

■ 연구논문

절단된 자료가 있는 병렬형 시스템의  
단계적 충격수명검사

박희창

창원대학교 통계학과

이석훈

충남대학교 통계학과

The Step Stress Life Testing  
for the Parallel System with Censored Data

Hee-Chang Park

Dept. of Statistics, Changwon National University

Suk-Hoon Lee

Dept. of Statistics, Chungnam National University

Abstract

We consider a step-stress life testing which is devised for a two-component parallel system with considerably long life time. To describe such a system, we use an exponential distribution as the survival function. The lift distribution is assumed between the log mean life time and the stress with the cumulative exposure model. The criterion for optimality is to minimize the sum of the variances of the maximum likelihood estimators of the mean life times of each part under the normal stress.

1. 서론

일반적으로 수명이 긴 시스템의 수명검사(life testing)는 검사기간(test time)이 현실적으로 받아 들일 수 없을 만큼 장시간을 요구할 뿐만 아니라 많은 경비가 소요된다. 이러한 경우 시스템의 수명검사를 위해 가속화된 충격수명검사(accelerated life testing ; ALT)를 하게 된다. ALT 중에서도 단계적 충격수명검사(step-stress life testing ; SSLT)는 적당한 시간 간격을 두고 단계적으로 조건을 변화시켜가면서 시스템의 수명을

검사하는 것인데, 이 때 조건을 변화시키는 것을 충격(stress)을 준 것으로 간주한다. 일반적으로 SSLT는 비록 열악하지만 고정된 충격 아래에서는 장시간의 검사가 예상되는 경우와 강한 충격을 주는 것이 비용과 관련되는 경우에 사용한다. SSLT는 공학분야와 생물 및 의학분야에서 많은 예를 찾아 볼 수 있다. 보다 구체적인 예를 들면 절연물질의 신뢰성 검사에서 전압을 정해진 시간마다 증가시키거나 방사능에 대한 반응검사에서 방사능 RAD를 증가시켜 가면서 검사를 수행하는 것 등이다.

시스템의 수명 또는 신뢰도 등을 추론하기 위하여 행하여지는 단순 SSLT에 관한 연구 결과 또는 실제 적용사례는 DeGroot와 Goel(1979), Bora(1979), Nelson(1980), Miller와 Nelson(1983), 이석훈(1989), 그리고 Bai 등(1989)의 연구에서 본격적으로 나타난다. 이들의 연구는 모형의 개발 및 추론에 관한 연구와 단순 SSLT에서의 최적 검사계획에 관한 연구의 두 분야로 나누어진다. 여러 개의 부품으로 구성된 시스템의 SSLT에 관해서는 많은 연구가 없었으나 Bai 등(1991)이 시스템을 기본 단위로 생각해 오던 기존의 연구를 확장시키는 의미에서 여러 개의 부품의 수명분포가 지수분포로 서로 독립적이고 시스템이 직렬형인 경우에 Miller와 Nelson(1983)이 사용한 모든 가정하에서 단순 SSLT의 최적설계에 관한 결과를 발표하였다. 박희창 등(1991)은 절단된 자료가 없는 경우 두 개의 부품의 수명분포가 지수분포로 서로 독립적이고 시스템이 병렬형인 경우의 최적계획에 관하여 연구하였다. 박희창 등(1992a)은 두 부품의 수명을 나타내는 확률변수가 Block과 Basu(1974)에 의하여 제안된 이변량 지수분포를 따르는 것으로 가정하고 이에 상응하는 충격누적에 관계되는 기본 모형인 누적충격모형(cumulative exposure model)을 이변량 누적충격모형으로 확장하여 두 부품이 서로 종속적인 직렬형 시스템(series system)의 최적검사계획에 관하여 연구하였다. 또한 박희창 등(1992b)은 Block과 Basu가 제안한 이변량 지수분포를 이변량 시스템의 수명함수로 고려하여 Nelson(1980)에 의해 제안된 누적충격모형을 종속적인 병렬형 시스템(parallel system)에서 이용할 수 있도록 제안하였다.

이와 같은 연구결과로부터 본 논문에서는 절단된 자료가 있는 경우, 두 개의 부품이 서로 독립적으로 연결되어 있는 병렬형 시스템에 대하여 모형의 개발, 자료의 분석과정, 그리고 최적실험계획에 관한 연구를 수행하여 공학 분야와 생물 및 의학분야 등에서 단계적 충격수명검사를 계획하고 분석하고자 하는 현장의 전문가들에게 보다 넓은 선택의 폭을 제시하고자 한다. 제 2장에서는 본 논문에서 사용하고자 하는 기호와 기본가정을 기술하여 병렬형 시스템의 단순 SSLT에 관한 수리적 모형을 고찰하고, 제 3장에서는 관심있는 모수의 추정에 관하여 논의하며, 제 4장에서 SSLT 최적설계를 제안하는 과정을 고찰한 후, 그 결과를 근거로 하여 제 5장에서 최적변환시점을 탐색하고자 한다.

## 2. SSLT 모형

### 2.1 기호의 정의

본 연구의 관심이 되는 SSLT의 검사계획과 관측과정은 다음과 같은 기호로 표현된다.

