효율적인 2단계 길로틴 평면절단 방법

김상열 · 박순달*

An efficient method on two-phased guillotine cutting stock

Sang Youl Kim · Soon Dal Park

〈Abstract〉

Two-dimensional cutting stock problem is to find a waste-minimizing method of cutting a single rectangular plane into a number of smaller pieces of known dimensions. In practice, besides wastes, setup cost taken during adjusting is of an important concern. We suggest 2-phased guillotine cutting method as a solution to the problem which minimize wastes and setup costs. Also, in order to reduce the computing time we apply techniques of discretization, cutoff, median. Experimental results show good performance of our algorithm.

1. 서 론

일정한 면적으로 생산된 원자재를 여러 크기의 부품으로 자를 때 발생되는 손실의 양을 최소화하면서 원하는 부품들의 소요를 만족시키도록 하는 문제를 평면절단(cutting stock)문제라 한다. 이 평면절단 문제에서 소요되는 원자재의 개수를 비용으로 생각한다면 총 소요 비용을 최소로 하는 절단방법을 찾는 것이 평면절단 문제의 목적이다.

평면의 절단방법은 한번 자를 때마다 한쪽 모서리에서 반대편 모서리까지 완전히 자르는 길로틴(guillotine)절단과, 부품을 원자재의 모서리와 평행하게 자르는 수직(orthogonal)절단이 있으며, 또한 부품이 무늬가 있는 경우와 없는 경우의 절단 등을 고려해 볼 수 있다. 평면절단은 철강회사에 있어서 철판을 잘라내는 일, 유리공장에서 일정한 크기의 유리를 잘라내는 일, 제지회사에서 박스 등을 만들기 위해 종이를 잘라내는 일, 가구회사에 있어서 합판을 잘라내는 일 등에 폭넓게 적용되는 문제가 된다. 따라서 기업은 효율적인 평면절단 기법을 사용함으로서 원자재 비용 및 공정 비용을 절감할 수 있다

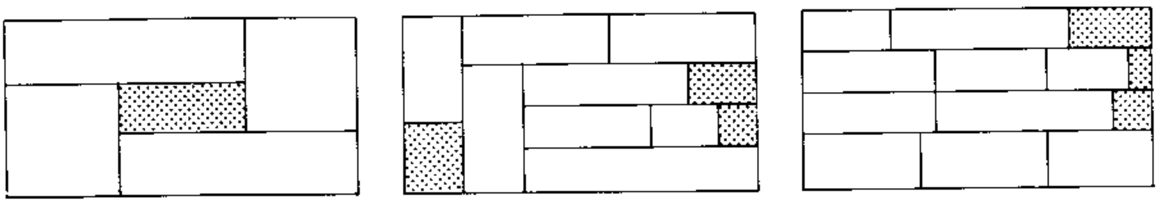
평면절단 문제는 전형적인 선형계획법으로 접근은 가능하나 선형계획문제로 표현하기가 어려웠다. 즉, 원하는 부품들을 얻기 위해 하나의 원자재를 잘라내는 형태를 패턴(pattern)이라 하는데 이러한 패턴의 종류는 문제의 상황에 따라 지수적으로 증가하기 때문에 모든 패턴을 열거하기도 어렵거니와 그 패턴들 중 원자재의 손실을 적게 하는 패턴들을 찾는 것도 손쉬운 방법이 아니었다.

평면절단 문제를 해결하는 방법으로는 크게 정확한 해를 구하는 방법과 근사해를 구하는 방법으로 대별될 수 있다. 정확한 해에 의한 방법은 Gilmore & Gomory[3,4,5,6]의 열제조기법을 근간으로 Dyckhoff

