용제품의 다단계 재고정책을 결정하기 위해서는 배치주문을 고려하는 (s,S)정책이나 (Q,r)정책으로 확장하여야 한다.

다단계 시스템에 관한 연구는 크게 직렬형

* 삼성데이터시스템 CIM개발팀

** 한양대학교 산업공학과

과 Aborescent형으로 구분할 수 있다.

직렬형 분배시스템의 (Q, r) 재고정책에서는, 일반적으로 Nested 성질(주문처리시간을 무시할 때, 임의의 단계 n 에서 시점 t 에 재고 수준이 재주문점에 도달하였다면 모든 하위 단계($n-1, n-2, \dots, 0$)의 재고수준이 시점 t 에 재주문점에 도달하는 성질)을 이용한다. DeBodt와 Graves[4]는 Echelon Stock의 개념과 Nested 성질을 이용하여 직렬형 시스템의 최적발주정책을 수립하였다. Badinelli[1,2]는 Nested 성질에 따라 각 단계의 발주량(단, 단계 n 의 발주량은 단계($n-1$)의 발주량의 정수배)과 재주문점을 구하였다.

그러나, 대부분의 분배시스템은 하나의 상위단계에 다수의 하위단계가 달려있는 Aborescent형으로 구성되어 있으며, 임의의 단계의 재고수준이 발주점 이하로 떨어져도 하위단계의 재고수준이 재주문점에 도달하지 않기 때문에 Nested 성질을 이용할 수 없다. Rosenbaum[8,9]은 하나의 중앙분배센터와 다수의 동일한 지역분배센터로 구성되어진 Aborescent형 시스템에서 지역분배센터와 중앙분배센터의 충족율을 입력자료로 하여, 지역분배센터의 실질적인 충족율을 추정하는 발전적기법을 제안하였으며, Deuermeyer와 Schwarz[5]는 중앙 및 지역분배센터의 발주량, 재주문점, 명목상 조달기간(지연시간이 없을 때의 조달기간), 수요율 등을 입력파라미터로 하여 분배시스템의 수행도(충족율, 추후납품수의 기대치, 지연시간의 기대치)를 평가하였다. Svoronos와 Zipkin[14]은 Deuermeyer와 Schwarz[5]의 중앙분배센터의 조달기간동안에 발생하는 수요의 특성치(평균과 분산)를 갱신이론에 입각하여 구하였으며, 수

요분포를 정규분포와 MTP(Mixture of Two translated Poisson)분포로 근사화하였다.

기존의 다단계 재고관리기법에 관한 연구는 현실적용면에 있어서 다음과 같은 문제점을 안고 있다. 첫째, 관리자의 주관심은 비용을 최소로 하는 발주정책을 결정하는 데 있으나, 기존의 연구에서는 발주정책(주문량과 재발주점)을 입력자료로 하여 시스템의 수행도를 계산[1, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 14]하므로 최적발주정책을 결정하기 위해서는 많은 수행시간이 요구된다. 둘째, 기존연구[2, 5, 8, 9, 11, 14]에서는 모든 지역분배센터가 동일한 수요율, 조달기간을 갖는 것으로 가정하였다. 그러나 지역분배센터와 중앙분배센터간의 지역적인 거리가 서로 다르므로 지역분배센터의 조달기간이 서로 다르게 나타나며, 지역의 특성 및 사회·문화적수준에 따라 각 지역의 수요율이 서로 다르다. 셋째, 고객이 원하는 시점에 즉시 고객에게 물품을 제공할 수 있는 확률을 충족율이라 하면 분배시스템은 적정수준의 충족율을 만족시키도록 운용되어야 한다. 따라서, 분배시스템의 최소요구 충족율(최소한 제공하여야 할 충족율)을 만족하며 재고관련비용을 최소화하도록 발주정책을 결정하여야 한다. 그러나 지금까지의 연구에서는 비용만을 최소화하는 발주정책을 수립함에 따라 고객에 대한 서비스수준(충족율)이 무시되었다. 넷째, 지역분배센터의 재고수준이 재주문점에 도달하여 중앙분배센터로 발주하였을 때, 중앙분배센터에 충분한 재고가 존재하면 즉시 지역분배센터로 수송한다. 그러나 재고가 없으면 공장으로부터 입고될 때까지 지연된 후 지역분배센터로 수송을 하므로, 지역분배센터의 조달기간은 명목

상 조달기간(중앙분배센타의 지연시간이 없을 때)과 중앙분배센타의 지연시간의 합으로 나타난다. 따라서 중앙분배센타의 지연시간이 길어지면, 지역분배센타의 실질적 조달기간은 늘어나며 최소요구충족율을 만족하기 위해서는 많은 안전재고를 보유하여야 하므로 지역분배센타의 재고보유비용은 증가하게 된다. 반면에 중앙분배센타의 지연시간을 적정수준으로 제한하게 되면, 중앙분배센타의 발주정책이 취할수 있는 실행가능영역이 줄어들어 중앙분배센타의 재고관련비용은 늘어나지만, 지역분배센타의 조달기간은 단축되고 최소요구충족율을 유지하기 위하여 많은 안전재고를 보유하지 않아도 되므로 지역분배센타의 비용은 감소된다. 따라서 중앙분배센타의 지연시간에 대한 최대허용치를 적절히 제한함으로써 중앙분배센타의 증가되는 비용보다 지역분배센타의 감소되는 비용이 크도록 분배시스템의 발주정책을 결정할 수 있다. 그러나 기존의 연구에서는 중앙분배센타의 최대허용지연시간에 제한을 설정하지 않고 중앙분배센타의 최적발주정책을 결정함에 따라, 지역분배센타가 많은 비용부담을 갖게 된다.

본 논문은 상이한 수요율과 조달기간을 갖는 N 개의 지역분배센타와 1개의 중앙분배센타로 구성된 분배시스템을 대상으로 한다. 지역분배센타의 최소요구충족율과 중앙분배센타의 최대허용지연시간의 제약조건하에서, 지역분배센타와 중앙분배센타의 발주정책의 상호영향을 고려하여 지역분배센타와 중앙분배센타의 재고관련비용을 최소화함으로써, 분배시스템 전체의 비용을 줄이도록 하는 발주정책을 결정하는 알고리즘을 제시한다.

