

광영동에 있어서의 비대칭인자에 대한 연구

A Study on the Asymmetry Factor in Photophoresis

박승호*

S. H. Park

Key words : Photophoresis(광영동), Internal radiation absorption(내부복사흡수), Particle(입자), Asymmetry factor(비대칭인자)

Abstract

When a small absorbing particle is exposed to a strong thermal radiation incidence, it moves towards or away from the radiation source due to the nonuniform internal absorption of the radiation. It is called the photophoretic phenomena and governed by the asymmetry factor. An asymmetry factor for the total wavelength range is calculated to estimate the photophoretic phenomena of a particle in a combustor or in the atmosphere and compared to that for a single wavelength. The samples are soot particulates, water droplets, ice particles, silicon particles, SiO_2 particles, aluminium oxide particles, whose spectral complex refractive index are available. Although differences between total and monochromatic asymmetry factors are not much for relatively uniform distribution of the spectral refractive index, they are great in general. Therefore the use of the monochromatic factor will considerably deteriorate the accuracy of the calculation of the photophoresis.

기호설명

a : 입자반경

a, b : 내부전기장에 대한 계수

B : 무차원 복사 흡수분포함수

E : 전자기파의 전기장 및 구좌표계에 대한 성분

F_p : 광영동력

I : 복사강도

J : 광영동 비대칭인자

k : 열전도계수

m : 복소굴절율

n : 복소굴절율의 실수부

P_n : Legendre 다항식

Q : 국소 흡수복사에너지

r : 반경방향 좌표

t : 무차원 반경방향 좌표(r/a)

T : 온도

V_p : 광영동속도

x : 크기변수

ϕ, θ : 방위각, 극각

κ : 복소굴절율의 허수부

λ : 파장

μ : $\cos\theta$, 접성계수

ρ : 무차원 반경방향 좌표($2\pi r/\lambda$), 밀도

* 정희원, 홍익대학교 기계공학과

σ : Stefan-Boltzmann 상수

ξ, Ψ : Riccati-Bessel 함수

하침자

g : 기상

o : 입사파, 주위조건

p : 광영동

R : 입사복사파의 에너지원

s : 고체

λ : 파장

상침자

* : 전파장 영역

1. 서 론

복사열전달은 연소실 또는 대기에서의 에너지 전달 뿐만 아니라, 입자의 거동에 상당한 영향을 미치고 있다. 그러나 대부분의 연구는 입자를 하나의 표면이라 가정하여 열전달 해석을 함으로 문제를 단순화 시키고 있으나, 실제로는 입자도 하나의 입체로써 복사파와 상당히 복잡한 상호작용을 함으로 일반 표면해석 결과와 완전히 다른 결과를 보여주곤 한다.

입자내부에서의 복사열 흡수는 분사연소시스템의 해석에서 점차 고려되어지고 있고, 특히 미소폭발(micro-explosion)을 일으킬 수 있는 비균일 복사흡수와 직접적인 관계가 있다. 그리고, 최근에는 복사의 선택흡수성을 이용하여 선택적으로 제거대상 물질을 정확히 처리할 수 있도록 하는 laser 요법이 널리 이용되고 있다.

평면이 아닌 입자에 흡수된 복사에너지는 입자크기의 입사파의 파장에 따라 상당히 불균일하고 상이한 분포를 보여준다. 이는 입자내부에 불균일한 온도장을 유도하고, 또한 외부온도장도 불균일 하여지게 된다. 그리고 입자의 표면을 따라 형성된 불균일의 온도분포에 따라 입자주위의 가스분자의 운동이 달라지게 된다. 온도가 높은 쪽에서 반사된 가스분자는 낮은 쪽보다 더 큰 운동량을 전하게 되

어, 입자는 비평형의 힘을 받게되어 움직이게 된다. 이와 같은 힘을 광영동력(photophoretic force)라하고, 현상을 광영동(photophoresis) 현상이라 한다. 광영동은 입사광의 파장, 주변가스의 압력, 입자의 크기 및 모양, 그리고, 입자의 복소굴절률 및 열전도계수에 의존하기에 광영동 효과의 계산은 상당히 복잡한 과정해석을 요한다.

