▩ 연구논문

연속생산공정에서 규격하한과 공정평균의 경제적 설정

홍성훈 · 임훈
전북대학교 산업공학과

Economic Selection of the Lower Limit and the Process Mean for a Continuous Production Process

Sung-Hoon Hong · Hoon Lim
Dept. of Industrial Engineering, Chonbuk National University

Abstract

This paper is concerned with the economic selection of both the lower limit and the process mean for a continuous production process. Consider a production process where items are produced continuously. All of the items are subject to acceptance inspection. The items for which the measured values of the quality characteristic are larger than the lower limit are accepted, and those smaller than the lower limit are rejected and excluded from shipment. The process mean may be set higher to reduce the costs incurred by imperfect quality. Using a higher process mean, however, results in a higher production cost when production cost is an increasing function of the quality characteristic. Assuming that the quality characteristic is normally distributed with known variability, cost models are constructed which involve production cost, cost incurred by imperfect quality, rejection cost, and inspection cost. Methods of finding optimal values of the lower limit and the process mean are presented and numerical examples are given.

1. 서론

산업이 고도로 발달한 오늘날, 치열한 무한경쟁 시대에서 기업의 成敗를 좌우하는 중요한 요소 중 하나로 품질을 꼽을 수 있다. 우리나라 대기업들의 質경영선언, 탱크주의, 품질제일주의 선언 등을 통해서 이러한 점을 느낄 수 있으며 많은 업체들이 품질시스템 자체

를 인증대상으로 하는 ISO 9000 인증획득에 노력하는 것도 품질에 대한 현실을 잘 나타내 주고 있다. 이러한 추세에 따라, 일반 기업들에서는 소비자의 기대치에 가까운 균질의 제품을 경제적으로 생산하기 위한 방안이 多角度로 연구되고 있다. 제품의 개발과정을 크게 제품설계, 공정설계 및 제조의 세 단계로 나눌 수 있다고 할 때, 종래의 품질관리 활동은 주로 관리도나 샘플링검사 등을 이용한 제조공정의 통제에 치우쳤다고 할 수 있다. 그러나 최근 들어서는 검사중심의 수동적인 관리활동에서 벗어나 적극적인 예방중심의 관리활동에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 즉, 이들 연구는 제품설계나 공정설계 과정에서의 품질관리 활동이 제조공정의 품질관리 활동에 비해 품질향상이나 비용절감 면에서 훨씬 효과적이라는 점을 반영하고 있다[Riew(1989)]. 적극적인 품질관리 활동의 하나로 공정설계 단계에서 생산공정의 평균을 결정하는 문제가 있다. 이 문제는 화학공업, 식품공업, 의약품공업에서 흔히 볼 수 있는 例로 제품의 내용물이나 주성분의 量을 결정하는 공정에 흔히 적용된다. 공정평균을 낮게 설정하면 함량부족에 따른 손실비용이 늘어나고 너무 높게 설정하면 초과해서 들어간 주성분의 量에 따라 생산비용이 증가하게 된다. 그러므로 공정평균을 어디에 설정하는 가가 매우 중요하다. 이러한 상황을 다룬 몇 가지 연구를 요약하면 다음과 같다. Hunter 와 Kartha(1977) 는 규격을 만족하는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격에 미달하는 제품은 할인판매하는 경우에 기대이익을 최대로 하는 공정평균을 결정하였다. Bisgaard 등(1984)은 규격에 미달하는 제품은 미달하는 양에 비례하여 제품의 판매가격이 감소하는 경우 최적 공정평균을 구하였다. Arcelus 와 Banerjee(1985)는 생산공정의 작동시간이 증가할수록 공정평균이 선형 이동하는 마모공정에 대해 기대이익을 최대로 하는 초기 공정평균과 공정평균의 재설정 주기를 구하였다. Golhar(1987)는 규격에 미달하는 제품의 할인판매가 현실적으로 어려운 경우, 내용물을 담아 만든 캔 제품에서 캔 속에 들어간 내용물의 양이 규격하한을 초과하는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격에 미달하는 제품은 캔을 비우고 재가공할 때 기대이익을 최대로 하는 공정평균을 결정하였다. 또한 Schmidt와 Pfeifer(1991)는 캔 공정에서 생산능력이 제한되어 있는 경우 최적 공정평균과 상한세한을 결정하였으며, Hong과 Lee (1994)는 캔 공정의 최적 공정평균을 결정하는데 있어서 측정오차의 영향을 분석하였다.

