

## 점군으로부터 형성된 다각곡선망을 보간하는 곡면모델링에 관한 연구\*

A Study of a Surface Modeling Interpolating a Polygonal  
Curve Net Constructed from Scattered Points\*

주상윤\*\*, 전차수\*\*\*

Sang-Yoon Ju\*\*, Cha-Soo Jun\*\*\*

### Abstract

The paper deals with a procedure for constructing a composite surface interpolating a polygonal curve mesh defined from 3D scattered points. The procedure consists of a poly-angulation, construction of a curve net, and interpolation of the curve net. The poly-angulation contains a stage that changes a triangular edge net obtained from a triangulation into a poly-angular edge net. A curve net is constructed by replacing edges on the edge net with cubic Bezier curves. Finally, inside of an n-sided polygon is interpolated by n subdivided triangular subpatches.

The method interpolates given point data with relatively few triangular subpatches. For an n-sided polygon, our method constructs an interpolant with n subdivided triangular subpatches while the existing triangular surface modeling needs  $3(n-2)$  subpatches. The obtained surface is composed of quartic triangular patches which are  $G^1$ -continuous to adjacent patches.

### 1. 서론

본 연구는 3차원 공간 상에 불규칙하게 주

어진 점군들로부터 얻어진 다각형 곡선망을 보간하는 곡면을 정의하고자 하는 것이다. 실물모형의 측정이나 실험을 통하여 얻은 점군

\* 이 논문은 1994년도 학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음

\*\* 울산대학교 산업공학과

\*\*\* 경상대학교 산업공학과

들을 보간하는 곡면의 모형은 곡면의 형상 확인, 특성 파악, 가공 등에 유용하므로 이에 관한 연구는 다수 이루어져 있다. 점군으로부터 곡면을 보간하는 방법은 사각곡면모델링과 삼각곡면모델링으로 크게 나뉘어진다. 사각곡면모델링은 곡면들이 위상학적으로 규칙성이 있게 배열되었으므로 점군들이 일정한 측정 경로를 따르고 있는 경우에 적합하다. 반면에 점군들이 불규칙하게 얻어진 경우에는 단위곡면들 간에 위상학적 규칙성이 없는 삼각 곡면모델링으로 점들을 보간하는 것이 바람직하다[1].

삼각곡면 모델링은 측정된 점들을 적절히 연결하여 삼각형 곡선망을 형성한 후 그 내부를 다수의 삼각곡면들로 보간하는 방법을 따른다. 이때 보간된 곡면들이 이웃한 곡면들과 부드럽게 연결되도록 하기 위하여 삼각 곡선망 내부는 3개의 삼각 subpatch로 분할 보간된다.  $G^1$ -연속의 부드러운 보간곡면을 얻기 위하여 Farin[2]은 인접한 두곡면들 간에 면적비 조건을 이용하여 3차 Bezier 곡면들을 부드럽게 연결하는 복합곡면을 형성하였다. Shin[1]과 Piper[3]는 Farin[2]의 면적비 조건을 제거하는 대신 4차식의 Bezier곡면을 사용하여  $G^1$ -연속을 만족하는 보간곡면을 얻었다. 이들 가운데 Piper[3]의 방법은 인접한 두 단위 삼각곡면들을 부드럽게 연결하기 위하여 경계곡선망을 변형시켜야 하므로 경계곡선이 고정된 경우 적용할 수 없다는 문제점을 지니고 있다. 하지만 Shin[1]은 인접한 두 곡면의 공통 경계에 접선리본을 정의하고 그리본에 접하는 보간곡면을 정의함으로써 Piper[3]의 문제점을 해결하였다. 한편, Ju[4]는 얻어진 점군들 내부에 측정경로가 존재하지

않는 경우 Shin[1]의 4차 Bezier 곡면 보간방법을 3차 Bezier 복합곡면으로 단순화시키는 방법을 제안하였다.

지금까지 연구된 삼각곡면 모델링들은 점군들로부터 삼각망을 형성한 후  $G^1$ -연속을 위하여 삼각망 내부를 세개의 삼각 subpatch로 분할보간하는 방법을 따르고 있다[1,2,3,4,5,6]. 이 경우 분할된 subpatch의 수는 삼각망에 존재하는 삼각형 수의 3배가 된다. 그림 1(a)는 기존의 삼각곡면 모델링방법에 의하여 다각형을 일단 삼각형망으로 바꾼 후 얻어진 각각의 삼각형을 3개의 삼각 subpatch로 분할 보간한 것을 보여준다. 그림 1(a)에서 도시된 바와 같이 사각망, 오각망 및 육각망은 각각 2개, 3개, 4개의 삼각형을 가진 삼각형망을 형성하게 되며 이들을 보간하는 subpatch의 수는 각각 6개, 9개, 12개가 된다.