2. 모형설정 및 기호정의

2.1 모형설정

본 논문에서는 그림 1과 같이 고객의 수요를 담당하는 N 개의 지역분배센타와 지역분배센타에 재고를 분배하는 1개의 중앙분배센타로 구성된 분배시스템을 고려한다. 중앙분배센타에 물품을 제공하는 공장은 무한한 능력이 있다고 가정한다.

고객의 수요는 지역분배센타의 재고에 의하여 충족되며, 지역분배센타 i 의 수요분포는 수요율이 λ_i 인 포아송분포에 따르고 다른 지역분배센타와는 독립적이다. 또한 충족되지 않은 고객의 수요는 추후납품되는 것으로 가정한다.

지역분배센타 i 의 발주정책은 재고수준(Inventory Position)이 재주문점 r_1 에 도달하면 경제적 발주량 Q_1 를 발주하는(Q_1, r_1) 정책에 따른다. 지역분배센타 i 의 발주량 Q_1 를 중앙분배센타로 발주하였을 때, 중앙분배센타에 충분한 재고가 존재하면, 명목상 조달기간(중앙분배센타의 지연시간이 없을 때) L_1 를 거쳐 지역분배센타 i 로 입고된다. 그러나 중앙분배센타의 보유재고가 Q_1 보다 적으면, 공장으로부터 중앙분배센타로 충분한 재고가 보충될 때까지 지연된 후, 지역분배센타 i 로 수송하게 된다. 이 때 지역분배센타 i 의 발주시점으로부터 입고시점까지의 시간을 실질적 조달기간이라하며, 지역분배센타 i 의 실질적 조달기간은 명목상 조달기간과 중앙분배센타의 지연시간의 합으로 계산할 수 있다.

중앙분배센타의 발주정책은 재고수준이 r_0 에 도달하면, 중앙분배센타의 경제적 발주량

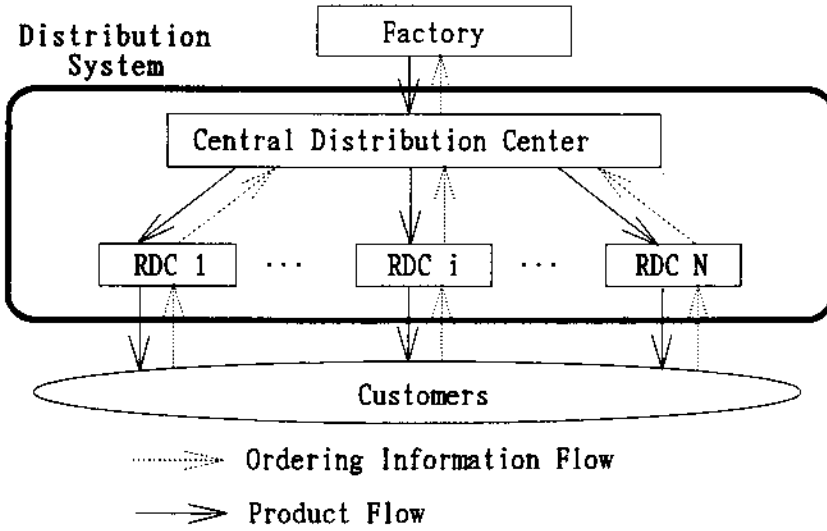


그림 1. 분배시스템의 구성도

Q_0 를 무한한 공급능력이 있는 공장으로 발주하는 (Q_0, r_0) 정책에 따른다. 중앙분배센터에서 공장으로 발주하였을 때, 공장은 무한한 조달능력을 보유하고 있으므로, 실질적 조달기간(Effective Leadtime)은 명목상 조달기간(Nominal Leadtime) L_0 와 같다.

2.2 기호정의

i : 지역분배센터나 중앙분배센터를 나타내는 첨자
 ($1 \leq i \leq N$: 지역분배센터, $i=0$: 중앙분배센터).

C_H^R, C_H^C : 지역분배센터 및 중앙분배센터의 재고보유비용.

C_S^R, C_S^C : 지역분배센터 및 중앙분배센터의 추후납품비용

C_R^R, C_R^C : 지역분배센터 및 중앙분배센터의 발주비용.

Q_i : 1회 발주량.

r_i : 재주문점.

L_i : 지연시간이 발생하지 않을 때의 명목상 조달기간.

L_i^e : 실질적 조달기간(=명목상 조달기간 + 지연시간)

λ_i : 단위기간당 수요율. (단, $\lambda_0 = \sum_{i=1}^N \lambda_i$)

μ_i : 조달기간수요의 평균.

σ_i^2 : 조달기간수요의 분산.

f_i : 최소요구충족율 ($i \neq 0$).

D_{max} : 중앙분배센터의 최대허용 지연시간.

$B(Q_i, r_i)$: 추후납품수의 평균치.

$$\phi_1(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_i^2}{2}}$$

$$\Phi_1(r_i) = \int_{r_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du.$$

3. 최소요구충족율을 고려한 지역분배센터의 최적발주정책

각 지역분배센터의 재고정책은 독립적으로 운용되므로 지역분배센터를 구별하기 위한 첨자 i ($i=1,2,\dots,N$)를 생략한다.

3.1 (Q,r) 발주정책에 따른 수행도 분석

Hadley 와 Whitin [6]은 조달기간의 수요가 매우 크며 평균 μ 인 포아송분포에 따를 때, 평균과 분산이 μ 인 정규분포로 근사화됨을 보였으며, 표 1과 같은 결과를 유도하였

표 1. Hadley 와 Whitin의 (Q,r) 정책에 따른 수행도 결과 [6]

(1) 평균보유재고
$I(Q,r) = \frac{Q}{2} + r - \mu + B(Q,r)$
(2) 평균 추후납품수
$B(Q,r) = \frac{1}{Q}[\beta(r) - \beta(r+Q)] \cong \frac{1}{Q}\beta(r)$
where, $\beta(r) = \frac{1}{2}[\sigma^2 + (r-\mu)^2]\Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) - \frac{\sigma}{2}(r-\mu)\phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)$
(3) 재고고갈확률
$P_{out} = \frac{1}{Q}[\alpha(r) - \alpha(r+Q)] \cong \frac{1}{Q}\alpha(r)$
where, $\alpha(r) = \sigma\phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) - (r-\mu)\Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)$

다.

