

<논문> SAE NO. 953709

층간분리된 복합적층판의 에너지 방출률에 관한 연구

A Study on the Energy Release Rate of Delaminated Composite Laminates

정 성 균*
S. K. Cheong

ABSTRACT

Global postbuckling analysis is accomplished for one-dimensional and two-dimensional delaminations. A new finite element model, which can be used to model the global postbuckling analysis of one-dimensional and two-dimensional delaminations, is presented. In order to calculate the strain energy release rate, geometrically nonlinear analysis is accomplished, and the incremental crack closure technique is introduced.

To check the effectiveness of the finite element models and the incremental crack closure technique, the simplified closed-form solution for a through-the-width delamination with plane strain condition is derived and compared with the finite element result. The finite element results show good agreement with the closed-form solutions.

The present method was extended to calculate the strain energy release rate for two-dimensional delamination. For a symmetric circular delamination, the strain energy release rate shows great variation along the delamination front, and the delamination growth appears to occur perpendicular to the loading direction.

주요기술용어 : One-Dimensional Delamination(일차원 층간분리), Two-Dimensional Delamination(이차원 층간분리), Strain Energy Release Rate(변형도 에너지 방출률), Incremental Crack Closure Technique(증분 균열 닫힘법)

1. 서 론

항공기, 우주선, 자동차, 각종 스포츠 용품등의 구조물에 복합재료의 사용은 날로 증대되고 있다. 복합재료 구조물의 기계적 특성중에는 연구해야 할 사항이 많으나, 층간분리(delamination)와 관

련된 것은 복합재료구조물에서 피할 수 없는 중요한 요소중의 하나이다. 층간분리는 복합재료를 사용한 구조물에서 하중전달 능력을 크게 감소시킬 수 있다. 층간분리를 갖는 구조물은 압축 하중하에서 후좌론(postbuckling) 거동시 높은 층간응력을 유발하여 층간분리를 성장시키고 결

* 정희원, 조선대학교 우주항공공학과(前)
서울산업대학교 기계공학과(現)

국 구조물은 불안정한 상태에 이르게 된다. 따라서 층간분리를 갖는 복합적층구조물의 좌굴 및 후좌굴 해석에 대하여 많은 연구가 이루어져 왔다.

일차원 층간분리(one-dimensional delamination)(Fig.1)의 경우에 대한 해석은 보-평판 이론을 근거로 행해졌다.¹⁻²⁾ Chai¹⁾는 변형도 에너지식을 층간분리 길이에 관하여 미분함으로서 에너지 방출률(energy release rate)을 계산하였다. Yin과 Wang²⁾은 에너지 방출률을 얻기 위하여 J-적분 개념을 사용하였다. Whitcomb³⁾은 비선형 유한요소 해석을 일차원 문제에 대해 행하였다. 그러나 에너지 방출률 계산시 선형 균열 닫힘 적분(crack closure integral) 개념을 적용하여 원래의 취지에 어긋나 있다.

이차원 층간분리(two-dimensional delamination) (Fig.2)에 대한 후좌굴 해석도 많이 이루어졌다.⁴⁻⁸⁾ 그러나 지금까지 자세한 연구는 없다. Yin⁴⁾은 원형 층간분리 문제를 축대칭 문제로 모델링하여 해석하였다. Yin은 좌굴된 영역만을 모델링하여 해석하였으며 실제 구조물의 전체를 모델링하지는 못하였다. Chai와 Bobcock⁵⁾은 타원 형태의 층간분리에 대한 후좌굴 해석을 하였다. 그들은 Rayleigh-Ritz법을 사용하였으나 그들 역시 좌굴된 영역만을 해석하였고 전 영역을 고려하지는 못하였다. Whitcomb과 Shivakumar⁷⁾는 사각형 형태의 층간분리 문제를 가상 균열 닫힘(virtual crack closure) 개념을 사용하여 해석하였다. 그들 역시 좌굴된 영역만을 고려하였으며 에너지 방출률을 계산하는데 선형 균열닫힘(linear crack closure) 개념을 적용하여 원래의 취지 즉, 비선형해석과 어긋나 있다.

Whitcomb⁸⁾은 삼차원 형태의 층간분리에 대한 후좌굴 해석을 하였다. Whitcomb 역시 선형 crack closure 개념을 사용하여 에너지 방출률을 계산하였으며 이는 잘못된 점이다. 그리고 전 영역에 대하여 비선형 해석을 해야 되지만 그는 좌굴된 영역에 대해서만 비선형 해석을 하고 나머지 영역에 대해서는 선형해석을 하였다. 그리고 삼차원 해석의 제한으로 인해 유효계수(effective moduli)를 사용하여 유한요소 수를 줄였기 때문에 적층

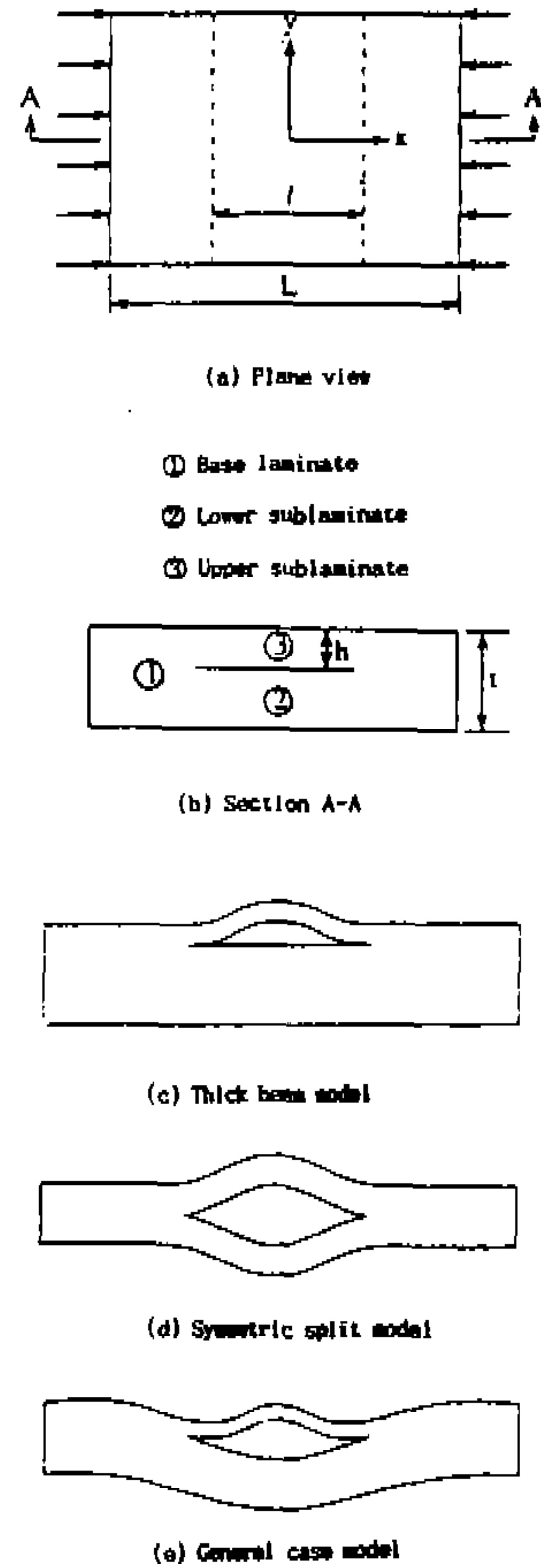


Fig.1 Configuration of a through-the-width delamination.

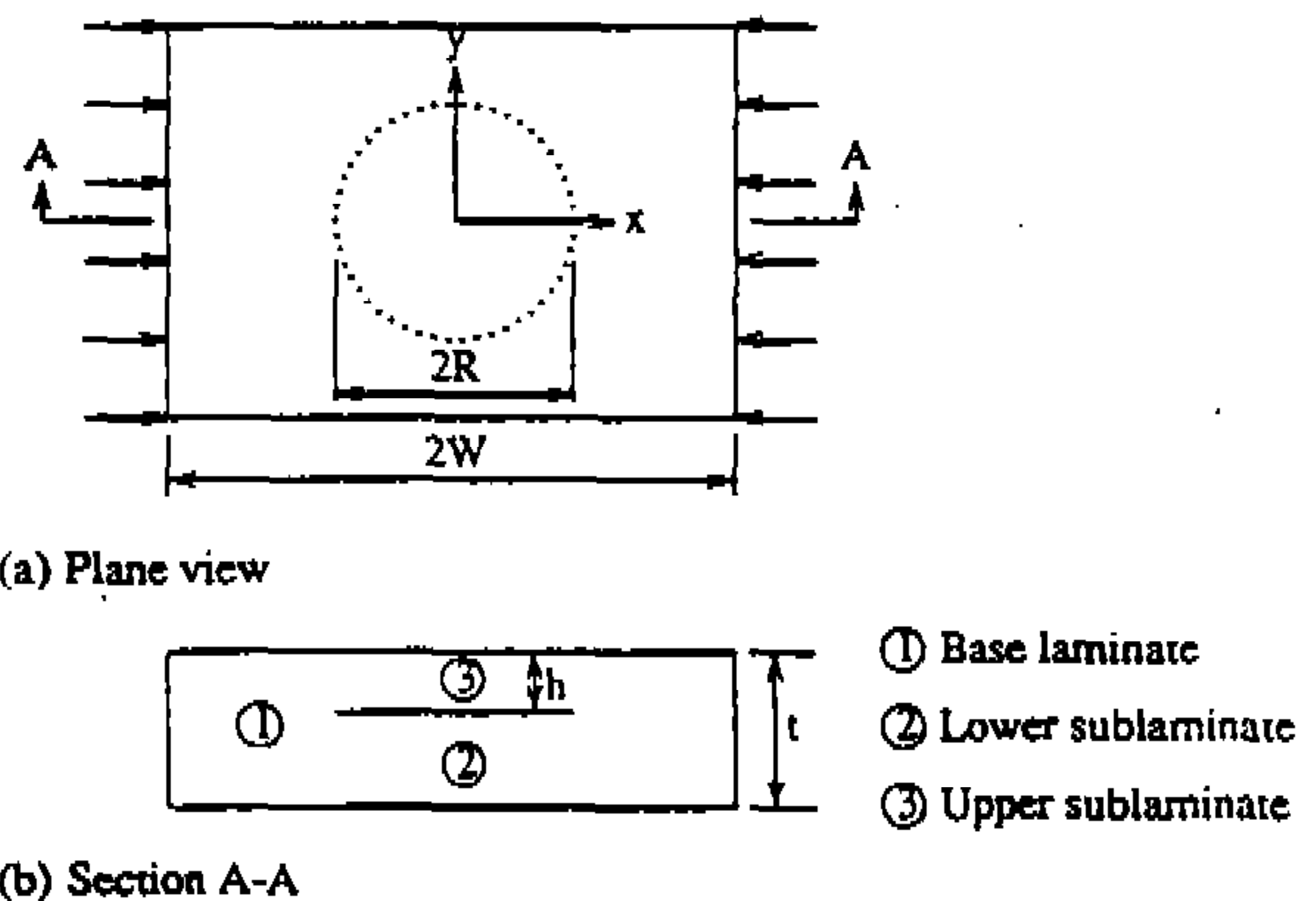


Fig.2 Configuration of an embedded delamination.

효과를 전혀 고려할 수 없는 문제점이 있다.

층간분리는 복합적층구조물에서 피할 수 없는 결함이다. 따라서 층간분리를 포함한 구조물의 후좌굴 문제 해석은 매우 중요하다. 앞에서 언급하였듯이 층간분리를 갖는 복합적층 구조물의 후좌굴해석중에서 지금까지 전체(global)해를 구한 논문은 없다. 모든 저자들이 해석을 용이하게 하기 위하여 좌굴된 영역만을 모델링하였다. 또 하나의 문제점으로서, 에너지 방출률을 계산하는데 선형 균열닫힘(linear crack closure) 개념을 적용하였다는 것이다. 즉, 비선형해석을 한후 선형 균열닫힘 개념을 적용하였다는 것은 모순이다.

