

〈논 문〉 SAE NO. 953701

다공관 배기 소음기의 음향 모드와 공동음에 관한 연구

A Study on the Acoustic Mode and Cavity-Tone in a Perforated Through-Tube Muffler

권 영 필,* 이 동 훈,** 오 승 환***
Y. P. Kwon, D. H. Lee, S. H. Oh

ABSTRACT

The objective of this study is do obtain the relationship between the acoustic mode and cavity tone induced in a perforated tube exhaust muffler. First, the modal frequency for the axisymmetric radial mode and the mode shape have been computed using the impedance model for the perforated tube. Then, experiment has been performed for the onset frequencies of the cavity tone for various design parameters and through-flow. The theoretically obtained modal frequencies are well consistent with the measured onset frequencies of the cavity tone, showing that the cavity tone is induced by the axisymmetric radial mode. And it is found that the modal frequency of a perforated tube muffler is much lower than that of a simple expansion chamber.

주요기술용어 : 소음기, 음향모드, 공동음

1. 서 론

다공관 소음기는 단순팽창관 소음기와 비교하여 유로면의 급격한 확대를 피함으로써 유동저항을 줄일 수 있다. 또한, 자생소음에 있어서도 난류에 의하여 발생하는 광대역의 주파수 특성을 갖는 유동소음을 줄일수 있다. 그러나, 다공관의 구멍에서 와류(vortex)의 이탈(shedding)과 공동의 음향모드사이의 귀환(feedback)작용으로 말미암아 순음(pure tone)의 휘파람(whistle)인 공동음(cavity-tone)이 발생할 수 있으며 낮은 유속에서도 높은 음압을 나타내기 때문에 다공관 소

음기의 설계를 위해서는 공동음의 발생조건이나 특성에 관한 해석이 필요하다.

Davies¹⁾는 유동과 소리의 연성에 의한 공동음의 발생기구를 체계적으로 연구한 바 있다. 그의 연구에 의하면, 단순팽창관의 경우는 확대부의 분류에서 이탈하는 와류와 팽창관 또는 미관의 음향모드의 연성에 의하며, Helmholtz 공명기형의 소음기의 경우 공동의 음향모드와 공동의 개구부에서 와류에 의하여 구멍으로 유입(또는 유출)되는 유동사이의 귀환작용에 의하여 공동음이 여기되는 것으로 발생기구를 해석하였다. 또한, 그는 단순팽창관에 비하여 공명형 소음기에서

* 정회원, 숭실대학교 기계공학과
** 생산기술원 기술교육센터
*** 현대자동차 상용차부품개발부

훨씬 강한 순음이 발생하는 것을 보여주었다. Kojima 등²⁾은 다공관 소음기의 공동음은 공동이나 미관의 공명주파수에서 발생하며 구멍을 통과하는 기류의 맥동속도와 방사음 사이에 강한 상관 관계를 갖는 것과 미관(tail pipe) 보다 공동의 공명주파수에서 훨씬 강한 공동음이 발생하는 것을 보여주었다. 다공관 소음기와 유사한 다공관을 갖는 덕트소음기의 자생소음에 관한 연구에서 Tsui와 Flandro³⁾는 순음성의 기류음은 횡방향의 모드를 갖는 덕트의 고차모드에서 발생하고 그 차단(cut-off)주파수에서 강한 휘파람이 발생하며 그 발생주파수는 구멍의 지름과 관을 통하는 평균유속으로 무차원화한 Strouhal 수로 0.19와 0.27 사이에 있음을 보여주었다.

그러나, 공동음의 발생에 관한 발생주파수나 소음기의 설계변수에 따른 공동음의 특성에 관한 체계적인 연구가 미흡하다. 다공관의 음향모드에 관한 해석적인 연구가 없으며 공명주파수와 발생주파수를 비교 연구한 바도 없다.

따라서, 본 연구의 목적은 다공관 소음기의 음향모드를 해석하고 공동과 다공관의 치수 및 구멍배열에 따른 공동음의 주파수특성 및 발생 조건을 체계적으로 구하는데 있다. 먼저, 다공관의 임피던스모델⁴⁾에 의하여 소음기의 음향모드를 계산하여 소음기의 치수에 따른 모드별 차단주파수(cut-off frequency)를 구한다. 다음으로는 소음기를 통하는 유속변화에 따른 공동음의 발생 조건과 그 주파수특성을 실험하여 공동음의 주파수와 유동특성과의 관계를 검토하고 공동음이 발생하기 시작하는 주파수와 고차모드의 차단주파수와의 상관관계를 구한다.