3.2 지역분배센터의 최적발주정책

지역분배센터는 분배시스템의 최하위 단계로서 고객의 구매욕구에 신속히 대응하여야 하므로, 지역분배센터의 충족율은 분배시스

템의 매우 중요한 수행척도가 된다.

그러나 충족율을 높이기 위해서는 많은 안전재고가 필요하므로, 지역분배센터에서는 고객에게 제공하여야 할 서비스수준의 하한치(최소요구충족율)를 설정하고, 이를 만족하며 발주비용과 재고보유비용 및 추후납품비용의 합으로 구성되는 지역분배센터의 총비용을 최소로 하는 발주정책을 결정하여야 한다. 지역분배센터의 발주량이 Q이고 재주문점이 r 일 때, 재고고갈확률은 $Q^{-1} \cdot \alpha(r)$ 이므로 충족율은 $(1 - Q^{-1} \cdot \alpha(r))$ 이 된다(표 1). 충족율이 최소요구충족율보다 크도록 유지하며, 지역분배센터의 총비용(발주비용, 재고유지비용, 추후납품비용의 합)을 최소화하는 발주정책 (Q,r)을 구하기 위하여 식 (1)과 같이 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Min } TC_i(Q,r) &= \frac{\lambda}{Q}C_R^R + C_H^R\left(\frac{Q}{2} + r - \mu + B(Q,r)\right) \\ &+ C_S^R B(Q,r) = \frac{\lambda}{Q}C_R^R + C_H^R\left(\frac{Q}{2} + r - \mu\right) + \left(\frac{C_S^R + C_H^R}{Q}\right)\beta(r) \\ \text{s.t. } 1 - \frac{1}{Q}\alpha(r) &\geq f \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)은 제약식이 존재하는 비선형 최적화문제이므로 제약식을 목적식으로 이완시켜해를 구하는 벌칙방법(Penalty Method)의 개념을 도입하도록 한다. 제약식을 위반하는 경우(충족율이 최소요구충족율 보다 작은 경우)에 목적식의 값이 위반정도의 지승에 비례하여 증가되도록 벌칙함수를 식 (2)와 같이 설정한다.

$$P(Q,r) = (\text{Max}\{\alpha(r) - (1-f)Q, 0\})^2 \quad (2)$$

또한, iteration이 증가함에 따라 발주정책을 실행가능영역으로 더욱 근접시키기 위하여 단조증가하는 벌칙상수(P_k , 여기서 k 는 iteration number)의 집합을 설정한다. 예를 들면, $\{P_k\}$ 는 $\{1, 2, 4, \dots\}$ 와 같이 설정할 수 있다.

벌칙상수(P_k)와 벌칙함수($P(Q, r)$)를 도입하여 식 (1)의 제약식을 목적식으로 이완시키면 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Min } TC_2(Q, r, P_k) &= \frac{\lambda}{Q} C_k^R + C_H^R \left(\frac{Q}{2} + r - \mu + B(Q, r) \right) \\ &+ C_S^R B(Q, r) + P_k P(Q, r) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서, iteration의 초기단계는 벌칙상수의 값이 적게 설정되므로 벌칙항 ($P_k \cdot P(Q, r)$)이 재고관련비용이 보다 상대적으로 작으므로 실행가능영역 외부에 존재하기 쉬우나, iteration이 진행됨에 따라 벌칙상수(P_k)의 값이 점점 증가하여 벌칙항이 재고관련비용보다 중요하게 된다. 따라서 iteration이 증가함에 따라 발주정책은 실행가능영역으로 접근하게 되며, 실행가능영역에서는 $P(Q, r)$ 의 값이 0이 되므로 식 (1)과 식 (3)의 최적해는 동일하게 된다.

k 번째 iteration에서 결정된 최적발주정책을 (Q_k^*, r_k^*) 라 하고, 그 때의 목적식 값을 $TC_2(Q_k^*, r_k^*, P_k)$ 라 하면, 최적해의 조건은 $TC_2(Q_{k-1}^*, r_{k-1}^*, P_{k-1}) \geq TC_2(Q_k^*, r_k^*, P_k)$ 일 때이다[13]. 이는 벌칙상수의 값이 증가하여도 목적식의 값이 감소한다는 것은 발주정책이 실행가능영역($P(Q, r) = 0$)에 도달하였음을 의미한다. 이 때 발주정책 (Q_k^*, r_k^*) 은 실행가능영역내에서 목적식을 최소로 하는 값이므로 (Q_k^*, r_k^*) 가 식 (1)과 (3)의 최적발주정책이 된다. 이러한

벌칙방법의 개념을 이용하여 지역분배센타의 최적발주정책을 결정하는 절차는 다음과 같다.

[단계 1] 초기화

iteration 번호를 초기화($k \leftarrow 0$) 한다. 벌칙방법은 실행불가능영역에서 시작하여 실행가능영역으로 이동되는 것을 보장하므로 발주정책의 초기해는 임의의 값을 할당한다. 또한 iteration이 증가함에 따라 해가 실행가능영역으로 접근해 가도록 하기 위하여 벌칙상수의 집합을 연속적으로 증가하도록 정의한다(예: $\{P_k\} = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$).

[단계 2] 방향벡타의 결정

현재의 발주정책 (Q_k, r_k) 에서 식(3)의 방향벡타를 [부록 1]에 의하여 구한다.

