

## 완전혼합영역을 갖는 성층축열조의 충전과정에 대한 이론적인 해석

### Theoretical Analysis of the Charging Process with Perfectly Mixed Region in Stratified Thermal Storage Tanks

유 호 선\*, 박 이 동\*\*  
H. Yoo, E. T. Pak

**Key words :** Thermal Storage Tank(축열조), Stratification(성층), Perfectly Mixed Region(완전혼합영역), Plug Flow Region(압출유동영역)

#### Abstract

A theoretical one-dimensional model for the charging process in stratified thermal storage tanks is established presuming that the fluid ensuing from the tank inlet creates a perfectly mixed, layer above the thermocline. Both the generic and asymptotic closed-form solutions are obtained via the Laplace transformation. The asymptotic solution describes the nature of the charging pertaining to the case of no thermal diffusion, whereas the generic solution is of practical importance to understand the role of operating parameters on the stratification. The present model is validated through comparison with available experimental data, where they agree well with each other within a reasonable limit. An interpretation of the exact solution entails two important features associated with the charging process. The first is that an increase in the mixing depth  $h_m$  causes a relatively slow temperature rise in the perfectly mixed region, but on the other hand it results in a faster decay of the overall temperature gradient across the thermocline. Next is the predominance of the mixing depth in the presence of the perfectly mixed region. In such a case the effect of the Peclet number is marginal and therefore the thermal characteristics are solely dependent on the mixing depth particularly for large  $h_m$ . The Peclet number affects significantly only for the case without mixing. Variation of the storage efficiency in response to the change in the mass flow rate agrees favorably with the published experimental results, which confirms the utility of the present study.

#### 기호설명

$a$  : 계수, 식(2)

$c$  : 상수, 식(20)

$Fo$  : Fourier수,  $Fo = ta/H^2$

$g$  : 중력가속도

$H$  : 축열조 충전깊이, 단위계단함수

$H_m$  : 완전혼합영역의 깊이

$H_p$  : 압출유동영역의 깊이

$h_m$  : 무차원  $H_m$  즉 혼합깊이,  $H_m/H$

$h_p$  : 무차원  $H_p$ ,  $H_p/H$

\* 정회원, 숭실대학교 기계공학과

\*\* 정회원, 성균관대학교 기계공학과

- Pe : Peclet수,  $Pe=UH/\alpha$
- Ri : Richardson수, 식(18)
- s : Laplace변수
- T : 온도
- t : 시간
- U : 축열조내 단면평균유속
- $U_i$  : 축열조입구관내 유속
- u : 무차원 유속,  $u=Pe$
- v : 식(16)에서 정의
- x : 압출유동영역내의 위치
- $x'$  : 전체축열조내의 위치

그리스 문자

- $\alpha$  : 축열유체의 열확산율
- $\beta$  : 축열유체의 열팽창계수
- $\eta_s$  : 축열효율, 식(17)
- $\theta$  : 무차원온도,  $(T-T_0)/(T_i-T_0)$
- $\theta_1$  : 등온경계시 무차원온도분포, 식(9)
- $\frac{\theta_1}{\theta}$  : Laplace변환된 무차원온도
- $\lambda$  : 가변수
- $\xi, \xi'$  : 무차원위치,  $x/H, x'/H$
- $\tau$  : 무차원시간,  $\tau=Fo$

하 첨 자

- d : 열확산이 없는 경우
- i : 축열조 입구
- m : 완전혼합영역
- 0 : 초기상태

1. 서 론

유체를 축열물질로 사용하는 현열축열에 있어서 열성층특성은 축열시스템의 성능에 직접적인 영향을 미친다.<sup>(1)</sup> 열성층에 관한 다양한 실험적 또는 수치적인 연구의 결과 축열조를 통과하는 축열물질의 전체유동(bulk flow)에 의한 온도장의 교란, 입구부근에서의 유체혼합, 불완전한 단열에 따른 열손실, 용기벽면을 통한 열전도로 인한 국부적인 자연대류, 유체내의 열확산 등이 열성층을 파괴하는

인자임이 규명되었다.<sup>(2-6)</sup> 이에따라, 궁극적으로는 축열시스템의 성능을 향상시키기 위하여 분배기(distributor)를 비롯한 출입구의 형상변화, 유량제어, 용기내부단열 등 축열조내의 열성층을 효율적으로 유지시키기 위한 방법이 모색되어 왔다.

축열조의 설계를 위하여 성층특성을 포함한 축열 성능을 예측할 때, 입구효과로 인한 유체혼합(momentum induced mixing)을 제외한 다른 성층과 괴인자는 그 영향이 상대적으로 작기 때문에<sup>(6)</sup> 해석에서 무시될 수도 있다. 그러나, 유체혼합은 다음과 같이 성층특성에 현저한 영향을 미치므로 적절한 방법을 통하여 해석에 고려되어야만 실제 현상과 부합되는 예측결과가 얻어질 수 있다. 구체적으로, Sliwinski등<sup>(7)</sup>은 상부에서 고온수가 유입되는 온수축열조에 대한 충전실험에서 입구부근에 형성되는 혼합유체층의 깊이는 수정된 Richardson 수의 항으로 특성화될 수 있으며, 일정한 Ri수 이하인 경우 축열조내의 유체는 완전혼합 즉 비성층 상태에 도달하여 축열성능을 현저하게 저하시킨다고 보고한 바 있다. Richardson수는 입구형상, 유량, 입구와 초기상태사이 온도차 등의 함수이기 때문에 축열조에 따라 그 수치는 다르지만, 혼합깊이(mixing depth)의 Ri수에 대한 의존도는 축열조의 기하학적 형상비(높이/직경)및 입구형상을 변화시키면서 실험을 수행한 Pak<sup>(8)</sup>에 의해서도 재확인되고 있다. 또한, 하부에서 저온수가 수평으로 유입되는 축열조를 대상으로 실험한 Baines등<sup>(9)</sup>은 유체혼합을 가시화하고 성층특성과 유입조건사이의 밀접한 관계를 규명하였다. 한편, Csordas등<sup>(10)</sup>은 입구효과로 인한 유체혼합과 원인은 다르지만 본질적으로는 같은 현상인 plume entrainment를 태양열시스템의 축열조해석에 포함시킨 결과 전체성능이 10% 이상 저하된다고 발표하였다.