이 분야의 기존 연구들에서는 모두 품질특성이 정규분포를 따르고, 공정 표준편차는 알려져 있고, 또한 규격하한이 법규등으로 정해진 상황에서 최적 공정평균을 구하였다. 그래서 이들 연구 대부분이 무게나 용량을 용기 표면에 표시하여 포장되는 제품의 생산공정을 그 모델로 하고 있다. 그러나 일선 산업현장에서는 규격하한을 생산자가 적절히 결정할 수 있는 제품이 적지 않다. 예를 들어 유리섬유 강화 수지의 주품질특성은 인장강도이다. 이 인장강도는 수지내에 포함된 유리의 함량이 높을수록 세다고 한다. 만일 포함된 유리 함량이 낮다면 유리섬유강화 수지의 인장강도는 낮아지게 되어 품질 低下로 인한 손실이 발생할 수 있다. 반면 유리 함량이 너무 높으면 생산비용의 증가는 필연적이다. 게다가 생산되는 제품의 품질에는 차이가 나게 마련이므로 품질이 크게 떨어지는 제품은 적절한 규격하한을 사용하여 골라내는 것이 바람직하다. 그러므로 이러한 경우에는 유리의 함량에 대한 규격하한도 공정평균과 함께 중요한 공정 설정값이 된다. 본 논문에서는 이러한 공정을 위하여 단위 제품당 총 기대비용함수를 구성하여 이를 최소로 하는 규격하한과 공정평균을 결정하는 방법을 제시하고자 한다.

2. 모형 구성

본 논문에서 사용하는 기호와 가정은 다음과 같다.

기호

Y	: 품질특성치 혹은 내용물의 양
L	: 규격하한
τ	: 품질특성에 대한 목표치
μ	: Y의 평균
σ	: Y의 표준편차
$f(y)$	: Y의 확률밀도함수
C_r	: L 미만의 제품을 불합격 처리하여 발생하는 비용
C_i	: 단위 제품당 검사비용
$C(\tau, y)$	: 품질비용함수
$\phi(\cdot)$	: 표준정규분포의 확률밀도함수
$\Phi(\cdot)$	: 표준정규분포의 누적분포함수

가정

1. Y는 望大특성(larger is better)을 갖는 변수이다. 즉, Y가 클수록 성능이 좋은 제품이고 Y가 작을수록 성능이 나쁜 제품이다.
2. Y는 평균 μ와 분산 σ^2을 갖는 정규분포를 따른다. 즉 $f(y) \sim N(\mu, \sigma^2)$이다. 여기서 σ^2은 알고 있다.

Y는 품질특성을 표시하며 성능변수라고 한다. 대개 제품에는 소비자 입장에서 볼 때 품질특성의 바람직한 수준이 있으며 이를 품질특성의 목표치라고 부른다. 즉 소비자는 목표치 τ 이상의 품질을 갖는 제품에는 만족하고, 그렇지 않은 제품에 대해서는 불만족한다. 따라서 품질특성치가 목표치에 미달하는 제품이 출하되면, 즉 $y < \tau$ 이면 소비자 불만족으로 인한 품질비용을 발생한다. 이 품질비용은 품질비용함수 $C(\tau, y)$를 적용하여 산출한다. 본 연구에서 적용하는 품질비용함수는 일차함수와 이차함수의 두 가지이며 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
C(\tau, y) &= b(\tau - y) && \text{일차함수} \\
&= k(\tau - y)^2 && \text{이차함수}
\end{aligned} \qquad (1
$$

단 $y > \tau$ 일 때는 $C(\tau, y) = 0$ 이며, b, k는 모두 양의 상수이다. 여기서 고려하는 생산공정에서는 모든 제품을 전수검사한 후 출하한다. 그리고 생산비용은 투입된 원자재비용에 근거하여 품질특성에 대해 증가함수인 $c_0 + my$으로 정의한다. 여기서 c_0, m은 양의 상수이다. 이 비용함수는 Bisgaard(1984)등 그리고 Tang과 Lo(1989)에서 적용된 바 있다. 검사에서 품질특성 Y가 규격하한 L을 넘는 제품은 그대로 출하된다. 규격하한에 미달하는 제품은 제거되고 이에 따른 불합격비용 C_r을 발생한다. 검사에 합격되어 출하

된 제품중에는 품질이 목표치에 미달하여 품질비용을 발생하는 제품이 있을 수 있다. 규격하한 L을 큰 값으로 설정하면 품질비용은 줄어들지만 불합격비용은 증가한다. 또 공정평균을 높게 설정하면 불량품으로 인한 손실은 줄어들지만 생산비용이 증가한다. 낮은 규격하한과 공정평균을 사용하면 이와 반대의 결과가 될 것이다. 따라서 규격하한 L과 공정평균 μ의 설정이 매우 중요한 문제이다. 그래서 검사비용, 생산비용, 불합격비용, 품질비용의 합으로 이루어진 총 기대비용함수를 구성하여 이를 최소로 하는 L과 μ를 결정한다.