반면에 본 연구에서는 다각형을 삼각형망으로 바꾸는 과정을 거치지않고 다각형에서 직접 다수의 삼각 subpatch로 분할보간하고자 한다. 이 방법을 사용하면 그림 1(b)에 도시된 바와 같이 사각형, 오각형, 육각형의 다각형들은 변의 갯수와 동일한 4개, 5개, 6개의 삼각 subpatch로 분할된다. 다각형망으로부터 곡면을 보간하는 본 연구방법은 삼각형망으로부터 곡면을 보간하는 기존의 삼각곡면 모델링방법에 비하여 적은 수의 삼각 patch를 사용하여 주어진 점군들을 모두 지나는 부드러운 곡면을 얻을 수 있다. 이때 두 방법에 있어서 곡면을 보간하는 삼각 단위곡면의 수는 다각형의 변이 많아질수록 차이가 크게 벌어진다. 일반적으로  $n$ 개의 변을 가진 다각형 내부를 보간하는데 있어서 기존의 삼각곡면모델링은  $3(n-2)$ 개의 삼각단위곡면이 필요

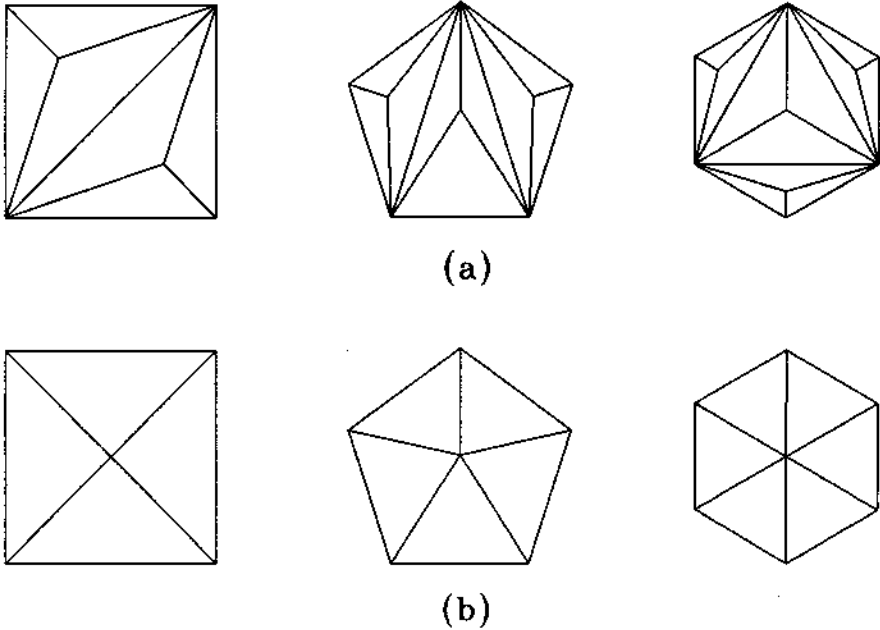


그림 1. 삼각형망(a)과 다각형망(b)

한데 반하여 본 연구방법에서는  $n$ 개의 삼각 단위곡면이 소요된다.

점군으로부터 곡면을 보간하는 과정은 다음의 세단계를 따라 이루어진다[1,2,3,4,5,6,7,8,9].

1) 다각형망의 형성

주어진 점군을 연결하여 다각형망을 만드는 과정으로 곡면의 topology를 부여하는 단계이다.

2) 꼭선망의 연결

다각형망의 edge에 해당하는 두점들 사이를 꼭선으로 보간하여 다각꼭선망을 만드는 단계이다.

3) 곡면의 형성

꼭선망 내부를 다수의 단위 삼각곡면으로 보간하는 단계이며 얻어진 보간곡면은 인접한 곡면들과 부드럽게 연결되어야 한다.

2. 다각형망의 형성

이는 주어진 점군으로부터 보간할 곡면의 형상과 유사한 다각형망을 형성하는 것이다. 곡면 모델링에서 점군으로부터 망을 형성하는 연구는 삼각형망에 대하여만 이루어졌을 뿐 지금까지 다각형망에 대한 연구는 이루어진 바 없다. 본 연구에서는 기존의 방법에 의하여 일단 삼각형망을 얻은 다음 이로부터 다각형망을 얻고자 한다.

점군으로부터 삼각형망을 형성하는 지금까지의 연구는 domain에 기초한 방법과 domain에 기초하지 않은 방법의 두가지로 크게 구분된다. domain에 기초한 방법은 평면이나 구면과 같은 기준면을 domain으로 선정하여 점군들을 domain에 투영한 다음 domain 상에서 최적의 삼각망을 찾는 것이다. 이러한 방법

에 대한 연구는 Barnhill[6], Lawson[7] 등에 의하여 시도되었다. 하지만 domain에 기초한 방법은 얻어진 점군에 대하여 적절한 domain을 설정할 수 없는 경우에는 적용할 수 없다는 문제점이 있다. 반면에 domain에 기초하지 않은 방법은 점군들을 투영할 domain을 설정하지 않고 3차원 공간상에서 점군들 간의 위상학적 관계를 설정하여 삼각형망을 형성하고자 하는 것이다. 이 방법에 대한 연구는 Choi[5,9], Farin[2,8], Piper[3]에 의하여 다수 이루어졌다. 하지만 이들 가운데 Choi[5,9]를 제외하고는 단지 제한된 경우에만 적용할 수 있을 뿐이다[5]. 따라서 본 연구에서는 Choi[5,9]의 방법을 이용하여 삼각형망을 형성하였다. 일단 삼각형망이 얻어지면 주위의 인접한 삼각형들을 통합함으로써 다각형망을 형성한다. 다각형망을 형성하는 과정은 다음과 같이 이루어진다.