2. 다공관의 음향모드

단순팽창관에 다공관을 장착한 Fig.1과 같은 다공관 소음기의 음향모드를 구하는 것이 공동음의 해석뿐만 아니라 다공관 소음기의 성능을 구하기 위하여 필요하다. 여기서는 축대칭의 반경방향 모드만 구하였으며 온도구배나 기류의 영향 등은 고려하지 않았다.

관에서 축대칭 모드의 음압분포는 다음식으로

나타낼 수 있다.

$$p(r, z, t) = R(r) (Ae^{-ik_z z} + Be^{ik_z z}) e^{i\omega t} \quad (1)$$

식에서 ω 는 각진동수, kz 는 축방향의 파수(wave number)를 뜻하며, 상수 A와 B는 축방향의 경계조건으로 구해진다. 위의 식을 Helmholtz 방정식에 대입하면 다음과 같은 $R(r)$ 에 관한 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + k_r^2 R = 0 \quad (2)$$

식에서 k_r 은 반경방향 파수로서 축방향파수와 의 관계는 다음과 같다.

$$k_r^2 = k_0^2 - k_z^2, \quad k_0 = \frac{\omega}{a_0} \quad (3)$$

식에서 a_0 는 음속을 뜻한다.

Fig.1에서와 같이 반지름 r_0 인 관에 동축으로 반지름 r_1 인 다공관이 존재하는 경우 해석의 영역을 내측($r \leq r_1$)과 외측($r > r_1$)으로 나누어서 방정식(2)의 해를 다음과 같이 Bessel 함수를 이용하여 구할 수 있다.