먼저 제품당 기대생산비용은

$$EPC = \int_{-\infty}^{\infty} (c_0 + my) f(y) dy = c_0 + m\mu, \tag{2}$$

이다. 제품이 검사에서 불합격될 확률은

$$p_r = \int_{-\infty}^{L} f(y) dy,$$

이므로 제품당 기대불합격비용은

$$ERC = C_r p_r = C_r \int_{-\infty}^{L} f(y) dy = C_r \Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right), \tag{3}$$

이 된다. 품질이 목표치를 초과하는 제품을 불합격 처리하는 것은 비경제적이므로 규격하한 L은 언제나 목표치 τ 이하의 값을 갖는 것이 당연하다. 따라서 제품당 기대 품질비용은

$$EQC = \int_{L}^{\tau} C(\tau, y) f(y) dy, \tag{4}$$

이다. 그래서 위에서 살펴본 비용들의 합으로 구성되는 제품당 총 기대비용은

$$ETC = C_i + EPC + ERC + EQC, \tag{5}$$

으로 표현할 수 있으며 이를 최소로 하는 규격하한 L^*와 공정평균 μ^*를 구해야 한다.

3. 최적 해

본 장에서는 일차함수와 이차함수에 대해 각각 최적 규격하한과 공정평균을 구한다.

3.1 일차함수

품질비용함수가 $C(\tau, y)=b(\tau-y)$ 이므로 총 기대비용은

$$ETC = C_i + c_0 + m\mu + C_r \int_{-\infty}^{\tau} f(y)dy + \int_{L}^{\tau} b(\tau-y)f(y)dy, \tag{6}$$

이 된다. 먼저 ETC를 최소로 하는 규격하한을 구하기 위해 윗식을 L로 편미분하면

$$\frac{\partial ETC}{\partial L} = \{C_r - b(\tau-L)\} f(L), \tag{7}$$

이 된다. 따라서 $\partial ETC/\partial L=0$을 만족하는 $L^*=\tau-C_r/b$ 이 된다. 또한 $L<L^*$ 에서 $\partial ETC/\partial L<0$ 이고 $L>L^*$ 에서 $\partial ETC/\partial L>0$ 이므로 L^*가 ETC를 최소로 하는 규격하한이 된다.

다음 최적 공정평균을 구한다. 식 (6)에서

$$\int_{L}^{\tau} b(\tau-y)f(y)dy = b\tau\int_{L}^{\tau} f(y)dy - b\int_{L}^{\tau} yf(y)dy, \tag{8}$$

이다. 여기서 Tang (1987)에서 유도되었던 다음의 결과를

$$\int_{-\infty}^{L} yf(y)dy = \mu\Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right) - \sigma\phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right), \tag{9}$$

식 (8)에 대입하면

$$\begin{aligned}\int_{L}^{\tau} b(\tau-y)f(y)dy = b\sigma\Big\{&\frac{\tau-\mu}{\sigma}\Phi\left(\frac{\tau-\mu}{\sigma}\right) - \frac{\tau-\mu}{\sigma}\Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)\\ &+\phi\left(\frac{\tau-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)\Big\},\end{aligned} \tag{10}$$

이 된다. 여기서 $\xi=(\tau-\mu)/\sigma$, $\delta_1=C_r/(b\sigma)$ 라고 하면 $(L^*-\mu)/\sigma=\xi-\delta_1$ 이 되고, 이로부터 식 (6)은

$$\begin{aligned}ETC = {}& C_i + c_0 + m(\tau-\sigma\xi) + C_r\Phi(\xi-\delta_1) +\\ & b\sigma\{\xi\Phi(\xi)-\xi\Phi(\xi-\delta_1)+\phi(\xi)-\phi(\xi-\delta_1)\},\end{aligned} \tag{11}$$

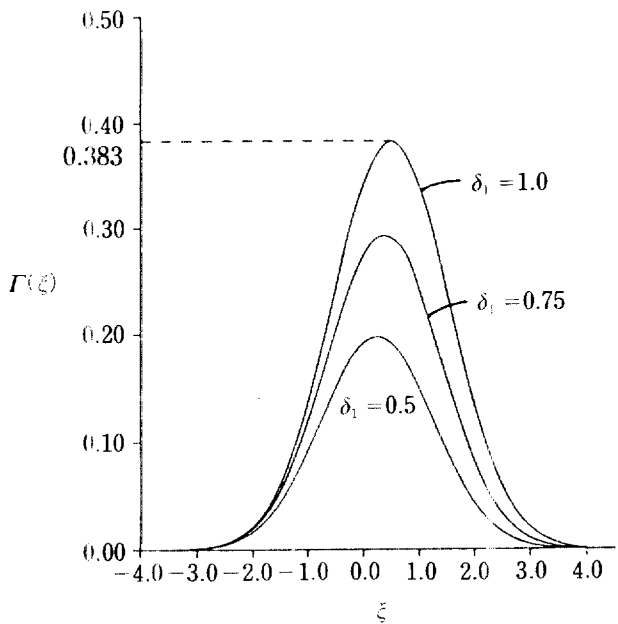
이 된다. 여기서 식 (11)을 최소로 하는 ξ^*를 찾기 위해 윗식을 ξ에 대해 편미분하면

$$\frac{\partial ETC}{\partial \xi} = b\sigma\{\Phi(\xi)-\Phi(\xi-\delta_1)-\frac{m}{b}\}, \tag{12}$$