광영동 현상은 Ehrenhaft⁽¹⁾과 Lustig와 Sollner⁽²⁾에 의하여 관찰된 이래 대기중에서의 분진의 낙하시간 계산, 연소실에서의 soot 입자의 부착기구의 이해 등의 관점에서 상당한 연구들이 진행되고 있다. 이에 대한 초기의 이론적연구는 표면 복사열전달문제로 단순화함으로써 단순히 전도방정식의 경계조건에만 복사의 영향이 고려되었다^{(3)~(5)}. 그러나, 이와 같은 표면복사열전달이론으로는 입자가 열원을 향하여 움직이게 되는 부(negative) 광영동을 해석할 수 없으므로, 입자와 복사 열전달과의 입체적 상호작용을 이해토록 요구되어졌다.

일반적으로, 균일한 구(sphere) 내부에서의 복사흡수분포는 입자크기변수(size parameter) $x = 2\pi a/\lambda$ 와 복소굴절률(complex refractive index) $m = n + k$ 의 함수로써 Mie 이론으로 계산될 수 있다. 여기서 a 는 입자의 반경이고, λ 는 입사파의 파장이다. 이를 이용하여 광영동현상의 수치해 및 해석해가 구해지고 있고^{(6)~(9)}, 또한 복사에너지가 많이 흡수되는 내부의 위치에 따라 균일, 전면 흡수 및 후면흡수영역으로 구분하므로⁽¹⁰⁾ 광영동 방향을 예측할 수 있다. 그러나, 대부분의 연구는 단일한 파장에 의한 광영동현상이므로 파장 전체의 영향을 받는 실제 대기 및 연소실에서의 현상과는 다르다.

본 연구에서는 실제 대기상황 또는 연소실내와 같이 전 파장에 걸쳐 광영동현상을 해석키 위하여 기존의 지배방정식을 보완하고, 그리고 광영동현상의 지배인자인 비대칭 인자(asymmetry factor)를 Wien의 법칙으로 대표할 수 있는 최대에너지의 단일파장의 경우와 전파장에 대한 경우를 서로 비교함으로 광영동 현상을 보다 정확하게 예측코자 한다.

2. 지배방정식

본 연구에서의 기본적인 가정은 다른 연구들과

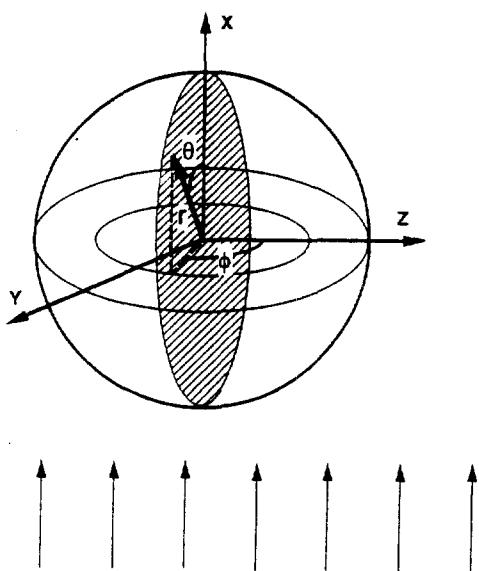


Fig.1 Schematic diagram of an irradiated spherical particle

마찬가지로, Fig.1과 같이 균일한 물성치를 가진 구에 X축 방향으로 전파되는 복사파가 입사하고 있고, 이때 복사파는 비극성(unpolarized)이다. 축 대칭의 구좌표계에 대한 에너지방정식은

$$\nabla^2 T_s = -\frac{Q(r, \mu)}{k_s} \quad (1)$$

이고, 여기서, T_s 는 입자의 내부온도분포를, r 은 반경방향좌표를, $\mu = \cos\theta$, k_s 는 열전도계수를, $Q(r, \mu)$ 는 위치에 따른 흡수복사에너지(energy loss factor)를 나타낸다. 여기서 입자의 복사방출(radiant emission)은 무시한다. 식 (1)은 흡수된 복사에너지의 분포와 열전도계수와의 비에 따라 결정되는 입자의 내부온도분포를 설명한다. 이렇게 흡수된 복사에너지는 입자주위의 기체분자에 전달되어 가스의 운동에너지로 전환된다. 만약 가스의 운동에너지가 균일하지 않은 경우에는 서론에서 언급한 바와 같이 입자는 비평형의 힘을 받게되어 움직이게 된다. 즉, 흡수복사에너지의 비대칭성이 바로 비평형의 힘, 그리고 이에 따른 광영동 운동을 유도한다. 따라서 광

영동현상에 해석에 있어서 국소흡수복사에너지분포는 가장 중요한 자료가 되고, 이는 비대칭인자로 다음과 같이 정리되어 광영동현상을 간단히 해석할 수 있다.