$$R = J_0(k_r r), \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad (4)$$

$$R = C_1 J_0(k_r r) + C_2 N_0(k_r r), \quad r_1 \leq r \leq r_0 \quad (5)$$

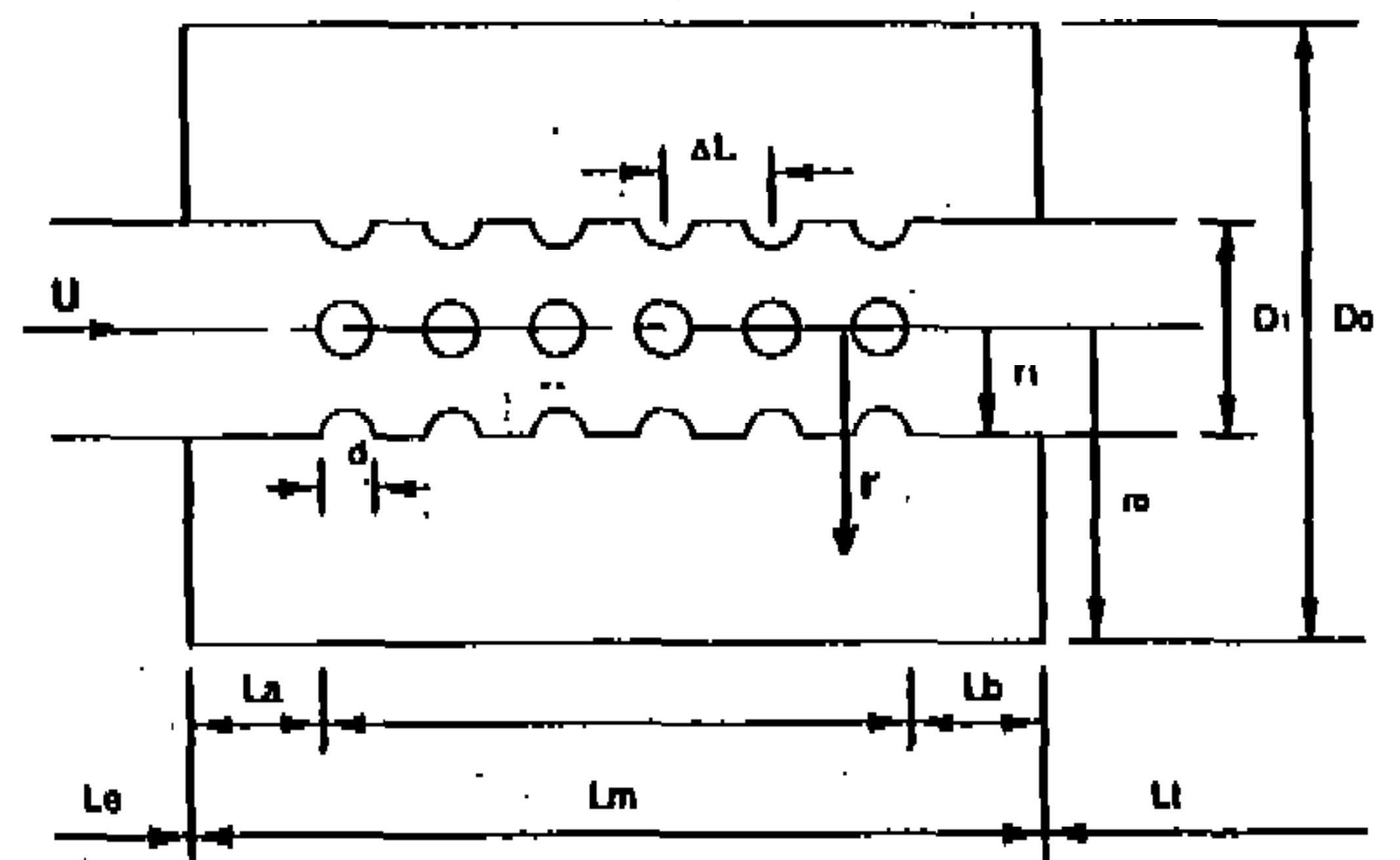


Fig.1 Perforated through-tube muffler

식에서 상수 C_1 과 C_2 및 파수 k_r 은 경계조건으로부터 구할 수 있다. 즉, $r=r_1$ 에서 연속조건 $u(r_1^-) = u(r_1^+) = u(r_1)$ 에 식(4)와 식(5)를 운동량방정식에 대입하여 나타내면 다음식을 얻을 수 있다.

$$J_1(k_r r_1) = C_1 J_1(k_r r_1) + C_2 N_1(k_r r_1) \quad (6)$$

또한, 다공관의 임피던스 Z 에 의하여 다음과 같은 압력조건을 얻을 수 있다.

$$p(r_1^-) - p(r_1^+) = Z u(r_1) \quad (7)$$

식(4)와 식(5) 및 운동량방정식을 이용하여 식(7)을 나타내면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & C_1 J_0(k_r r_1) + C_2 N_0(k_r r_1) \\ &= J_0(k_r r_1) - \frac{Z k_r}{j \omega \rho_0} J_1(k_r r_1) \end{aligned} \quad (8)$$

끝으로, $r=r_0$ 에서 단단한 벽조건($u=0$)을 적용하면 식(5)에서 다음식을 얻을 수 있다.

$$C_1 J_1(k_r r_0) + C_2 N_1(k_r r_0) = 0 \quad (9)$$

식(6)과 식(9)에서 계수 C_1 과 C_2 를 구하면 다음과 같다.

$$C_1 = \frac{J_1(k_r r_1) N_1(k_r r_0)}{J_1(k_r r_1) N_1(k_r r_0) - N_1(k_r r_1) J_1(k_r r_0)} \quad (10)$$

$$C_2 = \frac{-J_1(k_r r_1) N_1(k_r r_0)}{J_1(k_r r_1) N_1(k_r r_0) - N_1(k_r r_1) J_1(k_r r_0)} \quad (11)$$

식(10)과 식(11)을 식(8)에 대입하면 다음식과 같이 k_r 에 관한 특성방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & J_1(k_r r_0) [N_1(k_r r_1) J_0(k_r r_1) - J_1(k_r r_1) N_1(k_r r_1)] \\ &= \frac{Z k_r}{j \rho_0 \omega} J_1(k_r r_1) [J_1(k_r r_1) N_1(k_r r_0) - N_1(k_r r_1) J_1(k_r r_0)] \end{aligned} \quad (12)$$

임피던스의 저항값은 유동장의 영향을 받고 리액턴스는 주파수의 영향을 받는다. 그런데, 일반적으로 저항은 리액턴스에 비하여 작을 뿐 아니라 특성방정식에 미치는 영향이 작으므로 리액턴스만 대입하여 특성방정식의 해를 구할 수 있다.