본 연구에서는 일차원 및 이차원 형태의 층간분리를 갖는 적층구조물의 에너지 방출률을 계산하는 새로운 유한요소 모델을 개발하고자 한다. 유한요소 해석에 있어서는 비선형 해석을 수행하고 에너지방출률을 계산함에 있어서는 비선형 균열닫힘 개념을 도입한다. 먼저 일차원 형태의 층간분리에 대한 해석을 수행한다. 본 해석의 유효성을 검증하기 위하여 간단한 형태의 문제에 대한 이론 해석을 수행하여 비교 검토한다. 검증의 유효성을 증가시키기 위하여 또다른 유한요소 모델을 도입하여 결과를 비교 검토한다. 다음 단계로 본 해석법을 이차원 형태의 층간분리 문제에 적용하였다. 이차원 층간분리의 예제로서는 대칭 형태의 원형 층간분리(circular delamination) 문제를 해석하였다.

2. 일차원 층간분리(delamination)의 해석

2.1 이론해석

Fig.1(c), Fig.1(d), Fig.1(e)와 같은 층간분리 형태가 일차원 층간분리 문제의 전형적인 세 형태를 이루고 있다. 이중 Fig.1(e)에 해당하는 일반적인 경우의 모델(general case model)에 대한 해는 완전하지는 않지만 이용가능하다.²⁾ 이 논문에서 Yin과 Wang²⁾은 섬유 방향이 좌표축에 나란한 직교 이방성 재료에 대하여 J-적분(J-integral) 개념을 적용하였다. 이 해에서는 다른 방법을 적용하여 우선 축방향 힘(axial force)과 굽힘 모멘트(bending moment)를 구한 다음 에너지 방

출률 식에 그 값을 대입하도록 되어 있기 때문에 해석적으로 완전한 해가 아니다. 그러나 Fig.1(c)와 Fig.1(d)에 대한 해는 특별히 등방성의 경우로 한정할 경우에는 완전한 해를 얻을 수 있다. 이 장에서 이론 해석에 대한 기존의 해(Fig.1(e))를 인용²⁾하고, 컴플라이언스법(compliance method)을 사용해서 새로운 해(Fig.1(c), Fig.1(d))를 구하는 것은 이론 해석이 가능한 일차원 층간분리 문제의 해석적인 해를 정리하고, 추후에 제시될 유한요소 모델의 검증에 사용하고자 함에 그 이유가 있다. 또한 이론 해를 구할 수 있는 경우가 얼마나 한정되어 있는지를 알고자 함에 그 이유가 있다. 즉 등방성의 경우나 직교 이방성의 경우에는 어느정도 이론해를 구할 수 있다고 하지만 이방성(anisotropic)을 갖는 일반적인 복합재료의 경우에는 해를 구하기가 어렵다. 이와 같은 이방성의 경우에는 본 논문에서 제시할 유한요소 모델을 사용해서 그 한계를 벗어나야 한다. 그러면 먼저 Fig.1(c)와 Fig.1(d)에 대한 이론 해석을 간단히 하고 Fig.1(e)에 대한 해를 인용하여 정리하는 순으로 이장을 서술하겠다.

2.1.1 두꺼운 빔 모델(thick beam model)에 대한 에너지 방출률

변형 에너지 방출률에 대한 식을 얻기 위해 컴플라이언스법이 사용되었다. 母積層板(base laminate)에 작용하는 힘을 P_0 라고하면, 변형에너지는 아래와 같다.

$$U = L \int_0^{\epsilon_0} P_0 d\epsilon = L \int_0^{\epsilon_\sigma} P_0 d\epsilon + L \int_{\epsilon_\sigma}^{\epsilon_0} P_0 d\epsilon \quad (1)$$

여기서 ϵ_σ 은 좌굴변형률이고, ϵ_0 는 구조물에 작용하고 있는 변형률이다.

만약 길이 l 을 갖는 평판의 양쪽 끝이 고정되어 있고 압축 하중을 받을 때 고전 이론을 적용하면 ϵ_σ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\epsilon_\sigma = \frac{\pi^2}{3} \left[\frac{h}{l} \right]^2 \quad (2)$$

일반적인 경우의 모델(general case model)에 대한 완전한 해를 구하기는 어렵다. 따라서 본

절에서는 母積層板(base laminate)과 下部 附積層板(lower sublamine)의 굽힘에 의한 영향을 무시한 경우 즉, 두꺼운 빔 모델(thick beam model)에 대하여 에너지 방출률을 계산하고자 한다. 이 경우의 P_b 는 아래와 같이 표현될 수 있다.¹⁾

$$P_b = \frac{Et}{(1-\nu^2)} \varepsilon \quad (0 \leq \varepsilon < \varepsilon_{cr}) \quad (3)$$

$$P_b = \frac{Et}{(1-\nu^2)} \frac{(1-\bar{h})\varepsilon + \bar{h}\bar{l}\varepsilon_{cr}}{(1-\bar{h} + \bar{h}\bar{l})} \quad (\varepsilon \geq \varepsilon_{cr}) \quad (4)$$

여기에서 $\bar{h} = h/t$ 이고 $\bar{l} = l/L$ 이다. 위의 식들로부터 변형 에너지는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$U = \frac{LEt}{(1-\nu^2)} \left[\frac{\varepsilon_{cr}^2}{2} + \frac{1}{(tL - hL + hl)} \left\{ L(t-h) \frac{(\varepsilon_0^2 - \varepsilon_{cr}^2)}{2} + h l \varepsilon_{cr} (\varepsilon_0 - \varepsilon_{cr}) \right\} \right] \quad (5)$$

변형 에너지 방출률은 위의 식을 미분함으로써 얻을 수 있는데 그 결과는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$G = \frac{\partial U}{\partial l} = \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \frac{1}{2(1-\bar{h} + \bar{h}\bar{l})^2} (1-\bar{h})(\varepsilon_0 - \varepsilon_{cr}) \left[\varepsilon_0 + \varepsilon_{cr} \left\{ 3 + 4 \frac{\bar{h}\bar{l}}{1-\bar{h}} \right\} \right] \quad (6)$$

2.1.2 대칭 분리 모델(symmetric split model)에 대한 에너지 방출률

식 (6)에 곱하면 Fig.1(d)의 대칭으로 분리된 경우에 대한 에너지 방출률 식을 얻게 된다.

$$G = \frac{2Eh}{(1-\nu^2)} \frac{1}{2(1-\bar{h} + \bar{h}\bar{l})^2} (1-\bar{h})(\varepsilon_0 + \varepsilon_{cr}) \left[\varepsilon_0 + \varepsilon_{cr} \left\{ 3 + 4 \frac{\bar{h}\bar{l}}{1-\bar{h}} \right\} \right] \quad (7)$$

2.1.3 일반적인 경우의 모델(general case model)에 대한 에너지 방출률

앞에서 사용한 방법으로는 이 경우에 대한 이론해를 구하기가 어렵다. 따라서 이 경우에 대한 해로서 Yin과 Wang²⁾의 결과를 이용하겠다. 그들은 J-적분을 사용하여 직교 이방성 재료에 대한 해를 구하였다. 에너지 방출률 식을 축방향 힘과 모멘트를 사용하여 다음과 같이 표현하였다.

$$G = \frac{1-\nu_{13}\nu_{31}}{2Et^3} \left[\frac{(tP^*)^2}{\bar{h}(1-\bar{h})} + \frac{12(M^*)^2}{\bar{h}^3} + \frac{12(tP^*/2 - M^*)^2}{(1-\bar{h})^3} \right] \quad (8)$$

위에서 사용된 관계식은 다음과 같다.

$$P^* = \bar{h}[P_1 + 6(1-\bar{h})M_1/t] - P_3 \quad (9)$$

$$M^* = M_3 - M_1\bar{h}^3 \quad (10)$$

여기서 P_1 과 M_1 은 층간 분리 선단 앞에서 모적 층판의 축방향 굽힘 모멘트이다. P_3 와 M_3 는 층간분리 선단 뒤에서 상부 부적층판의 축방향 굽힘 모멘트이다.

위의 식을 보면 유한요소법과 같은 다른 방법을 사용해서 축방향 힘과 굽힘 모멘트를 먼저 구하여야 에너지 방출률을 구할 수 있다는 것을 알 수 있다.

2.2 유한요소 해석

앞의 이론해석에서 알 수 있듯이, 해석적으로 문제를 해결하는데는 한계가 있음을 알 수 있었다. 즉, Fig.1(e)와 같은 경우에 대한 이론해석이 문제가 되며, 이방성 재료의 경우라면 더욱 어렵게 된다. 특히 이차원의 경우에는 완전한 이론해석이 거의 불가능하게 된다. 이러한 경우에 본 유한요소 모델링을 적용하면 문제해결에 큰 도움이 되리라고 본다. ANSYS가 본 연구의 해석에 이용되었으며, 8-절점 쉘 요소(8-node shell element)⁹⁾가 본 논문에서 사용되었다. 3차원 해석에 바탕을 둔 요소는 전단 변형(shear deformation)¹⁰⁾의 효과를 고려하기 위해 개발되었다. 그리고 본 연구에서는 기하학적 비선형 해석이 행

하여졌다. Fig.3(a)는 일차원 층간분리에 대한 유한요소 모델을 보여준다. 절점(Node)은 모적층판(base laminate)과 부적층판(sublaminates)의 층양면에 위치한다.

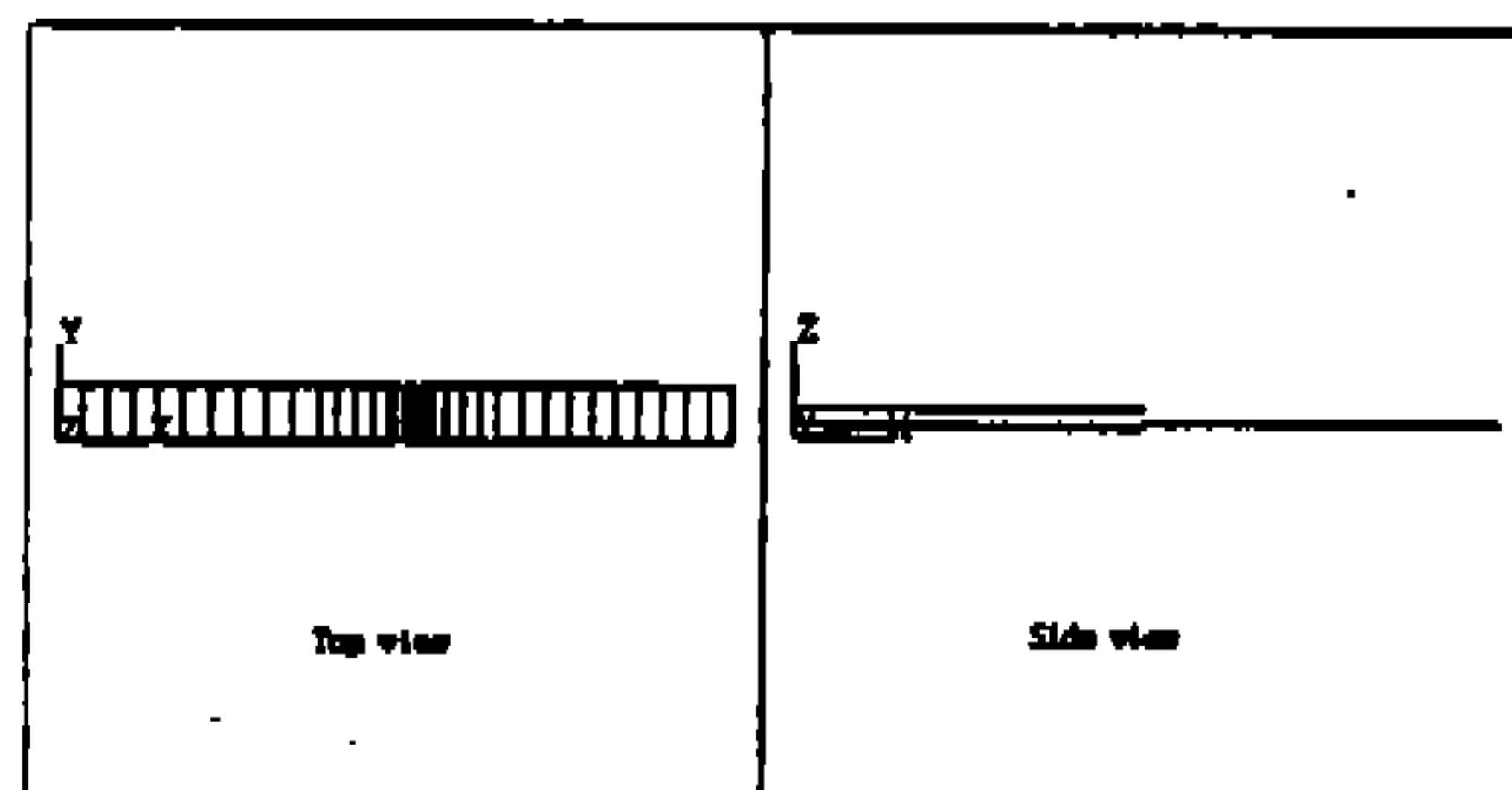
일차원 층간분리의 후좌굴 해석에 있어서 일반적인 경우가 고려되었다. yz면에 대해 대칭이기 때문에, 판의 반만이 일차원 층간분리에 대해 모델링 되었다. 강체구속(rigid constraint) 조건이 모적층판과 부적층판들을 연결하기 위해 이용되었다. 평면 변형도 조건을 만족시키기 위해, 변위의 Y방향 성분은 양쪽면에서 모두 0으로 고정시켰다. 대칭조건 또한 절단면(cut section)에서 적용된다. 모적층판 끝단에는 균일한 변위 하중(uniform displacement loading)이 작용하고 있다. 전체 판 길이(L)와 층간분리 길이(delamination length, l)는 각각 203.2mm(8inch)와 101.6mm(4 inch)이다. 전체 판 두께(t)와 층간분리 두께(h)는 각각 5.08mm(0.2inch)와 1.016mm(0.04inch)이다. 전체 판 두께와 층간분리 두께는 각각 32층과 8층의 흑연/에폭시(graphite/epoxy) 층(layer)과 일치한다. 본 연구에서 사용된 등방성 재료의 탄성 계수와 포아송(Poisson) 비는 각각 $E=67$ GPa(9.7msi), $\nu=0.33$ 이다. 사용된 흑연/에폭시(Graphite/epoxy)의 물성치는 $E_1=134$ GPa(19.4msi), $E_2=E_3=10.2$ GPa(1.48msi), $G_{12}=G_{13}=5.52$ GPa(0.8msi), $G_{23}=3.43$ GPa(0.5msi), $\nu_{12}=\nu_{13}=0.3$, $\nu_{23}=0.49$ 이다. 그리고 각 층(ply)의 두께는 0.127 mm(0.005inch)이다.