### 1) 초기 삼각형망의 구성

초기 삼각형망을 형성한 후 삼각형의 한변과 가까이 위치한 축점으로부터 이웃한 삼각형들을 찾아 연속적으로 추가하면 삼각형망을 얻게된다.

### 2) 삼각형망의 개선

초기 삼각형망을 평활성기준을 이용하여 보다 부드러운 삼각형망이 이루어지도록 개선한다. 이 단계에서 주어진 각 점에 대한 접평면의 법선벡터를 추정한다. 삼각형망을 얻기위한 더 이상의 자세한 내용은 Choi[5]를 참조하라.

### 3) 다각형망의 구성

이는 얻어진 삼각형망에서 인접한 삼각형들을 통합하여 다각형 망을 형성하는 과정이다. 편의상 통합을 주도하는 다각형을 통합

기준다각형, 통합대상이 되는 삼각형을 통합대상삼각형이라고 부르기로 한다. 삼각형망에서 최소의 꼭지각(꼭지점을 P라고 하자)을 갖는 삼각형을 통합기준다각형으로 정하고 꼭지점 P를 공유하면서 인접한 두 삼각형 가운데 꼭지점 P에서 작은 꼭지각을 갖는 삼각형을 통합대상삼각형으로 정하여 통합을 시도한다. 통합이 성공적으로 이루어지면 통합기준다각형은 사각형이 되며 사각형의 꼭지점들 가운데 최소각을 갖는 꼭지점에서 인접한 다른 통합대상삼각형과 통합을 시도한다. 통합이 이루어질 때마다 통합기준다각형의 변은 한개씩 늘어나게 된다. 통합기준다각형과 통합대상삼각형을 통합한 다각형이 블록다각형을 유지하는 한 통합은 지속된다. 여기서 블록다각형이란 다각형의 꼭지점들을 적절한 평면상에 투영시켜 얻은 평면다각형에서 모든 꼭지점의 각도가 180도 이내인 것을 의미한다. 만약 통합된 다각형이 오목다각형인 경우 통합은 취소되고 꼭지점 P에서 인접한 다른 삼각형에 대하여 통합을 시도한다. 통합기준다각형의 모든 꼭지점들에 대하여 통합될 삼각형이 더 이상 존재하지 않을 때 통합은 중지되고 통합기준다각형은 통합되지 않은 나머지 삼각형 가운데 최소의 꼭지각을 갖는 삼각형으로 옮겨져 이웃한 통합대상삼각형들과 통합을 실시한다. 이상의 통합과정을 통하면 삼각형망으로부터 블록다각형으로 이루어진 다각형망을 얻을 수 있다.

### 3. 곡선망의 형성

이는 다각형망의 edge를 곡선으로 보간하여 다각형 곡선망을 만드는 과정이다. Shin

[1], Farin[2], Piper[3]는 edge를 보간하는 단위곡선으로 3차식의 Bezier곡선을 사용하였고 Ju[4]는 2차식의 Bezier곡선을 사용하였다. 2차식 곡선을 이용한 Ju[4]의 방법은 단순하다는 장점이 있지만 점군들 사이에 내부 경로가 없는 경우에만 적용할 수 있다는 제약이 있으므로 본 연구에서는 3차식 Bezier 곡선을 사용하였다. 3차 Bezier 곡선은 4개의 조정점  $[V_0, V_1, V_2, V_3]$ 에 의하여 정의된다. 그림 2에서는 edge PQ 와 점 P에 설정된 접평면  $\Pi$ 를 도시하고 있다. 점 Q를 접평면  $\Pi$ 에 투영시킨 점을 R이라 할 때 투영점 R은 다음과 같이 얻어진다.

$$R = Q + ((P - Q) \cdot n)n \quad (1)$$

단,  $n$  : 접평면  $\Pi$ 의 단위법선벡터

3차 Bezier곡선의 양끝 조정점  $V_0$ 와  $V_3$ 는 edge의 양끝점 P, Q로 정해진다. 즉,  $V_0 = P, V_3 = Q$ 이다. 또한 Bezier곡선의 내부조정점  $V_1$ 은 Piper[3]로부터 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$V_1 = V_0 + \{1/3 + (h/9)/|R - P|\}(R - P) \quad (2)$$

단,  $h = |R - Q|$

Bezier곡선의 나머지 내부조정점  $V_2$ 도  $V_1$ 과 유사한 방법으로 결정될 수 있다.

만약 점군 가운데 일부가 특정한 경로를 따르고 있는 경우에는 이점들을 우선적으로 3차 스플라인으로 fitting한다. 그리고나서 나머지 모든 점들에 대하여 각 edge 별로 3차 Bezier 곡선들을 추정하면 곡선망은 얻어진다.