$\zeta = Z / \rho_0 a_0$ 로 정의된 무차원 임피던스 ζ 의 허수부인 리액턴스를 x 로 표시하여 식(12)를 다시 정리하면 다음식과 같다.

$$\begin{aligned} & 2J_1(k_r r_0) + \pi \frac{x}{k_0 r_1} (k_r r_1)^2 \\ & \times [J_1(k_r r_0) N_1(k_r r_1) - J_1(k_r r_1) N_1(k_r r_0)] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

위의 식으로부터 특성치 $k_r r_0$ 를 구할 수 있다. 치수가 $r_1=10\text{mm}$, $r_0=60\text{mm}$, $t=1\text{mm}$, $d=4\text{mm}$ 인 Fig.1의 다공관 소음기의 공극률(porosity)의 변화에 따른 고차모드의 파수를 계산한 결과는 Fig.2와 같다. 계산에서 리액턴스 x 는 Sullivan⁴⁾에 의하여 제안된 임피던스 모델에서 구한 다음식을 사용하였다.

$$x = k_0(t + 0.75d) / \sigma \quad (14)$$

다공관이 없는($\sigma=100\%$) 단순관의 경우에 파수를 계산하면 3.83, 7.02, 10.17과 같다. 따라서 Fig.2로부터 다공관의 고차모드의 차단주파수는 단순관에 비하여 크게 감소하는 것을 알 수 있다. 공극률이 $\sigma=0\%$ 인 경우는 구멍이 없는 환상관에