Fig.4(a)는 층간분리 선단부의 구성 형태를 보여준다. 균열 단합 개념을 적용하기 위해 층간분리 앞부분의 상 하부 부적층판이 단단히 연결되어 있다. 그리하여, 에너지 방출률을 계산하는데 필요한 c와 d에서의 힘과 모멘트를 얻을 수 있다.

균열 문제에서 비선형성이 존재하지 않는다면, 에너지 방출률은 선형 균열 단합 적분법을 사용해 계산할 수 있다. 그렇지 않다면, 비선형성의 효과를 고려해 보아야 한다. 후좌굴 문제의 비선형성 때문에, 우리는 에너지 방출률을 계산하는데 증분 절차(incremental procedure)를 사용해야만 한다. 상부 부적층판에 대하여 에너지 방출률을

있다.

$$G = \frac{1}{\Delta A} \sum_{k=1}^{LS} \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^5 (F_i^{c_j} \Delta u_i^{a_j} + F_i^{d_j} \Delta u_i^{b_j}) \quad (11)$$

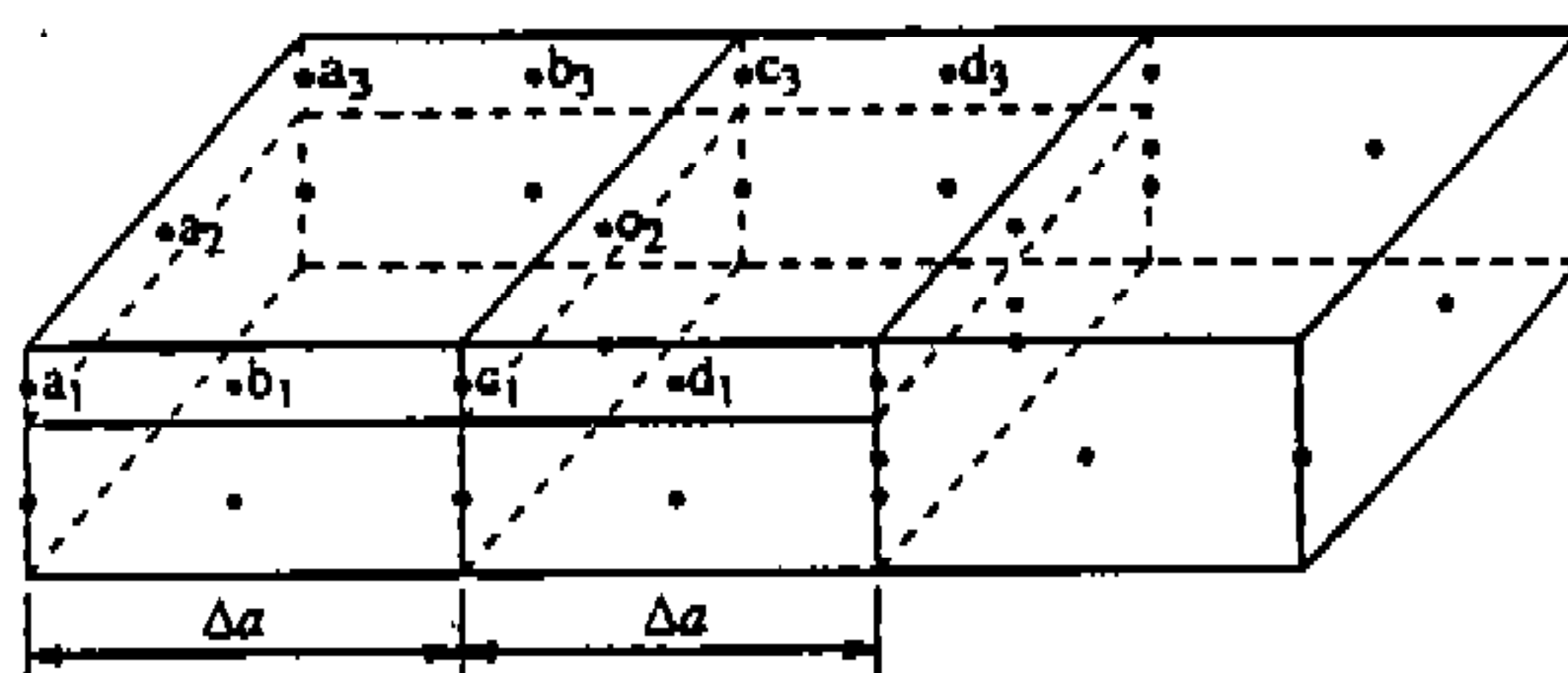


(a) 3-D 8-node shell element

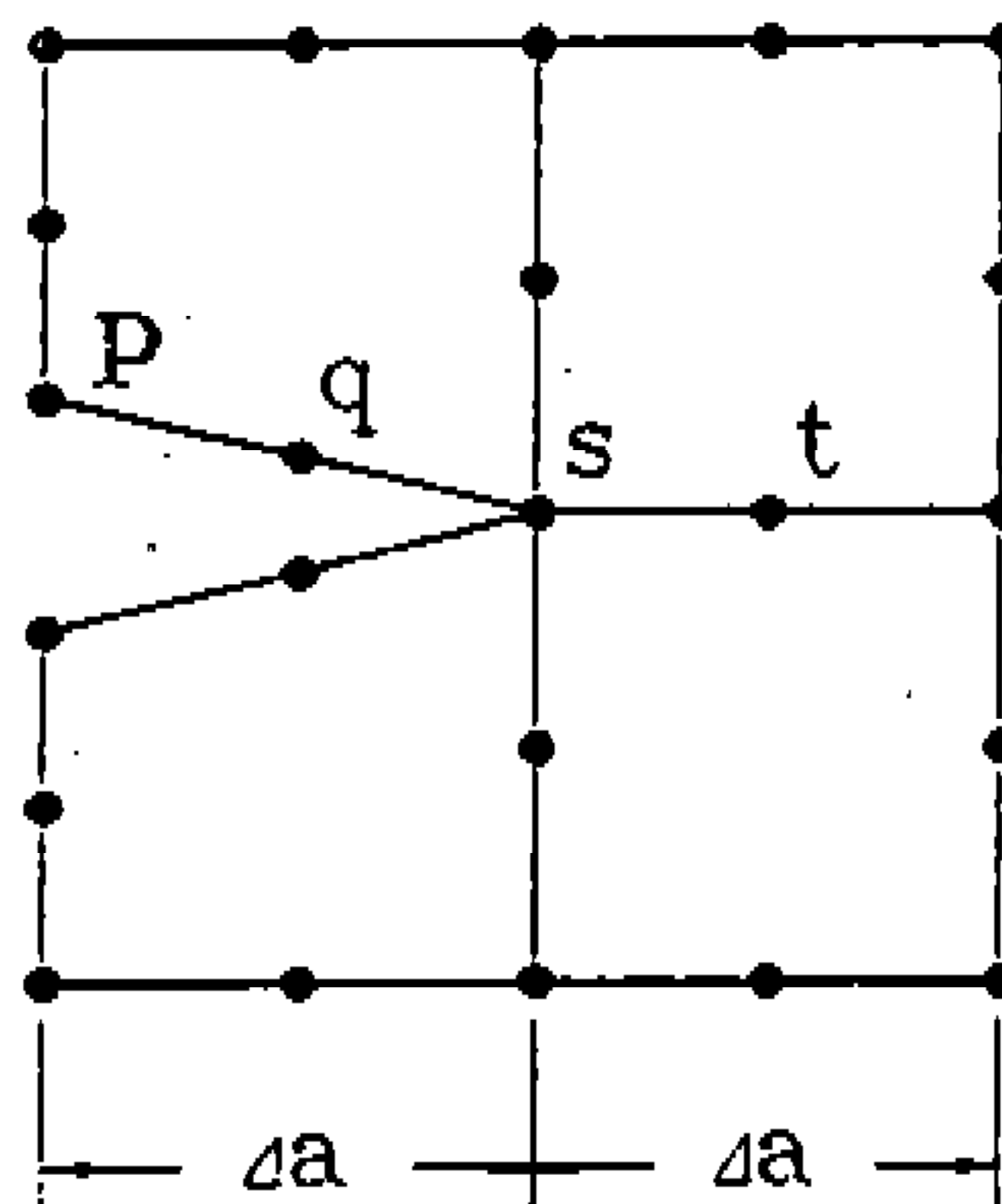


(b) 2-D 8-node isoparametric element

Fig.3 Finite element model for a through-the-width delamination.



(a) 3-D 8-node shell element



(b) 2-D 8-node isoparametric element

Fig.4 Configuration of the delamination front region.

아래와 같은 형태의 식을 사용해서 계산할 수 있다.

$$G = \frac{1}{\Delta A} \sum_{k=1}^{LS} \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^5 (F_i^{c_j} \Delta u_i^{a_j} + F_i^{d_j} \Delta u_i^{b_j}) \quad (11)$$

여기서

- ΔA = 균열 닫힘 면적 (crack closure area)
- $u_i^{a_j}$ = node a_j 에서의 변위 ($i=1, 2, 3$) 또는 회전 ($i=4, 5$)의 i 번째 성분
- $\Delta u_i^{a_j}$ = 두 load step 사이에서 $u_i^{a_j}$ 의 증분
- $F_i^{c_j}$ = node c_j 에서의 힘 ($i=1, 2, 3$) 또는 모멘트 ($i=4, 5$)의 i 번째 성분
- LS = Load step의 수

b_2 와 d_2 에 관련된 항은 Fig.4(a)에서 제외되어야 한다. 전체 에너지 방출률을 구하기 위해서는 하부 부적응판의 영향도 고려하면 된다.