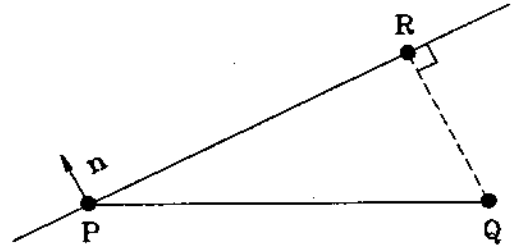


그림 2. Bezier 조정점의 결정

#### 4. 곡면의 형성

지금까지의 과정으로부터 정의된 곡선망은 3차식으로 정의된 다수의 Bezier 곡선들로 이루어져 있다. 곡선망은 Bezier 곡선으로 둘러싸인 다각곡선으로 이루어져 있고 각각의 다각곡선들의 내부는 그림 3과 같이  $n$ 개의 삼각 Bezier subpatch  $S_1, S_2, \dots, S_n$ 에 의하여 보간된다. 곡면보간을 위한 조정점들은 다음과 같이 분류된다.

##### 1) 경계곡선 조정점

보간될 다각곡면에 대한 경계곡선 상의 조정점들이며 그림 3에서  $Z_i, A_i, X_i, C_i$ 에 해당된다.

##### 2) 접선 조정점

그림 3에서  $E_i, B_i, D_i$ 로 표시된 조정점들로서 이웃한 다각곡면들이 부드럽게 연결되도록 결정한다.

##### 3) 내부 조정점

그림 3에서  $L_i, M_i, N_i, O$ 로 표시된 조정점들로 다각곡면 내의 이웃한 삼각 subpatch들이 서로 부드럽게 연결되도록 결정한다.

#### 4.1 경계곡선 조정점 결정

곡선망의 edge가 조정점이  $[V_0, V_1, V_2, V_3]$ 인 3차 Bezier 곡선일 때 차수올림(degree

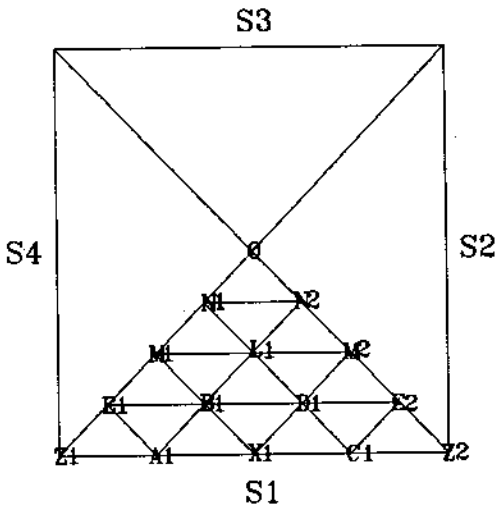


그림 3. 다각극면에서 subpatch들의 조정점(사각형망의 경우)

elevation)하면 4차 Bezier 곡선의 조정점  $[Z_1, A_1, X_1, C_1, Z_2]$ 들을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} Z_1 &= V_0; & A_1 &= (1/4)V_0 + (3/4)V_1; \\ X_1 &= (1/2)V_1 + (1/2)V_2; \\ C_1 &= (3/4)V_2 + (1/4)V_3; & Z_2 &= V_3 \end{aligned} \quad (3)$$

조정점  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ 으로 이루어진 다각형에 대하여 다각형의 중심점  $G$ 를 다음과 같이 정한다.

$$G = \sum Z_i/n \quad (4)$$

중심점  $G$ 를 지나면서 조정점  $Z_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 에 가깝게 지나는 평면  $\Pi$ 를 적절히 설정하여 조정점  $Z_i$ 를 평면  $\Pi$ 에 투영시킨 점들을  $Z'_i$ 라고 하자. 또한 투영점  $Z'_i$ 들을 연결하여 얻은 다각형을 투영다각형이라고 부르

기로 하자. 그림 4와 같이 평면  $\Pi$ 상에 존재하는 투영다각형의 꼭지점  $Z'_i$ 에서 이웃한 두 꼭지점  $Z'_{i-1}$ 과  $Z'_{i+1}$ 과 중심점  $G$ 를 향한 벡터들을 각각  $a_i, b_i, c_i$ 라고 할 때 벡터  $c_i$ 는 벡터  $a_i, b_i$ 에 의하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$c_i = \alpha_i a_i + \beta_i b_i \quad (5)$$

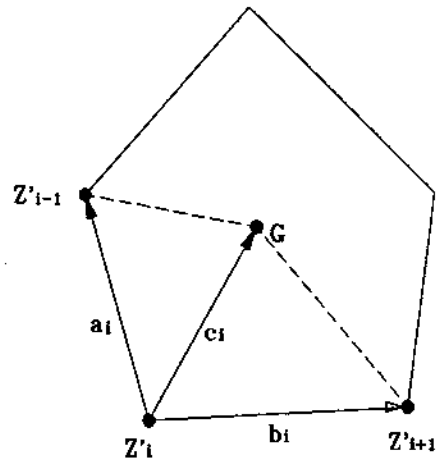


그림 4. 꼭지점  $Z'_i$ 에서 벡터  $a_i, b_i, c_i$

식(5)를 만족하는  $\alpha_i$ 와  $\beta_i$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \alpha_i &= (b_i \times a_i) \cdot (b_i \times c_i) / |b_i \times a_i|^2 \\ \beta_i &= (b_i \times a_i) \cdot (c_i \times a_i) / |b_i \times a_i|^2 \end{aligned} \quad (6)$$