국소 흡수복사에너지 $Q(r, \mu)$ 는 흡수되는 복사에너지의 전 적분으로

$$Q(r, \mu) = \int_0^\infty Q_\lambda(r, \mu) d\lambda \quad (2)$$

이고, 여기서 단색(monochromatic) 입사파 I_λ 에 대한 흡수복사에너지 Q_λ 는

$$Q_\lambda(r, \mu) = \frac{4\pi n k I_\lambda |\bar{E}(r, \mu)|^2}{|\bar{E}_0|^2} = \frac{4\pi n k I_\lambda}{\lambda} B_\lambda(r, \mu) \quad (3)$$

이다⁽⁹⁾. 여기서, \bar{E}_0 는 입사복사파의 전기장 강도(electric field strength)이고, B_λ 는 무차원 전기장분포(electric field distribution)이다. 이 때 입자의 복사굴절률 $m = n + ik$ 는 파장 λ 의 함수이다. 식 (3)을 이용하여 식 (2)를 복사파의 열원의 온도 T_R 에 대하여 Wien의 법칙으로부터 대표 파장 λ^* 로 정리하면

$$Q(\gamma, \mu) = \frac{4n^*k^*\sigma T_R^4}{\lambda^*} B^*(\gamma, \mu) \quad (4)$$

이다. 여기서

$$B^*(\gamma, \mu) = \frac{\int_0^\infty \frac{(n\kappa/n^*k^*)}{(\lambda/\lambda^*)} I_\lambda B_\lambda(\gamma, \mu) d\lambda}{\sigma T_R^4 / \pi} \quad (5)$$

이고 n^* , k^* 는 대표파장 λ^* 에서의 복사물성치이다. 이를 이용하여 단파장 비대칭인자 $J^{(9)}$ 와 전파장 비대칭인자 J^* 는

$$J(x, m) = 3n\kappa x \int_{0-1}^{1-1} B(t, \mu) t^3 \mu d\mu dt \quad (6)$$

$$J^*(x^*, m) = 3n^*k^*x^* \int_{0-1}^{1-1} B^*(t, \mu) t^3 \mu d\mu dt \quad (7)$$

로 표현되고, 식(1) 및 주변 기체에 대한 운동량방정식, 에너지방정식을 적절한 경계조건을 사용하여 해석하면 광영동에 의한 힘과 속도는 다음과 같이 비대칭인자에 선형적으로 비례한다⁽⁹⁾.

$$F_p \propto -\mu_s V_p a, V_p \propto -\mu_s \sigma T_k^4 J^*/\rho_s k_s T_0. \quad (8)$$

여기서, μ_s 는 주위 가스의 점도이고, T_0 는 주위 가스의 온도이다. 여기서 식(8)을 비례식으로만 표현한 이유는 다음과 같다. 입자주위 기체의 유동 영역에 따라 서로 다른 상관관계식이 존재하고 있기에 이를 전부 소개하는 것은 본 연구의 목적이 아니고, 광영동력과 비대칭인자의 비례적인 관계 및 중요한 변수만 소개하고, 동시에 아직 정리가 안되어 있는 비대칭인자의 실제 값을 계산하는 것이 본 연구의 목적이기 때문이다.

광영동력과 열전도계수의 관계는 식 (8)에서 알 수 있듯이 반비례의 관계가 있다. 열전도계수 뿐만 아니라 다른 변수들도 광영동력을 지배하나, 다른 변수들은 이미 계산되어 있거나, 측정되어 있으므로 이의 영향을 이해하기는 용이하다. 그러나 비대칭인자에 대한 의존도는 식 (8)과 같이 선형적으로 비례하나, 실제 물질에 대한 비대칭인자의 절대 값이 알려져 있는 경우는 드물고, 특히, 전 파장에 대한 광영동현상의 경우는 거의 없다. 따라서, 본 연구의 목적은 광영동 현상을 자체를 해석하는 것이 목적이 아니라, 광영동 현상을 계산하는데 적절한 자료를 공급하는데 있고, 또한 단파장의 경우와 전파장의 경우의 차이를 소개하는 데 있다.