이 된다. 여기서 $\Gamma(\xi)=\Phi(\xi)-\Phi(\xi-\delta_1)$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Gamma(\xi)}{\partial \xi} &= \phi(\xi)-\phi(\xi-\delta_1)\\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\xi^2}{2}}\{1-e^{\delta_1(\xi-\frac{\delta_1}{2})}\},\end{aligned} \tag{13}$$

이다. 식 (13)에서 $\partial\Gamma(\xi)/\partial\xi=0$을 만족하는 ξ는 $\delta_1/2$ 이고, $\xi<\delta_1/2$인 구간에서 $\partial\Gamma(\xi)/\partial\xi>0$ 이고 $\xi>\delta_1/2$인 구간에서 $\partial\Gamma(\xi)/\partial\xi<0$ 이다. 따라서 $\Gamma(\xi)$는 $\xi=\delta_1/2$에서 극대값을 갖는 위로 볼록한 함수형태(Concave)를 갖는다는 것을 알 수 있다. $\Gamma(\xi)$의 槪形은 $\delta_1=0.5$, 0.75, 1.0일 때 〈그림 1〉에 그려져 있다. 이로부터 $\partial ETC/\partial\xi=0$ 즉, $\Gamma(\xi)=m/b$을 만족하는 ξ는 $\Gamma(\delta_1/2)>m/b$일 때 ξ_1, ξ_2 (단 $\xi_1<\xi_2$) 두 개가 존재하고 ξ_1의 좌우에서 $\partial ETC/\partial\xi$가 음에서 양으로 변하므로 ETC는 ξ_1에서 극소값을 갖게 된다. 그러므로 ETC를 최소로 하는 값 $\xi^*=\xi_1$ 이고 최적 공정평균은 $\mu^*=\tau-\sigma\xi^*$가 된다. 〈표 1〉에 IMSL (International Mathematical and Statistical Libraries) 이용하여 δ_1과 m/b의 여러 값에 대해서 $\partial ETC/\partial\xi=0$을 만족하는 ξ^* 값을 정리하였다. 이 표에서 *으로 표시된 부분은 $\Gamma(\delta_1/2)<m/b$이 되어 해가 존재하지 않는다는 것을 표시한다. 〈그림 1〉에서



〈 그림 1 〉 $\delta_1=0.5$, 0.75, 1.0일 때 $\Gamma(\xi)$의 槪形

$\delta_1=1.0$일 때 $m/b>0.383$인 구간이 이에 해당한다. 이렇게 되면 ETC는 ξ에 대해 감소함수가 되어 ξ가 커질수록 ETC는 작아진다. 즉 공정평균 $\mu=0$일 때 총 기대비용은 최소값을 갖게 되는 데, 이것은 의미없는 생산공정을 뜻한다. 한편 $\Gamma(\delta_1/2)=m/b$일 때는 $\partial ETC/\partial\xi=0$을 만족하는 ξ^*는 하나의 값만 존재하고, 이 값이 기대비용을 최소로 하는 값이다.