투영다각형에서 두 삼각형  $GZ'_{i-1}Z'_i$ 와  $GZ'_iZ'_{i+1}$ 의 면적을 각각  $A_i, A_{i+1}$ 이라 할 때 이들의 면적비  $A_{i+1}/A_i$ 는  $\alpha_i/\beta_i$ 이다.

4.2 접선 조정점 결정

- Z<sub>2</sub>) (8)

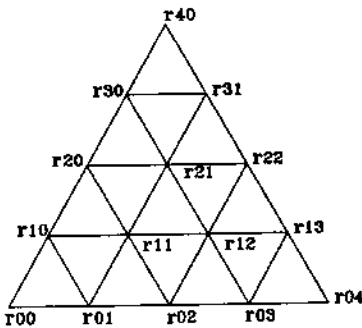
그림 5(a)와 같이 n개의 subpatch로 분할된 다각곡면 내에서 임의의 한 subpatch S<sub>1</sub>를 취하여 subpatch S<sub>1</sub> 상에 존재하는 조정점들을 r<sub>i, j</sub>(0 ≤ i+j ≤ 4)로 표기하자. 이때 subpatch S<sub>1</sub>의 곡면식 r(u,v)는 다음과 같이 표현된다.

$$r(u, v) = \sum_{i+j \leq 4} r_{i,j} B_{i,j}^n(u, v) \quad (7)$$

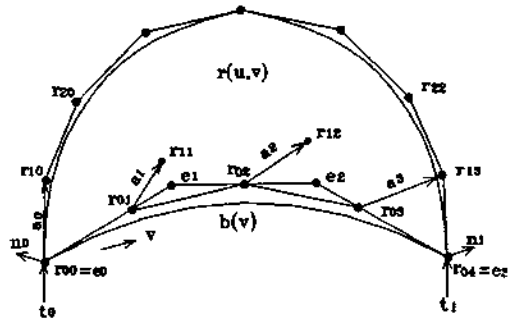
여기서,  $B_{i,j}^n(u,v) = \frac{n!}{i!j!(n-i-j)!} u^i v^j (1-u-v)^{n-i-j}$

subpatch r(u,v)에서 경계곡선 b(v)에서 인접한 다각곡면과 G<sup>1</sup>-연속을 만족하는 조정점 r<sub>10</sub>, r<sub>13</sub>는 Shin[1]으로부터 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} r_{10} &= B_1 = r_{01} + 2(p_0t_1 + q_0c_1)/3 + (p_1t_0 + q_1c_0)/3 \\ r_{13} &= D_1 = r_{02} + (p_0t_2 + q_0c_2)/3 + 2(p_1t_1 + q_1c_1)/3 \end{aligned} \quad (9)$$



(a) 조정점



(b) 다각곡면 내의 subpatch

그림 5. 다각곡면 간의 G<sup>1</sup> 연속 조건

그림 5(b)에서는 subpatch S<sub>1</sub>의 곡면 r(u, v)와 곡면경계에 대한 조정점들을 보여준다. 그림 5(a)의 subpatch에서 조정점 r<sub>10</sub>, r<sub>13</sub>를 일단 다음과 같이 정한다.

$$r_{10} = E_1 = Z_1 + \alpha_1(C_n - Z_1) + \beta_1(A_1 - Z_1)$$

$$r_{13} = E_2 = Z_2 + \alpha_2(C_1 - Z_2) + \beta_2(A_2$$

단,  $[p_0] = [t_0 \cdot t_0 \quad t_0 \cdot c_0]^{-1} [t_0 \cdot a_0]$   
 $[q_0] = [t_0 \cdot c_0 \quad c_0 \cdot c_0]^{-1} [c_0 \cdot a_0]$

$$[p_1] = [t_2 \cdot t_2 \quad t_2 \cdot c_2]^{-1} [t_2 \cdot a_3]$$

$$[q_1] = [t_2 \cdot c_2 \quad c_2 \cdot c_2]^{-1} [c_2 \cdot a_3]$$

$$t_0 = (c_0 \times n_0) / |c_0 \times n_0|$$

$$t_2 = (c_2 \times n_1) / |c_2 \times n_1|$$

- $t_1 = (t_0 + t_2)/2$
- $c_i = e_{i+1} - e_i \quad i = 0, 1, 2$
- $a_i = r_{i1} - r_{0i} \quad i = 0, 1, 2, 3$
- $n_0, n_1 : r_{00}, r_{04}$  에서 법선벡터
- $e_i :$  경계곡선  $b(v)$ 에 대한 3차 Bezier 곡선의 조정점( $i = 0,1,2,3$ )

식(8), 식(9)와 유사한 방법으로 다른 subpatch 내의 접선 조정점  $E_i, B_i, D_i (i = 2, 3, \dots, n)$  들도 결정할 수 있다.