[단계 3] 최대 및 최적 변화크기 결정

[단계 2]에서 구한 방향벡타의 반대방향으로 해를 개선할 때, 발주량이 1이상이 되도록 하기 위한 최대변화크기($\alpha_{\max, q}$)와 음의 재주문점을 억제하는 최대변화크기($\alpha_{\max, r}$)는 다음과 같다.

$$\text{IF} \left(\left(\frac{\partial TC_2(Q, r, P_k)}{\partial Q} \right) \Big|_{Q = Q_k, r = r_k} > 0 \right)$$

$$\text{THEN} \left\{ \alpha_{\max, q} = \frac{Q-1}{\partial TC_2(Q, r, P_k) / \partial Q} \Big|_{Q = Q_k, r = r_k} \right\}$$

$$\text{ELSE} \left\{ \alpha_{\max, q} = \frac{\lambda - Q}{\partial TC_2(Q, r, P_k) / \partial Q} \Big|_{Q = Q_k, r = r_k} \right\}$$

$$\text{IF} \left(\left(\frac{\partial TC_2(Q, r, P_k)}{\partial r} \right) \Big|_{Q = Q_k, r = r_k} > 0 \right)$$

$$\text{THEN} \left\{ \alpha_{\max, r} = \frac{\lambda - r}{\partial TC_2(Q, r, P_k) / \partial r} \Big|_{Q = Q_k, r = r_k} \right\}$$

$$\text{ELSE} \left\{ \alpha_{\max, r} = \frac{r}{\partial TC_2(Q, r, P_k) / \partial r} \Big|_{Q = Q_k, r = r_k} \right\}$$

따라서 발주량과 재주문점이 음수가 되지 않으면 음의 방향벡터를 향하여 이동할 수 있는 최대 범위(α_{max})는 다음과 같다.

$$\alpha_{max} \leftarrow \min \{ \alpha_{max_q}, \alpha_{max_r} \}$$

[단계 4] 최적변화크기(α_{opt}) 선택

음의 방향벡터 방향으로 목적식의 값을 최소로 하는 최적변화크기 α_{opt} ($0 < \alpha_{opt} \leq \alpha_{max}$)를 이분법 (Bi-Section Method)에 의하여 탐색한다.

[단계 5] 발주정책의 개선

[단계 2]에서 구한 방향벡터방향과 [단계 4]에서 탐색한 최적변화크기를 이용하여 재고관련비용을 최소화하도록 발주정책을 개선한다.

$$Q_k^{new} \leftarrow (Q_k - \alpha_{opt} \frac{\partial TC_2(Q, r, P_k)}{\partial Q} \Big|_{Q=Q_k, r=r_k})$$

$$r_k^{new} \leftarrow (r_k - \alpha_{opt} \frac{\partial TC_2(Q, r, P_k)}{\partial r} \Big|_{Q=Q_k, r=r_k})$$

[단계 6] $TC_2(Q_k, r_k, P_k)$ 의 최소점 판정

[단계 5]에서 결정된 발주정책이 iteration k (별칙상수의 값이 P_k 일 때)에서 최적인지를 검토하는 단계이다. $TC_2(Q_k, r_k, P_k) > TC_2(Q_k^{new}, r_k^{new}, P_k)$ 이면 발주정책을 개선할 여지가 있으므로, [단계 5]에서 구한 (Q_k^{new}, r_k^{new}) 를 (Q_k, r_k) 에 대입하고 [단계 2]로 간다. $TC_2(Q_k, r_k, P_k) \leq TC_2(Q_k^{new}, r_k^{new}, P_k)$ 이면 별칙상수가 P_k 일 때의 최적값이므로 (Q_k, r_k) 를 (Q_k^*, r_k^*) 에 대입하고 [단계 7]을 수행한다.

[단계 7] 최적해 검증

$TC_2(Q_{k-1}^*, r_{k-1}^*, P_{k-1}) \geq TC_2(Q_k^*, r_k^*, P_k)$ 이면 별칙방법의 특성[13]에 의하여 최적해가 보장되므로 알고리즘을 종료한다. 그렇지 않으면

[단계 8]을 수행한다.

[단계 8] 별칙상수 변경

iteration번호를 증가($k \leftarrow k+1$)시키고 별칙상수를 변경($P_k \leftarrow P_{k+1}$)하여 [단계 2]를 수행한다. 이 때 [단계 2]에서 사용되는 발주정책 (Q_k, r_k) 는 [단계 6]에서 구한 발주정책을 이용한다.

4. 최대허용지연시간을 고려한 중앙분배센타의 최적발주정책

4.1 중앙분배센타의 수요과정추정

지역분배센타의 고객의 수요는 포아송분포에 의하여 발생하며, 지역분배센타 i 의 발주량이 Q_i 라 하면, 지역분배센타의 주문과정은 시간간격분포가 Erlang- Q_i 인 갱신과정을 형성하게 된다. 또한 중앙분배센타의 수요과정은 N 개 지역분배센타의 주문과정이 합성되어 나타난다.

Cox[3]는 갱신시간간격이 Erlang 분포에 따를 때, 동일한 분포를 갖는 갱신과정을 합성을 통하여 일정기간동안에 발생하는 갱신회수의 평균과 분산을 유도하였다. Svoronos와 Zipkin[14]은 Cox의 결과를 동일한 지역분배센타로 구성된 분배시스템에 적용하였고, 발주회수의 평균과 분산을 유도하였다. 그러나, 지역분배센타의 수요율 및 발주정책이 서로 상이할 때는 기존의 연구를 사용할 수가 없으며, 중앙분배센타의 발주정책을 결정하기 위해서는 수요의 특성치(평균과 분산)뿐만 아니라 확률분포를 추정해야 한다. 따라서, 본 절에서는 서로 상이한 수요율, 조달기간, 분배정책을 갖는 N 개의 지역분배센타에서 발생하는 발주과정을 분석하여, 중앙

분배센터의 수요분포를 추정하고자 한다.