비대칭인자 J 및 J^* 는 흡수복사에너지의 분포 B_λ 를 통하여 식 (6)과 (7)로 계산될 수 있다. 구의 내부에 흡수된 복사에너지의 분포 B_λ 를 구하기 위하여 다음과 같은 Mie의 해^{(11)~(13)}와 B_λ 와 전기장과의 관계식인 식(3)을 이용한다.

$$E_r = \frac{E_0 \cos \phi}{m^2 \rho^2} \sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} (2n+1) a_n \Psi_n(m\rho) P_n^l(\cos \theta) \quad (9)$$

$$E_\theta = \frac{E_0 \cos \phi}{m\rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1} (2n+1)}{n(n+1)} \left[a_n \Psi_n(m\rho) \frac{dP_n^l(\cos \theta)}{d\theta} + ib_n \Psi_n(m\rho) \frac{dP_n^l(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] \quad (10)$$

$$E_\phi = -\frac{E_0 \sin \phi}{m\rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1} (2n+1)}{n(n+1)} \left[a_n \Psi_n(m\rho) \frac{P_n^l(\cos \theta)}{\sin \theta} + ib_n \Psi_n(m\rho) \frac{dP_n^l(\cos \theta)}{d\theta} \right] \quad (11)$$

여기서, E_0 는 입사파의 전기장의 진폭, E_r, E_θ, E_ϕ 는 구좌표계에서의 내부 전기장의 성분이고, $\rho = 2\pi r/\lambda$ 이다. 함수 Ψ_n 는 n 차 Riccati-Bessel 함수이고, ' $'$ 는 $(\)$ 안의 변수로의 미분을 의미한다. $P_n^l(\cos \theta)$ 는 associated Legendre 다항식이다. 본 연구에서 Riccati-Bessel 함수는 MieV0 code⁽¹⁴⁾로 계산되었다. 윗 식에서의 계수 a_n, b_n 은

$$a_n = \frac{m\Psi_n'(x)\xi_n(x) - m\Psi_n(x)\xi_n'(x)}{m\Psi_n(mx)\xi_n'(x) - m\Psi_n'(mx)\xi_n(x)} \quad (12)$$

$$b_n = \frac{m\Psi_n'(x)\xi_n(x) - m\Psi_n(x)\xi_n'(x)}{\Psi_n(mx)\xi_n'(x) - \Psi_n'(mx)\xi_n(x)} \quad (13)$$

이다. 이때, ξ_n 는 제 3종 Riccati-Bessel 함수이다. 비극성 입사파는 Fig.1에서의 ϕ 에 무관하게 축대칭이므로 이에 대한 내부 전기장은 $\phi = \pi/4$ 로 놓으면 얻을 수 있다⁽⁹⁾.

3. 결과 및 토론

대부분의 광영동 현상의 해석은 단파장의 복사물성치에 대하여 이루어져 있거나, 임의의 복소굴절율을 사용하므로 현상의 특징을 이해하는 것이 목적이다. 그러나, 대기중의 입자나, 연소실내에서의 입자는 단파장의 복사에너지를 받는 것이 아니라, 전파장에 걸쳐 복사에너지를 관계하므로 정확한 해석을 위하여는 식 (2)와 같이 전적분을 수행하여야 한다. 본 연구에서는 soot, silicon, SiO₂, 물방울, 얼음입자, 산화 알루미늄을 해석대상물질로 선정하였다. Soot의 복사굴절율은 Lee와 Tien의 분산이론식⁽¹⁵⁾으로 계산하였고, 다른 물질의 복사굴절율은 Brewster의 자료⁽¹⁶⁾를 이용하였다.