* 서울대학교 산업공학과

[7]의 선형계획법에 의한 접근방법과 Christofides & Whitlock[9]의 깊이우선 분지한계법, Viswanathan & Bagchi[10]의 평가함수에 의한 분지한계법 등이다. 이 방법들은 컴퓨터의 저장공간을 많이 사용하고 문제해결에 많은 시간이 소요되는 단점이 있었다. Herz[11]의 순환적(recursive)방법은 가로와 세로로 원자재를 절단시 순환마디를 구성하여 효과적인 탐색방법을 이용하는 기법으로 컴퓨터 저장공간을 적게 차지하고 계산시간을 줄일 수 있는 장점이 있으나 적용상의 한계가 있는 것이 단점이 되어왔다. 또한 De. Cani 등[12,13]에 의해 제기된 것으로 직각으로 평면을 잘라야 하는 제약을 없애고 사선으로 평면을 자르므로서 원자재의 손실을 더욱 줄이고자 하는 분야에 대한 연구도 많이 진행되어 있으나 실제 현장에서 적용하는데 문제가 있다. 근사해에 의한 방법은 Haessler[14]가 순차적인 방법에 의한 평면절단 기법을 소개했으나 자르고자 하는 평면보다 주문제품의 크기가 월등히 작아야만 좋은 해를 낼 수가 있다. Wang[15]은 패턴에서 발생되는 손실을 기준으로 부품들의 가능한 조합을 만들어 내는 방법을 사용하였는데 이러한 방법들은 발견한 패턴의 수율에 대한 고려가 불충분한 문제가 있다. 또한, 김창곤[2]은 선형계획법으로 문제를 해결하며, 부분문제로서 변형된 배낭문제를 사용하여 빠른시간내에 해를 최적값에 근사시키도록 하였다. 그러나 해의 질이 문제의 형태에 따라 많은 차이가 나는 것으로 알려져 있다. 따라서 근사해에 의한 방법을 사용시 계산시간을 단축시키며, 해의 질을 높이는 것이 중요한 문제가 된다.

일반적 길로틴 평면절단이라 하면 원자재를 순차적으로 가로, 세로로 계속 절단하여 원하는 부품이 형성되도록 하는데 반해 2단계 길로틴 절단방법(two-phased guillotine method)이라 함은 평면 원자재를 가로나 세로 한쪽 면으로 먼저 잘라내어 1차원 자재(strip)로 만든 후 1차원 자재를 원하는 부품으로 절단하는 방법이다〈그림 1〉. 일반적 길로틴 절단방법은 2단계 절단방법보다 원자재 소요를 절감시킬수 있지만 계산시간이 방대한 문제가 있다. 또한, 실제 공정에 있어서 칼날 조정횟수 및 작업 소요인원의 증감이 자재비와 더불어 공정비용을 결정하는 주요 요소인데, 2단계 길로틴 절단방법은 일반적 길로틴 절단방법보다 칼날 조정횟수 및 작업 소요인원을 줄여줄 수 있어 공정에 많이 사용되고 있다.



〈그림 1〉 평면 절단방법

본 연구에서는 선형계획법에 의해 평면절단문제를 해결하고자 한다. 이때, 2단계 길로틴 절단방법을 적용하고 동적계획법(dynamic programming)을 사용하여 패턴을 형성하는 근사기법을 제안하고자 한다. 또한 평면절단의 특성을 이용하여 문제를 축소하고, 계산시간을 단축할 수 있는 기법을 사용하여 패턴을 형성할 때 생기는 문제점을 해결하도록 하겠다.

2. 패턴의 형성

평면절단 문제를 정형화하면 다음과 같다.

$$\text{Min} \quad \sum_j c_j \, x_j$$

$$s.t. \quad \sum_j a_{ij} \quad x_j \geq b_i \qquad i = 1,\ldots,m \qquad (1)$$

$$x_j \geq 0, \text{ 정수} \qquad j = 1,...,n$$

c_j : 패턴 j의 비용
a_{ij} : 패턴 j에서 잘려지는 부품 i의 갯수
b_i : 부품 i의 주문량
x_j : 패턴 j의 사용횟수
m : 부품의 종류
n : 가능한 패턴의 수

식 (1)의 목적함수에서 패턴비용 c_j는 원자재의 가격을 나타내므로 이식은 모든 부품의 주문량을 만족시키면서 소요되는 원자재 비용을 최소화하는 비용최소화 정수계획법 문제가 된다. 그러나 정수계획법으로 이 문제를 해결할때 소요되는 방대한 컴퓨터 계산시간을 줄이기 위해 정수조건을 완화하여 선형계획법으로 문제를 푸는 근사해법을 사용한다. 또한 위의 식에서 제약식의 각 열은 원자재를 절단하는 패턴을 나타내는데 모든 절단패턴을 사전에 미리 다 알아서 위의 식을 만들어 낼 수 없으므로 매회 열제조법(column generation method)에 의해 새로운 패턴을 생성해 낸 후 선형계획법으로 해를 구한다.이 패턴은 선형계획법의 매회 연산을 통해 나온 잠재가(shadow price)를 부품의 가치로 하는 부품가치 최대화 배낭문제(knapsack problem)를 통해 만든다. 즉, 새로운 패턴을 p라 할때, 패턴 p는 다음과 같은 배낭문제를 해결함으로서 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_i \pi_i \, a_{ip} \\ s.t. \quad & \sum_i (l_i{*}w_i) \, a_{ip} \leq L{*}W \end{aligned} \tag{2}$$