$V_1, V_2, V_3$  : 충격(성상, 1차, 2차)

$$\xi = (V_1 - V_0) / (V_2 - V_1)$$

$n$  : 검사에 투입된 총 시스템 수

$n_{(ij)}$  : 충격  $V_i$ 에서 부품  $j$ 에 의해 고장난 시스템 수 ( $i=1, 2; j=1, 2$ )

$n_{(i)}$  : 충격  $V_i$ 에서 고장난 시스템 수 ( $n_{(i)} = n_{(i1)} + n_{(i2)}$ )

$n_{(1)}$  : 부품 1에 의해 고장나지 않은 시스템 수

$n_{(2)}$  : 부품 2에 의해 고장나지 않은 시스템 수

$n_{(3)}$  : 부품 1과 2에 의해 고장나지 않은 시스템 수

$\theta_{ij}$  : 충격  $V_i$ 에서 부품  $j$ 의 평균수명

$\lambda_{ij}$  : 충격  $V_i$ 에서 부품  $j$ 의 고장률

$\lambda_i$  : 충격  $V_i$ 에 의한 고장률 ( $\lambda_i = \lambda_{i1} + \lambda_{i2}$ )

$\lambda_j$  : 부품  $j$ 의 고장률 ( $\lambda_j = \lambda_{1j} + \lambda_{2j}$ )

$\lambda_{im} = \lambda_i + \lambda_{im}$  ( $m=1, 2$ )

$\eta$  : 최종 검사시간

$\tau$  : 충격  $V_1$ 에서 충격  $V_2$ 로 변환되는 시점

$t_{ijk}$  : 충격  $V_i$ 에서 부품  $j$ 에 의하여 고장난 시스템 중  $k$ 번째 시스템의 수명  
( $k=1, 2, \dots, n_{(ij)}$ )

## 2.2 기본 가정

2개의 부품으로 구성된 병렬형 시스템의 SSLT를 위한 최적검사계획을 탐사하기 위해 다음과 같은 가정을 한다.

[가정 1] 부품  $j$ 는 충격  $V_i$  아래에서 평균이  $\theta_{ij}$  ( $i=1, 2; j=1, 2$ )인 지수분포를 수명분포로 한다. 즉,

$$\begin{aligned} f_{ij}(t) &= \frac{1}{\theta_{ij}} \exp \left[ -\frac{t}{\theta_{ij}} \right] \\ &= \lambda_{ij} \exp \left[ -\lambda_{ij} t \right] \end{aligned}$$

이다.

[가정 2] 충격과 수명분포와의 관계는 평균수명의 대수값이 충격  $V_i$ 와 선형관계를 갖고 있다. 즉,

$$\log \theta_{ij} = \alpha_j + \beta_j V_i \quad (i=1, 2; j=1, 2)$$

이다.

[가정 3] 각 부품의 누적되는 충격에 관하여 누적충격모형을 따른다. 여기에서 [가정 3]은 지수분포를 가정한 단순한 SSLT에서는 DeGroot와 Goel(1979)이 제안한 모형과 동일한 모형이 된다. 따라서 [가정 1]과 [가정 3]에 의해서 부품  $j$  ( $j=1, 2$ )의 단순 SSLT에서의 수명의 분포함수는 다음과 같다.

$$F_j(t) = \begin{cases} 1 - \exp[-\lambda_{1j} t] & , 0 < t \leq \tau \\ 1 - \exp[-\lambda_{2j}(t-\tau) - \lambda_{1j} \tau] & , \tau < t. \end{cases}$$

### 2.3 검사 및 관측과정

절단된 자료가 있는 독립적인 병렬형 시스템의 검사 및 관측과정은 다음과 같다.

1. 두 개의 부품으로 구성된  $n$ 개의 시스템들이 충격  $V_1$  아래에서 작동된다.

2. 시간  $\tau$ 가 되기 전에 고장난 시스템의 경우는 고장날 때까지의 시간  $t_{1jk}$ 를 마지막까지 작동한 부품의 확인과 함께 관측값으로 받아들인다. 시간  $\tau$ 가 될 때까지 계속 작동되고 있는 시스템의 경우는 충격  $V_2$ 로 바뀐 상황에서 최종 검사시간인  $\eta$ 까지 작동하도록 하여 마지막까지 작동한 부품의 확인과 함께 고장날 때까지의 시간  $t_{2jk}$ 를 관측값으로 받아들인다. 또한 최종검사시간인  $\eta$ 에서도 고장나지 않은 시스템의 경우는 마지막까지 작동한 부품을 확인하여 이를 관측값으로 받아들인다. 여기서 고장날 때까지의 시간  $t$ 뿐만 아니라 고장난 시스템의 수를 나타내는  $n_{(1)}, n_{(2)}, n_{(1)}, n_{(2)}$ 와 고장나지 않은 시스템의 수인  $n_{(1)}, n_{(2)}, n_{(3)}$ 도 확률변수가 된다.

### 2.4 수리적 모형

본 절에서는 2.2절에서 제시한 기본 가정을 토대로 한 단순 SSLT의 수리적 모형에 관하여 논의하고자 한다.

$X$ 와  $Y$ 를 부품 1과 부품 2의 수명을 나타내는 확률변수라고 할 때 단순 SSLT에서  $X$ 와  $Y$ 의 결합수명분포  $S(x, y)$ 는 다음과 같다.

$$S(x, y) = \begin{cases} \exp[-\lambda_{11}x - \lambda_{12}y] & , 0 \leq x, y < \tau \\ \exp[-\lambda_{11}x - \lambda_{22}(y-\tau) - \lambda_{12}\tau] & , 0 \leq x < \tau < y < \eta \\ \exp[-\lambda_{21}(x-\tau) - \lambda_{12}y - \lambda_{11}\tau] & , 0 \leq y < \tau < x < \eta \\ \exp[-\lambda_{21}(x-\tau) - \lambda_{22}(y-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] & , \tau \leq x, y < \eta \\ \exp[-\lambda_{11}x - \lambda_{22}(\eta-\tau) - \lambda_{12}\tau] & , 0 \leq x < \tau < \eta \leq y \\ \exp[-\lambda_{21}(\eta-\tau) - \lambda_{11}y - \lambda_{11}\tau] & , 0 \leq y < \tau < \eta \leq x \\ \exp[-\lambda_{21}(x-\tau) - \lambda_{22}(\eta-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] & , \tau \leq x < \eta \leq y \\ \exp[-\lambda_{21}(\eta-\tau) - \lambda_{22}(y-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] & , \tau \leq y < \eta \leq x \\ \exp[-\lambda_2 \cdot (\eta-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] & , \eta \leq x, y. \end{cases} \quad (2.1)$$