입자의 온도는 300K로 가정하여 복소굴절율을 계산하였고, 입사하는 복사파의 열원의 온도는 대기중에서는 태양의 온도 5785K로, 연소실내에서

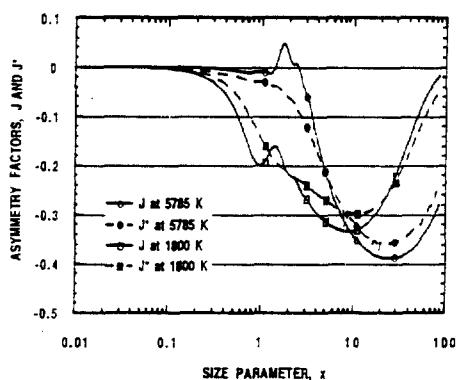
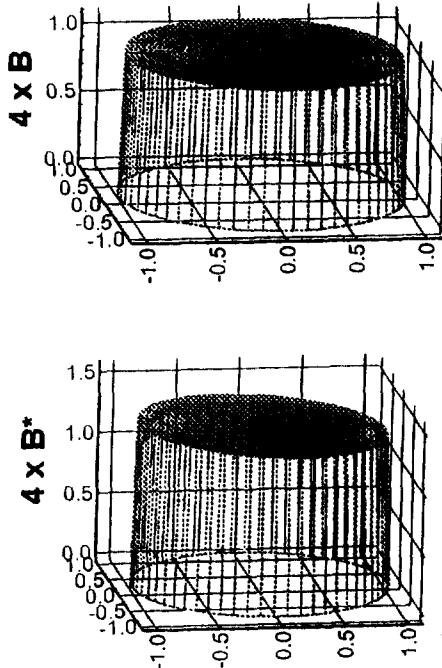
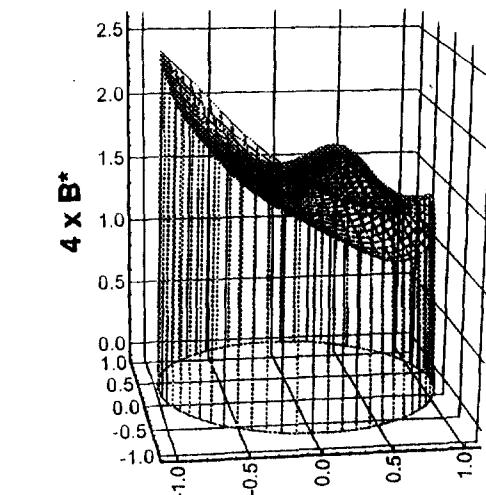
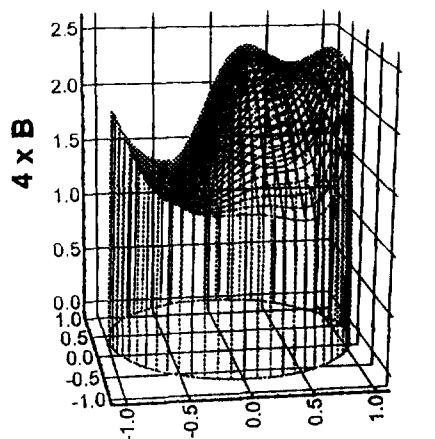


Fig.2 Asymmetry factors of soot particulates

Fig.3 Internal radiation absorption distribution of a spherical particle for $x = 0.03$

는 1800K로 가정하였다. 이와 같은 조건하에서의 soot의 비대칭인자 J 와 J^* 를 Fig.2에 나타내었다. 입사광이 태양광일때 J 는 입자크기변수 x 가 1보다 작을 경우에는 거의 0에 가까우나, 2 부근에서는 입자가 광원을 향하는 쪽으로 힘을 받아 광원쪽으로 이동할 수 있는 negative 광영동 현상을 보인

Fig.4 Internal radiation absorption distribution of a spherical particle for $x = 1.8$

다(식 (8) 참조). 그러나, x 가 3보다 클 경우는 positive 광영동현상을 나타냄으로 입자가 광원으로부터 멀어지게 된다. 그러나, J^* 의 경우는 항상 음이므로 negative 광영동 현상을 보이지 않음을 예측할 수 있다. 입사광이 1800K의 흑체일 경우에는 크기변수 x 에 따라 전체적으로 이동되고, 대체로 positive 광영동현상을 보이고 있다. 크기 변수가 너무 커지면 광영동력의 영향이 중력 등의 다른 힘들에 비하여 상대적으로 작아지게 됨으로 해석의 의미를 잃게 된다. Soot의 경우에는 x 가 0.1보다 작을 경우에는 광영동효과가 거의 없고 x 가 10을 전후로 최대의 positive 광영동력을 보일 수

있다. 이때의 입자 크기는 $0.5\mu\text{m}$ 정도가 됨으로 soot 입자 한개 보다는 크다. 그러나, soot 입자는 여러 개가 뭉치는 경향이 있으므로 이 정도의 크기로 결합될 수 있어 대기중에, 특히, 성층권으로 분사된 soot의 거동은 광영동에 의하여 지배를 받을 수 있다. 연소실내부의 온도를 1800K로 대표하면, x 가 1 부근에서도 상당한 광영동 효과를 확인할 수 있다. 이때, soot 입자 크기는 $0.25\mu\text{m}$ 정도로 역시 soot 입자 한개 보다는 크나 응집된 soot의 크기와 비슷하므로 soot의 연소실벽 또는 열교환기 등에서의 부착현상해석에서 고려되어져야겠다. 일부 영역을 제외하고는 soot의 J 와 J^* 는 비슷한 경향으로 변하고 있다.