선형 균열 닫힘 적분법을 고려하면, 윗 방정식은 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$G = \frac{1}{2\Delta A} \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^5 (F_i^{c_j} u_i^{a_j} + F_i^{d_j} u_i^{b_j}) \quad (12)$$

본 절에서는 검증만을 위하여 또다른 유한요소를 사용하여 에너지 방출률식을 제안하여 보았다. Fig.3(b)는 이차원 8-절점 등매개변수 요소 (8-node isoparametric element)를 사용한 유한요소 모델의 변형상태를 보여주고 있다. 대칭성을 고려하면 반만을 모델링하면 된다. Fig.4(b)는 층간분리 선단 (delamination front)의 요소를 보여주고 있다. 앞에서 사용한 개념을 적용하면 다음과 같은 에너지 방출률식을 제안할 수 있다.

$$G = \frac{1}{\Delta \alpha} \sum_{s=1}^{LS} (F_x^s \Delta u_x^p + F_x^s \Delta u_x^q) + \frac{1}{\Delta \alpha} \sum_{s=1}^{LS} (F_x^s \Delta u_x^p + F_x^s \Delta u_x^q) \quad (13)$$

여기에서

- $\Delta \alpha$ = 균열 닫힘 길이 (crack closure length)
- u_x^p = 절점 p 에서의 x 방향 상대 변위
- Δu_x^p = 두 load step 사이에서 u_x^p 의 증분
- F_x^s = 절점 s 에서의 x 방향 힘
- LS = load step의 수

앞 식에서 첫째 항과 둘째 항은 각각 모드 I와 모드 II에 대한 에너지 방출률식을 의미한다. 즉, 다음과 같은 식으로 분리할 수 있다.

$$G_I = \frac{1}{\Delta \alpha} \sum_{s=1}^{LS} (F_x^s \Delta u_x^p + F_x^s \Delta u_x^q)$$

$$G_{II} = \frac{1}{\Delta \alpha} \sum_{s=1}^{LS} (F_x^s \Delta u_x^p + F_x^s \Delta u_x^q) \quad (15)$$

윗 식과 관련된 에너지 방출률의 분리는 추후 계속하여 연구할 계획이다.

3. 이차원 층간분리 (delamination)의 해석

이차원 층간분리 (delamination) 문제의 정확한 후좌굴 해를 해석적으로 구하는 것은 불가능하다. 이차원 층간분리와 관련된 해석적 혹은 수치적인 논문을 찾아 볼 수 있다.⁴⁻⁸⁾ 그렇지만, 모든 논문에서 단지 좌굴된 영역만을 모델링함으로써 이차원 층간분리에 대한 국부적인 후좌굴 해만을 얻었다. Von Karman 방정식의 비선형성 때문에 해석적으로 이차원 층간분리에 대한 일반적인 후좌굴 해를 얻기는 어렵다.

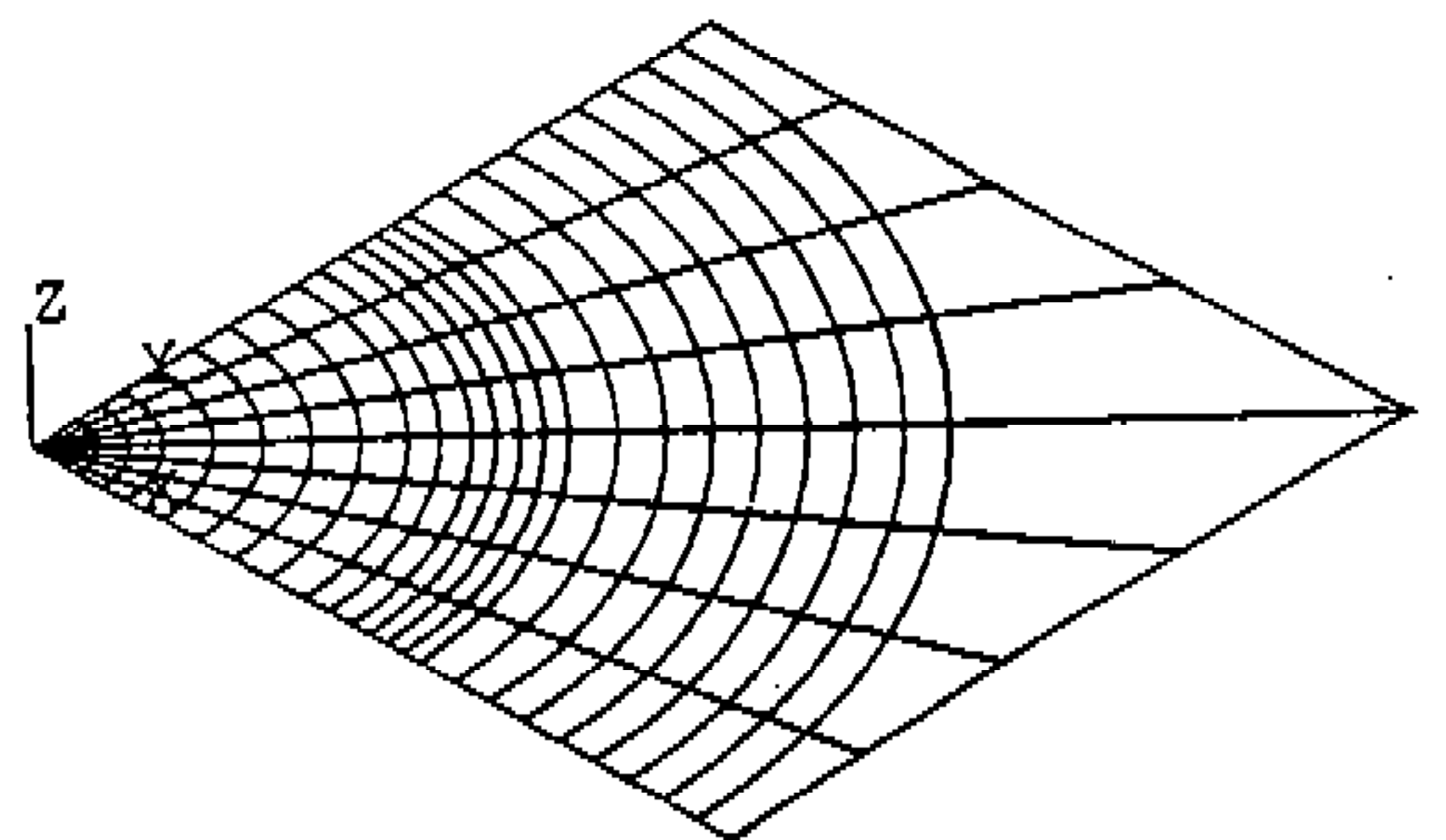


Fig.5 Finite element model for a circular delamination.

따라서 본 연구에서는 일차원 층간분리 해석에서 사용한 유한요소모델(8-node shell element)을 사용하여 수치적 해석을 적용해보고자 한다. 수치예로서는 내재된 층간분리(embedded delamination) 중에서 대칭 원형 층간분리(symmetric circular delamination)를 선택하였다. xy, xz, yz 평면에 대하여 대칭성을 고려하면 원형 층간분리의 1/8만을 취하여 해석하면 된다.(Fig5 참조) 본 모델에서는 좌굴된 영역과 좌굴되지 않은 영역이 모두 포함되었다. 경계조건으로서, 대칭조건들을 잘린 단면에 적용하였고 균일한 변위하중을 작용시켰다. 복합재료의 평판의 폭(2W)과 층간분리 직경(2R)은 각각 60mm(2.36inch), 30mm(1.18inch)이다. 복합재료 평판의 두께(t)는 1.016mm(0.04inch)이며 이것은 8층의 흑연/에폭시(graphite/epoxy) 층(layer)에 해당된다. 본 해석에서 사용한 흑연/에폭시(graphite/epoxy)의 물성은 일차원 층간분리 해석에서 사용한 것과 같다. 에너지 방출률을 계산하기 위해서는 식 (11)을 사용하면 된다.

4. 결과 및 검토

일차원 층간분리(delamination) 문제의 후좌굴

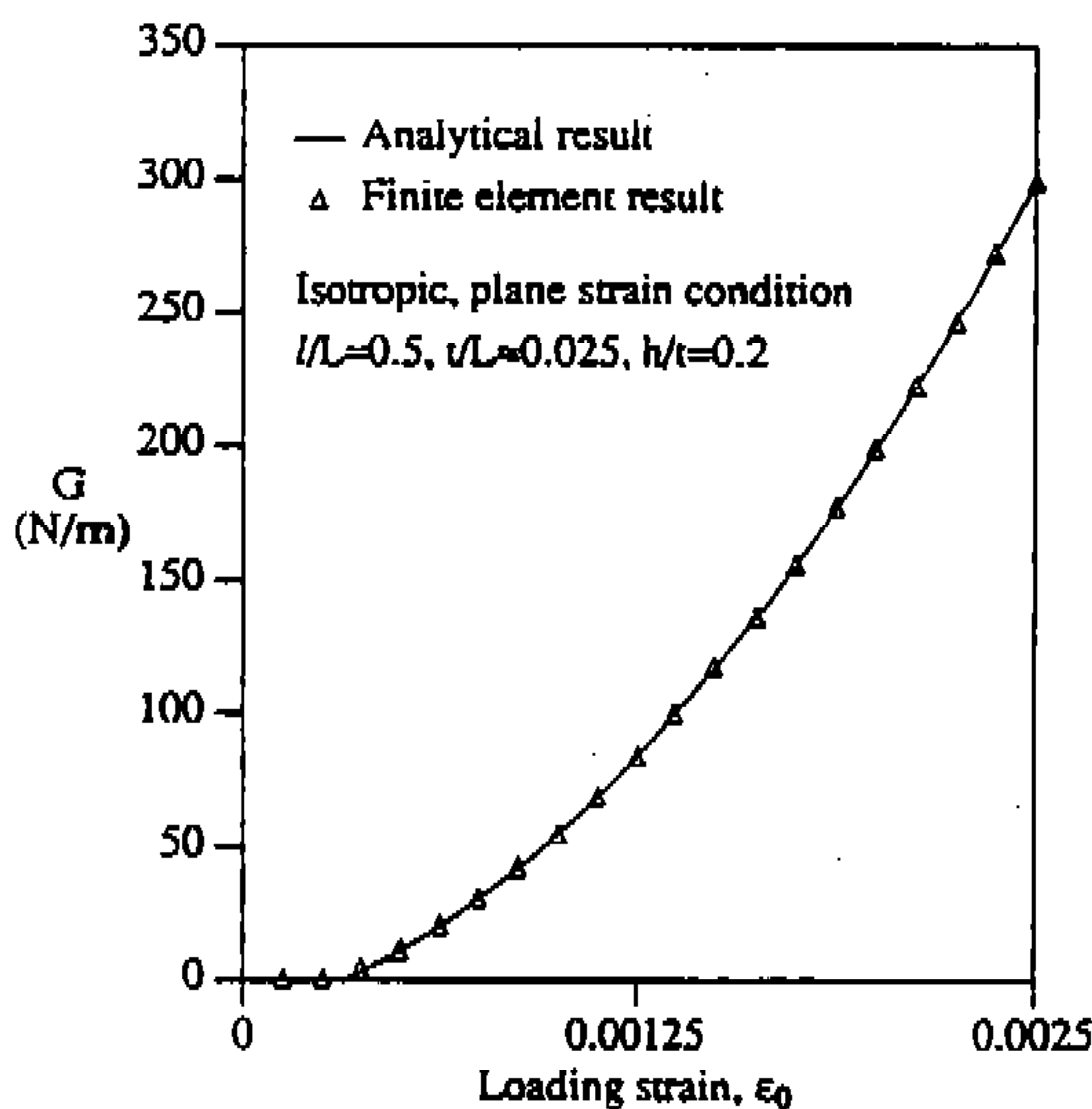


Fig.6 Comparison of numerical results with analytical solution for a thick beam model.