식(2.1)을 근거로 하여  $T = \max(X, Y)$ 로 정의되는 확률변수  $T$ 의 수명분포  $S(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$S(t) = \begin{cases} \{1 - \exp[-\lambda_{12}t]\} \exp[-\lambda_{11}t] \\ \quad + \{1 - \exp[-\lambda_{11}t]\} \exp[-\lambda_{12}t] & , 0 \leq t < \tau \\ \\ \{1 - \exp[-\lambda_{11}\tau]\} \exp[-\lambda_{22}t - \lambda_{12}\tau] \\ \quad + \{1 - \exp[-\lambda_{12}\tau]\} \exp[-\lambda_{21}t - \lambda_{11}\tau] \\ \quad + \{1 - \exp[-\lambda_{21}(t-\tau)]\} \exp[-\lambda_{22}(t-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] \\ \quad + \{1 - \exp[-\lambda_{22}(t-\tau)]\} \exp[-\lambda_{21}(t-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] & , \tau \leq t < \eta \\ \\ \{1 - \exp[-\lambda_{11}\tau]\} \exp[-\lambda_{22}(\eta-\tau) - \lambda_{12}\tau] \\ \quad + \{1 - \exp[-\lambda_{12}\tau]\} \exp[-\lambda_{21}(\tau-\eta) - \lambda_{11}\tau] \\ \quad + \{1 - \exp[-\lambda_{21}(\eta-\tau)]\} \exp[-\lambda_{22}(\eta-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] \\ \quad + \{1 - \exp[-\lambda_{22}(\eta-\tau)]\} \exp[-\lambda_{21}(\eta-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] \\ \quad + \exp[-\lambda_2 \cdot (\eta-\tau) - \lambda_1 \cdot \tau] & , \eta \leq t \quad (2.2) \end{cases}$$

또한 시스템의 고장이 단계와 부품으로 구분되므로 각 경우의 확률은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} & P[\text{한 시스템이 단계 1에서 부품 1로 인하여 시간 } t \text{ 근방에서 고장나는 사건}] \\ & = \lambda_{11} \exp[-\lambda_{11}t] \{1 - \exp[-\lambda_{12}t]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P[\text{한 시스템이 단계 1에서 부품 2로 인하여 시간 } t \text{ 근방에서 고장나는 사건}] \\ & = \lambda_{12} \exp[-\lambda_{12}t] \{1 - \exp[-\lambda_{11}t]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P[\text{한 시스템이 단계 2에서 부품 1로 인하여 시간 } t \text{ 근방에서 고장나는 사건}] \\ & = \lambda_{21} \exp[-\lambda_{21}(t-\tau) - \lambda_{11}\tau] \{1 - \exp[-\lambda_{22}(t-\tau) - \lambda_{12}\tau]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P[\text{한 시스템이 단계 2에서 부품 2로 인하여 시간 } t \text{ 근방에서 고장나는 사건}] \\ & = \lambda_{22} \exp[-\lambda_{22}(t-\tau) - \lambda_{12}\tau] \{1 - \exp[-\lambda_{21}(t-\tau) - \lambda_{11}\tau]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P[\text{한 시스템이 부품 1로 인해 고장나지 않을 사건}] \\ & = \exp[-\lambda_{21}(\eta-\tau) - \lambda_{11}\tau] \{1 - \exp[-\lambda_{22}(\eta-\tau) - \lambda_{12}\tau]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P[\text{한 시스템이 부품 2로 인해 고장나지 않을 사건}] \\ & = \exp[-\lambda_{22}(\eta-\tau) - \lambda_{12}\tau] \{1 - \exp[-\lambda_{21}(\eta-\tau) - \lambda_{11}\tau]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P[\text{한 시스템이 두 부품 모두로 인해 고장나지 않을 사건}] \\ & = \exp[-\lambda_2 \cdot (\eta-\tau) - \lambda_1 \tau]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

### 3. 최대우도추정

식(2.3)을 근거로 하여 2.3절의 검사 및 관측과정으로부터 얻어진 자료  $t_{ijk}$ ,  $n_{ij}$  및  $n_{(i)}$  ( $i=1, 2, 3$ )을 이용하여 대수우도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \log L = & \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 n_{ij} \log \lambda_{ij} - \lambda_{11} \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(11)}} t_{11k} + (n_{(21)} + n_{(c1)} + n_{(c3)}) \tau \right\} \\
 & - \lambda_{12} \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(12)}} t_{12k} + (n_{(22)} + n_{(c2)} + n_{(c3)}) \tau \right\} - \lambda_{21} \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(21)}} t_{21k} - n_{(21)} \tau + (n_{(c1)} + n_{(c3)})(\eta - \tau) \right\} \\
 & - \lambda_{22} \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(22)}} t_{22k} - n_{(22)} \tau + (n_{(c2)} + n_{(c3)})(\eta - \tau) \right\} + \sum_{k=1}^{n_{(12)}} \log \{1 - \exp[-\lambda_{11} t_{12k}]\} \\
 & + \sum_{k=1}^{n_{(11)}} \log \{1 - \exp[-\lambda_{12} t_{11k}]\} + \sum_{k=1}^{n_{(21)}} \log \{1 - \exp[-\lambda_{22} t_{21k} + (\lambda_{22} - \lambda_{12}) \tau]\} \\
 & + \sum_{k=1}^{n_{(22)}} \log \{1 - \exp[-\lambda_{21} t_{22k} + (\lambda_{21} - \lambda_{11}) \tau]\} + n_{(c1)} \log \{1 - \exp[-\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12} \tau]\} \\
 & + n_{(c2)} \log \{1 - \exp[-\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11} \tau]\}. \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