Fig. 3은 soot의 크기변수 x 가 0.03인 경우로써 Fig.1의 좌표계에 따라 빛금친 면에서 단파장의 복사열원에 대한 흡수에너지 분포 B 와 전자파장에 대한 B^* 의 분포를 보여준다. 이는 방위각 ϕ 에 무관하므로 축대칭이 된다. 두 경우 다 절대값의 차이는 있지만 균일한 흡수장을 나타낸다. Fig.4는 1.8인 경우에 해당한다. 단파장의 경우 상당히 많은 에너지가 입자의 후면에서 흡수되고 있어 negative 광영동현상을 나타내고 있음을 예측할 수 있고, Fig.2에서 확인할 수 있다. 그러나 전파장의 경우는 입자의 전면에서 주로 흡수가 일어나서 단파장의 경우와 전파장의 경우가 전혀 다른 양상을 보인다. Fig.5는 x 가 10인 경우로 대부분의 복사에너지가 입자의 앞부분에서 흡수됨으로 강한 positive 광영동을 보이고 있고, Fig.2의 결과와도 일치한다. 그런데, 전파장의 경우에는 입자의 후면에 상당히 큰 피크(peak)를 발견할 수 있다. Fig.6은 x 가 80일 경우인데, 두 경우의 에너지분포가 서로

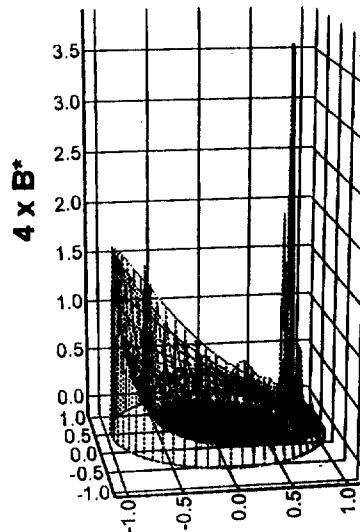
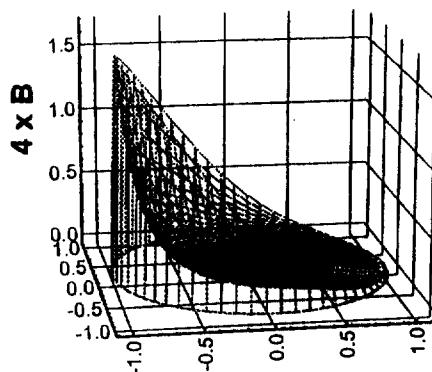


Fig.5 Internal radiation absorption distribution of a spherical particle for $x=10$

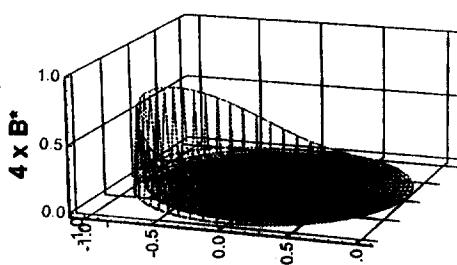
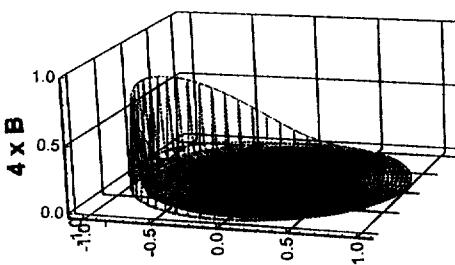


Fig.6 Internal radiation absorption distribution of a spherical particle for $x=80$