〈 표 1 〉 $\delta_1=C_r/(b\sigma)$과 m/b 값의 변화에 따른 ξ^* 값

$C_r/(b\sigma)$ \ m/b	.01	.03	.05	.07	.09	.1	.3	.5
.2	−1.941	−1.300	−.867	−.409	*	*	*	*
.3	−2.085	−1.517	−1.173	−.886	−.603	−.445	*	*
.4	−2.166	−1.637	−1.329	−1.087	−.871	−.766	*	*
.5	−2.218	−1.711	−1.425	−1.205	−1.016	−.929	*	*
.6	−2.251	−1.761	−1.488	−1.282	−1.109	−1.030	*	*
.7	−2.274	−1.795	−1.531	−1.335	−1.172	−1.098	*	*
.8	−2.290	−1.820	−1.563	−1.373	−1.217	−1.146	.126	*
.9	−2.301	−1.837	−1.585	−1.400	−1.249	−1.182	.110	*
1.0	−2.309	−1.850	−1.601	−1.420	−1.273	−1.207	−.228	*
1.1	−2.315	−1.859	−1.613	−1.435	−1.291	−1.227	−.306	*
1.2	−2.318	−1.865	−1.622	−1.446	−1.304	−1.241	−.360	*
1.3	−2.321	−1.870	−1.629	−1.454	−1.314	−1.252	−.400	*
1.4	−2.323	−1.873	−1.633	−1.460	−1.321	−1.260	−.430	.427
1.5	−2.324	−1.875	−1.637	−1.465	−1.326	−1.266	−.453	.285
1.6	−2.325	−1.877	−1.639	−1.468	−1.330	−1.270	−.470	.206
1.7	−2.325	−1.878	−1.641	−1.470	−1.333	−1.273	−.483	.153
1.8	−2.326	−1.879	−1.642	−1.472	−1.335	−1.276	−.493	.116
1.9	−2.326	−1.880	−1.643	−1.473	−1.337	−1.277	−.501	.080
2.0	−2.326	−1.880	−1.644	−1.474	−1.338	−1.279	−.507	.067
2.1	−2.236	−1.880	−1.644	−1.474	−1.339	−1.279	−.511	.051
2.2	−2.326	−1.880	−1.644	−1.475	−1.340	−1.280	−.515	.038
2.3	−2.326	−1.881	−1.644	−1.475	−1.340	−1.281	−.517	.029
2.4	−2.326	−1.881	−1.645	−1.475	−1.340	−1.281	−.519	.022
2.5	−2.326	−1.881	−1.645	−1.476	−1.340	−1.281	−.521	.016
2.6	−2.326	−1.881	−1.645	−1.476	−1.341	−1.281	−.522	.012
2.7	−2.326	−1.881	−1.645	−1.476	−1.341	−1.281	−.523	.009
2.8	−2.326	−1.881	−1.645	−1.476	−1.341	−1.281	−.523	.007
2.9	−2.326	−1.881	−1.645	−1.476	−1.341	−1.281	−.524	.005
3.0	−2.326	−1.881	−1.645	−1.476	−1.341	−1.281	−.524	.003

3.2 이차함수

품질비용함수가 $C(\tau, y)=k(\tau-y)^2$ 이므로 총 기대비용은

$$ETC = C_i + c_0 + m\mu + C_r \int_{-\infty}^{L} f(y)dy + \int_{L}^{\tau} k(\tau-y)^2 f(y)dy, \tag{14}$$

이다. 먼저 최적 규격하한을 구하기 위해 윗식을 L로 편미분하면

$$\frac{\partial ETC}{\partial L} = \{C_r - k(\tau-L)^2\} f(L), \tag{15}$$

이 된다. 여기서 $\partial ETC/\partial L=0$을 만족하는 $L=\tau\pm\sqrt{C_r/k}$ 중에서 $L=\tau-\sqrt{C_r/k}$ 의 좌우에서 $\partial ETC/\partial L$가 음에서 양으로 변하므로 ETC를 최소로 하는 규격하한은 $L^*=\tau-\sqrt{C_r/k}$ 이다.

이제 최적 공정평균을 구한다. 식 (14)에서

$$k\int_{L}^{\tau} (\tau-y)^2 f(y)dy = k\tau^2 \int_{L}^{\tau} f(y)dy - 2k\tau \int_{L}^{\tau} y f(y)dy + k\int_{L}^{\tau} y^2 f(y)dy, \tag{16}$$

이다. 여기서 Tang (1987)에서 유도되었던 다음의 결과를

$$\int_{-\infty}^{L} y^2 f(y)dy = (\sigma^2+\mu^2)\Phi(\frac{L-\mu}{\sigma}) - \sigma(L+\mu)\phi(\frac{L-\mu}{\sigma}), \tag{17}$$

이용하면

$$k\int_{L}^{\tau} (\tau-y)^2 f(y)dy = k\sigma^2 [\{(\frac{\tau-\mu}{\sigma})^2+1\}\{\Phi(\frac{\tau-\mu}{\sigma})-\Phi(\frac{L-\mu}{\sigma})\} + \frac{\tau-\mu}{\sigma}\phi(\frac{\tau-\mu}{\sigma}) + \frac{\mu-2\tau+L}{\sigma}\phi(\frac{L-\mu}{\sigma})], \tag{18}$$

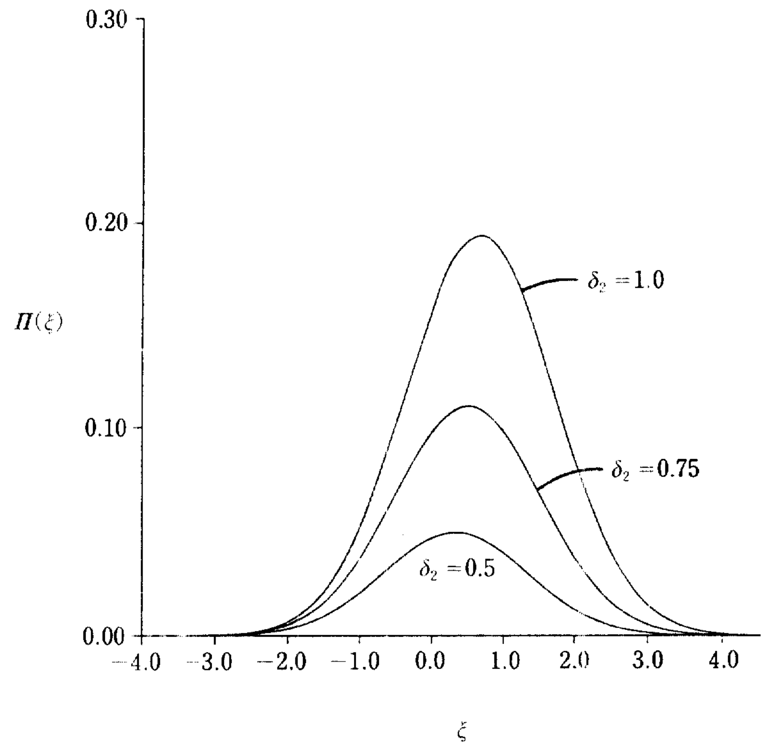
이 된다. 여기서 $\xi=(\tau-\mu)/\sigma$, $\delta_2=\sqrt{C_r/k\sigma^2}$ 라고 하면 ETC는