4.3 내부 조정점 결정

그림 6의 빗금친 4개의 삼각형쌍 ( $ON_{i-1}N_i, ON_{i+1}N_i$ ), ( $N_iL_{i-1}M_i, N_iL_iM_i$ ), ( $M_iD_{i-1}E_i, M_iB_iE_i$ ), ( $E_iC_{i-1}Z_i, E_iA_iZ_i$ )에 대하여 각 삼각형쌍이 동일한 평면 상에 존재하고 또한 삼각형쌍의 면적비들이 모두 동일할 때 Farin[2]에 의하면 인접한 두 subpatch들은  $G^1$ -연속을 만족하게 된다.

식(8)에서 얻은 조정점  $E_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 은 삼각형쌍 ( $E_iC_{i-1}Z_i, E_iA_iZ_i$ )이 동일한 평면 상에 있으며 삼각형쌍의 면적비는  $\alpha_i/\beta_i$ 이 된다. 아직 결정되지않은 조정점  $L_i, M_i, N_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 와  $O$ 를 Farin[2]의  $G^1$ -연속조건이 만족되도록 정해 보자.

조정점  $M_i$ 들은 식(8)과 유사한 방법으로 정한다.

$$M_i = E_i + \alpha_i(D_{i-1} - E_i) + \beta_i(B_i - E_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

단,  $i = 1$  일때  $D_0 = D_n$

식(10)에 의하여 결정된 삼각형쌍 ( $M_iD_{i-1}E_i,$

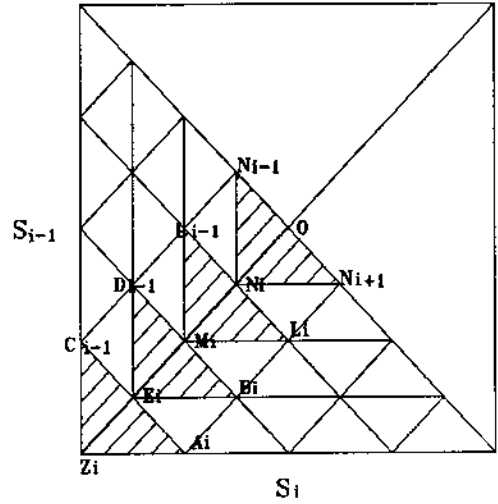


그림 6. subpatch간의  $G^1$ -연속을 위한 면적비 조건

$M_iB_iE_i$ )는 동일한 평면 상에 있으며 또한 면적비  $\alpha_i/\beta_i$ 를 가진다.

지금까지 결정된 조정점  $Z_i, E_i, M_i$ 으로부터 나머지 조정점  $N_i$ 와  $O$ 를 구하기 위한 예상점  $N'_i$ 와  $O'_i$ 를 다음과 같이 정한다.

$$N'_i = Z_i + 3(M_i - E_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

$$O'_i = 3Z_i + 6M_i - 8E_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

식(11)과 식(12)에서 예상점  $N'_i, O'_i$ 는 2차 Bezier곡선을 가정하여 조정점  $Z_i, E_i, M_i$ 로부터 구하였다. 조정점  $O$ 는  $n$ 개의 예상점  $O'_i$ 으로부터 다음과 같이 결정한다.

$$O = \sum O'_i/n \quad (13)$$

또한 조정점  $N_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 는 앞에서 정의한 투영다각형을 중심점  $G$ 를 기준하여 축소시킨 후 평행이동함으로 정할 수 있다. 즉,



축소다각형의 중심점이 조정점  $O$ 에 위치하도록 평행이동시켰을 때 그 꼭지점들이 조정점  $N_i$ 가 된다. 이때 축소다각형 내에서 서로 이웃한 삼각형쌍  $(ON_{i-1}N_i, ON_{i+1}N_i)$ 들의 면적비는 투영다각형에서의 면적비  $\alpha_i/\beta_i$ 를 그대로 유지하게 된다. 다각형의 축소비율은 두 예상점  $O_i$ 와  $N_i$ 의 거리 그리고 투영다각형의 꼭지점  $Z_i$ 과 중심점  $G$ 의 거리비율들을 구하여 그 평균으로 정한다. 이렇게 결정된 삼각형쌍  $(ON_{i-1}N_i, ON_{i+1}N_i)$ 은 동일한 평면 상에 존재하며 면적비  $\alpha_i/\beta_i$ 를 갖는다.