용기벽면의 열전도로 인한 자연대류의 영향 규명 등 연구의 성격상 다차원해석이 불가피한 경우도 있으나 실제 다차원현상의 축열성능에 대한 기여도는 크지 않기 때문에,<sup>(6)</sup> 지금까지 축열조내의 열적 거동을 예측하기 위하여 사용된 대부분의 해석모델은 1차원적이다. 이러한 1차원모델의 유용성과 몇몇 대표적인 모델의 특징에 관해서는 Zurigat등<sup>(11)</sup>이 구체적으로 취급한 바 있다. 다만, 해석방법의 관점에서 고찰할 때, 다차원모델은 물론 1차원모델

의 대부분도 수치해석에 의존하고 있는 실정이다. 극히 제한된 범위내에서 단순화된 모델에 대한 해석적인 접근이 시도되어 왔으나 축열조내의 실제거동 예측을 위한 목적보다는 이상적인 경우에 도달 가능한 최대 열성층 또는 축열효율의 상하한치 등 축열조에 관한 이론적인 기초를 확립하기 위하여 수행되었다.<sup>(12)</sup>

본 연구는 이와같은 종래의 해석적인 접근의 한계에서 탈피하여 축열조의 실제 성능 예측에 용이하게 적용될 수 있는 실용적인 해석방법의 하나를 제시하기 위하여 시도되었다. 이미 그 중요성에 관하여 언급된 충전과정동안의 유체혼합을 고려하여 해석모델을 정립하고, 정립된 모델에 대하여 해석적인 해를 구한다. 가용한 실험결과와의 비교 및 대표적인 경우에 대한 구체적인 결과의 예시를 통하여 본 연구의 유용성을 보이고, 혼합깊이와 Peclet수 등 충전과정을 지배하는 특성인자가 과도적인 온도분포 및 축열효율에 미치는 영향을 규명한다. 아울러, 구해진 해의 점근적인 거동을 확인하기 위하여 열확산이 없는 특수한 경우에 대한 해석도 병행하고자 한다.

## 2. 해 석

### 2.1 해석대상모델

본 연구의 해석대상은 전형적인 축열조의 하나로서, Fig.1에 개략적으로 도시된 바와 같이, 축열조 상부에 입구, 하부에 출구가 있으며, 초기에는 온도  $T_0$ 인 균일한 유체가 높이  $H$ 인 상태로 채워져 있다. 충전이 시작되면 온도  $T_i$ 인 고온유체가 입구를 통하여 유입됨과 동시에 저온유체는 출구를 통하여 유출된다. 축열조를 통과하는 유체의 유량(또는 단면평균유속  $U$ ) 및 입구온도는 일정하며, 축열조는 완전단열되어 외부로의 열손실은 없다. 유동에 대한 벽면의 경계효과, 벽면을 통한 열전도 등 다차원현상은 무시될 수 있다고<sup>(6,11)</sup> 가정하였다.

입구에서의 유체유입에 따른 혼합을 고려하기 위하여 축열조의 상부에 온도가 균일한 유체층이 존재한다고 가정하면, 축열조는 Fig.1과 같이 깊이  $H_m$ 인 완전혼합영역 및 인접하는 깊이  $H_p$ 인 압출유동영역(plug flow region)으로 구성되며, 전체는 1

차원적으로 취급될 수 있다. 완전혼합유체층의 존재는 이미 실험적으로 규명된 바 있으며,<sup>(7,8)</sup> 충전과정을 통하여 그 깊이의 변화는 극히 작으므로  $H_m$ 은 일정하다고 간주하였다. 이와같은 모델의 타당성은 유사한 형태의 2영역 1차원모델이 수치해석<sup>(10,13)</sup>에 보편적으로 채용되고 있는 점으로부터 간접적으로 확인될 수 있다.

충전과정동안 완전혼합영역의 온도  $T_m$ 은 시간의 경과에 따라 상승하면서 입구온도  $T_i$ 에 접근한다. 압출유동영역의 온도는 시간 및 2영역의 경계로부터 위치  $x$ 에 따라 변화하며  $T(0, t) = T_m(t)$ 를 만족한다. 결과적으로 해석은 완전혼합영역의 과도 온도  $T_m(t)$ 를 구하고 이를 경계조건으로 압출유동영역에 대한 온도분포  $T(x, t)$ 를 결정하는 방법으로 수행된다. 실제 해석과정에서는 기호설명에서 정의된 무차원 변수 및 인자를 사용하였다.

### 2.2 완전혼합영역

이 영역의 온도변화는 에너지 균형으로부터 무차원화된 방정식

$$\frac{d\theta_m}{dt} = a(\theta_i - \theta_m) \tag{1}$$

에 의해 지배됨을 쉽게 알 수 있다. 여기서,

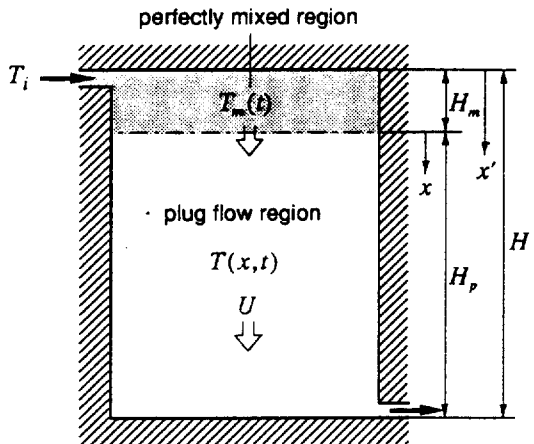


Fig.1 Schematic of the two-region one-dimensional model for the charging process.

$$a = u/h_m \quad (2)$$

로 정의된다. 입구온도가 시간에 대하여 불변 ( $\theta_i = 1$ )이므로 식(1)의 해는

$$\theta_m(\tau) = 1 - e^{-a\tau} \quad (3)$$

이다.