$$ETC = C_i + c_0 + m(\tau-\sigma\xi) + C_r\Phi(\xi-\delta_2) + k\sigma^2[(\xi^2+1)\{\Phi(\xi)-\Phi(\xi-\delta_2)\} + \xi\phi(\xi) - (\xi+\delta_2)\phi(\xi-\delta_2)], \tag{19}$$

이 된다. 이것을 최소로 하는 ξ^*를 찾기 위해 윗식을 ξ에 대해 편미분하면

$$\frac{\partial ETC}{\partial \xi} = 2k\sigma^2 [\xi\{\Phi(\xi)-\Phi(\xi-\delta_2)\} + \phi(\xi)-\phi(\xi-\delta_2)] - m\sigma, \tag{20}$$

이 된다. 여기서 $\partial ETC/\partial\xi=0$을 만족하는 ξ 값에서 최적 해가 존재함을 해석적으로 보이기는 어려우므로 식 (19)와 식 (20)을 의미있는 영역에서 수리적으로 분석한 결과, 일차함수와 동일하게 $\partial ETC/\partial\xi=0$을 만족하는 ξ는 ξ_1, ξ_2 (단, $\xi_1 < \xi_2$) 두 개가 존재하고 이중 ξ_1에서 ETC는 극소값을 갖게 됨을 알 수 있었다. 식 (20)에서 $\Pi(\xi)=\xi\{\Phi(\xi)-\Phi(\xi-\delta_2)\}+\phi(\xi)-\phi(\xi-\delta_2)$ 이라 할 때 〈그림 2〉에 $\delta_2=0.5$, 0.75, 1.0 일 때 $\Pi(\xi)$의 槪形이 그려져 있다. $\Pi(\xi)$는 $\Gamma(\xi)$와 유사한 형태를 갖는다는 것을 알 수 있다. 따라서 일차함수에서와 동일한 절차에 의해 ξ^*를 구할 수 있으며, $\mu^*=\tau-\sigma\xi^*$로 부터 구할 수 있다. 〈표 2〉에 δ_2와 $m/(2k\sigma)$의 여러 값에 대해 $\partial ETC/\partial\xi=0$을 만족하는 ξ^* 값이 나와있다. 이 표는 IMSL을 이용하여 얻었다. 이 표에서 *으로 표시된 부분은 $\partial ETC/\partial\xi=0$을 만족하는 해가 없다는 것을 표시한다. 이러한 상황은 일차함수의 경우와 마찬가지로 총 기대비용함수가 공정평균에 대해 감소함수가 될 때 발생한다. 이것은 경제성이 없는 생산공정이라 할 수 있다.