원자재로부터 길로틴 절단으로 부품 절단
부품은 원자재 가로 세로와 평행하게 절단

$a_{ip} \geq 0$, 정수 $i = 1,...,m$
a_{ip} : 패턴 p로부터 얻어지는 부품 i의 갯수
L : 원자재 가로 W: 원자재 세로
l_i : 부품 i의 가로 w_i : 부품 i의 세로
π_i : 부품 i의 잠재가(단체승수)

식 (2)는 매회 단체법을 수행하여 나온 단체승수($\pi = C_B B^{-1}$)의 합을 최대화시키며 원자재로부터 길로틴 절단과 수직절단으로 각 부품을 잘라내는 2차원 배낭문제이다. 이때 단체승수 π_i는 부품 i를 한 단위 증감시켰을 때 목적함수에 미치는 영향을 나타내므로 부품의 가치라 할 수 있다. 그러나 이 문제는 기하학적 절단을 고려하는 2차원 배낭문제로서 일반적 배낭문제를 푸는 방법으로는 해결할 수가 없다. 따라서 이 배낭문제를 푸는 특정한 방법을 고려해야만 한다.

본 연구에서는 패턴형성을 위한 2차원 배낭문제를 1차원 배낭문제로 완화시켜 수식으로 표현되지 못하는 기하학적인 제약을 해결하고 문제를 쉽게 풀 수 있도록 하였다. 이와 같이 2차원 배낭문제를 1차원 문제로 분해해서 패턴을 구하는 방법을 2단계 길로틴 절단방법이라 하는데, 2단계 길로틴 절단방법을 사용하면 해의 질은 다소 떨어지나 계산시간은 현저히 감소시킬 수가 있다. 2단계 길로틴 절단방법을 단계별로 살펴보면 다음과 같다.

단계 1 (1차 절단) : 부품 j를 가지고 원자재로부터 직사각형의 자재 $i(w_i{*}L)$를 만든다.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad \alpha_i &= \sum_{j \in ST(j)} \pi_j{*}y_{ij} \\ s.t. \quad & \sum_{j \in ST(j)} l_j{*}y_{ij} \leq L \\ & y_{ij} \geq 0, \text{ 정수} \end{aligned} \tag{3}$$

y_{ij} : 자재 i로 부터 잘라낼 수 있는 부품 j의 갯수
ST(j) : 세로길이가 w_j와 같은 부품의 집합
α_i : 자재 i에 대한 가치

자재 i로부터 잘라낼 수 있는 부품 $j(w_j = w_i, i=1,...,m)$의 절단가능 갯수(y_{ij})와 자재에 대한 가치(α_i)를 모든 부품에 대해 1차원 배낭문제로 구한다.

단계 2 (2차 절단) : 원자재의 세로길이(W)에 대해 자재 $i(w_i{*}L, i=1,...,m)$의 절단가능 갯수 z_i를 구한다.

$$\text{Max} \quad \sum_i \alpha_i * z_i \tag{4}$$

$$s.t. \quad \sum_i w_i * z_i \leq W$$

$$z_i \geq 0, \text{ 정수}$$

이에 따라 단체법에서의 진입열(패턴)은 다음과 같이 만들어진다.

$$a_{jp} = \sum_i y_{ij} * z_i \tag{5}$$

단, j = 1,...,m, p : 진입열(패턴)

일반적으로 평면절단 문제를 단체법을 사용하여 해결할 때 패턴을 형성하는 배낭문제를 푸는 시간이 거의 모두를 차지하고 있다[8]. 따라서 배낭문제를 얼마나 빠르고, 최적해에 근사하게 푸는가 하는 것이 평면절단문제의 주요 관심이 된다. 이 배낭문제를 푸는 방법 즉, 패턴을 생성하는 방법으로 분지한계법[9], 순환적 방법[11], 점가적 방법[15], 발견적 기법 등이 있으나 본 연구에서는 동적계획법을 사용하여 패턴을 형성하고자 한다. 이 동적계획법은 다른 방법에 비해 여러 크기의 부품을 한꺼번에 모두 고려할 수 있으며 최적해를 제시해 준다는 장점이 있다.

동적계획 모델을 1단계 가로(x)방향에 대해서 고려하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F(x) &= \text{Max}\{\pi_j + F(x-l_j),\ \forall j,\ x \geq l_j\} \\ & \quad x = min_j\{l_j\},...,L \\ & \quad \text{where } F(x) = 0, \text{ for } x = 0,...,min_j\{l_j\}-1 \end{aligned} \tag{6}$$

이때 $F(x)$는 길이 x를 가진 원자재로부터 부품을 잘라낼때 원자재의 최대 가치를 말한다. 이와 같이 정의하면 $F(L)$은 단계 1의 최종 배낭문제의 값이 된다. 이 방법을 2단계에서 세로(y)방향에 대해 마찬가지로 적용한다.