형태는 일반적으로 Fig1(c), (d), (e)와 같이 분류할 수 있다. 이런 해석을 하게 될 경우 각 형태에 적합하게 수식을 전개하여 해석 결과를 얻어야 하며 등방성의 경우와 일방향 적층판의 경우에 대해서만 어느 정도 해석이 되어 있다. 그러나 본 연구의 모델을 사용하게 되면 모든 경우에 대해서 총체적으로 해석이 가능하며 등방성, 일방향 복합 재료 뿐만 아니라 임의의 형태를 갖는 적층판에 대해서도 해석이 가능하게 된다. 본 모델의 유효성과 정확성을 보여주기 위해 일차원 층간분리의 후좌굴에 대하여 토론하겠다. 먼저, 일차원 층간분리에 대한 두꺼운 빔 모델이 토론될 것이다. 왜냐하면 비교 가능한 해가 있기 때문이다. 그런 다음에, 일반적인 경우에 대한 토론이 있을 것이다.

먼저, 이 모델의 효율성과 정확성을 검토하기 위해 두꺼운 빔 모델(Fig.1(c))이 검토되었다. 모적층판과 하부 부적층판의 굽힘 영향을 무시하면, 에너지 방출률의 이론 해 형태는 방정식 (6)처럼 표현된다. 유한요소 해석에서는, Fig3(a)의 y축 주변의 회전과 z방향 변위를 모적층판과 하부 부적층판에 대해 0으로 고정하였다. 마찬가지로 Fig3(b)의 모적층판과 하부 부적층판에 대한 z방향 변위를 구속하였다. Fig.6과 7은 두

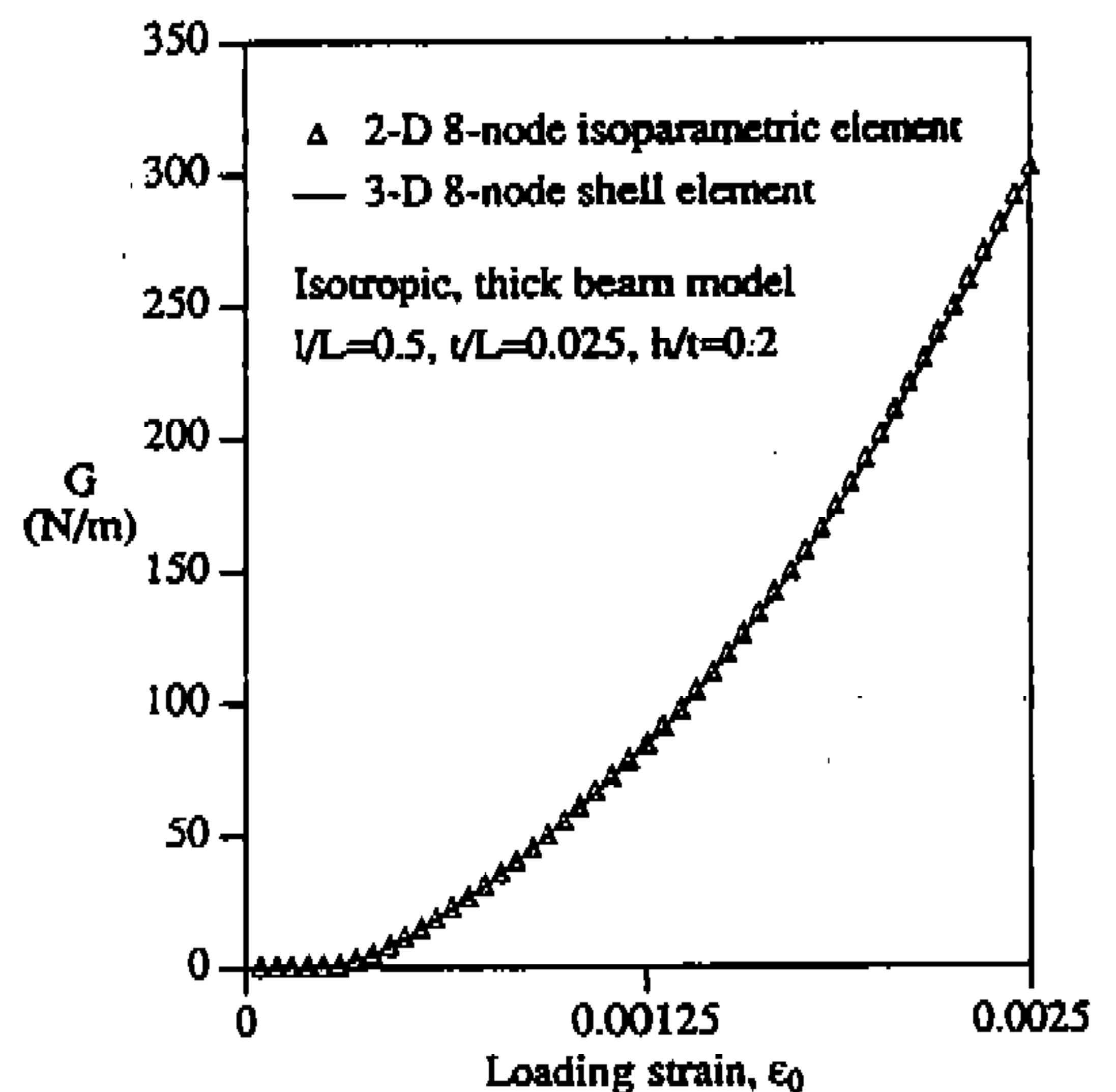


Fig.7 Comparison of two numerical results for a thick beam model.

꺼운 빔 모델의 결과를 보여준다. Fig.6을 보면 본 연구에서 전개하여 얻은 등방성의 경우에 대한 이론해석(식 (6))의 결과와 유한요소 해석 결과가 일치함을 알 수 있다. 또한 Fig.7을 보면 두가지 유한요소 모델의 결과가 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig.8은 일차원 층간분리의 대칭 분리 모델에

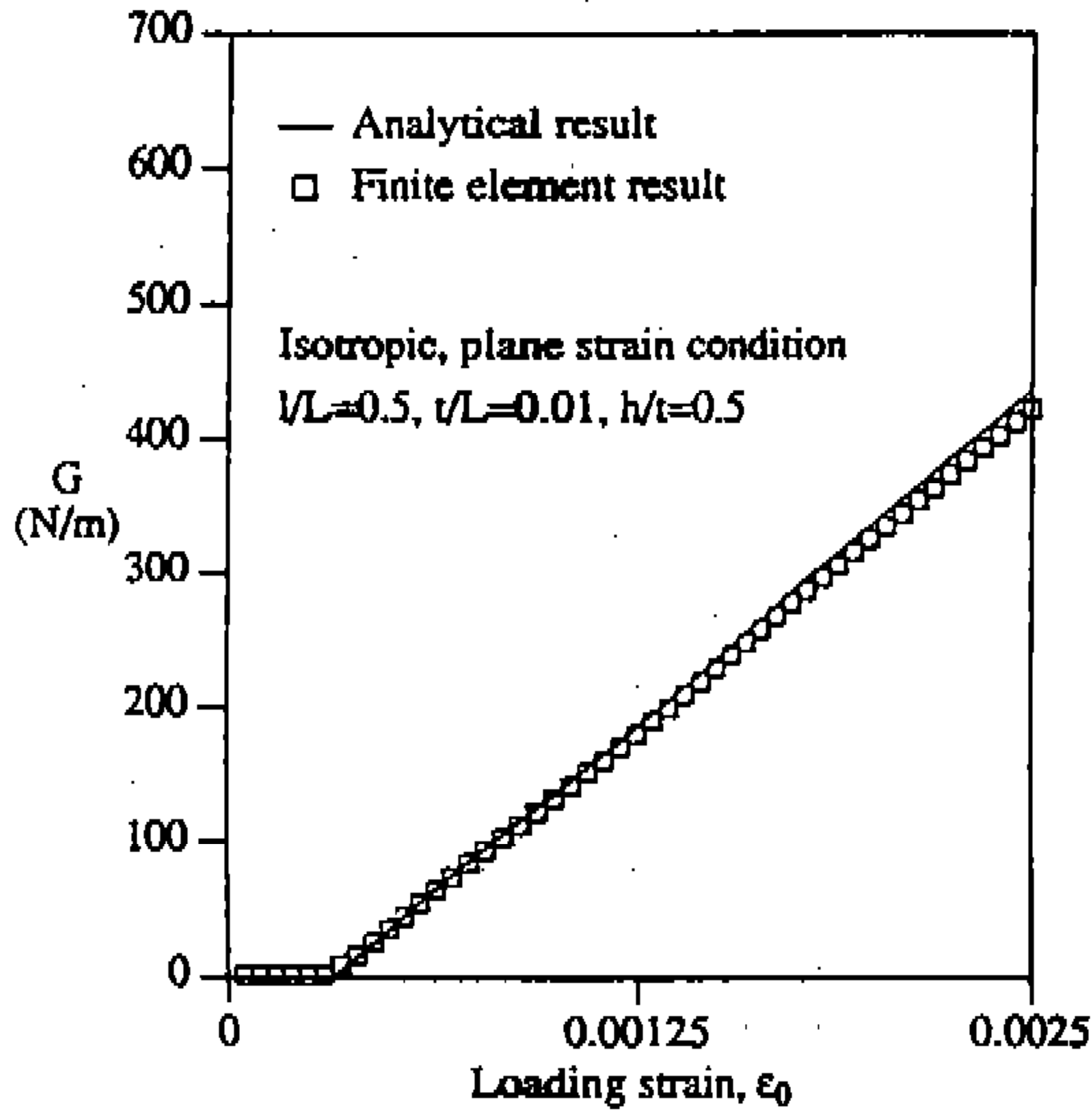


Fig.8 Comparison of numerical results with analytical solution for a symmetric split model.

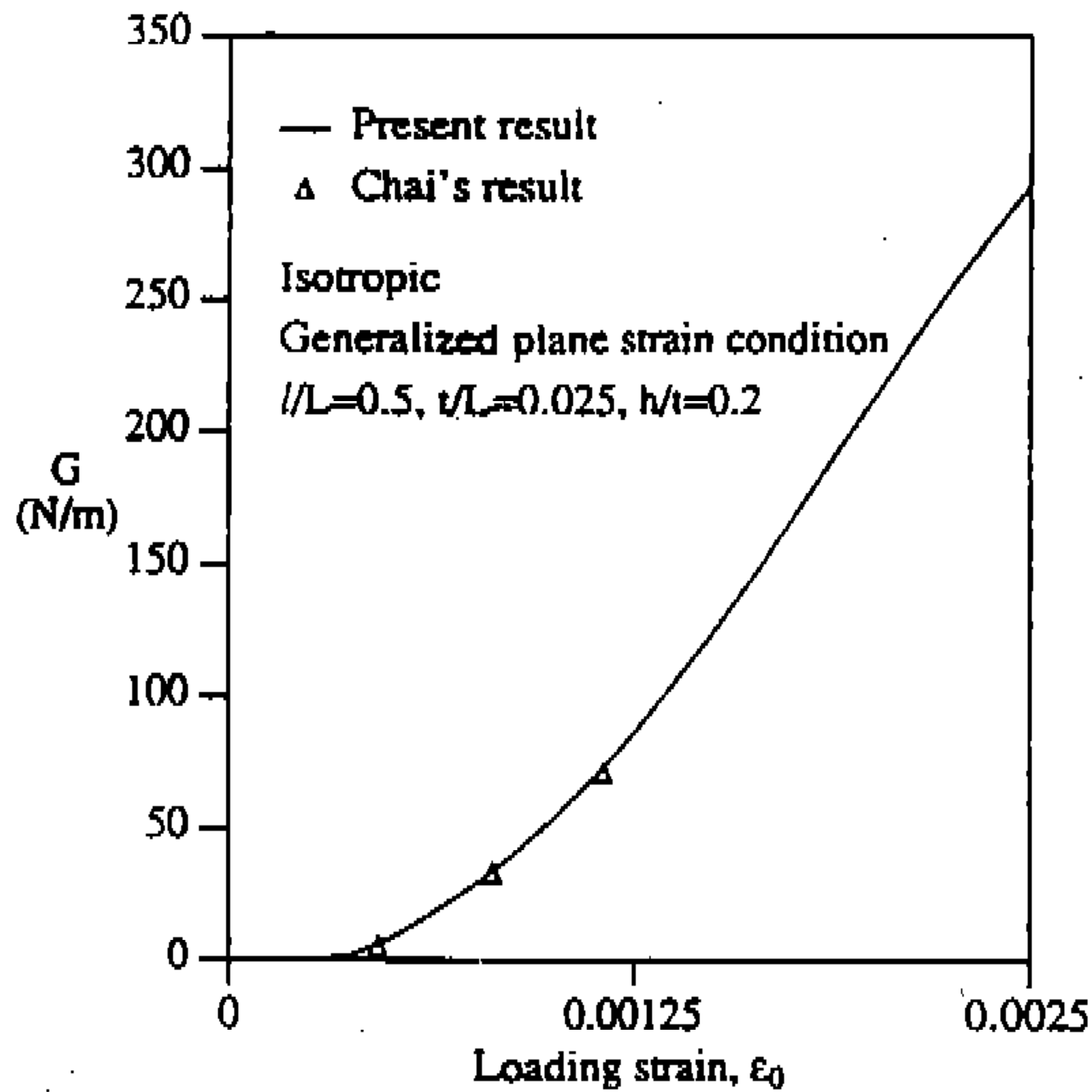


Fig.9 Energy release rate for a general case of a postbuckled through-the-width delamination.