지역분배센터 i 의 수요율이 λ_i 이고, 발주 정책이 (Q_i, r_i) 일 때, 지역분배센터 i 에서 조달기간 L_0 동안에 발생한 발주수를 $N_i(L_0)$ 라 정의하면 중앙분배센터의 조달기간 L_0 동안에 발생하는 수요의 평균과 분산은 갱신이론의 결과[3, 14]를 응용하여 식 (4), (5)와 같이 구할 수 있다.

$$E[\text{Leadtime Demand of CDC}] = \sum_{i=1}^N Q_i E[N_i(L_0)] = \sum_{i=1}^N \lambda_i L_0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[\text{Leadtime Demand of CDC}] &= \text{Var}\left(\sum_{i=1}^N N_i(L_0) Q_i\right) \\ &= \sum_{i=1}^N \{Q_i^2 \text{Var}(N_i(L_0))\} \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\lambda_i L_0 + \sum_{k=1}^{Q_i-1} \frac{1 - \exp(-\alpha_k \lambda_i L_0) \cos(\beta_k \lambda_i L_0)}{\alpha_k}\right) \quad (5) \end{aligned}$$

where, $\alpha_k = 1 - \cos\left(\frac{2\pi k}{Q_i}\right)$, $\beta_k = \sin\left(\frac{2\pi k}{Q_i}\right)$,

for $k=1, \dots, Q_i-1$

현존하는 분배시스템의 지역분배센터의 수는 수십개 이상으로 구성되어 있으므로 중심극한정리를 적용할 수 있다. 그러므로 중앙분배센터의 조달기간 수요분포는 평균과 분산이 식(4)와 (5)인 정규분포로 근사화하도록 한다.

4.2 중앙분배센터의 최적발주정책

중앙분배센터의 발주정책은 4.1 절에서 추

정된 수요분포와, 중앙분배센터의 비용요소(발주비용, 재고유지비용 및 추후납품비용)를 고려하여 비용을 최소화하도록 결정되어야 하며, 중앙분배센터의 역할은 지역분배센터가 고객의 수요에 원활히 대응할 수 있도록 지원하는 것이다. 지역분배센터로부터 주문이 들어온 시점부터 중앙분배센터가 납품하는 시점까지의 시간을 중앙분배센터의 지연시간이라 정의한다. 중앙분배센터의 지연시간이 길면 지역분배센터의 조달기간이 길어지고 조달기간수요의 불확실성이 증가되므로, 지역분배센터에서는 최소요구충족율을 충족시키기 위해서 많은 재고를 보유하여야 한다. 반면에, 중앙분배센터의 지연시간을 지나치게 억제하면 지역분배센터는 적은 안전재고를 보유하고도 최소요구충족율을 만족할 수 있으나, 중앙분배센터에서는 지연시간을 줄이기 위해서 안전재고수준을 높여야 한다. 따라서, 적절한 지연시간의 제한은 지역분배센터와 중앙분배센터의 비용의 합을 최소화할 수 있게 된다.

중앙분배센터의 발주정책을 (Q_0, r_0) 라 하고, 평균추후납품수를 $B(Q_0, r_0)$ 라 하면, 평균지연시간은 대기행렬이론의 Little's formula에 의하여 $(\lambda_0^{-1} B(Q_0, r_0))$ 가 되며, 이는 최대허용지연시간(D_{max})보다 적어야 한다. 최대허용지연시간의 범위내에서 중앙분배센터의 발주비용과 추후납품비용 및 재고보유비용의 합을 최소화하는 발주정책은 식 (6)과 같이 모형화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Min } TC_3(Q_0, r_0) &= C_R \frac{\lambda_0}{Q_0} + C_H \left(\frac{Q_0}{2} + r_0 - \mu_0\right) \\ &+ \left(\frac{C_S + C_H}{Q_0}\right) \beta(r_0) \quad (6) \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } \frac{B(Q_0, \tau_0)}{\lambda_0} \cong \beta(Q_0) \leq D_{\max}$$

벌칙방법으로 해를 구하기 위하여, 제약조건의 위반정도의 자승에 비례하도록 벌칙함수를 설정하면 다음과 같다.

$$P(Q_0, \tau_0) = [\text{Max} \{ \frac{\beta(\tau_0)}{\lambda_0 Q_0} - D_{\max}, 0 \}]^2$$

그러므로, 벌칙함수와 k번째 iteration의 벌칙상수 P_k 를 도입하여 제약식을 목적식으로 이완시키면 식(7)과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Min } TC_k(Q_0, \tau_0, P_k) &= C_R \frac{\lambda_0}{Q_0} + C_H (\frac{Q_0}{2} + \tau_0 - \mu_0) \\ &+ (\frac{C_S + C_H}{Q_0}) \beta(\tau_0) + P_k P(Q_0, \tau_0) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)은 식 (3)과 같은 형태를 가지며 제약식이 없는 최적화문제이므로 지역분배센타의 경우와 동일하게 벌칙방법을 사용하여 최적해를 구할 수 있다. 이 때, 사용하는 절차는 TC_2 를 TC_k 로 대체하며, 방향벡터는 [부록 1]에서 [부록 2]로 대체하도록 한다.

5. 지역분배센타와 중앙분배센타의 최적발주정책 결정과정

제 3 절에서는 최소요구충족율을 고려한 지역분배센타의 최적발주정책을 결정하였고, 제 4 절에서는 N개의 지역분배센타의 발주정책에 따라 중앙분배센타의 조달기간의 수요분포를 추정하고, 최대허용지연시간의 제약하에서 중앙분배센타의 최적발주정책을 결정하고 평균지연시간을 계산하였다. 중앙분배센타의 지연시간은 지역분배센타의 실질적

조달기간과 조달기간의 수요분포에 변화를 주게 된다. 따라서 지역분배센타에서 이전에 결정되어진 최적발주정책은 최적해가 아니거나 실행불가능해 일 수 있으므로, 지역분배센타에서는 발주정책을 재결정한다. 또한 변경되어진 지역분배센타의 발주정책은 중앙분배센타의 발주정책에 다시 영향을 미치게 된다.