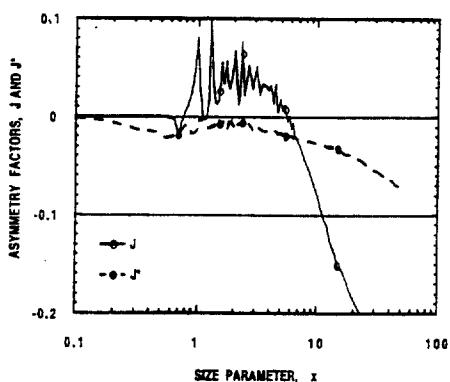
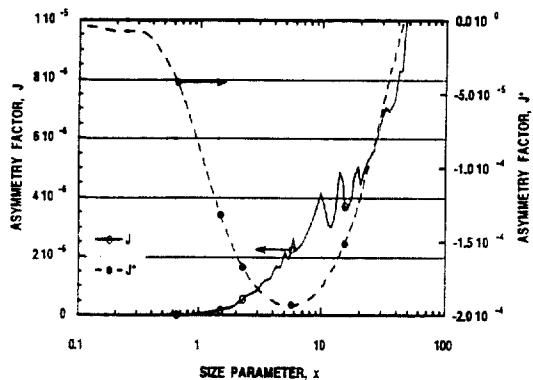


Fig.7 Asymmetry factors of a silicon particle

Fig.8 Asymmetry factors of an SiO_2 particle

비슷하고, J 와 J^* 의 절대값이 Fig.2에서 나타난 것과 같이 감소하는 구역에 있다. 이는 에너지가 입자의 앞면에서 흡수가 되나, 주 흡수영역이 상당히 좁으므로 비대칭인자의 크기가 작아지게 된다.

Fig.7은 태양광에 대한 silicon 입자의 비대칭 변수를 보여준다. 단파장에 대한 비대칭인자 J 는 크기변수 x 가 1~10구간에서 양이됨으로 negative 광영동을 유발하고 x 에 따라 상당한 요동을 하나 10이후에는 positive 광영동이 크게 증가한다. 그러나 J^* 는 음의 값을 가지며 비교적 완만하게 증가하고 있다.

Fig.8은 같은 조건하에서의 SiO_2 입자의 비대칭 변수를 보여주고 있다. 이 경우 J 는 크기변수 x 에 따라 negative 광영동이 증가하는데 이는 가시광

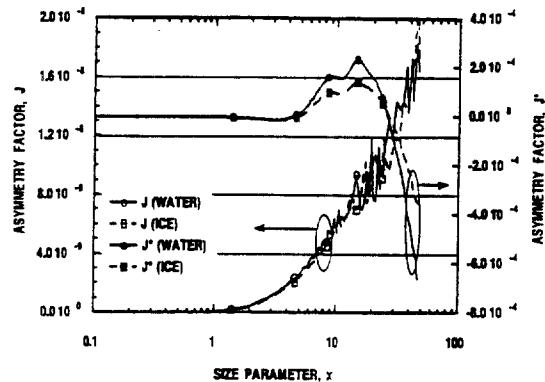


Fig.9 Asymmetry factors of a water droplet and an ice particle

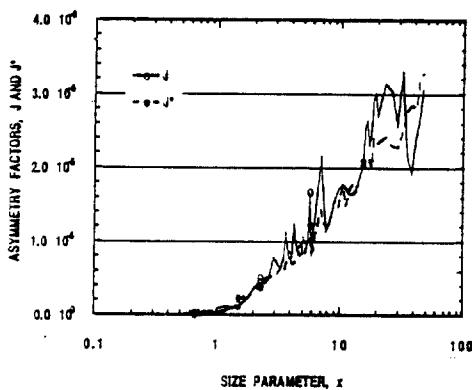


Fig.10 Asymmetry factors of an aluminium oxide particle

선영역에서 SiO_2 는 복소굴절율의 허수부인 κ 가 상당히 작기때문에 일반의 볼록렌즈와 같이 후면에 에너지가 집중하는 경향을 나타내기 때문이다. 그러나, J^* 는 음의 값을 가짐으로 positive 광영동 현상을 나타내나, x 가 약 50이후에는 양의 값을 갖는다.

Fig.9는 물과 얼음의 입자에 대한 비대칭변수를 보여준다. 얼음의 가시광선영역에서의 복소굴절율의 허수부 κ 는 물의 κ 값을 사용하였고, 실수부 n 은 다음의 Lorentz-Lorentz 방정식⁽¹⁶⁾과 물에 대한 n 값을 이용하여 구하였다.