모수  $\lambda_j$ 의 최대우도추정량은 식(3.1)의 대수우도함수를 각 모수에 관하여 편미분한 네 개의 우도방정식의 해로부터 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \log L}{\partial \lambda_{11}} = & \frac{n_{(11)}}{\lambda_{11}} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(11)}} t_{11k} + (n_{(21)} + n_{(c1)} + n_{(c3)}) \tau \right\} + \sum_{k=1}^{n_{(12)}} \frac{t_{12k} \exp[-\lambda_{11} t_{12k}]}{1 - \exp[-\lambda_{11} t_{12k}]} \\
 & + \sum_{k=1}^{n_{(22)}} \frac{\tau \exp[-\lambda_{21}(t_{22k} - \tau) - \lambda_{11} \tau]}{1 - \exp[\lambda_{21}(t_{22k} - \tau) - \lambda_{11} \tau]} + n_{(c1)} \frac{\tau \exp[-\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11} \tau]}{1 - \exp[\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11} \tau]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \log L}{\partial \lambda_{12}} = & \frac{n_{(12)}}{\lambda_{12}} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(12)}} t_{12k} + (n_{(22)} + n_{(c2)} + n_{(c3)}) \tau \right\} + \sum_{k=1}^{n_{(11)}} \frac{t_{11k} \exp[-\lambda_{12} t_{11k}]}{1 - \exp[-\lambda_{12} t_{11k}]} \\
 & + \sum_{k=1}^{n_{(21)}} \frac{\tau \exp[-\lambda_{22}(t_{21k} - \tau) - \lambda_{12} \tau]}{1 - \exp[\lambda_{22}(t_{21k} - \tau) - \lambda_{12} \tau]} + n_{(c1)} \frac{\tau \exp[-\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12} \tau]}{1 - \exp[\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12} \tau]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \log L}{\partial \lambda_{21}} = & \frac{n_{(21)}}{\lambda_{21}} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(21)}} (t_{21k} - \tau) + (n_{(c1)} + n_{(c3)})(\eta - \tau) \right\} \\
 & + \sum_{k=1}^{n_{(22)}} \frac{(t_{22k} - \tau) \exp[-\lambda_{21}(t_{22k} - \tau) - \lambda_{11} \tau]}{1 - \exp[\lambda_{21}(t_{22k} - \tau) - \lambda_{11} \tau]} \\
 & + n_{(c2)} \frac{(\eta - \tau) \exp[-\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11} \tau]}{1 - \exp[\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11} \tau]}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \lambda_{22}} = \frac{n_{(22)}}{\lambda_{22}} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(22)}} (t_{22k} - \tau) + (n_{(c2)} + n_{(c3)})(\eta - \tau) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^{n_{(21)}} \frac{(t_{21k} - \tau) \exp[-\lambda_{22}(t_{21k} - \tau) - \lambda_{12}\tau]}{1 - \exp[\lambda_{22}(t_{21k} - \tau) - \lambda_{12}\tau]} \\
& + n_{(c1)} \frac{(\eta - \tau) \exp[-\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12}\tau]}{1 - \exp[\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12}\tau]}. \quad (3.2)
\end{aligned}$$

이들 추정량의 근사 분산, 공분산은 정보행렬로부터 얻어지는데, 정보행렬을 얻기 위해서는 먼저 2차 편도함수를 구해야 한다. 그러나 이 시점에서의 계산이 매우 복잡하므로 박희창 등(1991)이 제안한 방법을 이용하여 두 개의 항을 다음과 같이 근사적인 값으로 내치하고자 한다.

$$(1) y \frac{\exp[-\lambda_{1j}y]}{1 - \exp[-\lambda_{1j}y]} \text{ 를 } \frac{1}{\lambda_{1j}} - \frac{1}{\lambda_{1j}\tau} a_j(\tau) \text{ y로 대치한다.}$$

$$\text{여기서 } a_j(\tau) = \frac{\tau \exp[-\lambda_{1j}\tau]}{1 - \exp[-\lambda_{1j}\tau]} \text{ 이다. } (j=1, 2)$$

$$(2) \frac{\exp[-\lambda_{2j}(y-\tau) - \lambda_{1j}\tau]}{1 - \exp[-\lambda_{2j}(y-\tau) - \lambda_{1j}\tau]} \text{ 를 } \exp[-\lambda_{2j}(y-\tau) - \lambda_{1j}\tau] \text{ 로 대치한다. } (j=1, 2)$$

위의 두 사실을 근거로 하여 편도함수의 변형된 형태는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \log L^*}{\partial \lambda_1} &= \frac{n_{(1)}}{\lambda_1} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(12)}} t_{11k} + (n_{(c1)} + n_{(c2)} + n_{(c3)}\tau) + n_{(c1)}\tau \exp[-\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11}\tau] \right. \\
&\quad \left. - \left\{ -\frac{1}{\lambda_{11}\tau} + 1 - \frac{1}{1 - \exp[-\lambda_{11}\tau]} \right\} \sum_{k=1}^{n_{(12)}} t_{11k} \right. \\
&\quad \left. + \tau \exp[-\lambda_{11}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(22)}} \exp[-\lambda_{21}(t_{22k} - \tau)] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \log L^*}{\partial \lambda_2} &= \frac{n_{(1)}}{\lambda_{12}} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(12)}} t_{12k} + (n_{(c2)} + n_{(c2)} + n_{(c3)}\tau) + n_{(c1)}\tau \exp[-\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12}\tau] \right. \\
&\quad \left. - \left\{ -\frac{1}{\lambda_{12}\tau} + 1 - \frac{1}{1 - \exp[-\lambda_{12}\tau]} \right\} \sum_{k=1}^{n_{(12)}} t_{12k} \right. \\
&\quad \left. + \tau \exp[-\lambda_{12}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(21)}} \exp[-\lambda_{22}(t_{21k} - \tau)] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \log L^*}{\partial \lambda_3} &= \frac{n_{(21)}}{\lambda_{21}} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(21)}} (t_{21k} - \tau) + (n_{(c1)} + n_{(c3)}(\eta - \tau)) \right. \\
&\quad \left. + n_{(c2)}(\eta - \tau) \exp[-\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11}\tau] \right. \\
&\quad \left. + \exp[-\lambda_{11}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(22)}} (t_{22k} - \tau) \exp[-\lambda_{21}(t_{22k} - \tau)] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log L^*}{\partial \lambda_{22}} &= \frac{n_{(2)}^{(2)}}{\lambda_{22}} - \left\{ \sum_{k=1}^{n_{(22)}} (t_{22k} - \tau) + (n_{(c2)} + n_{(c3)})(\eta - \tau) \right\} \\ &\quad + n_{(c1)}(\eta - \tau) \exp[-\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12}\tau] \\ &\quad + \exp[-\lambda_{12}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(21)}} (t_{21k} - \tau) \exp[-\lambda_{22}(t_{21k} - \tau)]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