한편, 축열조의 충전과정에 있어서 특성시간은 축열조의 1회 충전시간(turn-over time)  $H/U$ 로서 무차원화하면  $1/Pe$ 가 된다. 따라서  $Pe \cdot Fo$  즉  $u\tau$ 는  $[0,1]$ 의 범위를 갖는 표준화된 시간(normalized time)<sup>(12)</sup>이 된다. 표준화된 시간의 관점에서 식(3)으로 표시된 온도변화  $\theta_m$ 은 혼합깊이  $h_m$ 에만 의존함을 알 수 있다.

### 2.3 압출유동영역

압출유동에 대한 무차원화된 지배방정식은 이미 잘 알려진 바와 같이<sup>(12)</sup>

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad (4)$$

로서 Peclet수  $Pe$  즉 무차원유속  $u$ 에 의해 특성화된다. 초기조건 및 2영역의 경계( $\xi=0$ )에서 온도는 무차원수의 정의 및 2.1절의 모델로부터 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\theta(\xi, 0) = 0 \quad (5)$$

$$\theta(0, \tau) = \theta_m(\tau) \quad (6)$$

출구에서의 경계조건은 Cabelli<sup>(14)</sup>, Yoo와 Pak<sup>(12)</sup>의 연구에서와 같이

$$\theta(\infty, \tau) = 0 \quad (7)$$

로 취하였다. 사실, 출구에서는 단열조건

$$\frac{\partial \theta(h_p, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad (8)$$

을 적용하는 것이 보다 타당하지만, 최근 완전혼합 영역이 없는 경우에 대한 해석<sup>(15)</sup>에서, 각각 식(7) 및 (8)을 경계조건으로 취하여 구한 해는 실제축열조의  $Pe$ 수 범위에 있어서 본질적인 차이를 보이지는 않았기 때문에 이에 따른 문제는 크지 않을 것으로 예상된다.

식(4)-(7)의 해는  $\xi=0$ 에서 경계조건 즉 식(6) 대신  $\theta(0, \tau) = 1$ 일 때 해가

$$\theta_1(\xi, \tau) = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi - u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) + e^{u\xi} \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \quad (9)$$

와 같이 알려져 있으므로<sup>(12,14)</sup> Duhamel의 정리<sup>(16)</sup>

$$\theta(\xi, \tau) = \int_0^\tau \theta_m(\lambda) \frac{\partial}{\partial \tau} \theta_1(\xi, \tau - \lambda) d\lambda \quad (10)$$

를 이용하여 구할 수도 있다. 그러나, 피적분함수의 형태가 복잡하기 때문에 식(10)의 적분을 수행하여 해석적인 해를 유도하기는 쉽지 않다. 따라서, 본 연구에서는 Laplace변환을 적용하여 직접 식(6)으로 표시된 경계조건에 대응하는 해를 구하고자 한다.

초기조건을 대입하여 지배방정식 및 경계조건을 Laplace변환하면

$$\frac{d^2 \bar{\theta}}{d\xi^2} - u \frac{d\bar{\theta}}{d\xi} - s\bar{\theta} = 0 \quad (11)$$

$$\bar{\theta}(0, s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+a} \quad (12)$$

$$\bar{\theta}(\infty, s) = 0 \quad (13)$$

이다. 여기서  $\bar{\theta}(\xi, s)$ 는 Laplace변환된  $\theta(\xi, \tau)$ 이다. 식(11)-(13)의 해는 쉽게 다음과 같이 결정된다.

$$\bar{\theta}(\xi, s) = \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s+a} \right) e^{(u/2)\xi} e^{-[(u/2)^2 + s]^{1/2} \xi} \quad (14)$$

Yoo와 Pak<sup>(12)</sup>에 의해 구체적으로 취급된 바 있는 적분변수변환 및 역변환표<sup>(16)</sup>를 이용하여 식(14)를 역변환한 후 정리하면

$$\theta(\xi, \tau) = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi - u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) + e^{u\xi} \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] - e^{-a\tau} \left[ e^{(u-v)\xi/2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi - u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) + e^{(u+v)\xi/2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \right\} \quad (15)$$

와 같이 최종해가 결정된다. 여기서  $v$ 는

$$v = 2 \left[ (u/2)^2 - a \right]^{1/2} \quad (16)$$

로 정의되며, 식(15)는  $(u/2)^2 > a$ 인 조건하에서 성립한다. 만일  $(u/2)^2 = a$  또는  $(u/2)^2 < a$ 인 경우 해의 형태는 달라지지만, 실제 축열조의 Pe수 즉  $u$ 는 위의 요구조건을 충분히 만족시키기 때문에 별도로 취급할 필요는 없다.

### 3. 결과에 대한 고찰

본 연구의 직접적인 결과는 식(3) 및 (15)로 표시된 온도분포이다. 이해의 편의를 위해 압출유동 영역내의 위치  $x$ 를 축열조 입구로부터의 위치  $x'$ 으로 변환하여(Fig.1 참조) 전체 축열조에 대한 결과를 표시하였다.

#### 3.1 모델의 타당성 및 유용성

축열조를 2개 영역으로 구분하여 취급한 본 모델의 타당성 및 실제 충전과정의 예측에 적용될 수 있는 가능성을 보이기 위하여 해석결과를 가용한 실험자료와 비교하였다. 전술하였듯이 충전과정동안 유체혼합이 성층특성에 미치는 영향에 관한 실험적인 연구는 다수 수행되어 왔으나,<sup>(7-9)</sup> 정량적인 비교에 적합한 실험자료는 별무하다. 비교대상은 비교적 근래에 수행된 Zurigat 등<sup>(11)</sup>의 실험결과로서, Fig.2와 같이 축열조내 5개의 고정된 위치에서 시간에 따른 과도온도변화이다. 실험에서 유체혼합이 일어난다는 사실은 보고되었으나 혼합깊이  $h_m$ 의 구체적인 수치는 제시되지 않았기 때문에,

Fig.2에서 실선은  $h_m$ 을 변화시키면서 반복계산하여 실험치에 가장 근접한  $h_m = 0.12$ 인 경우에 대한 해석결과이다.