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\rho} = \text{constant} \quad (14)$$

여기서 ρ 는 밀도를 의미한다. 물과 열음의 복소 굴절율이 가시광선영역에서는 서로 비슷하므로 J 는 거의 일치하고, 허수부 κ 가 상당히 작기 때문에 SiO_2 의 경우와 마찬가지로 J 는 크기변수 x 에 따라 negative 광영동이 증가하나 상당히 작다. 그러나, 물과 열음의 J^* 는 약간의 차이를 보이고, 양으로 증가하였다가 감소하여 x 가 30이후에는 음으로 증가하는 추세를 보인다.

Fig.10은 산화알루미늄의 비대칭인자를 보이는 데 J 와 J^* 가 거의 일치를 하고 있다. 전 파장영역에 걸쳐 κ 가 상당히 작으므로 값은 작으나 대부분의 에너지가 입자 후면에 흡수되는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 구체에 대한 Mie의 해를 이용하여 광영동현상과 밀접한 관계가 있는 복사에너지의 흡수분포 함수 및 비대칭인자를 계산하였다.

실험실에서는 laser등의 단파장의 복사에너지원으로 광영동현상을 확인하고 있어 이 경우 기존의 단파장에 대한 비대칭인자를 사용하면 되나, 연소실 또는 대기상태에서는 열원이 전 파장에 걸쳐 복사에너지를 방출하므로 전 파장에 대한 비대칭인자 해석을 요하게 된다. Wien의 법칙으로 대표 파장에 대한 비대칭인자와 전파장에 걸친 비대칭인자를 서로 비교하였다. Soot, silicon, 산화알루미늄과 같이 전파장에 걸쳐 복사 굴절율의 허수부 κ 값이 비교적 균일할 경우에는 비대칭 인자 J 와 J^* 는 약간의 차이가 있으나, 크기변수 x 의 증가에 따라 비슷한 경향을 보였다. 그러나, 물이나 SiO_2 와 같이 선택투과성이 강한 경우에는 두 비대칭인자가 전혀 다른 형태를 보여 단파장의 자료로 전파장의 결과를 예측할 수 없다.

후 기

이 논문은 1995학년도 홍익대학교 교내연구비에 의하여 연구되었으므로 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

- Ehrenhaft, F., 1917, Phys. Z. 18, p. 352.
- Lustig, A. and Sollner, A., 1932, Z. Physics, 79, p. 823.
- Hidy, G. M. and Brock, J. R., 1967, "Photophoresis and the decent of particles in the lower atmosphere", J. Geophys. Res. 72, pp. 455~460.
- Tong, N. T., 1973, "Photophoretic force in the free molecule and transition regimes", J. Colloidal Interface Sci., 43, pp. 78~84.
- Reed, L. D., 1977, "Low Knudsen number photophoresis," J. Aerosol Sci., 8, pp. 123~131.
- Ahktaruzzaman, A. F. M. and Lin, S. P., 1977, "Photophoresis of absorbing particles", J. Colloid Interface Sci., 61, pp. 171~182.
- Yalamov, Yu. I., Kutukov, V. B., and Shchukin, E. R., 1976, "Theory of the photophoretic motion of the large-size volatile aerosol particle", J. Colloid Interface Sci., 57, pp. 564~571.
- Pluchino, A. B., 1983, "Photophoretic force on particles for low Knudsen number", Appl. Opt., 22, pp. 103~106.
- Mackowski, D. W., 1989, "Photophoresis of aerosol particles in the free molecular and slip-flow regimes", Int. J. Heat Mass Transfer, 32, pp. 843~854.
- Tuntomo, A., Tien, C. L., and Park, S. H., 1991, "Internal distribution of radiant absorption in a spherical particle", J. Heat Transfer, 113, pp. 407~412.
- Bohren, C. F. and Huffman, D. R., 1983, Absorption and scattering of light by small particles, Wiley, NY.
- Greene, W. M., et al., 1985, "Photophoresis of irradiated spheres : absorption centers", J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 2, pp. 998~1004, 1985.

13. Qui, T. Q., et al., 1995, "Characteristics of radiation absorption in metallic particles, ASME J. Heat Transfer, pp. 340~345, 1995.
14. Wiscombe, W. J., 1979, "Mie scattering calculations : advances in technique and fast, vector-speed computer codes", NCAR/TN-140+STR.
15. Lee, S. C. and Tien, C. L., 1980, "Optical constants of soot in hydrocarbon flames", Eighteenth Symp. (Int.) on Comb., pp. 1159 ~1166.
16. Brewster, M. Q., 1992, Thermal radiative transfer and properties, John Wiley & Sons.