식 (3.3)으로부터 2차 편도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{11}^2} &= -\frac{n_{(1)}^{(1)}}{\lambda_{11}^2} + \left\{ \frac{1}{\lambda_{11}^2 \tau} - \frac{\tau \exp[-\lambda_{11}\tau]}{(1 - \exp[-\lambda_{11}\tau])^2} \right\} \sum_{k=1}^{n_{(12)}} t_{12k} \\ &\quad - \tau \exp[-\lambda_{11}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(22)}} \exp[-\lambda_{21}(t_{22k} - \tau)] - n_{(c2)} \tau^2 \exp[-\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11}\tau] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{12}^2} &= -\frac{n_{(1)}^{(1)}}{\lambda_{12}^2} + \left\{ \frac{1}{\lambda_{12}^2 \tau} - \frac{\tau \exp[-\lambda_{12}\tau]}{(1 - \exp[-\lambda_{12}\tau])^2} \right\} \sum_{k=1}^{n_{(11)}} t_{11k} \\ &\quad - \tau \exp[-\lambda_{12}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(21)}} \exp[-\lambda_{22}(t_{21k} - \tau)] - n_{(c1)} \tau^2 \exp[-\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12}\tau] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{21}^2} &= -\frac{n_{(1)}^{(1)}}{\lambda_{21}^2} - \exp[-\lambda_{11}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(22)}} (t_{22k} - \tau)^2 \exp[-\lambda_{21}(t_{22k} - \tau)] \\ &\quad - n_{(c1)}(\eta - \tau)^2 \exp[-\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11}\tau] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{22}^2} &= -\frac{n_{(2)}^{(2)}}{\lambda_{22}^2} - \exp[-\lambda_{12}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(21)}} (t_{21k} - \tau)^2 \exp[-\lambda_{22}(t_{21k} - \tau)] \\ &\quad - n_{(c1)}(\eta - \tau)^2 \exp[-\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12}\tau] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{11} \partial \lambda_{21}} &= -\tau \exp[-\lambda_{11}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(22)}} (t_{22k} - \tau) \exp[-\lambda_{21}(t_{22k} - \tau)] \\ &\quad - n_{(c1)} \tau (\eta - \tau) \exp[-\lambda_{21}(\eta - \tau) - \lambda_{11}\tau] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{12} \partial \lambda_{22}} &= -\tau \exp[-\lambda_{12}\tau] \sum_{k=1}^{n_{(21)}} (t_{21k} - \tau) \exp[-\lambda_{22}(t_{21k} - \tau)] \\ &\quad - n_{(c1)} \tau (\eta - \tau) \exp[-\lambda_{22}(\eta - \tau) - \lambda_{12}\tau] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{11} \partial \lambda_{12}} = \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{11} \partial \lambda_{22}} = \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{12} \partial \lambda_{21}} = \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{21} \partial \lambda_{22}} = 0. \quad (3.4)$$

정보행렬을 구하기 위한 다음 단계로 2차 편도함수의 기대값을 구해야 하는데, 식을 간단히 나타내기 위해 다음과 같이 정의한다.



$$\begin{aligned} A_{1j} &= \exp[-\lambda_{1j}\tau] \\ A_{2j} &= \exp[-\lambda_{2j}(\eta-\tau)] \\ A_{1\cdot} &= A_{11}A_{12}, \quad A_{j\cdot} = A_{j1}A_{j2}, \quad A_{\cdot\cdot} = A_{1\cdot}A_{2\cdot} \end{aligned}$$