3. 평면절단의 효율화

평면절단 문제에서 위에서 정의한 패턴형성 과정을 동적계획법을 사용하여 해결할 때 원자재의 크기와 부품수에 따라 계산시간이 지수적으로 증가하게 된다. 따라서 평면절단의 특성을 감안하여 문제의 범위를 축소하고 또 패턴을 빠르게 형성하는 방법이 필요하다. 평면절단의 효율화 방법으로 본 연구에서는 이산화 방법, 중간값 방법, 차단화 방법과 선형계획법으로 평면절단 문제를 근사시켜 푼 해를 정수화하는 방안을 제시하고자 한다.

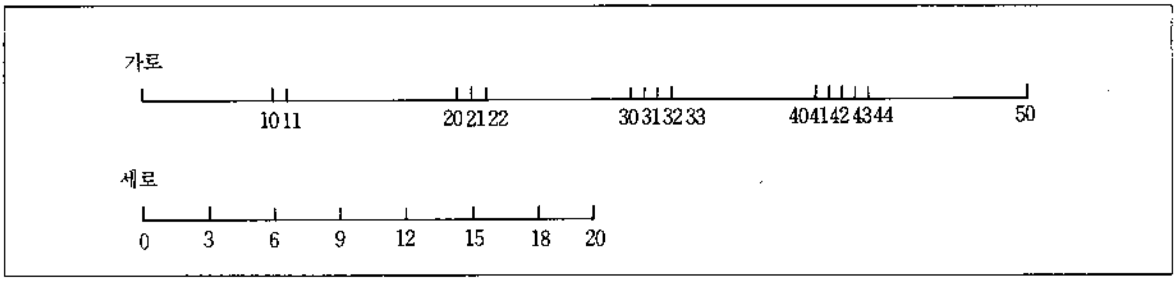
이산화(discretization) : 하나의 패턴을 구하기 위해 배낭문제를 풀 때 원자재의 매 단위위치에서 동적계획법에 의한 계산을 해야 하기 때문에 많은 계산량을 필요로 한다. 예로 한 변의 길이가 2m인 정사각형의 원자재에서 절단해야 하는 부품들의 단위가 1mm 단위로 형성되어 있다면 가로 한 면에 대해서만도 동적계획법 계산횟수가 2000회가 된다. 그러나 사실 원자재로부터 부품을 절단하기 위해 매 단위위치에서 계산할 필요는 없다. 즉, 부품의 크기에 따라서 원자재를 자를 수 있는 가능한 위치들만 고려한다면 문제의 크기가 축소되어 계산량이 줄어들 수 있을 것이다. 이 방법을 이산화 방법이라 한다. 이산화 방법은 절단하고자 하는 부품은 기존의 절단하고자 했던 다른 부품과 겹치거나 원자재밖에 놓이지 않아야 한다는 것을 이용하여 문제의 크기를 줄이는 방법이다.

가로방향 절단가능 위치집합을 L_0라 하면 L_0는 다음과 같이 정의된다.

$$L_0 = \{\ x \mid x = \sum_{i=1}^{m} l_i k_i,\ \ \min(l_i \mid i=1,...,m) \leq x \leq L m),\ k_i \geq 0, \text{ 정수 } \} \tag{7}$$

마찬가지로 세로방향에 대해서도 같은 방법을 적용할 수 있다. 이 방법은 최적조건을 위배하지 않으면서 원자재의 가로와 세로방향의 절단 위치집합을 줄일 수 있다.

예) (50*20)의 원자재에서 (10*3), (11*6)의 부품을 자를 때 이산화 방법에 의해 절단가능 위치를 찾아보자. 원자재의 가로방향에서 볼 때 부품의 가로 길이가 10과 11 이므로 이 위치 전에서는 원자재를 자를 수 없다. 또한 10 또는 11에서 자르게 된다면 다음 절단



〈그림 2〉

위치는 20, 21, 22 가된다. 이와 같은 방법으로 가로, 세로에 대해 적용하면 절단가능 위치는 〈그림 2〉와 같다.