축열조 전체에 걸쳐 예측치와 실험결과는 대체로 잘 일치하며, 결과적으로 해석적인 방법으로 접근한 본 연구의 유용성을 보이기에는 충분하다. 다만, 상층부(Fig.2의  $\xi' = 0.102$ )의 온도변화는 시간의 경과에 따라 양자사이에 상당한 차이가 있다. 이 차이는, Zurigat 등<sup>(11)</sup>이 실험에서 사용한 입구형상이 측면유입구(side inlet port)로서, 입구부근에서 격렬한 유체혼합이 수반되며 이에따라 온도분포가 1차원적이 아니기 때문임으로 보인다. 이점은 Fig.2의 실험자료에서  $\xi' \geq 0.326$ 인 경우와 비교할 때  $\xi' = 0.102$ 인 경우 온도변화의 형태가 상이한 사실로부터 확인될 수 있다. 즉, 상층부에서 일어나는 실제현상은 국부적으로 불균일하지만 모델에서는 완전혼합영역내의 온도가 균일한 것으로 취급한 결과이며, 1차원모델의 한계로 인식될 수 있다. 한편,  $\xi' \geq 0.326$ 인 모든 경우 온도변화의 형태가 유사한 점은 적어도  $\xi' = 0.326$ 이하의 위치에서는 압출유동이 확립되어 있음을 의미한다. 따라서, 실험에서 혼합깊이의 범위는  $0.102 < h_m < 0.326$ 임이 분명하며, Fig.2에서 비교를 위해 해석결과의 계산시  $h_m = 0.12$ 로 취한 것은 물리적으로 타당하다고 판단된다.

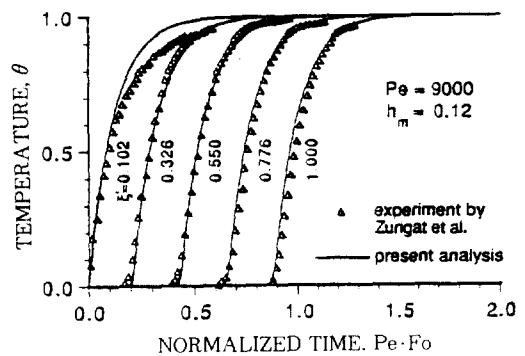


Fig.2 Comparison of the transient temperature response between the present analysis and the experimental data by Zurigat et al. at different locations.

### 3.2 혼합깊이의 영향

충전과정동안 축열조내의 거동에 대한 혼합깊이의 영향을 고찰하기 위하여  $Pe=500$ 일때 충전시간의 절반이 경과한 시점( $Pe \cdot Fo=0.5$ )에서  $h_m$ 의 변화에 따른 수직온도분포를 Fig.3에 도시하였다. 여기서,  $h_m=0$ 은 전영역이 압출유동인 경우에,  $h_m=1$ 은 전영역이 완전혼합상태인 경우에 각각 대응한다. 혼합깊이가 0.5이상인 경우 실질적으로 완전혼합상태에 도달한다는 실험결과를 참조하여<sup>(7, 8)</sup>  $0.5 < h_m < 1$ 인 범위는 고려의 대상에서 제외하였다. 혼합깊이가 클수록 완전혼합영역의 온도  $\theta_m$ 은 입구온도보다 낮은 상태이지만, 압출 유동영역의 천이온도깊이(thermocline depth)는 현저하게 늘어난다. 같은 시간에서  $h_m$ 에 따라  $\theta_m$ 이 다른 이유는 식(3)에서 알 수 있듯이  $h_m$ 이 클수록 시간에 대한 온도의 상승이 완만하기 때문이다. 천이온도깊이의 차이는 시간이 경과함에 따라 완전혼합영역의 유체가 차례로 압출유동영역으로 유입된 결과로서, 부록에 취급된 바와 같이 열확산이 없는 경우라면 입구에서 유입되는 고온유체의 영향이 미치는 범위는 정확히  $\xi' = h_m + ut$ 까지 이다. 그러나, 열확산의 효과로 인하여, 예를들어 Fig.3에서 곡선 d의 경우,  $\xi' = 0.7$ 부근에서 변곡을 이루면서 좀더 넓은 범위까지 영향을 미친다. 열확산의 정량적인 효과는  $Pe$ 수에 의존하며 후술될 것이다. 다만,  $Pe$ 수가 일정할 때는  $h_m$ 이 작을수록 고저온 유체사이의 온도구배가 커지기 때문에 열확산의 효과는 더욱 현저하다.

Fig.4는 Fig.3에 대응하는 과도적인 축열조 출구 온도로서, 위에서 언급된 내용과 연관하여 예상할 수 있듯이  $h_m$ 이 커지면 시간에 대한 온도의 변화는 완만하게 된다. 즉  $h_m$ 이 클수록 보다 빠른 시간에서 출구온도가 상승하기 시작하여 보다 늦은 시간에 입구온도에 접근하는 형태를 보인다. 온도가 상승하기 시작하는 시점부근에 변곡점이 존재하는 것은 전술하였듯이 열확산의 효과에 기인한다. 여기서 흥미로운 현상은 Fig.4의 모든 곡선이 대략적으로 한점을 통과하는 사실로서, Fig.3에서도 ( $h_m=1$ 은 제외) 관찰된다. 즉 혼합깊이에 관계없이 특정한 조건하에서 온도는 대략 일치한다. 열확산이 없는 경우 이 조건은  $\xi' = ut$ 이며 대응하는 무차원온도는 일정한 값(0.6321)이 된다(부록 참

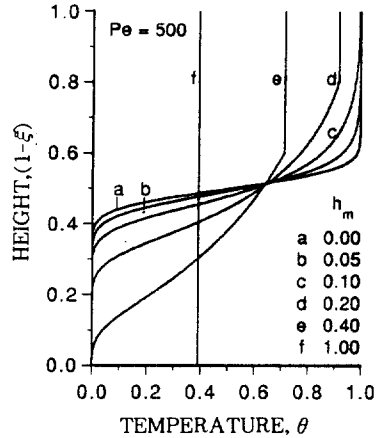


Fig.3 Vertical temperature profiles for different values of the mixing depth at a half of the turn-over time( $Pe=500$ ).