여기서  $i=1, 2$ 이고,  $j=1, 2$ 이다. 또한 다음의 값을 쉽게 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} e_{1j} &= E(n_{(1j)}) = n(1 - A_{1j}) - n \frac{\lambda_{1j}}{\lambda_{1\cdot}} (1 - A_{1\cdot}) \\ e_{2j} &= E(n_{(2j)}) = n(A_{1\cdot} - A_{1j})(1 - A_{2j}) + nA_{1\cdot} \left\{ 1 - A_{2j} - \frac{\lambda_{2j}}{\lambda_{2\cdot}} (1 - A_{2\cdot}) \right\} \\ e_{cj} &= E(n_{(cj)}) = nA_{2j}(A_{1j} - A_{1\cdot}) + nA_{1\cdot} (A_{2j} - A_{2\cdot}) \\ e_{c3} &= E(n_{(c3)}) = nA_{\cdot\cdot} \\ E \left[ \sum_{k=1}^{n_{(1j)}} t_{1jk} \right] &= n \left\{ \frac{1}{\lambda_{1j}} (1 - A_{1j}) - \tau A_{1j} - \frac{\lambda_{1j}}{\lambda_{1\cdot}^2} (1 - A_{1\cdot}) + \frac{\lambda_{1j}}{\lambda_{1\cdot}} \tau A_{1\cdot} \right\} \\ E \left[ \sum_{k=1}^{n_{(2j)}} \exp[-(\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j})(t_{2jk} - \tau)] \right] &= n \left\{ \frac{\lambda_{2j}}{\lambda_{2\cdot}} A_{1j} (1 - A_{2\cdot}) - \frac{\lambda_{2j}}{2\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j}} A_{1\cdot} \left( 1 - \frac{A_{2\cdot}^2}{A_{2j}} \right) \right\} \\ E \left[ \sum_{k=1}^{n_{(2j)}} (t_{2jk} - \tau) \exp[-(\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j})(t_{2jk} - \tau)] \right] &= n \frac{\lambda_{2j}}{\lambda_{2\cdot}} A_{1j} \left\{ \frac{1}{\lambda_{2\cdot}} (1 - A_{2\cdot}) - (\eta - \tau) A_{2\cdot} \right\} \\ &\quad - n \frac{\lambda_{2j}}{2\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j}} A_{1\cdot} \left\{ \frac{1}{2\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j}} \left( 1 - \frac{A_{2\cdot}^2}{A_{2j}} \right)^2 - (\eta - \tau) \frac{A_{2\cdot}^2}{A_{2j}} \right\} \\ E \left[ \sum_{k=1}^{n_{(2j)}} (t_{2jk} - \tau)^2 \exp[-(\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j})(t_{2jk} - \tau)] \right] &= 2n \frac{\lambda_{2j}}{\lambda_{2\cdot}^2} A_{1j} \left\{ \frac{1}{\lambda_{2\cdot}} (1 - A_{2\cdot}) - (\eta - \tau) A_{2\cdot} \right\} \\ &\quad - n \frac{\lambda_{2j}}{\lambda_{2\cdot}} (\eta - \tau)^2 A_{2\cdot} A_{1j} + n \frac{\lambda_{2j}}{2\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j}} (\eta - \tau)^2 \frac{A_{\cdot\cdot} A_{2\cdot}}{A_{2j}} \\ &\quad - 2n \frac{\lambda_{2j}}{(2\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j})^2} A_{1\cdot} \left\{ \frac{1}{2\lambda_{2\cdot} - \lambda_{2j}} \left( 1 - \frac{A_{2\cdot}^2}{A_{2j}} \right) - (\eta - \tau) \left( 1 - \frac{A_{2\cdot}^2}{A_{2j}} \right) \right\} \quad (3.5) \end{aligned}$$

여기서  $j=1, 2$ 이다. 위의 사실로부터 2차편도함수의 기대값은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} E \left[ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{11}^2} \right] &= -\frac{e_{11}}{\lambda_{11}^2} - P_1 - \tau^2 A_{11} Q_{01} \\ E \left[ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{12}^2} \right] &= -\frac{e_{11}}{\lambda_{12}^2} - P_2 - \tau^2 A_{12} Q_{\cdot 2} \\ E \left[ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{21}^2} \right] &= -\frac{e_{21}}{\lambda_{21}^2} - A_{11} Q_{21} + (\eta - \tau)^2 R_{01} + (\eta - \tau) R_{11} \\ E \left[ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{22}^2} \right] &= -\frac{e_{22}}{\lambda_{22}^2} - A_{12} Q_{22} + (\eta - \tau)^2 R_{02} + (\eta - \tau) R_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E \left[ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{11} \partial \lambda_{21}} \right] &= -\tau A_{11} Q_{11} + \tau(\eta - \tau) R_{01} \\
 E \left[ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \lambda_{12} \partial \lambda_{22}} \right] &= -\tau A_{12} Q_{12} + \tau(\eta - \tau) R_{02}
 \end{aligned} \quad (3.6)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 P_j &= \frac{n}{\lambda_{1j}^2} \left\{ 1 - \frac{A_{1j}}{A_{1j}} - \left(1 - \frac{\lambda_{1j}}{\lambda_{1j}}\right) (1 - A_{1j}) \right\} + n \left\{ \frac{\tau A_{1j}}{(1 - A_{1j})^2} - \frac{1}{\tau \lambda_{1j}^2} \right\} \\
 &\quad \cdot \left\{ \frac{1}{\lambda_{1j} - \lambda_{1j}} \left(1 - \frac{A_{1j}}{A_{1j}}\right) - \frac{\tau A_{1j}}{A_{1j}} - \frac{\lambda_{1j} - \lambda_{1j}}{\lambda_{1j}^2} (1 - A_{1j}) + \left(1 - \frac{\lambda_{1j}}{\lambda_{1j}}\right) \tau A_{1j} \right\} \\
 &\quad n \tau^2 A_{1j} \left\{ \frac{A_{1j}}{A_{1j}} (1 - A_{1j}) + \frac{A_{1j}}{A_{2j}} (1 - A_{2j}) \right\} \\
 Q_{0j} &= n \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}} \right) \frac{A_{1j}}{A_{1j}} (1 - A_{2j}) - n \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}} \right) A_{1j} (1 - A_{2j} \cdot A_{2j}) \\
 Q_{1j} &= n \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}^2} \right) \frac{A_{1j}}{A_{1j}} (1 - A_{2j}) - n \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}^2} \right) A_{1j} (1 - A_{2j} \cdot A_{2j}) \\
 Q_{2j} &= 2n \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{1j}^3} \right) \frac{A_{1j}}{A_{1j}} (1 - A_{2j}) - n \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}^3} \right) A_{1j} (1 - A_{2j} \cdot A_{2j}) \\
 R_{0j} &= n A_{1j} A_{1j} \left\{ \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}} \right) \frac{A_{1j}}{A_{1j}} - \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}} \right) A_{1j} \cdot A_{2j} \right\} \\
 &\quad - n A_{1j} \left\{ \frac{A_{1j}}{A_{1j}} (1 - A_{1j}) + \frac{A_{1j}}{A_{2j}} (1 - A_{2j}) \right\} \\
 R_{1j} &= 2n A_{1j} A_{1j} \left\{ \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}^2} \right) \frac{A_{1j}}{A_{1j}} - \left( \frac{\lambda_{2j} - \lambda_{2j}}{\lambda_{2j}^2} \right) A_{1j} \cdot A_{2j} \right\} \\
 &\quad - n A_{1j} \left\{ \frac{A_{1j}}{A_{1j}} (1 - A_{1j}) + \frac{A_{1j}}{A_{2j}} (1 - A_{2j}) \right\}
 \end{aligned}$$

이다. ( $j=1, 2$ )