중간값(median) 방법 : 배낭문제를 푸는 시간이 전체 계산시간의 대부분을 차지하므로 한번 배낭문제를 풀어 나온 패턴을 많이 사용하자는 개념이 중간값 방법이다. 배낭문제의 목적은 목적함수를 개선시키는 절단 패턴을 표현하는 열을 찾는 것이다. 그러나 배낭문제에서는 단체법에서 선회연산이 완료되었을 때 패턴사용횟수(x_i)가 얼마나 되어야 하는가는 고려해주지 못한다. 패턴 사용횟수는 패턴에 포함되는 부품중 가장 작은 수요를 가지는 부품에 의해 제한을 받기 때문에 수요량이 적은 부품이 포함된 패턴은 적게 사용되어 목적함수에 큰 영향을 미치지 못할 것이다. 평면절단문제에서 대부분의 계산시간은 패턴을 구하기 위한 배낭문제를 푸는 시간이 95% 이상을 차지하는데[8] 이와 같이 상대적으로 긴 시간동안 하나의 패턴을 만들어낸 후 이 패턴을 적은 횟수 사용한다면 비효율적이 될 것이다.

예) 원자재로부터 절단해야 할 부품과 그 수요량이 다음과 같다.

A : 20, B : 18, C : 4,

이 부품으로 만들어 낼 수 있는 가능 패턴 2개를 비교해 보자.

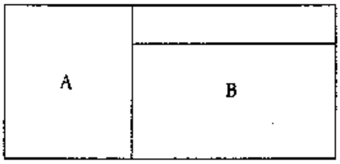
위 2개의 패턴에서 패턴-I은 최대한 18회, 패턴-II는 최대한 4회 사용할 수 있다. 따라서 패턴을 더 많이 사용할 수 있는 패턴-I이 더 유리하다.

이를 해결하는 방법으로 중간값 방법을 적용한다. 방법은 다음과 같다.

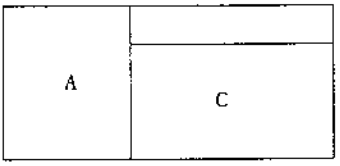
1) 부품 수요량의 중간값을 구하여 수요량이 중간값보다 큰 그룹과 작은 그룹, 2개의 그룹으로 나눈다.
2) 짝수 선회연산에서 큰 그룹에 있는 부품들로만 제한하여 배낭문제를 푼다.
3) 제한적인 배낭문제에서 개선효과가 없을 때 다시 그룹을 합쳐 전체 부품에 대해 배낭문제를 푼다.

중간값 방법을 적용하면 좀 더 빠른 시간내에 최적해 근처에 도달할 수 있으며, 고려하는 부품수가 줄어들게 되고, 이에 따라 이산화 되어지는 절단가능위치 집합이 줄어들어 문제가 축소된다.

차단화 : 평면절단 문제를 선형계획법을 이용해 풀다보면 목적함수값이 초기에 급격히 하락하다가 어느 수준부터는 하락하는 비율이 감소해 나가 감소율이 미미한 가운데 선회연산이 계속된다. 배낭문제를 풀어 패턴을 만드는 시간은 일정하나 만들어진 패턴으로 얻어지는 선형계획법에서 목적함수값의 감소량은 어



패턴-I



패턴-II

는 수준 이하에서는 무시할 정도로 작아진다. 따라서 목적함수값의 감소가 너무 느리고 불필요하다고 느끼는 시기에 종료를 하면 문제해결의 전체시간을 줄이며 해의 질을 어느 정도 유지시킬 수가 있다. 이러한 방법을 차단화 방법이라 하는데 차단화 방법으로 2가지를 적용해 볼 수 있다. 첫번째는 수율의 감소폭을 기준으로 차단하는 수율에 의한 방법, 두번째는 단체법의 종료조건을 이용해 차단하는 허용오차방법이다. 먼저 수율에 의한 방법은 10회 선회연산후에도 수율이 현 수율보다 1% 이상 증가하지 않으면 ($\text{Yield}_{(t+10)}$ - $\text{Yield}_{(t)}$ < 0.01) 종료를 한다. 이 차단방법은 문제의 상황에 따라 선회연산 횟수를 적절하게 조정하여 차단의 완급을 조정할 수 있다. 두번째로 허용오차에 의한 차단화 방법은 목적함수 증가폭이 어느 한도(ϵ)보다 적으면 종료하는 방법이다. 즉,

$$C_B B^{-1} A_j - C_j \leq \epsilon \tag{8}$$

이에 대한 실험결과, 허용오차 변화에 의한 종료조건은 계산시간에 크게 영향을 미치지 않는 것으로 판단된다. 그러나 수율에 의한 종료 조건은 매우 좋은 결과를 준다. 실험한 자료에 의하면 40개의 자료에서 평균 89%의 계산시간을 절약하며 98%의 해의 질을 유지할 수 있었다.