〈 그림 2 〉 δ_2=0.5, 0.75, 1.0일 때 $\Pi(\xi)$의 槪形

〈 표 2 〉 $\delta_2 = \sqrt{C_r/(k\sigma^2)}$ 와 $m/(2k\sigma)$ 값의 변화에 따른 ξ^* 값

$m/(2k\sigma)$ \ $\sqrt{C_r/(k\sigma^2)}$	.01	.03	.05	.07	.09	.1	.3	.5
.5	−1.468	−.675	*	*	*	*	*	*
.6	−1.601	−.926	−.050	.222	*	*	*	*
.7	−1.692	−1.082	−.694	−.344	.091	*	*	*
.8	−1.757	−1.188	−.846	−.565	−.295	−.150	*	*
.9	−1.804	−1.264	−.951	−.704	−.483	−.376	*	*
1.0	−1.839	−1.320	−1.026	−.800	−.606	−.515	*	*
1.1	−1.865	−1.362	−1.081	−.870	−.692	−.611	*	*
1.2	−1.885	−1.394	−1.123	−.923	−.756	−.681	*	*
1.3	−1.899	−1.418	−1.155	−.962	−.804	−.733	.479	*
1.4	−1.910	−1.436	−1.180	−.993	−.840	−.772	.255	*
1.5	−1.918	−1.450	−1.198	−1.016	−.868	−.803	.129	*
1.6	−1.924	−1.460	−1.213	−1.034	−.890	−.826	.045	*
1.7	−1.928	−1.468	−1.224	−1.048	−.907	−.845	−.017	.757
1.8	−1.931	−1.474	−1.232	−1.058	−.920	−.859	−.063	.579
1.9	−1.933	−1.478	−1.238	−1.066	−.929	−.869	−.098	.477
2.0	−1.935	−1.482	−1.243	−1.073	−.937	−.878	−.125	.406
2.1	−1.936	−1.484	−1.246	−1.077	−.943	−.884	−.146	.355
2.2	−1.937	−1.486	−1.249	−1.081	−.947	−.889	−.162	.371
2.3	−1.937	−1.487	−1.251	−1.083	−.950	−.893	−.175	.287
2.4	−1.938	−1.488	−1.252	−1.085	−.953	−.895	−.185	.265
2.5	−1.938	−1.488	−1.253	−1.087	−.955	−.897	−.193	.247
2.6	−1.938	−1.489	−1.254	−1.088	−.956	−.899	−.199	.223
2.7	−1.938	−1.489	−1.255	−1.088	−.957	−.900	−.203	.222
2.8	−1.938	−1.489	−1.255	−1.089	−.958	−.901	−.207	.214
2.9	−1.938	−1.489	−1.255	−1.089	−.958	−.901	−.209	.208
3.0	−1.938	−1.490	−1.255	−1.089	−.958	−.902	−.211	.203

4. 수치 예제

음향기기에 사용되는 고성능 스피커선은 높은 전도성이 요구되는데 스피커선에 포함된 은의 함량이 전도성에 결정적인 영향을 미친다. 따라서 이 공정은 단위 제품에 포함된 은의 함량을 품질특성치로 사용하여 최적 규격하한과 공정평균을 구해야 한다. 이 품질특성치의 목표치는 12g 이며 이에 미치지 못하는 제품은 품질비용을 발생한다. 검사에 불

합격된 제품은 폐기처분하며 여기에 관련된 불합격비용은 4(백원, 이하 모든 단위는 백원이다)이다. 생산비용은 m이 0.85, c_0는 3 이다. 검사비용은 0.02 이다. 이 공정은 정규분포를 따르며 공정표준편차는 1.0 이다. $C(\tau, y)$의 형태로 세 가지 품질비용함수를 사용한 Tang(1988)에서는 품질특성의 어떤 수준 $\tau-t$에서 상수함수 v, 일차함수 $b(\tau-y)$, 이차함수 $k(\tau-y)^2$의 품질비용이 같도록 v, b, k를 계산하였다. 그래서 이 방법을 이용하여 $t=0.8$, $v=5.5$ 라고 가정하면 $b=v/t=6.875$ 이고 $k=v/t^2=8.594$가 된다. 이 값을 이용해 최적 해를 구한 결과가 〈표 3〉에 정리되어 있다. 일차함수의 규격하한, 공정평균, 총 기대비용이 이차함수의 그것들보다 크다는 것을 볼 수 있다. 일차함수일 때는 $\delta_1=0.582$ 이고 $m/b=0.124$ 이므로 〈표 1〉에서 $\xi^*=-.835$가 최적 해임을 확인할 수 있다. 이차함수도 마찬가지로 〈표 2〉를 이용할 수 있다.

〈 표 3 〉 예제의 최적 해

품질비용함수	δ_i	$\frac{m}{b}$	$\frac{m}{2k\sigma}$	L^*	ξ^*	μ^*	ETC
일차	0.582	0.124		11.418	−0.835	12.835	14.464
이차	0.683		0.049	11.318	−0.670	12.670	14.323

다음 공정 정밀도인 σ가 총 기대비용에 미치는 영향을 분석한다. 예제에서 σ 값이 0.6 에서 1.8 까지 0.3 간격으로 변할 때 각 품질비용함수에 대한 ETC 값이 〈표 4〉에 나와 있다. 이 표에서 보면 σ가 커질수록 ETC는 각 품질비용함수에서 모두 증가하는 경향을 띠고 있다. 〈표 4〉에서 ETC_1은 일차함수의 총 기대비용이고 ETC_2는 이차함수의 총 기대비용이다.