이제 마지막으로 남은 내부조정점  $L_i$ 를 결정해 보자. 인접한 두 subpatch들이  $G^1$ -연속을 만족하도록 하기 위하여  $L_i$ 는 다음의 두 절차를 따라 정한다. 우선 그림 7과 같이 두 조정점  $M_i, N_i$ 를 연결한 선분 상에서 점  $Q_i$ 를 다음과 같이 정한다.

$$Q_i = wN_i + (1-w)M_i \quad (14)$$

단,  $w = N_iP_i$ 의 길이/ $N_iO$ 의 길이

점  $Q_i$ 로부터 조정점  $L_i$ 는 삼각형쌍  $(M_iN_iL_{i-1}, M_iN_iL_i)$ 이 동일한 평면상에서 면적비  $\alpha_i/\beta_i$ 를 갖도록 하려면 두 선분  $Q_iL_{i-1}$ 과  $Q_iL_i$ 가 동일직선 상에 존재하고 또한 그 길이의 비가  $\alpha_i/\beta_i$ 가 되도록 정하면 가능하다. 결과적으로 점  $Q_i$ 는 조정점  $L_{i-1}$ 과  $L_i$ 를  $\alpha_i:\beta_i$ 로 내분한 점이 된다. 이조건을 만족하는 점  $Q_i$ 와 조정점  $L_i$ 의 관계는 다음과 같다.

$$Q_i = \beta_i L_{i-1} + \alpha_i L_i \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

단,  $L_{n+1} = L_1$

식(15)의 연립방정식으로부터 조정점  $L_i$ 는

쉽게 얻어진다.

이상의 과정에서 결정된 4개의 삼각형쌍  $(ON_{i-1}N_i, ON_{i+1}N_i), (N_iL_{i-1}M_i, N_iL_iM_i), (M_iD_{i-1}E_i, M_iB_iE_i), (E_iA_{i-1}Z_i, E_iA_iZ_i)$ 은 각각의 삼각형쌍이 동일한 평면 상에 존재하고 또한 면적비들이 모두  $\alpha_i/\beta_i$ 의 동일한 값을 가지므로 인접한 두 subpatch  $S_{i-1}, S_i$ 는  $G^1$ -연속을 만족한다.

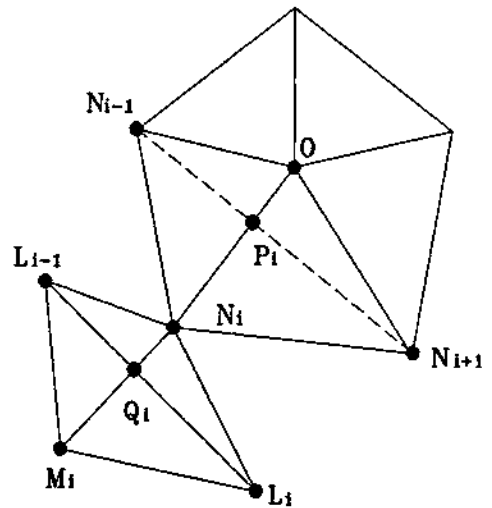
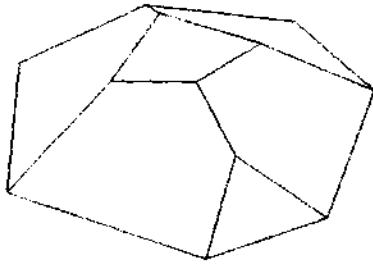


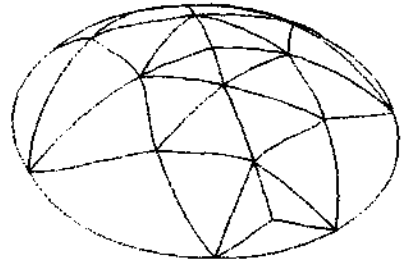
그림 7. 조정점  $L_i$ 와 점  $Q_i$ (오각형망의 경우)

#### 4.4 형성된 곡면의 예

그림 8은 구면 상에서 점들을 불규칙하게 측정한 후 본 방법으로 보간하여 곡면을 얻은 것이다. 그림 8(a)은 주어진 점군으로부터 얻은 다각형망이며 그림 8(b)은 점군을 보간한 곡면의 subpatch들의 경계곡선을 보여준다. 그림 9는 동일한 점군을 삼각형망으로 보간한 것으로 그림 9(a)와 그림 9(b)는 각각 삼각형망과 보간된 곡면에 대한 subpatch들의 경계곡선을 도시하였다. 그림 8(a)에서