지역분배센타에서는 최소요구충족율의 제약하에서 다소 재고를 보유하더라도 추후납품을 적게 하여 충족율을 유지하려 하고, 중앙분배센타에서는 최대허용 지연시간의 제약하에서 다소 추후납품을 인정하더라도 보유 재고를 줄여 최대허용지연시간의 범위내에 있도록 한다. 이러한 지역분배센타와 중앙분배센타의 상반적인 입장은 발주정책의 결정과정이 수렴하도록 하는 배경이 된다. 지역분배센타와 중앙분배센타의 최적발주정책 결정과정은 다음과 같다.

[단계 0] (number←0)으로 하고 벌칙상수의 집합 $\{P_k\}$ 와 지역분배센타의 발주정책 초기해를 설정하고 [단계 1]을 수행한다. 여기서, number는 종료조건을 검색하기 위하여 도입한 변수로 알고리즘의 반복회수를 의미한다.

[단계 1] (number←number+1)으로 하고 지역분배센타의 발주정책을 결정(3.2절 참조)하고 [단계 2]를 수행한다.

[단계 2] 중앙분배센타의 수요과정 추정(4.1절 참조)하고 [단계 3]을 수행한다.

[단계 3] 중앙분배센타의 발주정책을 결정하고 평균지연시간을 Little's formula에 의해 산출한다(4.2절 참조). [단계 4]를 수행한다.

[단계 4] 발주정책의 수렴여부를 판정하기

위하여, 중앙분배센타와 N개의 지역분배센타의 경우에 number가 $j(j=0, \dots)$ 일 때의 발주정책과 $j+1$ 일 때의 발주정책을 비교한다. 이때 두 발주정책의 차이가 없다면(프로그램상에서는 비율이 10^{-9} 보다 적은 경우에 차이가 없는 것으로 설정하였음), 중앙분배센타와 지역분배센타의 입장에서 더 이상 개선할 여지가 없으므로 알고리즘을 종료한다. 그렇지 않으면 N개 지역분배센타의 실질적 조달기간 ($L_i^e = L_i + \text{평균지연시간}$)을 계산하여 조달기간 수요분포를 재산정하고 [단계 1]로 간다.

6. 수치예제

6.1 입력자료

10개의 지역분배센타와 1개의 중앙분배센타로 구성되어진 분배시스템을 고려하자. 중앙분배센타와 지역분배센타의 재고관련 비용요소를 표 2에 수록하였다. 지역분배센타로부터 중앙분배센타로의 조달기간, 각 지역분배센타의 수요율과 최소요구충족율등에 대한 입력자료는 표 3에 수록하였다.

표 2. 비용자료 및 중앙분배센타의 조달기간

	재고보유비용	추후납품비용	발주비용	명목상 조달기간
RDC	20	10	5	<표.3>
CDC	20	0	5	0.03

최대지연시간을 0.001부터 0.014까지 0.001씩 증가시켜가며 지역분배센타와 중앙분배센타의 최적발주정책을 결정하고, 최대지연시간이 발주정책에 미치는 영향을 고려한다.

표 3. 지역분배센타의 명목상 조달기간, 수요율, 최소요구충족율

	지역분배센타 i									
	RDC 1	RDC 2	RDC 3	RDC 4	RDC 5	RDC 6	RDC 7	RDC 8	RDC 9	RDC 10
L_i	0.012	0.017	0.017	0.014	0.015	0.018	0.010	0.015	0.018	0.015
λ_i	25000	30000	40000	32000	34000	27000	32500	44000	35000	29400
f_i	0.850	0.860	0.900	0.850	0.890	0.920	0.880	0.870	0.950	0.930

6.2 결과분석

최대허용지연시간의 변화에 따른 지역분배센타 및 중앙분배센타의 비용결과와 최적발주정책은 표 4, 표 5와 같다. 표 4에 의하면, 지역분배센타의 비용은 중앙분배센타가 허용하는 지연시간에 따라 단조증가하며 중앙분배센타의 경우는 최대허용지연시간이 증가함에 따라 해가 취할수 있는 가능해 영역이 증가함에 따라 비용이 단조감소하는 것을 볼 수 있다. 또한, 중앙분배센타의 최대허용지연시간을 적절히 제한하여 지역분배센타의 비용증가를 억제하고, 총비용을 감소시킬 수 있음을 볼 수 있다. 표 5에서는, 중앙분배센타의 지연시간이 증가할수록 지역분배센타는 최소요구충족율을 만족시키기 위하여 발주크기와 재주문점을 높여 늘어나는 조달기간의 불확실성을 극복하는 것을 볼 수 있다.

7. 결론

다단계 분배시스템의 발주정책에 관한 기존의 연구에서는 동일한 지역분배센타로 구성된 시스템을 고려대상으로 하고 있으며, 분배시스템의 구성요소들의 주요기능(지역분

표 4. 최대허용지연시간 대 분배시스템 비용결과

D_{max}	CDC의 재고 관련비용	RDC의 재고 관련비용	분배시스템의 재고관련 총비용
0.001	2374.9	24448.7	26823.6
0.002	1362.4	24499.2	25861.6
0.003	950.0	24535.2	25485.2
0.004	735.6	24633.5	25369.1
0.005	599.0	24695.0	25293.9
0.006	500.2	24755.7	25256.0
0.007	428.6	24981.9	25410.5
0.008	376.5	25026.2	25402.7
0.009	340.1	25136.1	25476.3
0.010	310.0	25226.9	25536.9
0.011	283.5	25355.7	25639.2
0.012	260.6	25421.4	25682.0
0.013	241.3	25849.3	26090.5
0.014	226.4	25989.5	26215.9

배센타의 충족율, 지역분배센타를 보호하기 위한 정책)을 생각하지 않고 각 단계의 비용만을 최소화하는 정책에 관심이 집중되어 왔으며 각 단계의 영향을 고려하여 분배시스템의 총비용을 최소화하는 정책은 무시되었다. 또한, 발주정책을 고정하고 서비스수준을 결정함에 따라 일반적으로 의사결정자가 관심을 갖게 되는 최적발주정책을 결정하기 위해서는 많은 시행착오를 거쳐야 하는 등 현실 적용상 문제점을 내포하고 있다.