#### 4. 최적화 과정

본 연구에서의 문제는 제 2장에서 나타난 단순 SSLT모형을 통하여 모수 또는 모수들의 함수값을 관측값으로부터 추정하고자 할 때, 그 오차가 가능한 한 최소가 되도록 하는 충격의 변환시점  $\tau$ 를 찾는 것이다. 본 연구에서는 각 부품의 정상조건에서의 평균수명의

대수값,  $\alpha_j + \beta_j V_0$  ( $j=1, 2$ )의 추정량의 분산의 합이 최소가 되도록 하는  $\tau$ 를 찾고자 한다. 이를 위해  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 최대우도추정량의 근사 분산, 공분산을 구해야 하는데, 이는  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 정보행렬로부터 얻어진다.  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 정보행렬  $I_{\alpha\beta}$ 는 식 (3.6)으로부터 얻어진  $\lambda_{ij}$  ( $i=1, 2$ ;  $j=1, 2$ )의 정보행렬  $I_{\lambda}$ 를 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$I_{\alpha\beta} = J I_{\lambda} J' \quad (4.1)$$

여기서

$$J = \begin{pmatrix} -\lambda_{11} & -\lambda_{21} & 0 & 0 \\ -V_1 \lambda_{11} & -V_2 \lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_{12} & -\lambda_{22} \\ 0 & 0 & -V_1 \lambda_{12} & -V_2 \lambda_{22} \end{pmatrix}$$

이다.

정보행렬의 각 원소를 간단하게 표현하기 위해 먼저 각 원소에 포함되어 있는 공통적인 항을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} M_{1j} &= \frac{e_{1j}}{\lambda_{1j}^2} + P_j + \tau^2 A_{1j} Q_{0j} \\ M_{2j} &= \frac{e_{2j}}{\lambda_{2j}^2} - (\eta - \tau)^2 R_{0j} + A_{1j} Q_{2j} - (\eta - \tau) R_{1j} \\ M_{2j} &= \tau A_{1j} Q_{1j} - \tau(\eta - \tau) R_{0j}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

그러면 정보행렬  $I_{\alpha\beta}$ 의 각 항은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} E \left[ -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \alpha_j^2} \right] &= \lambda_{1j}^2 M_{1j} + \lambda_{.j} M_{3j} \\ E \left[ -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \beta_j^2} \right] &= V_1^2 \lambda_{1j}^2 M_{1j} + 2V_1 V_2 \lambda_{.j} M_{3j} + V_2^2 \lambda_{2j}^2 M_{2j} \\ E \left[ -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \alpha_j \partial \beta_j} \right] &= V_1 \lambda_{1j}^2 M_{1j} + \lambda_{.j} M_{3j} (V_1 + V_2) + V_2 \lambda_{2j}^2 M_{2j}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

이와 같이 얻어진 정보행렬  $I_{\alpha\beta}$ 로부터  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 최대우도추정량의 근사 분산, 공분산 행렬을 계산한 후, 각 부품의 평균수명의 대수값에 관한 추정량의 근사 분산의 합을 구하여 총격 변환시점의 함수인 목적함수  $h(\tau)$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$h(\tau) = \sum_{j=1}^2 AVar(\hat{x}_i + \beta_j V_j) = \sum_{j=1}^2 \frac{\{B_{1j} + 2(1 + \frac{1}{\xi})B_{3j} + (1 + \frac{1}{\xi})^2 B_{2j}\} \xi^2}{B_{1j}B_{2j} - B_{3j}^2} \quad (4.4)$$

여기서

$$B_{1j} = \lambda_{ij}^2 M_{ij}, \quad B_{3j} = \lambda_{ij} M_{3j}, \quad \xi = \frac{V_1 - V_0}{V_2 - V_1}$$

이다 ( $i=1, 2; j=1, 2$ ).

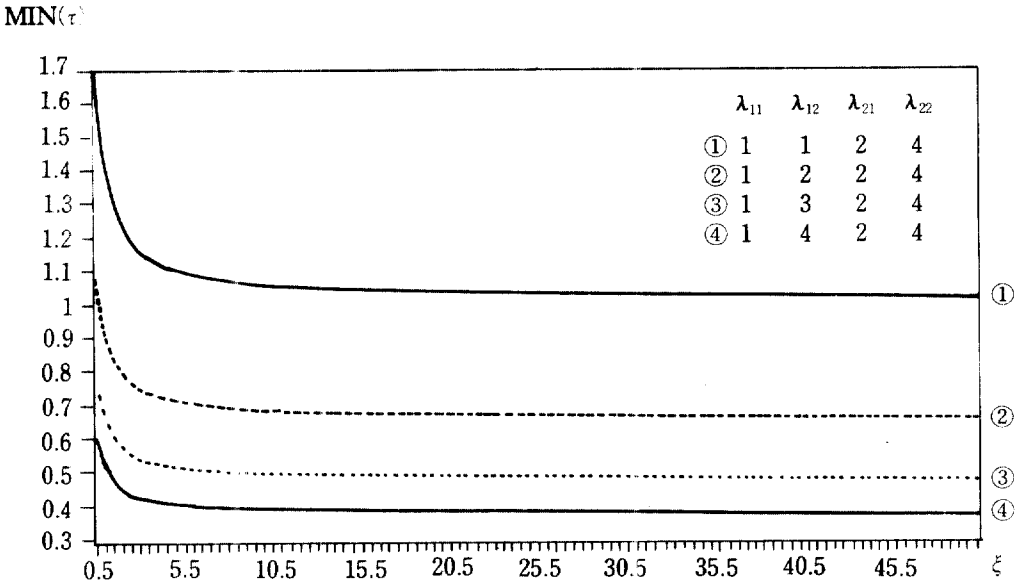
## 5. 최적 변환시점의 탐색

두 개의 부품이 병렬로 연결된 시스템의 평균수명의 추정량의 분산을 최소화하는 충격 변환시점은 식(4.4)의  $h(\tau)$ 에 검사자가 추정하는 모수  $\lambda$ 의 값을 대입하여 이 함수값을 최소가 되게 하는  $\tau$ 로 결정한다. 먼저 목적함수  $h(\tau)$ 를 살펴 보면 구성요소인  $B_{ij}$  ( $i=1, 2, 3$ )속에  $\lambda_{21}$ 과  $\lambda_{22}$ 가  $\lambda_{21}/\lambda_{22}$ 의 형태로 삽입되어 있는 것을 알 수 있다. 이 점은 직렬형 시스템의 검사를 위하여 배도선 등(1991)에 의해서 제안된 최적시점 결정 공식인

$$\tau^* = \log(1 + \sqrt{R(1 + 1/\xi)}) / (\lambda_{11} + \lambda_{12}) \quad (5.1)$$