〈 표 4 〉 σ의 변동에 따른 ETC 의 변화

σ	ETC_1	ETC_2
0.6	14.034	13.894
0.9	14.367	14.226
1.2	14.635	14.495
1.5	14.838	14.698
1.8	14.962	14.822

이제 품질비용함수를 잘못 적용했을 때 발생하는 경제적인 효과를 분석해 보기로 하자. 가령 올바른 품질비용함수가 이차함수인데도 품질비용을 일차함수를 적용하여 산출했다면 얼마간의 손실이 있게 된다. 이 때 발생하는 경제적 손실을 총 기대비용을 가지고 비교한다. 이를 위해 기대비용의 증가율을

$$\frac{ETC' - ETC^*}{ETC^*} \times 100\ (\%)$$

으로 정의한다. 여기서 ETC^*는 올바른 품질비용함수를 사용하여 최적 규격하한과 공정평균을 구했을 때의 총 기대비용이다. ETC'는 품질비용함수를 잘못 적용하여 규격하한과 공정평균을 구한 후 이 규격하한과 공정평균을 올바른 품질비용함수에 적용하여 산출한 총 기대비용이다 이 기대비용의 증가율은 〈표 5〉에 정리되어 있다. 전체적으로 볼 때 품질비용함수를 잘못 적용해도 ETC에 미치는 영향은 크지 않다고 할 수 있으나 대량으로 생산되는 제품이라면 이로 인한 손실도 무시해서는 안될 것이다.

〈 표 5 〉 품질비용함수를 잘못 적용했을 때 기대비용의 증가율

올바른	적용한 품질비용함수	
품질비용함수	일차	이차
일차	0 %	0.13 %
이차	0.14 %	0 %

5. 결론

제품의 품질특성이 望大특성을 갖고 정규분포를 따른다는 가정 아래, 규격하한과 공정평균을 경제적으로 결정하는 문제를 비용모델로 구성하여 고찰했다. 이 모델에서 고려된 비용은 검사비용, 생산비용, 제품을 불합격시킴으로써 발생하는 불합격비용, 소비자 불만족으로 인한 품질비용 등이다. 품질비용을 산출하는 데 적용된 품질비용함수는 일차함수와 이차함수를 사용하였으며 이에 대하여 각각 총 기대비용을 최소로 하는 규격하한과 공정평균을 구하는 절차를 구하였다. 이차함수에서는 공정평균을 해석적으로 분석하여 결정할 수 없었으나 의미있는 영역에서 수리적인 분석을 통하여 해가 존재함을 알 수 있었다. 그리고 δ_1과 m/b, δ_2와 $m/(2k\sigma)$에 대응하는 ξ^* 값을 표로 제시하였다. 앞에서 개발한 절차를 예제에 적용하였으며 공정정밀도가 총 기대비용에 미치는 영향을 분석한 결과 안정된 공정일수록 경제적으로 유리하였다. 또 품질비용함수를 잘못 적용하는 경우 기대비용의 증가율을 계산하였고 그 결과 올바른 품질비용함수를 사용하는 것도 간과해서는 안 될 문제였다 본 연구에서 사용된 모든 수리적인 분석에는 IMSL과 FORTRAN 언어가 사용되었다.

추후 연구과제로는, 생산비용이 y에 대한 일차함수가 아닌 다른 형태를 갖는 공정인 경우, 그리고 주품질특성의 측정이 어려운 경우 주품질특성과 높은 상관관계를 갖는 대용특성을 이용해 품질을 검사할 때의 최적공정평균을 구하는 문제를 고려할 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

[1] Arcelus, F. J. and Banerjee, P. K. (1985), "Selection of the Most Economical Production Plan in a Tool-Wear Process," *Technometrics*, Vol. 27, No. 2, pp. 433-437.

[2] Bisgaard, S. Hunter, W. G., and Pallesen, L. (1984), "Economic Selection of Quality of Manufactured Product," *Technometrics*, Vol. 26, No. 1, pp. 9-18.

[3] Golhar, D. Y. (1987), "Determination of the Best Mean Contents for a Canning Problem," *Journal of Quality Technology*, Vol. 19, No. 2, pp. 82-84.

[4] Hong, S. H. and Lee, M. G. (1994), "Effect of Measurement Error on the Determination of the Optimal Process Mean for a Canning Process," *Journal of the Korean Society for Quality Management*, Vol. 22, pp. 41-50.

[5] Hunter, W. G. and Kartha, C. P. (1977), "Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process," *Journal of Quality Technology*, Vol. 9, No. 4, pp. 176-181.

[6] Riew, M. C. (1989), "Economic Selection of Specification Limits for a Given Target Value," *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, Vol. 15, No. 2, pp. 57-64.

[7] Schmidt, R. L. and Pfeifer, P. E. (1991), "Economic Selection of the Mean and Upper Limit for a Canning Problem with Limited Capacity," *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, No. 4, pp. 312-317.

[8] Tang, K. (1987), "Economic Design of a One-Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable," *Technometrics*, Vol. 29, No. 4, pp. 477-485.

[9] ________ (1988), "Design of a Two-Stage Screening Procedure Using Correlated Variables: A Loss Function Approach," *Naval Research Logistics*, Vol. 35, pp. 513-533.

[10] ________, and Lo, J. (1989), "Determination of the Optimal Process Mean when Inspection Is Based on a Correlated Variable," Working Paper, Department of Quantitative Business Analysis, Louisiana State University.