대한 해석 결과로서 본 연구에서 전개하여 얻은 이론해석(식 7))의 결과와 유한요소해석 결과가 거의 일치함을 알 수 있다.

Fig.9는 일반화된 평면 변형도 조건에 대한 경우의 결과를 보여준다. 본 연구의 결과는 Chai의 결과¹⁾와 잘 일치한다. 비교를 위해 사용한

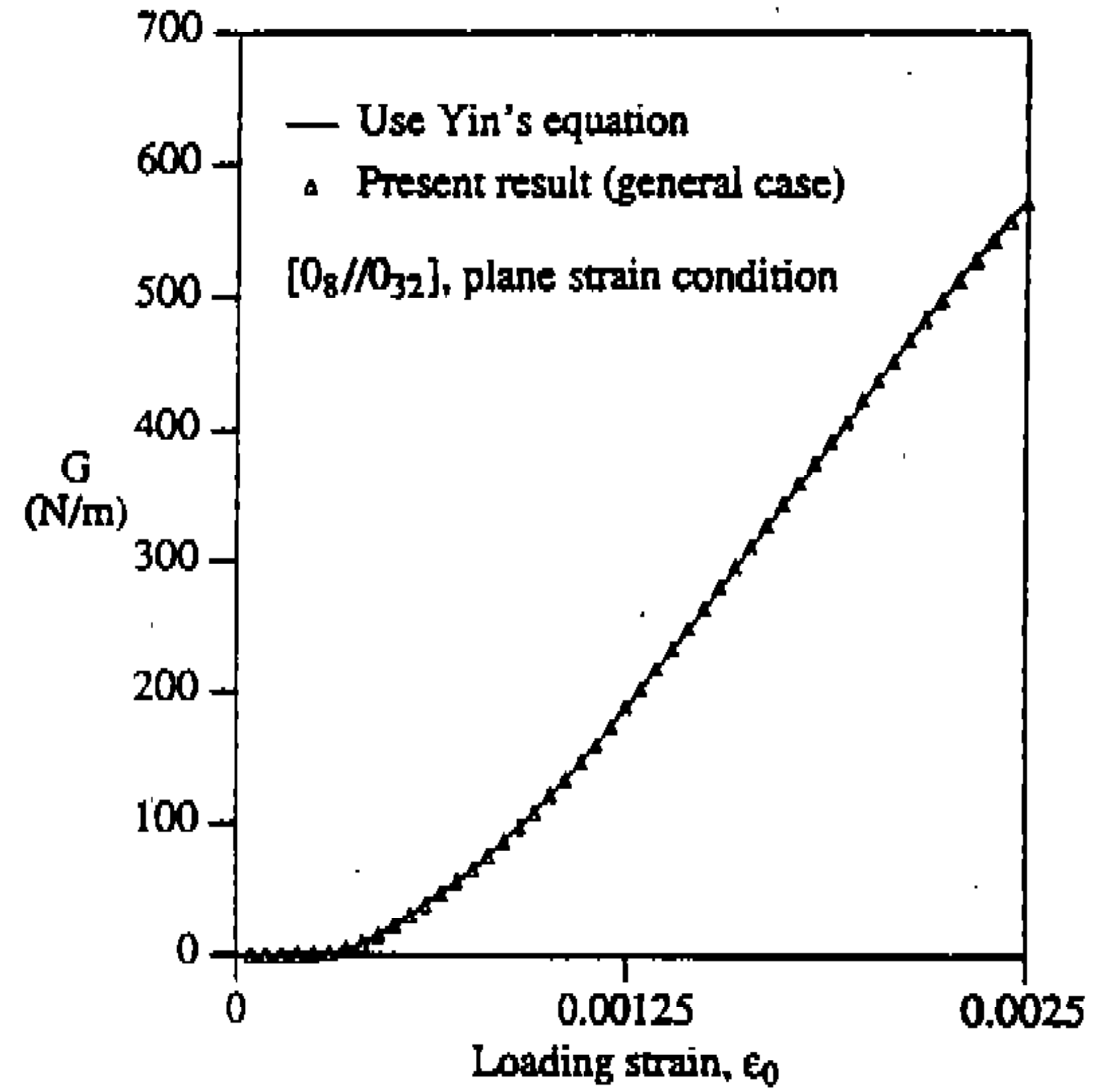


Fig.10 Energy release rate for a postbuckled laminate $[0_8//0_{32}]$

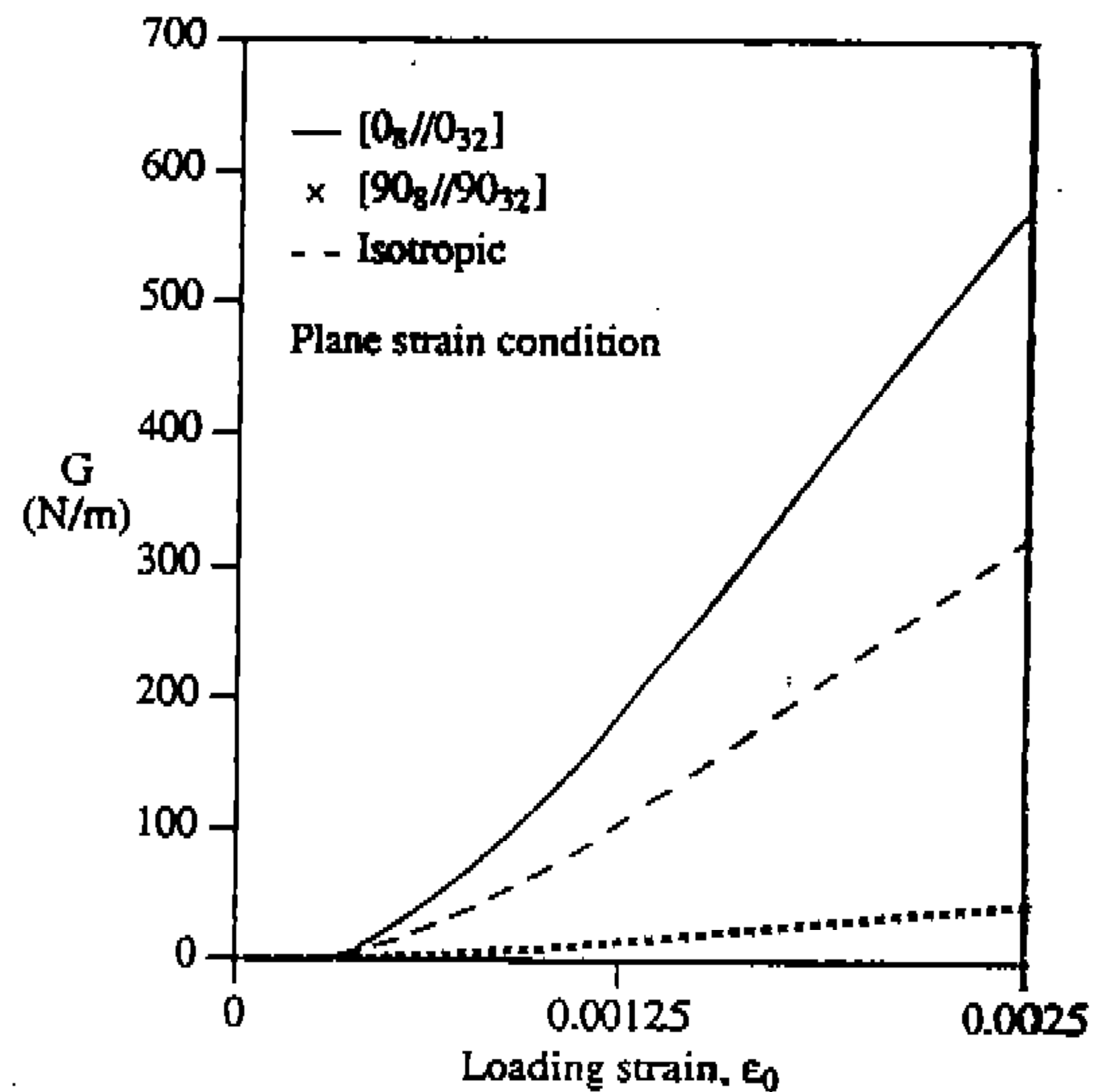


Fig.11 Energy release rate for three types of laminates.

Chai의 데이터는 단지 세 점만이 이용 가능하였다.

Fig.10은 후좌굴된 적층판 $[0_N/0_{32}]$ 에 대한 일반적인 경우의 결과를 보여준다. 적층판 $[0_N/0_{32}]$ 에서 $[//]$ 기호는 0_N 과 0_{32} 사이의 층간분리(delamination)가 존재함을 의미한다. 직교 이방성인 경우에 대한 해는 Yin과 Wang의 결과²⁾에서 이용 가능하다. 모멘트와 힘은 유한요소 해석으로 부터 구해진다. 이렇게 계산한 모멘트와 힘을 식 (8), (9), (10)에 대입하여 에너지 방출률을 계산하게 된다. 유한요소 해석 결과가 이론 해석 결과와 잘 일치함을 보여준다.

Fig.11은 세가지의 적층판에 대한 결과를 보여주고 있다. 결과를 보면 적층판의 형태에 따라서 에너지방출률이 크게 다르다는 것을 짐작할 수 있다. 후좌굴된 일차원 층간분리를 분석하는데 20-50개의 하중단계(load step)가 사용되었다. 이상의 그림들로부터 본 연구에서 제시한 유한요소 모델은 이론해와 잘 일치하고 다른 연구의 결과와도 잘 일치됨을 알 수 있다.

일차원의 해석에 사용한 유한요소 모델은 이차원의 경우에도 그대로 사용될 수 있는 모델이다. 이제는 이차원의 경우에 대한 결과를 살펴 보도록 하자. Fig.12는 $[0_2/90_2//90_2/0_2]$ 복합적층판 내부에 존재하는 대칭 원형 층간분리(symmetric circular delamination)에 대한 변형형태를 보여주고 있다.

Fig.13은 등방성 평판 내부의 원형 층간분리가 균일하게 전파된다고 가정하고 계산한 에너지방출률을 보여주고 있다. 증분균열달힘법으로 층간분리 선단(delamination front)을 따라서 에너지방출률을 계산한 다음 이 값들의 평균값을 취하였다. 컴플라이언스 법(compliance method)¹¹⁾으로 해석한 결과도 거의 같은 값을 보여준다.

Fig.14는 등방성 평판 내부의 원형 층간분리에 대한 (x, y) 좌표 $(0, R)$ 과 $(R, 0)$ 에서의 에너지방출률을 보여주고 있다. 좌굴후에 $(0, R)$ 에서는 에너지방출률 값이 급격히 증가하지만 $(R, 0)$ 에서는 매우 작다.