에서  $R$ 이  $\{(\lambda_{11} + \lambda_{12})(1/\lambda_{11} + 1/\lambda_{12})\} / \{(\lambda_{21} + \lambda_{22})(1/\lambda_{21} + 1/\lambda_{22})\}$ 으로 나타나는 데, 본 연구에서도  $\tau^*$ 가  $\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{21}, \lambda_{22}$ 의 함수형태로 나타나므로 병렬형 시스템에서 구한 본 연구의 결과가 직렬형의 결과와 일치되는 특성을 나타내고 있다. 해석학적으로 보이지는 못하였지만, 최적시점의 선택이  $\lambda_{21}/\lambda_{22}$ 의 값에는 별로 큰 영향을 받지 아니하는 경향을 발견하였는데, 이 점은 보다 많은 실험과 수리적인 고찰을 필요로 하고 있다.

이러한 사실들을 발견, 추정하면서  $\xi$ 와 네 가지의  $\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{21}, \lambda_{22}$  (실제로는  $\lambda_{11}$ 과  $\lambda_{12}$ 의 조합)에 대하여 최적시점  $\tau$ 를 계산하여 (그림 5.1)에 제시하였다. 그림에서 보는 바와 같이  $\xi$ 가 커질수록 즉 검사가 정상충격보다 강한 곳에서 행해질수록 충격변환이 빨리 일어나는 것으로 나타났고, 부품의 고장률이 클수록 빠른 충격변화를 요구한다는 사실을 발견할 수 있다. 이러한 현상을 보다 수리적으로 밝히는 연구가 행해져야 한다고 생각된다.



〈 그림 5.1 〉 최적 총격변환시점

## 6. 결론

본 연구에서는 절단된 자료가 있는 독립적인 부품을 갖는 병렬형 시스템의 단계적 총격수명검사에 관하여 고찰하였다. 모형화단계에서는 각 부품의 수명이 지수분포를 따르고, 총격과 수명분포와의 관계는 평균수명의 대수값이 총격과 선형관계를 갖고 있으며, 검사개체에 총격의 누적효과를 설명하기 위하여 Nelson(1980)이 제안한 누적총격모형을 가정하였다. 분석단계에서는 모수의 최대 우도추정량을 이용하였으며, 이들 추정량의 근사분산, 공분산을 구하였다. 검사계획에 있어서는 모수의 근사분산, 공분산의 구조를 이용하여 각 부품의 정상조건에서의 평균수명의 대수값에 관한 추정량의 분산의 합이 최소가 되도록 하는 최적 변환시점을 탐색하였다.

향후 연구과제로는 본 연구의 결과를 바탕으로 절단된 자료가 있는 경우 서로 종속적인 부품으로 구성된 병렬형 시스템의 SSLT에 관한 연구와 3개 이상의 부품이 직렬형과 병렬형의 혼합형으로 구성된 시스템의 SSLT에 관한 연구가 기대된다.

## 참고문헌

[ 1 ] 박희창, 이석훈, 박래현(1992a), "두 개의 부품으로 구성된 시스템의 단계적 총격생명검사에 관한 연구," 「응용통계연구」, 5권, 2호, pp. 193-208.

- [ 2 ] 박희창, 이석훈(1992b), “중속적인 병렬형 시스템의 최적검사계획,” 「충남과학연구지」, 19권, 2호, pp. 10 – 15.
- [ 3 ] 박희창, 임대력, 최만석, 이석훈(1991), “이변량 시스템의 단계적충격검사를 위한 최적실험계획,” 「충남과학연구지」, 18권, 2호, pp. 24 – 37.
- [ 4 ] 이석훈(1989), “계단식 충격 생명검사에 관한 연구,” 「응용통계연구」, 2권 2호, pp. 61 – 78.
- [ 5 ] Armitage, P. and Doll, R. (1961), “Stochastic Models for Carcinogens,” *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, pp. 19 – 38.
- [ 6 ] Bai, D. S. and Chun, Y. R. (1991), “Optimum Simple Step Stress Accelerated Life Tests with Competing Causes of Failure,” *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 40, No. 5, pp. 622 – 627.
- [ 7 ] Bai, D. S., Kim, M. S., and Lee, S. H. (1989), “Optimum Simple Step Stress Accelerated Life Tests with Censoring,” *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 38, pp. 528 – 532.
- [ 8 ] Block, H. W. and Basu, A. P. (1974), “A Continuous Bivariate Exponential Extension,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 69, pp. 1031 – 1037.
- [ 9 ] Bora, J. S. (1979), “Step-Stress Accelerated Life Testing of Diodes,” *Microelectron Reliability*, Vol. 19, pp. 279 – 280.
- [ 10 ] DeGroot, M. H. and Goel, P. K. (1979), “Bayesian Estimation and Optimal Designs Partially Accelerated Life Testing,” *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 26, pp. 223 – 235.
- [ 11 ] Miller, R. and Nelson, W. (1983), “Optimum Simple Step Stress Plans for Accelerated Life Testing,” *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 32, pp. 59 – 65.
- [ 12 ] Nelson, W. (1980), “Accelerated Life Testing-Step Stress Models and Data Analysis,” *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 29, pp. 103 – 108.