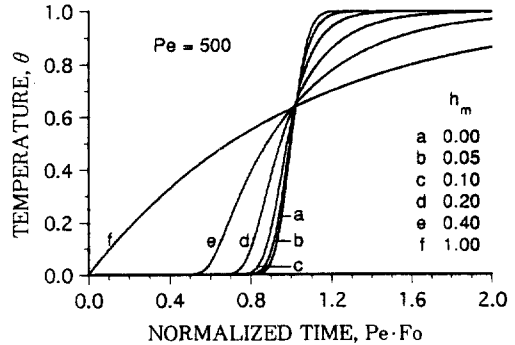


Fig.4 Transient response of the temperature at the tank exit for different values of the mixing depth( $Pe=500$ ).

조). 다만, 열확산이 있는 본 연구의 경우  $Pe$ 수에 따라 이 조건 및 온도는 전술한 경우와 다소 달라 지지만 큰 차이는 없다.

혼합깊이의 영향을 다른 관점에서 고찰하기 위하여  $Pe=500$ 일 때  $h_m=0.1$  및  $0.2$ 에 대응하는 수직온도분포를 몇몇 기준화된 시간( $Pe \cdot Fo=0.2, 0.5, 0.8$ )에서 비교한 것이 Fig.5이다. 시간의 경과에 따라 온도구배가 좀더 완만해 지는 것은 고저온 유체층사이의 열확산량이 누적된 결과이며 완전혼합영역이 없는 경우에 대한 연구<sup>(12)</sup>에서 이미 규명된 사실과 일치한다. 혼합깊이의 영향은 Fig.3에서 고찰한 것과 유사한 형태로 유지될 뿐 시간에 따라

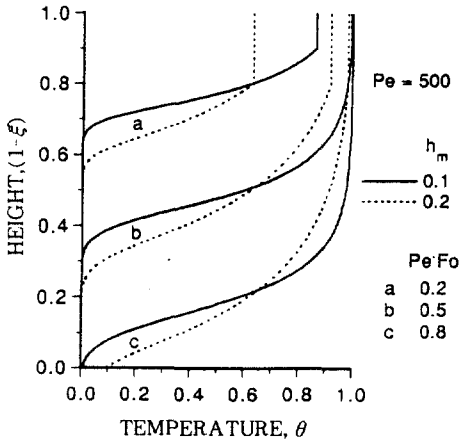


Fig.5 Effect of the mixing depth on the vertical temperature profiles at different times (Pe=500).

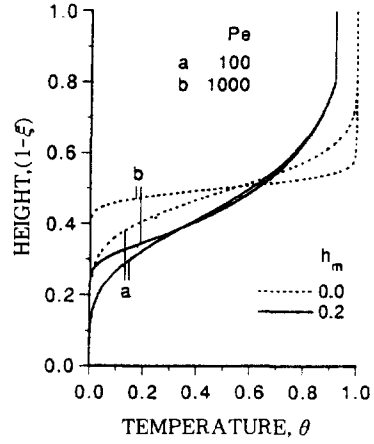


Fig.7 Effect of the Peclet number on the vertical temperature profiles with and without fluid mixing.

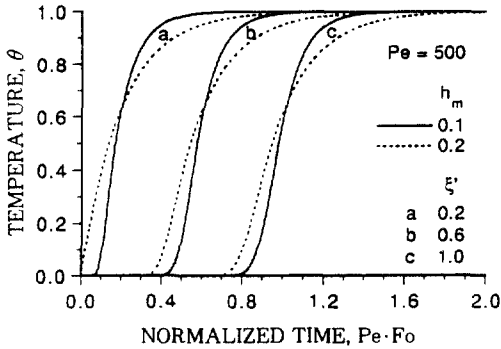


Fig.6 Effect of the mixing depth on the transient temperature variation at different locations (Pe=500).

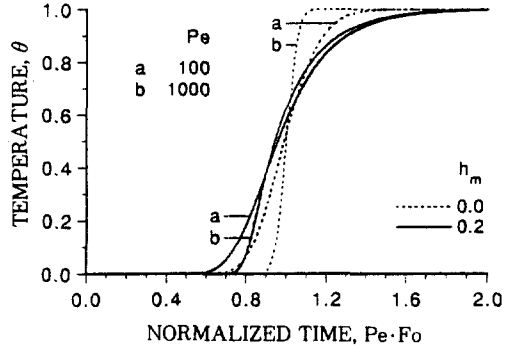


Fig.8 Effect of the Peclet number on the transient temperature variation with and without fluid mixing.

나타나는 특별한 변화는 없음을 확인할 수 있다. Fig.6은 Fig.5와 같은 조건에 대하여  $\xi = 0.2, 0.6, 1.0$ 인 서로 다른 위치에서 온도의 과도적인 변화를 비교한 것이다. 온도변화의 형태 및  $h_m$ 의 영향 역시 Fig.4와 관련하여 고찰한 바와 일치하며 3.1절에 기술된 내용과 부합된다.

### 3.3 Peclet수의 영향

식(4)에 나타났듯이 압출유동영역에 대한 특성 인자는 Pe수이다. 완전혼합영역을 포함한 전체 축열조내의 거동에 대하여 Pe수가 미치는 영향이  $h_m$ 에 따라 변화하는 추이를 고찰하기 위하여  $h_m$ 이 0

및 0.2일 때 Pe=100 및 1000인 경우에 대하여 수직온도분포와 과도적인 출온도를 각각 Fig.7과 Fig.8에 도시하였다. 완전혼합영역이 없을 때 온도(Fig.7과 Fig.8의 점선)는 Pe수에 따라 상당한 차이가 있다. 이 차이는 Pe수의 정의 및 기존의 연구<sup>(12)</sup>에서 잘 알려진 바와 같이 Pe수가 작을수록 열확산이 증가하기 때문에 나타난다. 그러나,  $h_m=0.2$ 일 때 서로 다른 Pe수에 대응하는 온도의 차이(Fig.7과 Fig.8의 실선)는  $h_m=0$ 일때와 비교하여 현저하게 감소한다. 즉 열확산의 효과가 남아 있는 Fig.7의 축열조하부 또는 Fig.8의 온도상승시점 부근을 제외하면 Pe수의 변화에 따른 온도의

차이는 거의 없다. 이러한 결과는 비교된 Pe수의 범위내에서 Pe수보다는  $h_m$ 의 영향이 우세함을 단적으로 보여준다.