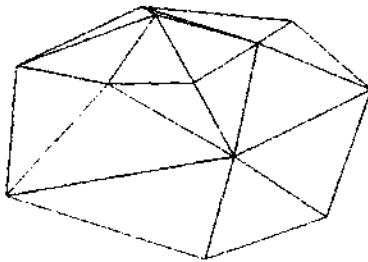


(a) 다각형망

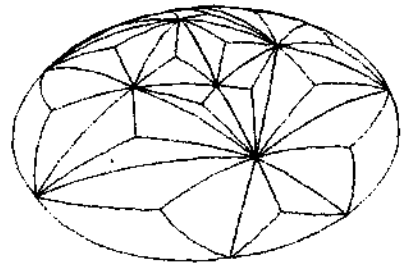


(b) 보간곡면

그림 8. 구면 상의 점들에 대한 다각형망과 보간곡면



(a) 삼각형망



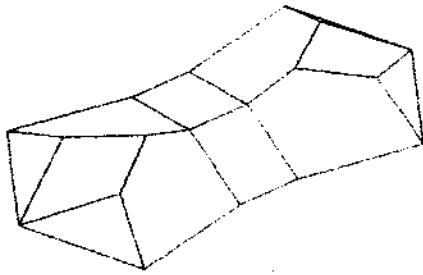
(b) 보간곡면

그림 9. 구면 상의 점들에 대한 삼각형망과 보간곡면

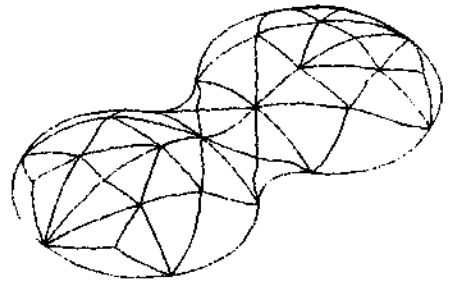
다각형망은 1개의 삼각형, 1개의 사각형, 4개의 오각형으로 이루어졌고, 그림 9(a)의 삼각형망은 15개의 삼각형으로 이루어져 있다. 얻어진 보간곡면에 있어서 그림 8(b)는 27개의 삼각 단위곡면으로 보간되었는데 반하여 그림 9(b)는 45개의 삼각단위곡면으로 보간되었다.

그림 10은 두개의 구면과 이들을 연결한

블렌드곡면이 존재하는 합성곡면으로부터 점들을 측정 한 후 이들로부터 얻은 다각형망과 보간곡면을 도식한 것이다. 두 구면에 대한 다각형망은 각기 3개의 사각형과 2개의 삼각형으로 이루어졌고 블렌드곡면의 다각형망은 2개의 사각형으로 구성되었다.



(a) 다각형망



(b) 보간곡면

그림 10. 두 구면을 연결한 곡면상의 점들에 대한 다각형망과 보간곡면

### 5. 결론

본 연구에서는 3차원 공간 상에 불규칙하게 주어진 점군들로부터 보간곡면을 얻는 새로운 모델링방법을 제시하였다. 불규칙한 점군들을 보간하는 지금까지의 모델링방법들이 삼각형망을 이용하고 있는 데 반하여 본연구 방법에서는 다각형망을 이용하였다. 본 연구에서는 측정된 점군데이터로부터 일단 삼각형망을 형성한 후 그 삼각형망을 변형시켜 다각형망을 얻었다. 또한 다각형망의 edge를 3차 Bezier곡선으로 보간하여 다각그물망을 얻은 다음 그물망의 내부를  $G^1$ -연속의 4차 삼각 Bezier 단위곡면으로 보간하였다. 기존의 삼각곡면 모델링은 다각형망이 삼각형으로만 이루어진 경우이므로 다각형을 이용한 본 곡면모델링방법은 삼각곡면 모델링을 일반화시킨 것으로 취급될 수 있다.  $n$ 개의 변을 가진 다각형을 보간하는 데 있어서 기존의 삼각곡면모델링 방법들은  $3(n-2)$ 개의 삼각 단위곡면을 필요로 하는 데 비하여 본 방

법에서는  $n$ 개의 단위삼각곡면을 사용하게 된다. 다각그물망을 이용하는 본 모델링방법은 삼각그물망을 이용하는 기존의 방법에 비하여 상대적으로 적은 삼각 단위곡면을 사용하여 주어진 점군들을  $G^1$ -연속으로 보간할 수 있으므로 보다 적은 메모리를 사용할 뿐만 아니라 보간곡면의 계산에 있어서도 효율적이다.

### 참 고 문 헌

- [1] Shin, H.Y., "Surface modeling for 3D scattered data interpolation", PH.D. Dissertation, KAIST, 1991.
- [2] Farin, G., "Smooth interpolation to scattered 3D data", in Surfaces in Computer Aided Geometric Design(Barnhill & Boehm eds), North-Holland, 1983.
- [3] Piper, B.R., "Visually smooth interpolation with triangular Bezier patches", in Geometric Modeling: algorithms and trends(Farin

- ed), SIAM 1987.
- [4] 주 상윤, "불규칙한 3차원 상의 점군들에 대한 삼각폭면 보간에 관한 연구", 대한 산업공학회지, 19권 2호, pp.75-82, 1993.
- [5] Choi, B.K., Shin, H.Y., Yoon, Y.I. and Lee J.W., "Triangulation of scattered data in 3D space", Computer Aided Design, Vol.20, pp.239-248, 1988.
- [6] Barnhill, R.E. and Little, F.F., "Three- and four-dimensional surfaces", Rocky Mountain Journal, Vol.14, No.1, 1984.
- [7] Lawson, C.L., "Surface interpolation for scattered data on a sphere", Rocky Mountain Journal, Vol.14, No.1, 1984.
- [8] Farin, G. "Triangular Bernstein-Bezier patches", Computer Aided Geometric Design, Vol.3, pp83-127, 1986.
- [9] Choi, B.K., Surface Modeling for CAD/CAM, Elsivier, 1991.
- [10] Farin, G., Curves and Surfaces for Computer aided Geometric Design(2ed), ACADEMIC Press, 1990.