본 논문에서는 하나의 중앙분배센타와 N개의 상이한 지역분배센타로 구성된 분배시스템을 고려하고 지역분배센타의 최소요구충족율에 대한 제약조건과 중앙분배센타의 최대허용지연시간에 대한 제약조건을 고려하여 분배시스템의 총비용을 최소화하는 발주정책을 결정하기 위한 알고리즘을 제안하였다.

제안된 알고리즘은 크게 3개의 모듈(지역분배센타의 최적발주정책 결정모듈, 중앙분배센타의 조달기간 수요분포의 추정 및 최적발주정책 결정모듈, 지역분배센타와 중앙분배센타의 발주정책 수렴화모듈)로 구성하였으며, 지역분배센타와 중앙분배센타의 발주정책이 각각 최적정책에 도달하여 발주정책에 변동이 없을 때 까지 각 모듈이 반복수행한다. 지역분배센타와 중앙분배센타의 최적발주정책 결정모듈에서는 제약식(지역분배센타의 최소요구충족을 및 중앙분배센타의 최대허용지연시간)을 목적으로 이완시키는 벌칙방법(Penalty Method)을 이용하여 최적화하였으며, 중앙분배센타의 조달기간 수요분포의 추정모듈은 갱신이론을 이용하여 지역분배센타의 발주과정을 분석하고 이들을 합성하여 중앙분배센타의 조달기간 수요분포를 추정하였다. 또한, 수치예제를 통하여 중앙분배센타의 최대허용지연시간을 적절히 제한하게 되면 지역분배센타를 보호할 수 있으며 분배시스템의 총비용이 감소됨을 보였다.

참 고 문 헌

[1] Badinelli, R. D., "A Model for Cotinuous-Review Pull Policies in Serial Inventory Systems," *Operations Research*, Vol. 40, pp. 142-156, 1992.

[2] Badinelli, R. D., and L. B. Schwarz, "Backorders Optimization in a One-Warehouse, N-Identical Retailer Distribution System," *Naval Research Logistics*, Vol. 35, pp. 427-440. 1988.

[3] Cox, D. R. *Renewal Theory*, Methuen,

표 5. 지역분배센터 및 중앙분배센터의 발주정책 결과

D_{max}	Q & r	RDC 1	RDC 2	RDC 3	RDC 4	RDC 5	RDC 6	RDC 7	RDC 8	RDC 9	RDC 10	CDC
0.001	Q	115.5	127.1	147.2	130.9	135.3	120.6	131.8	154.4	136.0	125.4	992.9
	r	309.7	526.2	712.8	463.2	534.5	511.9	344.5	688.7	673.0	470.2	9077.6
0.002	Q	118.8	131.0	151.0	135.5	138.9	122.6	135.6	159.9	137.5	127.4	1540.9
	r	334.4	555.9	753.2	494.7	568.5	539.2	377.0	732.4	708.7	500.2	8453.5
0.003	Q	122.5	135.1	154.9	140.2	142.6	124.7	139.4	165.5	139.3	129.4	2138.6
	r	359.2	585.6	792.8	526.2	602.5	566.3	409.2	775.7	744.4	529.8	7820.1
0.004	Q	126.3	139.3	159.0	144.9	146.3	126.9	143.3	171.2	141.1	131.5	2761.2
	r	384.0	615.3	833.0	557.8	636.7	593.6	441.8	819.4	780.3	559.9	7177.8
0.005	Q	129.9	143.4	162.9	149.7	150.1	129.0	147.2	176.9	142.8	133.6	3395.2
	r	408.5	645.0	872.6	589.5	670.4	620.7	474.2	863.0	815.4	589.5	6530.6
0.006	Q	133.6	147.5	166.9	154.4	153.8	131.2	151.1	182.5	144.6	135.7	4036.0
	r	433.0	674.2	912.8	620.8	704.2	647.8	506.1	906.0	851.1	619.1	5880.2
0.007	Q	137.4	151.8	171.0	159.2	157.6	133.4	155.0	188.3	146.4	137.8	4681.6
	r	458.3	704.4	953.6	653.1	738.9	675.3	539.0	951.0	887.2	649.6	5227.8
0.008	Q	141.0	155.9	175.0	163.8	161.3	135.6	158.9	193.8	148.2	139.8	5330.0
	r	482.4	734.1	993.2	683.9	772.7	702.8	571.4	993.3	921.8	678.7	4574.2
0.009	Q	144.7	160.1	179.0	168.6	165.0	137.8	162.8	199.5	149.9	141.9	5980.7
	r	507.3	763.8	1032.8	715.7	806.4	729.5	603.8	1036.9	957.5	707.9	3919.8
0.010	Q	148.4	164.1	182.9	173.2	168.7	140.0	166.6	205.2	151.7	144.0	6633.0
	r	531.4	792.6	1072.4	746.5	840.1	757.1	635.3	1080.6	993.1	737.9	3264.6
0.011	Q	152.1	168.3	186.9	178.0	172.4	142.1	170.5	210.8	153.5	146.0	7286.1
	r	556.3	822.3	1112.0	778.3	873.8	783.8	667.7	1124.2	1028.8	767.1	2609.0
0.012	Q	155.7	172.4	190.8	182.6	176.1	144.2	174.3	216.3	155.2	148.1	7939.9
	r	580.4	852.0	1151.6	809.1	906.5	810.5	700.1	1166.6	1063.4	797.1	1952.9
0.013	Q	159.6	176.7	195.0	187.7	179.9	146.5	178.4	222.4	157.1	150.3	8594.3
	r	606.0	882.6	1193.6	842.8	941.3	838.8	733.5	1212.9	1101.2	828.1	1296.7
0.014	Q	165.0	182.8	201.0	194.6	185.5	149.7	184.2	230.6	159.8	153.4	9577.0
	r	642.2	925.8	1253.6	889.0	992.4	879.2	782.6	1276.3	1153.6	872.3	311.9