완전혼합영역이 있을 때, Pe수에 따른 온도의 차이는 열확산에 기인하므로 Pe수가 클수록(열확산율이 작을수록) 그 효과는  $h_m$ 에 비하여 상대적으로 더욱 감소하며 실제 온수축열조의 경우 Pe수가 적어도 수백의 크기임을 고려하면, 축열과정에서 열성층에 대한 지배적인 특성인자는 혼합깊이  $h_m$ 이라는 결론에 도달한다. 다만, 적절히 설계된 분배기 등을 사용하여 입구에서의 유체혼합을 최소한으로 억제한 이상적인 경우라면 Pe수의 영향은 무시될 수 없다. 그러나, 보통의 축열조에서는 실험적으로 관찰된 바와 같이,<sup>(7,8)</sup> 상당한 깊이의 완전혼합층이 형성되기 때문에 실제 Pe수의 영향은 크지 않을 것으로 판단된다.

3.4 축열효율

입구온도가 일정한 본 연구의 경우 축열효율은 가능한 축열량에 대하여 충전시간이 경과한 시점 ( $Pe \cdot Fo = 1$ )에서 실제 축열조에 저장된 열량의 비로 정의되며, 무차원화된 형태는

$$\eta_s = h_m \theta_m + \int_0^{h_p} \theta(\xi, \tau = 1/u) d\xi \quad (17)$$

이다. 축열효율에 대한 특성인자의 영향을 고찰하기 위하여 Pe수가 각각 100, 300 및 1000일 때 혼합깊이에 따른 축열효율의 변화를 Fig.9에 도시하였다. 온도분포(Fig.3)에서 대략 예측할 수 있듯이 축열효율은  $h_m$ 의 증가에 따라 급격히 감소하며,  $h_m$ 이 큰 범위에서는 거의 선형적으로 변화한다. 또한  $h_m$ 이 작을 때 축열효율은 Pe수의 크기에 따라 증가하지만,  $h_m$ 이 대략 0.4이상인 경우 축열효율은 Pe수에 거의 무관하다. 이러한 축열효율의 Pe수에 대한 의존성은 전절에서 고찰한 바와 같이  $h_m$ 의 증가에 따라 Pe수의 영향이 상대적으로 감소하는데 원인이 있다. 여기서, 부류의 열확산이 없는 경우에 대한 축열효율은, Pe수의 정의에서 열확산율 0은 Pe수 무한대에 대응하므로, 완전혼합영역이 있는 축열조에 대한 효율의 상한이 됨을 알 수 있다.

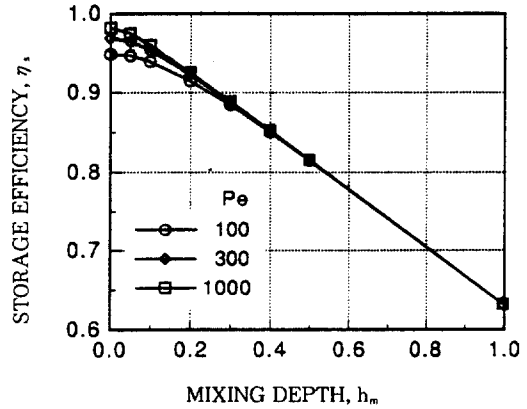


Fig.9 Storage efficiencies as a function of the mixing depth for different values of the Peclet numbers.

한편, 축열효율이 Pe수에 비례하여 증가하는 점은 완전혼합영역이 없는 경우에 대한 해석에서 규명된 결과<sup>(12)</sup>와 일치한다. 그러나, 실험적으로는 유량이 증가 즉 Pe수가 커지면 축열효율은 오히려 감소한다고 알려져 있으며<sup>(2,6)</sup>, 이론적으로 이러한 경향을 예측한 연구는 발표된 바 없었다. 유량이 증가할 때 축열효율이 감소하는 데는 다양한 원인이 있으나 해석에 반영되지 않았던 인자중의 하나가 혼합깊이의 유량에 대한 의존성이다. 다행히, 완전혼합영역이 고려된 본 연구의 결과를 적용하면 유량의 증가가 축열효율의 감소에 기여함을 보일 수 있다. 실험적인 연구<sup>(7,8)</sup>에서 확립된 사실로부터 혼합깊이는

$$Ri = \frac{g\beta(T_i - T_o)H}{U_i^2} \quad (18)$$

로 정의되는 수정된 Richardson수 Ri의 함수이다. 구체적인  $h_m$ 과 Ri사이의 상관관계는 보고되지 않았지만, 대략 Ri수가 특정한 값 이하일 때 완전혼합상태에 도달하고 다른 특정한 값 이상일 때는  $h_m$ 은 일정하게 유지되며 그 사이 구간에서는  $h_m$ 이  $Ri^{-1/2}$ 에 비례하는 경향을 보인다. 만일 축열물질의 물성치, 축열조형상, 입구와 초기온도의 차이, 입구형상 등 유량을 제외한 다른 요소가 일정하다면 Pe수 및 Ri수의 정의에서 양자 모두 유량에 정비



례하는 축열조내 단면평균유속( $U$ ) 또는 입구관유속( $U_i$ )을 포함하고 있기 때문에 Pe수와 Ri수는 서로 독립적이지 아니다. 즉

$$Pe \propto Ri^{-1/2} \quad (19)$$

인 관계가 있으므로,  $h_m$ 이  $Ri^{-1/2}$ 에 비례하는 구간에서는

$$h_m = c \cdot Pe \quad (20)$$

가 성립한다. Fig.10은 예를들어  $c=5.10^{-4}$ 인 경우에 대하여 Pe수 즉 유량변화와 축열효율과의 관계를 보여준다. 유량의 증가에 따라  $h_m$ 이 커지면 축열효율은 현저히 감소하며 실험적인 연구의 결과와 경향이 일치한다. 실제축열조에서 유량의 증가가 반드시 혼합깊이의 증대에만 기여하지는 않으며 식(20)으로 표시된  $h_m$ 과 Pe수의 관계도 하나의 예로서 정량적인 것은 아니지만, 적어도 완전혼합영역이 고려된 본 연구의 모델을 통하여 유량이 증가할 때 축열효율이 감소하는 경향을 이론적으로 예측할 수 있다는 사실은 축열조에 대한 해석에 있어서 의미있는 진전임은 분명하다.