정수화 : 평면절단 문제는 앞에서 언급한 바와 같이 정수계획법문제이다. 그러나 문제의 해결을 쉽게하기 위해 실수해로 완화하여 단체법으로 풀이하였다. 따라서 이 방법을 통해 나온 결과는 패턴소요량이 실수값을 갖기 때문에 실제 공정에 적용하기가 불가능하다. 공정에 적용가능한 결과를 도출하기 위해 모든 패턴소요량을 정수로 올림하는 방법을 생각할 수 있으나 이 방법은 부품의 소요량이 작거나 패턴의 갯수가 많을 경우 필요이상의 부품을 절단하는 낭비요인이 된다. 따라서 다음과 같은 방법을 적용하여 선형계획법을 통해 나온 실수해를 정수화하였다. 이 방법의 개념은 각 패턴의 값이 실수가 되었을 경우 이 패턴의 필요갯수를 올림으로 정수화 하면서 만족되는 부품들을 다음 패턴에서 빼주는 방법이다. 다음과 같은 $Bx = b$의 단체표 안에서 생각해 보자.

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_j = b_i \quad \forall i \tag{9}$$

$Bx = b$에서 $x_1 = (B^{-1}b)_1 = \bar{b}_i$가 된다. 이때 $x_1 = \lceil \bar{b}_1 \rceil$로 놓고 식(9)를 다시 풀면

$$\sum_{j=2}^{m} a_{ij} x_j = b_i - a_{i1} \lceil \bar{b}_1 \rceil \quad \forall i \tag{10}$$

이와 같은 방법으로 $x_2 = \lceil \bar{b}_2 \rceil$로 놓고 같은 방법을 반복한다. k-1 단계에서 보면

$$\sum_{j=k}^{m} a_{ij} x_j = b_i - \sum_{j=1}^{k-1} a_{ij} \lceil \bar{b}_j \rceil \quad \forall i \tag{11}$$

이 된다. 이때 위 식의 모든 우변상수값이 비양이 되면, 즉 $b_i - \sum_{j=1}^{k-1} a_{ij} \lceil \bar{b}_j \rceil \leq 0,\ \forall_i$이면 $x_k = x_{k+1} = \dots = x_m = 0$이 되고 종료시킨다.

4. 적용사례

본 연구에서 개발된 시스템을 적용한 회사는 주방용 싱크대를 제조하는 가구업체이다. 이 가구회사의 공정상의 특징을 살펴보면 첫째, 합판을 절단하는 톱날의 특성상 합판을 한쪽 모서리에서 반대쪽 모서리까지 단번에 잘라내는 길로틴 절단으로 원자재를 잘라야 하며, 싱크대 대부분은 무늬가 없는 원자재를 사용하나 특이한 경우 무늬가 있는 원자재를 사용하는 경우가 있어서 이 경우 무늬결을 따라 잘라내야 한다. 둘째로 재단작업은 각 공정에서는 공정소요를 줄이기 위해 원자재 합판을 가로로만 잘라내어 컨베이어 벨트로 이동시킨 후 가로로만 잘라진 원자재를 치수에 맞게 세로로 잘라내 원하는 부품을 생산해 낸다. 일반 길로틴 절단으로 합판을 잘라낼때 원자재 합판을 자주 이동해야 하는 번거로운 작업소요가 발생하기 때문에 대부분의 가구회사는 공정시간을 단축하기 위해 위와 같은 방법으로 합판을 절단하는 형태를 가지고 있는데 이 회사의 공정 또한 이런 형태를 취하고 있다. 따라서 공정설비를 증가시키고 인원을 더 투입하지 않는 이상 일반 길로틴 절단방법으로는 공정에 적용하기가 불가능하였다. 또한 빠른 시간내에 이 재

단작업지시서를 작성하기 위해서는 최적해를 구하기 보다는 최적해에 가까운 근사해를 구하는 것이 더욱 중요하였다.

실험은 크게 각 원자재에 대해 부품의 종류, 부품수의 크기를 바꾸어 가며 40개의 자료를 만들어 적용하였다. 실험-I은 이 가구회사에서 사용하는 원자재인 1224mm*2448mm(4'*8')의 원자재를 사용하고, 실험-II는 원자재 크기가 바뀌었을 때 공정결과를 알아보기 위해 800mm*1500mm의 원자재를 사용하였다. 실험 I, II에 대해 부품의 종류는 각 20, 30, 40, 70개로 변화시켰다. 또한 각 부품의 종류에 따라 부품의 크기와 소요를 변화시켜 5회씩 실험하였다. 각 부품의 종류에 따른 5회의 실험을 평균한 것을 실험-I에서는 자료 I, II, III, IV라하고, 실험-II에 대해서는 자료 V, VI, VII, VIII로 하였다. 실험 기종은 Aviion 2500 Workstation에서 하였다.

는 91%가 되어 2단계 길로틴 절단방법보다 3.5% 정도 우월하나 계산시간이 4시간 이상이 더 소요됨을 알 수가 있다.