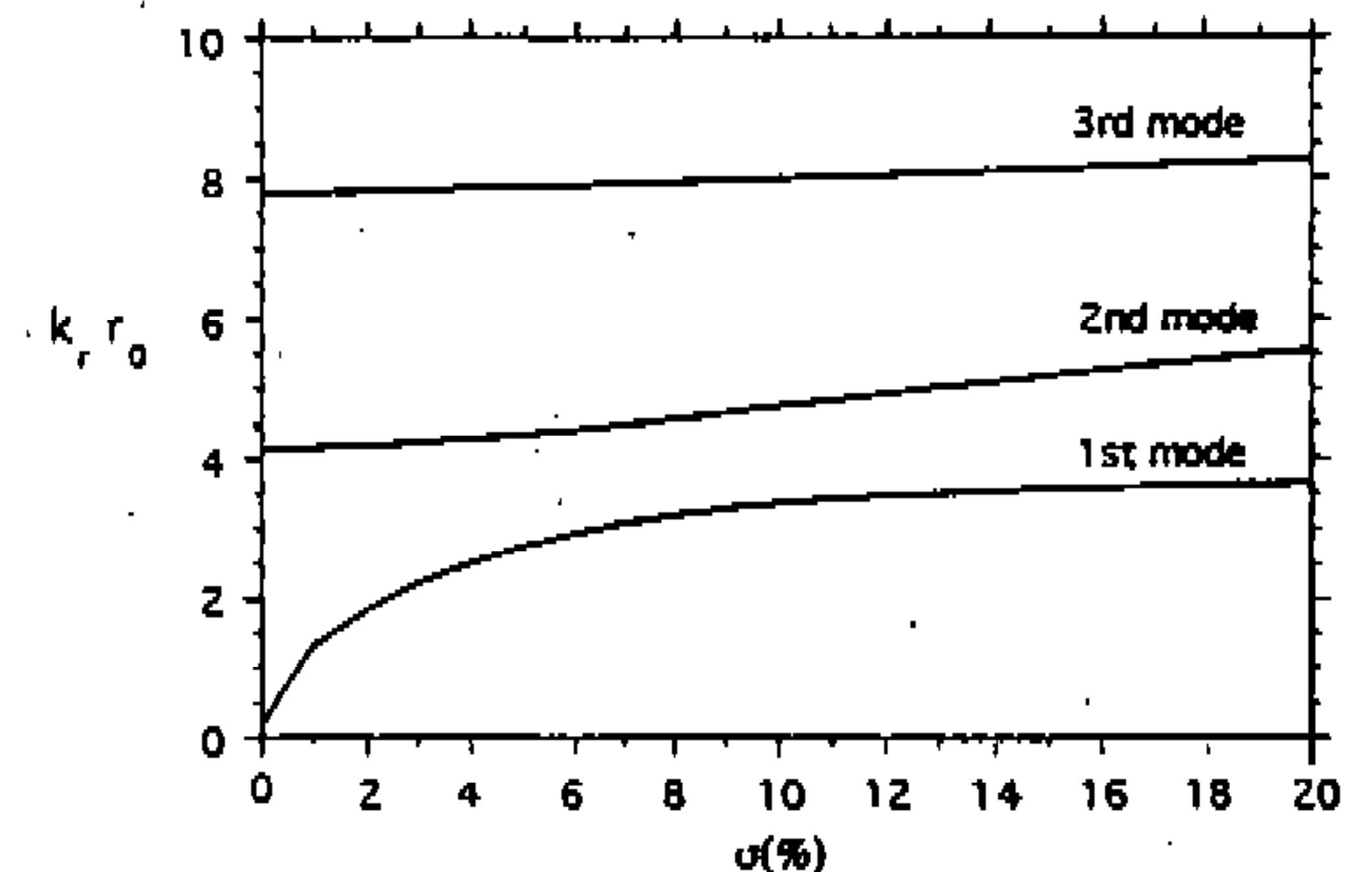


Fig. 2 Cut-off wave number vs. porosity of the muffler

해당하며 그 때의 1차모드의 차단파수는 $k_r r_0 = 4.1$ 로 공극률이 0%에 가까울 때 다공관의 2차모드와 같은 것을 알 수 있다.

Fig.3은 공극률 4%인 경우 다공관과 공동의 반지름비 r_1/r_0 에 따른 고차모드의 차단파수를 계산하여 도시한 결과이다. 그림에서 다공관의 반지름 비율에 따라서 차단파수의 변화가 매우 큰 것을 알 수 있다.

3. 실험

실험에 사용된 소음기는 공동의 내경 $D_0 = 120$ mm, 길이 $L_m = 200$ mm이며 다공관은 안지름 $D_1 = 20$ mm, 관두께 $t = 1$ mm이다. 공동의 양쪽끝에서 $L_a = L_b = 10$ mm인 곳부터 20 mm간격을 10열에 지름 $d = 4$ mm인 구멍을 뚫어서 실험하였다. 안지름이 20 mm인 입구측 배기관과 출구측미관의 길이는 각각 $L_c = 2180$ mm와 $L_d = 3760$ mm로 길게 하여 관의 공진모드의 영향을 배제할 수 있도록 하였다. 또한, 공동의 재질은 아크릴이며 소음기의 배기관과 미관 및 다공관의 재질은 스테인레스강이다. 동일 소음기에 대하여 공극률이 2%, 4%, 8% 및 10%의 네가지 경우에 관하여 실험하였다.

실험방법은 용량이 1.5 m^3 인 저장용기에 7 kg/cm^3 까지 압축한 공기를 유량조절밸브에 의하여 소음기를 통하여 배출되게 하였다. 또한, 소음기 상류측에 설치되어 있는 밸브, 유량계 및 관로 등에서 발생하는 상류소음을 저감하기 위하여 상류음 차단용 소음기를 시험용 소음기의 전방에 설치하였다. 유속은 소음기의 출구관끝에서 200 mm앞쪽에 지름 1.5 mm의 피토크관(pitot tube)을 관중앙에 설치하고 해상도가 2 m/s인 마이크로마노미터(micro manometer)와 연결하여 측정하였으며 최고 80 m/s까지 실험하였다.