Fig.15와 Fig.16은 등방성 평판과 $[0_2/90_2//90_2/0_2]$ 복합적층판 내부의 원형 층간분리에 대한 에너지

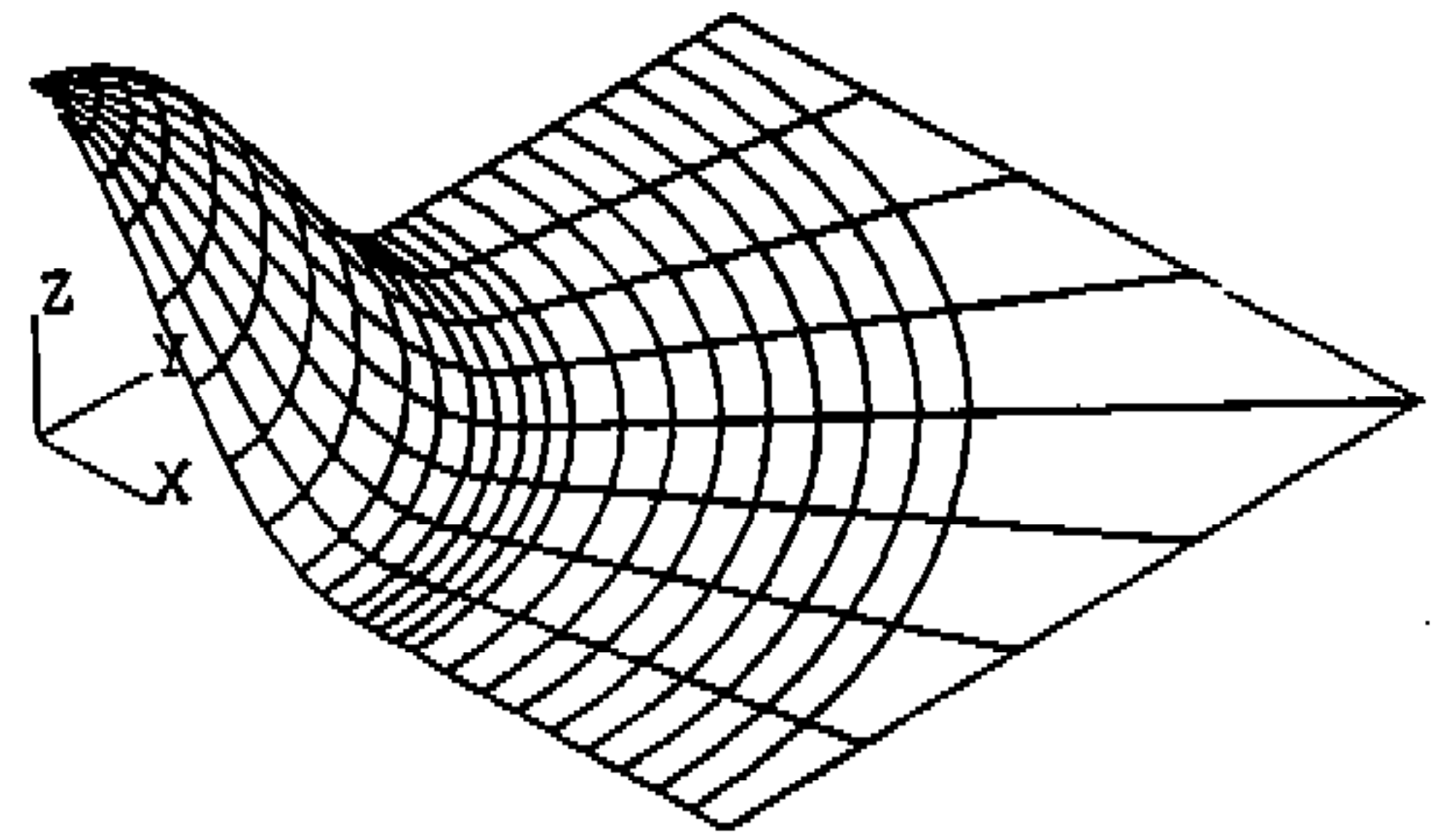


Fig.12 Deformed shape for a circular delamination in laminate $[0_2/90_2//90_2/0_2]$

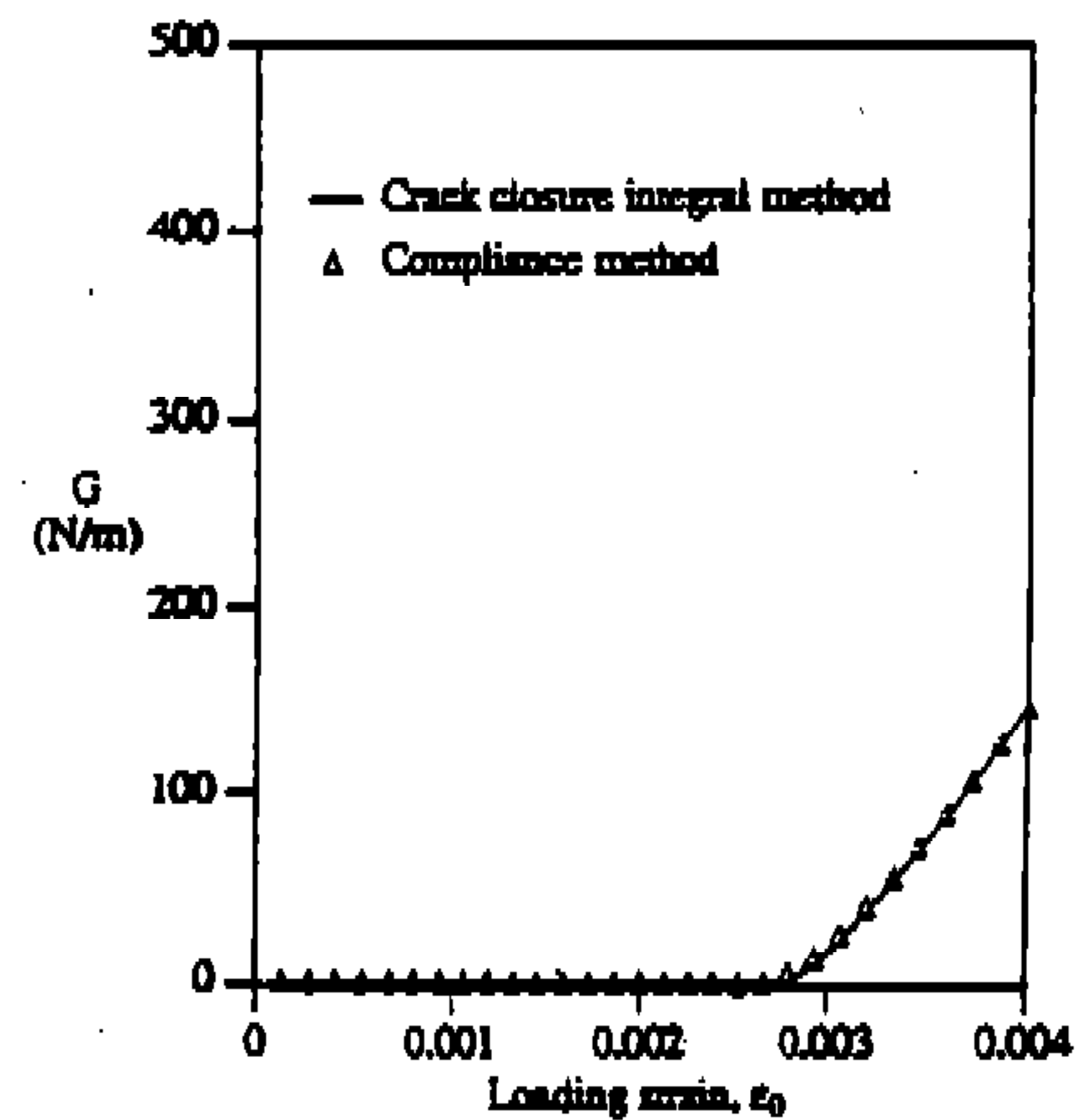


Fig.13 Energy release rate for a circular delamination in an isotropic plate (assumed uniform displacement)

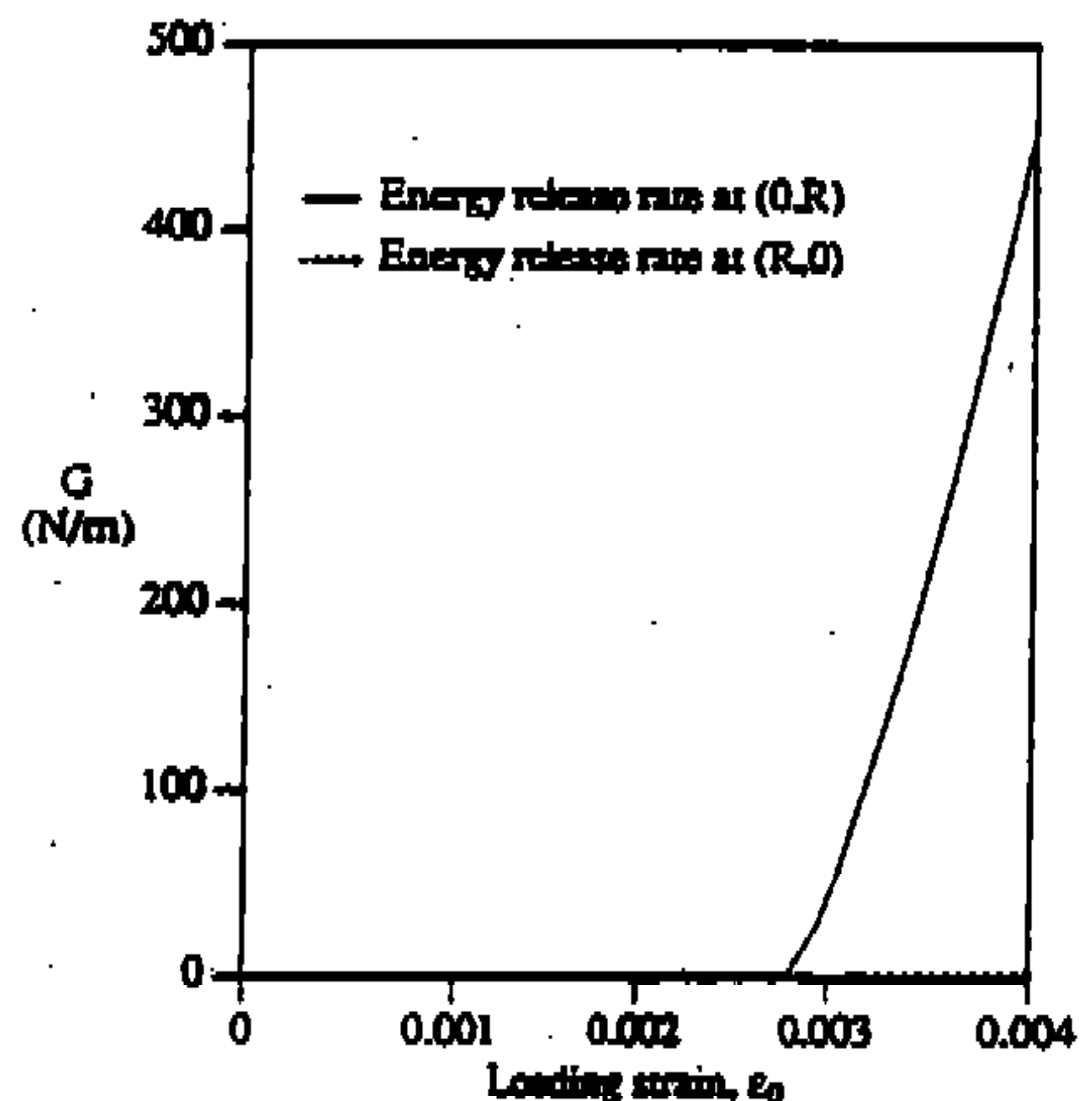


Fig.14 Energy release rate at $(0, R)$ and $(R, 0)$ for a circular delamination in an isotropic plate.