다음, 이 2단계 길로틴 절단방법에 이산화, 차단화, 중간값 방법을 적용하여 실험해 보았다. 이 실험에서는 2단계 평면절단을 다른 효율화 기법을 적용하지 않고 계산한 방법을 초기방법으로 하여 여기에 이산화, 중간값, 차단화 방법을 사용하였다. 이때 중간값, 차단화 방법은 이산화 방법과 동시에 적용을 하였다. 이에 따른 실험결과는 〈표 3〉과 같다.

〈표 3〉의 실험결과를 보면 이산화 방법은 해의 질을 변화시키지 않으며 문제의 크기를 축소하여 평균 84%의 시간을 줄일 수 있었다. 중간값 방법을 적용시 해의 질이 초기방법보다 더 좋아지나 계산시간은 증가한다. 차단화 방법에 의한 방법은 해의 질이 1% 정도 떨어지나 시간은 89.2%까지 줄이게 되어 매우 큰

〈표 1〉 실험방법

실험	I				II			
원자재	1224mm * 2448mm				800mm * 1500mm			
자료	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
부품종류	20	30	40	70	20	30	40	70

먼저 Gilmore & Gomory[6]의 일반 길로틴절단 방법을 사용한 결과[1]와 본 연구의 2단계 길로틴 절단을 사용한 결과를 40개의 자료에 대해 적용하여 자재소요량, 수율, 계산시간에 대해 비교한 것이 〈표 2〉와 같다. 이 표를 보면 일반적 길로틴 방법이 수율에서

계산시간의 절약효과가 있었다.

결국, 2단계 길로틴 방법이 수율에서는 86.5%가 되어 일반적 길로틴 절단방법보다 5% 정도 떨어지나 계산시간을 10시간 가까이 줄일 수가 있었다.

〈표 2〉 일반 길로틴 방법과 2단계 길로틴 방법의 비교

계산방법 \ 자료		실험-I				실험-II				종 합
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
일반적 길로틴 방법	자재소요량	131	143	542	1155	163	88	82	121	2425
	수 율(%)	92.5	93.7	88.3	89.0	84.2	93.7	94.2	93.4	91.1
	계산 시간	$36^m\ 35^s$	$56^m\ 5^s$	$1^h\ 35^m$	$12^h\ 24^m$	$20^m\ 47^s$	$38^h\ 33^m$	$1^h\ 22^m$	$1^h\ 51^m$	$10^h\ 7^m$
2단계 길로틴 방법	자재소요량	132	147	581	1221	168	93	85	126	2553
	수 율(%)	92.2	91.3	82.3	84.2	81.5	88.6	91.3	89.4	87.6
	계산 시간	$5^m\ 15^s$	$4^m\ 38^s$	$35^m\ 26^s$	$4^h\ 47^m$	$3^m\ 52^s$	$1^m\ 26^s$	$1^m\ 4^s$	$2^m\ 20^s$	$5^h\ 44^m$

〈표 3〉 이산화, 중간값, 차단화에 대한 실험결과

계산방법 \ 자료		실험-1				실험-2				종 합
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
초기 방법	자재소요량	132	147	581	1221	168	93	85	126	2553
	수 율(%)	92.2	91.3	82.3	84.2	81.5	88.6	91.3	89.4	87.6
	계산 시간	$5^m\ 15^s$	$4^m\ 38^s$	$35^m\ 26^s$	$250^m\ 37^s$	$3^m\ 52^s$	$1^m\ 26^s$	$1^m\ 04^s$	$2^m\ 20^s$	$306^m\ 38^s$
이산화	자재소요량	132	147	581	1221	168	93	85	126	2553
	수 율(%)	92.2	91.3	82.3	84.2	81.5	88.6	91.3	89.4	87.6
	계산 시간	$2^m\ 35^s$	$2^m\ 25^s$	$12^m\ 14^s$	$28^m\ 39^s$	$1^m\ 18^s$	48^s	24^s	54^s	$49^m\ 17^s$
이산화 + 중간값	자재소요량	132	145	569	1203	162	92	82	122	2507
	수 율(%)	92.2	92.6	84	85.5	84.5	89.6	94.6	92.3	89.4
	계산 시간	$3^m\ 14^s$	$3^m\ 7^s$	$16^m\ 22^s$	$34^m\ 15^s$	$1^m\ 39^s$	49^s	28^s	$1^m\ 4^s$	$60^m\ 58^s$
이산화 + 차단화	자재소요량	133	149	589	1238	171	95	88	123	2586
	수 율(%)	91.5	90	81.2	83	80	86.7	88.2	91.5	86.5
	계산 시간	$1^m\ 12^s$	$1^m\ 8^s$	$8^m\ 46^s$	$17^m\ 58^s$	58^s	42^s	24^s	52^s	33^m