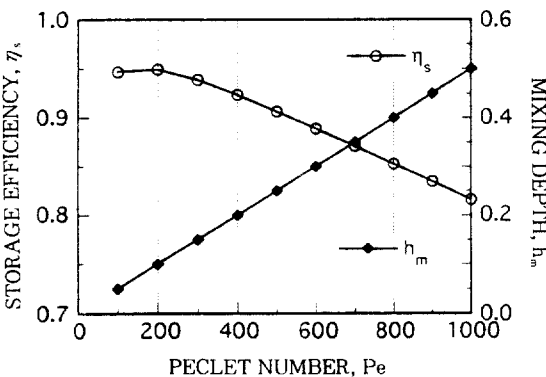


Fig.10 Dependence of the storage efficiency and the mixing depth on mass flow rate expressed in terms of the Peclet number.

#### 4. 결 론

성층축열조에서 입구효과로 인한 유체혼합을 고려한 충전과정의 해석을 위하여 완전혼합영역과 압출유동영역으로 구성된 1차원적인 축열조모델을 정립하고 해석적인 접근을 시도한 결과는 다음과 같이 요약될 수 있다.

완전혼합영역의 온도가 시간에 대하여 지수함수 형태로 변화하는 본 모델의 경우 Laplace변환을 적용하여 압출유동영역의 온도에 관한 해석적인 해를 구할 수 있었다. 동시에 열확산이 없는 특수한 경우에 대한 해석을 수행하여 구해진 해의 점근적인 거동을 확인하기 위한 참고자료로 제시하였다.

해석결과는 가용한 실험자료와 정량적으로 잘 일치하였으며, 본 연구가 축열조내의 과도적인 실제 현상을 예측하는데 있어 유용함을 보여주었다. 동시에 격렬한 유체혼합이 일어나는 상층부를 완전혼합영역으로 취급하는데 따른 문제점도 발견되었다.

같은 조건에서 혼합깊이가 커지면 완전혼합영역의 온도는 낮고 고온유체의 영향이 미치는 범위는 넓기 때문에 압출유동영역의 온도구배는 급격히 감소하는 거동을 보인다. 특히, 온도분포에 대한 Pe수의 영향은 완전혼합영역의 유무에 따라 현저한 차이가 있었다. 혼합깊이가 클수록 서로 다른 Pe수에 대응하는 온도차이는 격감한다. 즉 완전혼합영역이 있는 축열조에 있어서 지배적인 특성인자는 Pe수가 아니라 혼합깊이이다.

같은 원리로 축열효율은 Pe수보다 혼합깊이와 더욱 밀접하게 연관되어 있다. 본 연구에서 취급된 Pe수의 범위(100~1000)내에서 혼합깊이가 0.4 이상이면 축열효율은 Pe수에 무관하게 열확산이 없는 경우로 접근한다. 한편, 기존의 실험결과에 근거하여 혼합깊이와 Pe수의 상관관계를 고려하였을 때, 본 연구의 모델에 의존하여 실험적으로 알려져 있는 사실 즉 유량의 증가에 따라 축열효율이 감소하는 경향을 이론적으로 예측할 수 있었다.

이상과 같이 본 연구는 실제 축열조내의 과도적인 거동 및 성능을 정성적으로 예측할 수 있는 능력이 있을 뿐아니라 해석적인 해이기 때문에 적용이 용이하다. 또한 추후 지속적인 연구를 통하여 입구온도가 시간에 따라 변화하는 경우 등 실용적

인 관심분야로 확장될 수 있으리라 기대된다.

### 참 고 문 헌

1. Duffie, J.A. and Beckman, W.A., 1980, *Solar Engineering of Thermal Processes*, John Wiley & Sons, pp.329-335.
2. Lavan, Z. and Thompson, J., 1977, "Experimental study of thermally stratified hot water storage tanks," *Solar Energy*, Vol. 19, pp.519-524.
3. Jaluria, Y. and Gupta, S.K., 1982, "Decay of thermal stratification in a water body for solar energy storage," *Solar Energy*, Vol. 28(2), pp.137-143.
4. Hess, G.F. and Miller, C.W., 1982, "An experimental and numerical study on the effect of the wall in a thermocline-type cylindrical enclosure-I. Experiments," *Solar Energy*, Vol.28(2), pp.145-152.
5. Hess, G.F. and Miller, C.W., 1982, "An experimental and numerical study on the effect of the wall in a thermocline-type cylindrical enclosure-II. Numerical model," *Solar Energy*, Vol.28(2), pp.153-161.
6. Hollands, K.G.T. and Lightstone, M.F., 1989, "A review of low-flow, stratified-tank solar water heating systems," *Solar Energy*, Vol.43(2), pp.97-105.
7. Sliwinski, B.J., Mech, A.R. and Shih, T.S., 1978, "Stratification in thermal storage during charging," *Proc. 6th IHTC*, Toronto, Vol.4, pp.149-154.
8. Pak, E.-T., 1991, "Thermally stratified hot water storage," Arden, M.E., Burley, S.M. A. and Coleman, M. ed., *Solar World Congress*, Pergamon Press, Vol2(1), pp.1417-1423.
9. Baines, W.D., Martin, W.W. and Smith, D. M., 1983, "Development of stratification in a rectangular tank by horizontal inflow," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.105, pp.59-64.
10. Csordas, G.F., Brunger, A.P., Hollands, K.G. T. and Lightstone, M.F., 1992, "Plume entrainment effects in solar domestic hot water systems employing variable-flow-rate control strategies," *Solar Energy*, Vol. 49(6), pp.497-505
11. Zurigat, Y.H., Maloney K.J. and Ghajar, A. J., 1989, "A comparison study of onedimensional models for stratified thermal storage tanks," *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, Vol.111, pp.204-210.
12. Yoo, H. and Pak, E.-T., 1993, "Theoretical model of the charging process for stratified thermal storage tanks," *Solar Energy*, Vol. 51(6), pp.513-519.
13. Kleibach, E.M., Beckman, W.A. and Klein, S.A., 1993, "Performance study of onedimensional models for stratified thermal storage tanks," *Solar Energy*, Vol.50(2), pp.156-166.
14. Cabelli, A., 1977, "Storage tanks-A numerical experiment," *Solar Energy*, Vol.19, pp. 45-54.
15. Yoo, H. and Pak, E.-T., 1995, "Analytical solutions to one-dimensional finite-domain model for stratified thermal storage tanks," submitted to *ASME Journal of Solar Energy Engineering*.
16. Carlaw, H.S. and Jaeger, J.C., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., Oxford University Press.