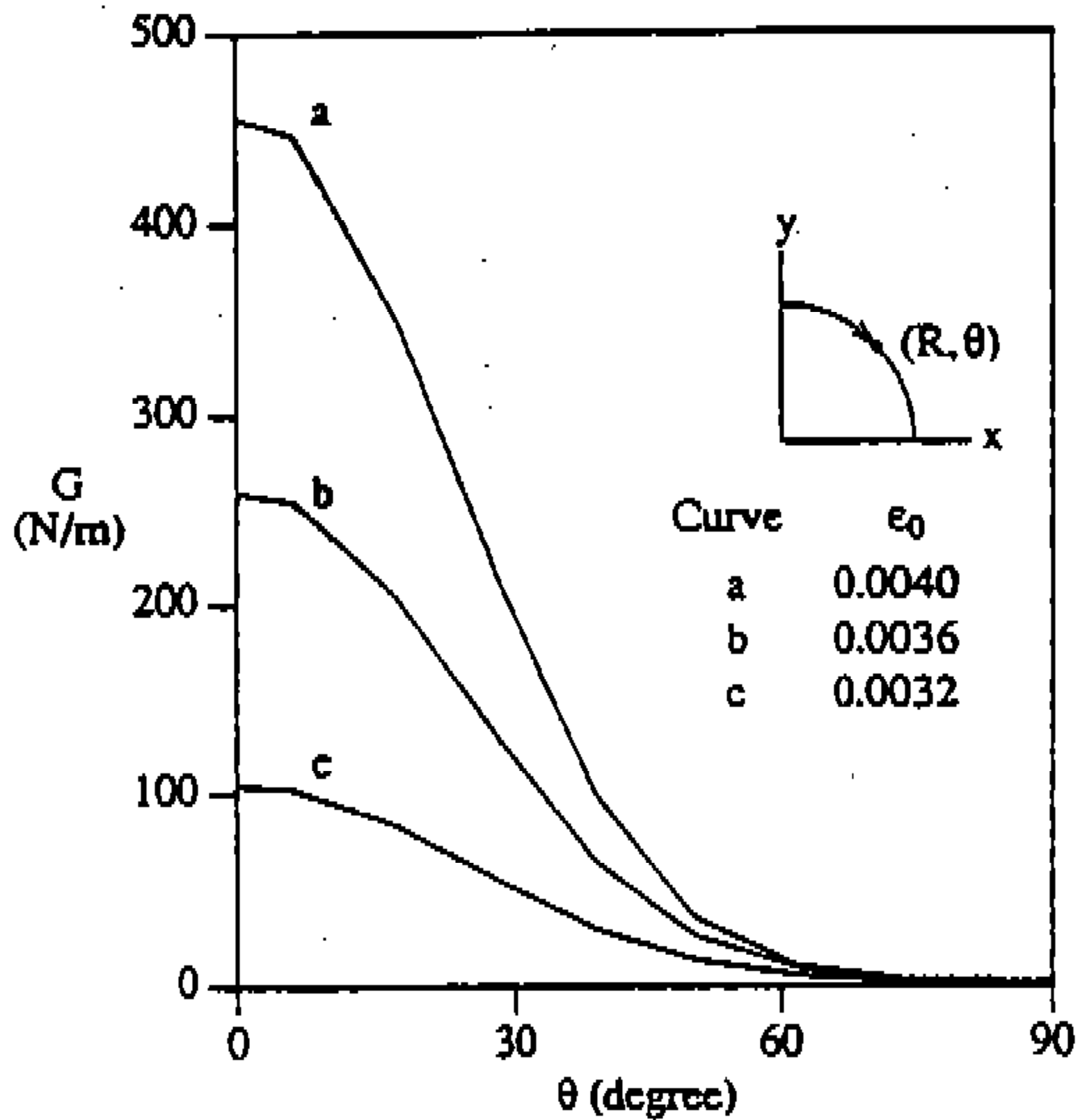


Fig.15 Energy release rate distributions for a circular delamination in an isotropic plate.

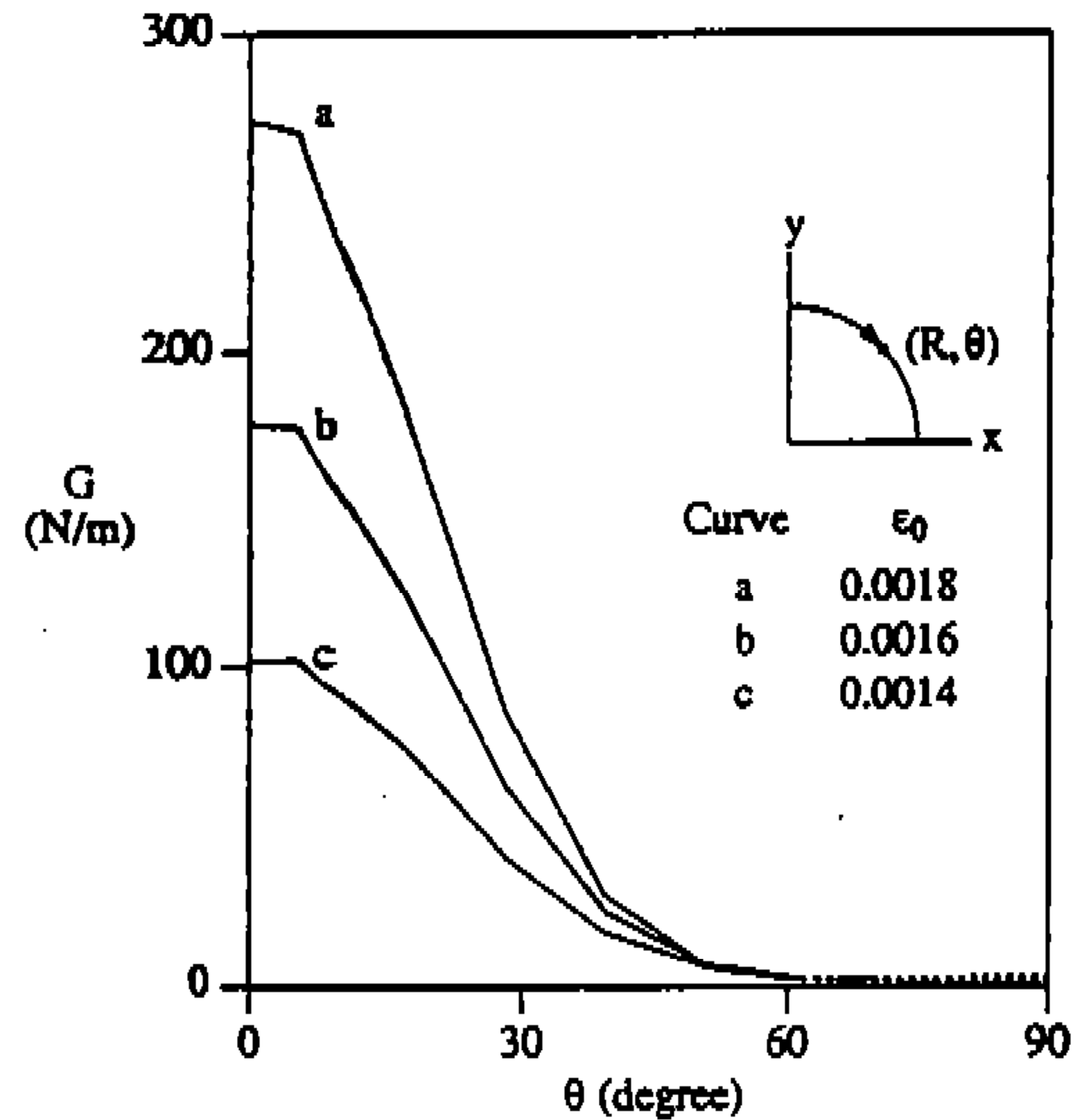


Fig.16 Energy release rate distributions for a circular delamination in laminate $[0_2/90_2 // 90_2/0_2]$

지방출률 분포를 보여주고 있다. 세개의 하중조건에 대해서 에너지방출률 분포를 도시하였다. 여기에서 각 θ 는 y축을 기준으로 해서 시계방향으로 취하였다. 에너지방출률은 층간분리 선단을 따라서 크게 변하며 $\theta=0$ 에서 최대임을 보여주고 있다. $\theta=0$ 에서 최대이기 때문에 층간분리의 성장은 하중 방향에 수직으로 일어나리라고 예측할 수 있다. 이 그림에서 점선은 위와 아래의 층간분리 면들이 서로 겹친다는 것을 의미한다. 겹치는 영역은 등방성 평판에 비해 $[0_2/90_2 // 90_2/0_2]$ 복합적층판의 경우가 더 넓다. 그러나 그 값들이 매우 작기 때문에 무시할 수 있다고 본다. 여기서는 겹침(overlapping) 문제를 다루지는 않았지만 앞으로 연구해야 할 좋은 분야라고 생각한다.

5. 결 론

복합적층판(composite laminate) 내부에 존재하는 일차원 및 이차원 층간분리(delamination)에 압축하중이 작용할때 에너지방출률을 계산하는 새로운 유한요소모델이 제시되었다. 본 모델은 단순한 경우의 이론해석으로 검증되었으며, 또

다른 유한요소모델의 결과와도 잘 일치함을 알 수 있었다.

층간분리 선단(delamination front)을 따라서 에너지방출률을 계산할때 유용한 증분균열닫힘법(incremental crack closure technique)을 도입하였으며 이 방법은 매우 정확한 결과를 주고 있다.

일차원 층간분리 문제에 있어서 에너지방출률은 적층형태에 따라서 크게 다르다는 것을 알 수 있었다. 이차원 층간분리 문제의 예제로 선택한 대칭 원형 층간분리(symmetric circular delamination) 문제에서 에너지방출률은 층간분리 선단을 따라서 크게 다름을 알 수 있었다. 그 값은 $\theta=0$ 에서 최대이기 때문에 층간분리 성장(delamination growth)은 하중방향에 수직인 부분으로 일어나리라고 예측할 수 있다.

후 기

이 논문은 1993년도 한국학술진흥재단의 공모 과제 연구비에 의하여 연구되었으며 이에 관계 자께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. H. Chai, et al., "One Dimensional Modelling of Failure in Laminated Plates by Delamination Buckling", *Int. J. Solid & Structures*, Vol.17, No. 11, pp.1069-1083, 1981
2. W.L. Yin and J.T.S Wang, "The Energy-Release Rate in the Growth of a One-Dimensional Delamination", *Trans. of ASME, J. Appl. Mech.* Vol. 51, pp.939-941, 1984.
3. J.D. Whitcomb, "Finite Element Analysis of Instability Related Delamination Growth", *J. Composite Materials*, Vol.15, pp.403-426, 1981.
4. W.L. Yin, Axisymmetric Buckling and Growth of a Circular Delamination in a Compressed Laminate", *Int. J. Solids & Structures*, Vol.21, No.5, pp.503-514, 1985.
5. H. Chai and C.D. Babcock, "Two-Dimensional Modelling of Compressive Failure in Delaminated Laminate", *J. Composite Materials*, Vol.19, pp.67-98, 1985.
6. W.L. Yin and K.C. Jane, "Postbuckling Analysis of Laminated Elliptical Plates with Application to Delamination Growth", *Proc. AIAA/ASCE/AHS/ASC 30th SDM Conference*, Mobil, Alabama, pp.121-134, 1989.
7. J.D. Whitcomb, "Strain-Energy Release Rate Analysis of Plates with Postbuckled Delaminations", *J. Composite Materials*, Vol.23 pp.714-734, 1989.
8. J.D. Whitcomb, "Three-Dimensional Analysis of a Postbuckled Embedded Delamination", *J. Composite Materials*, Vol.23, pp.862-889, 1989.
9. P.C. Kohnke, *ANSYS Theoretical Manual*, Swanson Analysis Systems, Inc. June, 1989.
10. S. Ahmad, "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by curved Finite Elements", *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol.2, pp.419-451, 1970.
11. M.F. Kanninen, "Advanced fracture mechanics", Oxford University Press, pp.323-325, 1985.