5. 결론

평면절단 문제를 선형계획법에 의한 근사해로 해결하는 방법은 방대한 계산량에도 불구하고 공정적용에 유리하여 폭넓게 사용되고 있다. 본 연구에서는 평면절단 문제를 선형계획법으로 접근하고, 2차원 배낭문제를 1차원으로 분해하는 2단계 절단방법을 사용하였다. 이 2단계 길로틴 절단방법은 실험을 통해 계산시간을 매우 크게 단축시킬 수 있음을 확인할 수 있었다. 또한 2단계 절단방법을 적용하는 방안으로 동적계획법을 이용하여 절단패턴을 찾았는데 동적계획법을 적용할 때 평면절단의 특성을 이용하여 이산화, 중간값 방법, 차단화 방법을 사용하여 계산시간과 해의 질을 높이도록 하였다..

평면절단을 하는 공정에서 절단횟수와 칼날 조정횟수 및 인력소요는 공정소요를 증가시키는 주요 원인이 되고 있는데 2단계 길로틴 절단에 의한 방법은 실제 공정에 적용해 본 결과 훨씬 공정소요를 감소시킬 수 있었다. 또한 실 공정에서는 빠른 시간내에 평면절단 문제의 결과를 제시하는 것이 중요한데, 2단계 길로틴 절단방법이 일반적 길로틴 방법보다 매우 빠르게 문제를 해결할 수 있었다.

【참고문헌】

[1] 박순달, "경영과학(OR)프로그램집 권2", 미발표
[2] 김창곤 "2차원 Cuttingstock문제의 발견적 해법", 서울대학교 산업공학과 석사논문,, 1987,
[3] P.C. Gilmore and R.E. Gomory "A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem" Operations Research, Vol.9, 1961, pp.849-859
[4] P.C. Gilmore and R.E. Gomory "A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem- Part II" Operations Research,Vol.11, 1963, pp.863-868
[5] P.C. Gilmore and R.E. Gomory "Multistage Cutting Stock Problems of Two and more Dimensions" Operations Research, Vol.13, 1965, pp.94-120
[6] P.C. Gilmore and R.E. Gomory "The Theory and Computation of Knapsack Functions" Operations Research, Vol. 14, 1966, pp.1045-1074
[7] Harald Dyckhoff, "A New Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem" Operations Research, Vol. 29, 1981, pp.1092-1104
[8] Robert W. Haessler, "A Note on Computational

Modifications to the Gilmore-Gomory Cutting Stock Algorithm", Operations Research, Vol.28, No. 4, 1980, pp.1001-1005

[9] Nicos Christofides and Charles Whitlock "An Algorithm for Two-Dimensional Cutting Problems" Operations Research, Vol.25, No.1, 1977, pp.30-44

[10] K.V. Viswanathan .& A. Bagchi, "Best-First Search Methods for Constrained Two-Dimensional Cutting Stock Problems", Operations Research, Vol.41 No.4, 1993, pp.768-776

[11] J.C. Herz "Recursive Computational Procedure for Two-Dimensional Stock Cutting" IBM J. Res. Develop, Vol.6, 1972, 462-469

[12] Phillip De Cani, "A Note on the Two-dimensional Rectangular Cutting-stock Problem", J. Opl Res. Soc, Vol. 29, No.7, pp.703-706

[13] A.H.G. Rinooy Kan, J.R.de Wit and R.Th. Wijmenga, "Nonorthogonal Two-dimensional Cutting Patterns", Management Science, Vo.33, No.5, 1987, pp.670-684

[14] R.W. Haessler, "Selection and Design of Heuristic Procedures for Solving Roll Trim Problems", Management Science , Vol.34, No.12, 1988, pp. 1460-1471

[15] P.Y.Wang, "Two Algorithms for Constrained Two-Dimensional Cutting Stock Problems", Operations Research, Vol.31, No.3, 1983, pp.573-586

김상열(金相悅)

1985년 한양대학교 산업공학과 학사
1988년 서울대학교 산업공학과 석사
현재 서울대학교 산업공학과 박사과정
관심분야 : 물류관리, packing & cutting system

박순달(朴淳達)

1962년 조선대학교 수학과 학사
1970년 미국 Univ. of Cincinnati 이학 박사
1971년 독일 Ruhr-Universitaet 연구원
현재 한국경영과학회 고문
현재 서울대학교 산업공학과 교수
관심분야 : 대형 및 고급 선형계획법의 전산화, 물류 관리, OR 소프트웨어의 개발, 게임이론 등.