### 부 록

#### 열확산이 없는 경우에 대한 해석

본 부록에서는 축열조를 완전혼합영역 및 압출유동영역으로 구분하여 취급하되 압출유동영역에서 열확산이 없는 극한적인 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 이와같은 경우에 대한 해석결과는 Pe수가 대단히 클 때 직접적으로 적용가능할 뿐아니라

Pe수가 크지 않을 때에도 열확산의 효과를 정량적으로 비교할 수 있는 기준으로서 유용하기 때문이다.

2.2절에 기술된 압출유동영역에 대한 내용을 참조할 때, 열확산이 없는 경우 Laplace변환된 형태의 지배방정식 및 경계조건은 다음과 같이 표시된다.

$$u \frac{d\bar{\theta}_a}{d\xi} + s\bar{\theta}_a = 0 \tag{A1}$$

$$\bar{\theta}_a(0, \tau) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+a} \tag{A2}$$

식(A1), (A2)의 해를 구하여 역변환하면 온도분포는

$$\theta_a(\xi, \tau) = \left[ 1 - e^{-a(\tau - \xi/u)} \right] H(\tau - \xi/u) \tag{A3}$$

로 결정된다. 여기서  $H(\tau - \xi/u)$ 는 단위계함수(Heaviside's unit function)로서 다음과 같이 정의된다.

$$H(\tau - \xi/u) = 0 \quad \text{for } \tau < \xi/u \tag{A4}$$

$$H(\tau - \xi/u) = 1 \quad \text{for } \tau > \xi/u \tag{A5}$$

식(A3)에  $a$ 의 정의를 대입하여 정리하면

$$\theta_a(\xi, \tau) = \left[ 1 - e^{-(u\tau - \xi)/h_m} \right] H(u\tau - \xi) \tag{A6}$$

로서,  $u\tau$ 는 규준화된 시간임을 고려하면, 온도분포는 Pe수에 무관함을 알 수 있다. 즉 열확산이 없는 경우 열확산에 대한 열대류의 비인 Pe수는 더이상 축열과정과 관련된 특성인자는 아니다. 한편 식(A3)에서  $h_m = 0$  즉 완전성층충전인 경우 온도분포는

$$\theta_a(\xi, \tau) = H(\tau - \xi/u) \tag{A7}$$

로 단순화된다.

결과를 구체적으로 보이기 위하여 충전시간의 절반이 경과한 시점( $Pe \cdot Fo = 0.5$ )에서  $h_m$ 에 따른 온도분포를 Fig.A1에 도시하였다. 완전혼합영역이 없는( $h_m = 0$ ) 즉 완전성층충전의 경우 온도분포는

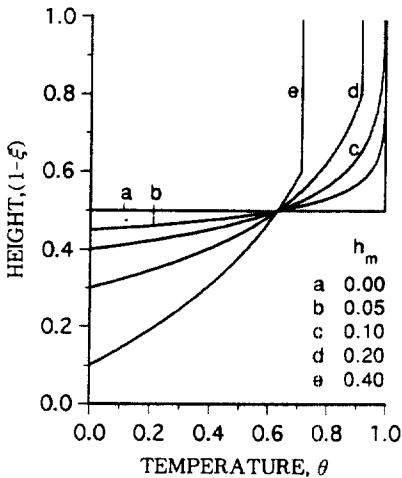


Fig.A1 Vertical temperature profiles for different values of the mixing depth at a half of the turn-over time in the absence of thermal diffusion.

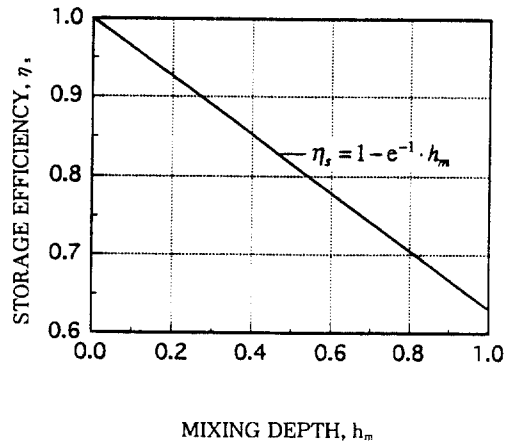


Fig.A2 Storage efficiency as a function of the mixing depth in the absence of thermal diffusion.

잘 알려진 계단함수형태이지만,  $h_m \neq 0$ 이면 온도분포는 판이한 형태로 변화한다. 열확산은 없지만 시간에 따라 변화하는 완전혼합영역의 온도  $\theta_m(\tau)$ 으로 인하여 고온유체의 영향은  $\xi' = h_m + u\tau$ 까지 미치게 된다. 즉  $h_m$ 이 클수록  $\theta_m(\tau)$ 는 완만하게 상승하며 천이온도깊이는  $u\tau$ 와 일치한다. 온도분포에서 발견되는 다른 특징은 특정한 점에서 모든  $h_m$ 에 대하여 온도가 일치하는 사실이다. 이것을 일반화하여, 식(A3) 우변의 지수가 일정하게 유지되는 조건은  $h_m$ 에 무관하게  $\xi' = u\tau$ 일 때이며 대응하는 온도는 항상  $0.6321 (= 1 - e^{-1})$ 임을 쉽게 증명할

수 있다.

한편, 열확산이 없는 경우의 온도분포에 대응하는 축열효율은 간단히

$$\eta_s = 1 - e^{-1} \cdot h_m \tag{A8}$$

로 계산되며  $h_m$ 의 선형함수이다. Fig.2는 식(A8)을 구체적으로 도시한 것으로서 열확산이 있는 경우 축열효율은 같은 혼합깊이에 대하여 이 직선보다 작은 값이 된다. 즉 식(A8)은 완전혼합영역이 있는 실제축열조에 있어서 축열효율의 상한 값이다.