- London, 1967.
- [4] Debo, M. A., and S. C. Graves, "Continuous Review Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem with Stochastic Demand," Management Science, Vol. 31, pp. 1286-1299, 1985.
- [5] Deuermeyer B. L., and L. B. Schwarz, "A Model for the Analysis of System Service Level in Warehouse-Retailer Distribution Systems : The Identical Retailer Case," TIMS Studies in the Management Sciences 16, pp. 163-193, 1981.
- [6] Hadley, G. and T. M. Whitin, Analysis of Inventory Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1963.
- [7] Muckstadt, J. A., "A Model for Multi-Echelon Multi-Identure Inventory System," Management Science, Vol. 20, pp. 472-481, 1973.
- [8] Rosenbaum, B. A., "Inventory Placement in a Two-Echelon Inventory System : An Application," TIMS Studies in the Management Sciences 16, pp. 195-207, 1981.
- [9] Rosenbaum, B. A., "Service Level Relationships in a Multi-Echelon Inventory System," Management Science, Vol. 27 pp. 926-945, 1981.
- [10] Sand G., "Predicting Demand on the Secondary Echelon : A case Study," TIMS Studies in the Management Science 16, pp. 209-223, 1981.
- [11] Schwarz, L. B., B. L. Deuermeyer, and R. D. Badinelli, "Fill-Rate Optimization in a One-Warehouse N-Identical Retailer Distribution System," Management Science, Vol. 31, pp. 488-498, 1985.
- [12] Sherbrooke, C. C., "METRIC : A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control," Operations Research, Vol. 16, pp. 122-141, 1968.
- [13] Simmons, D. M., Nonlinear Programming for Operations Research, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1975.
- [14] Svoronos, A. and Zipkin, P., "Estimating the Performance of Multi-Level Inventory Systems," Operations Research, Vol. 36, pp. 57-72, 1988.

[부록 1]

$$\text{Gradient Vector } \left(\frac{\partial TC_2}{\partial Q}, \frac{\partial TC_2}{\partial r} \right)$$

$$\text{Case 1 : } (1-f)Q - \alpha(r) \geq 0$$

$$\frac{\partial TC_2(Q, r, P_k)}{\partial Q} = \frac{-\lambda C_R^R + C_H^R}{Q^2} + \frac{C_H^R}{2} - \left(\frac{C_S^R + C_H^R}{Q^2} \right) \beta(r)$$

$$\frac{\partial TC_2(Q, r, P_k)}{\partial r} = C_H^R + \left(\frac{C_S^R + C_H^R}{Q} \right) \left[(r - \mu) \Phi\left(\frac{r - \mu}{\sigma}\right) - \sigma \varphi\left(\frac{r - \mu}{\sigma}\right) \right]$$

$$\text{Case 2 : } (1-f)Q - \alpha(r) < 0$$

$$\frac{\partial TC_2(Q, r, P_k)}{\partial Q} = \frac{-\lambda C_R^R + C_H^R}{Q^2} + \frac{C_H^R}{2} - \left(\frac{C_S^R + C_H^R}{Q^2} \right) \beta(r)$$

$$+ \frac{2[(1-f)^2 Q - (1-f)\alpha(r)]}{P_k}$$

$$\frac{\partial TC_2(Q, r, P_k)}{\partial r} = C_H^R + \left(\frac{C_S^R + C_H^R}{Q} \right) \left[(r - \mu) \Phi\left(\frac{r - \mu}{\sigma}\right) - \sigma \varphi\left(\frac{r - \mu}{\sigma}\right) \right]$$

$$- 2\Phi\left(\frac{r - \mu}{\sigma}\right) [\alpha(r) - (1-f)Q]$$

[부록 2]

$$\text{Gradient Vector } \left(\frac{\partial TC_4}{\partial Q_0}, \frac{\partial TC_4}{\partial r_0} \right)$$

$$\text{Case 1 : } \frac{\beta(r_0)}{\lambda_0 Q_0} \leq D_{\max}$$

$$\frac{\partial TC_4(Q_0, r_0, P_k)}{\partial Q_0} = \frac{-\lambda_0 C_R^C + C_H^C}{Q_0^2} + \frac{C_H^C}{2} - \left(\frac{C_S^C + C_H^C}{Q_0^2} \right) \beta(r_0)$$

$$\frac{\partial TC_4(Q_0, r_0, P_k)}{\partial r_0} = C_H^C + \left(\frac{C_S^C + C_H^C}{Q_0} \right) \left[(r_0 - \mu_0) \Phi\left(\frac{r_0 - \mu_0}{\sigma_0}\right) - \sigma_0 \varphi\left(\frac{r_0 - \mu_0}{\sigma_0}\right) \right]$$

Case 2 : $\frac{\beta(r_0)}{\lambda_0 Q_0} > D_{\max}$

$$\frac{\partial TC_4(Q_0, r_0, P_k)}{\partial Q_0} = \frac{-\lambda_0 C_R^C + C_H^C}{Q_0^2} + \frac{C_S^C + C_H^C}{2} \left(-\frac{C_S^C + C_H^C}{Q_0^2} \right) \beta(r_0)$$

$$\frac{-2 \left[\frac{\beta(r_0)}{\lambda_0 Q_0} - D_{\max} \right] \beta(r_0)}{P_k \left[\frac{\beta(r_0)}{\lambda_0 Q_0} - D_{\max} \right] \frac{\beta(r_0)}{\lambda_0 Q_0^2}}$$

$$\frac{\partial TC_4(Q_0, r_0, P_k)}{\partial r_0} = C_H^C + \left(\frac{C_S^C + C_H^C}{Q_0} \right) \left[(r_0 - \mu_0) \Phi \left(\frac{r_0 - \mu_0}{\sigma_0} \right) - \sigma_0 \phi \left(\frac{r_0 - \mu_0}{\sigma_0} \right) \right]$$

$$+ \frac{2}{P_k} \left(\frac{\beta(r_0)}{\lambda_0 Q_0} - D_{\max} \right) \left(\frac{1}{\lambda_0 Q_0} \right) \left[(r_0 - \mu_0) \Phi \left(\frac{r_0 - \mu_0}{\sigma_0} \right) - \sigma_0 \phi \left(\frac{r_0 - \mu_0}{\sigma_0} \right) \right]$$