공동음의 음압은 체적이 4.75 m^3 인 간이 잔향실에서 저주파역에서는 2 dB에서 3 dB, 고주파역에서는 2 dB이내의 편차를 나타내는 위치에서 측정하였다. 마이크로폰은 1/2인치 콘덴서 마이크로폰(B&K)을 이용하였으며 증폭기 및 소음지시계(sound level meter)를 거쳐서 FFT분석기

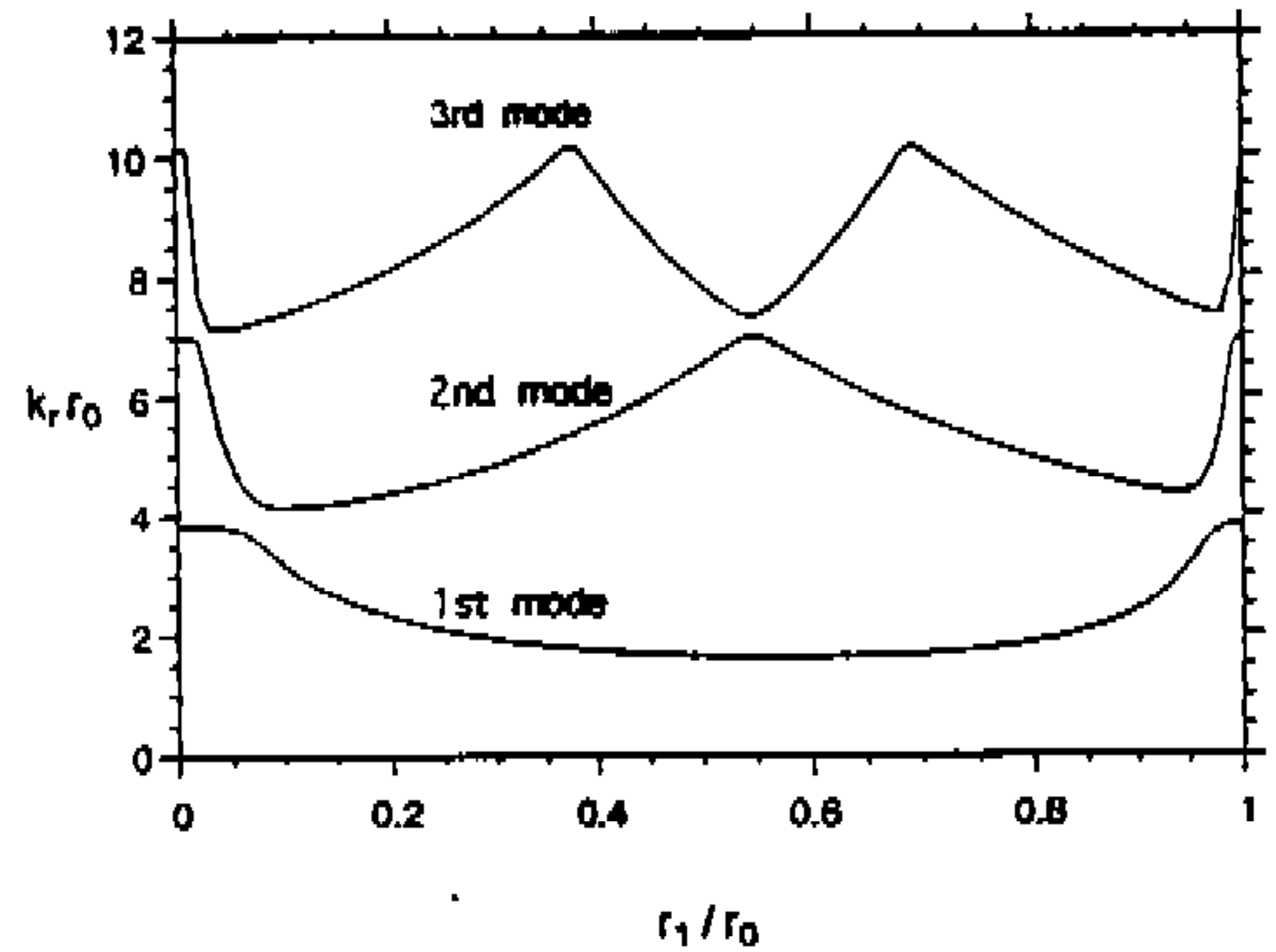


Fig.3 Cut-off wave number vs. the radius ratio for the muffler with $\sigma = 4\%$ and $r_0 = 60$ mm

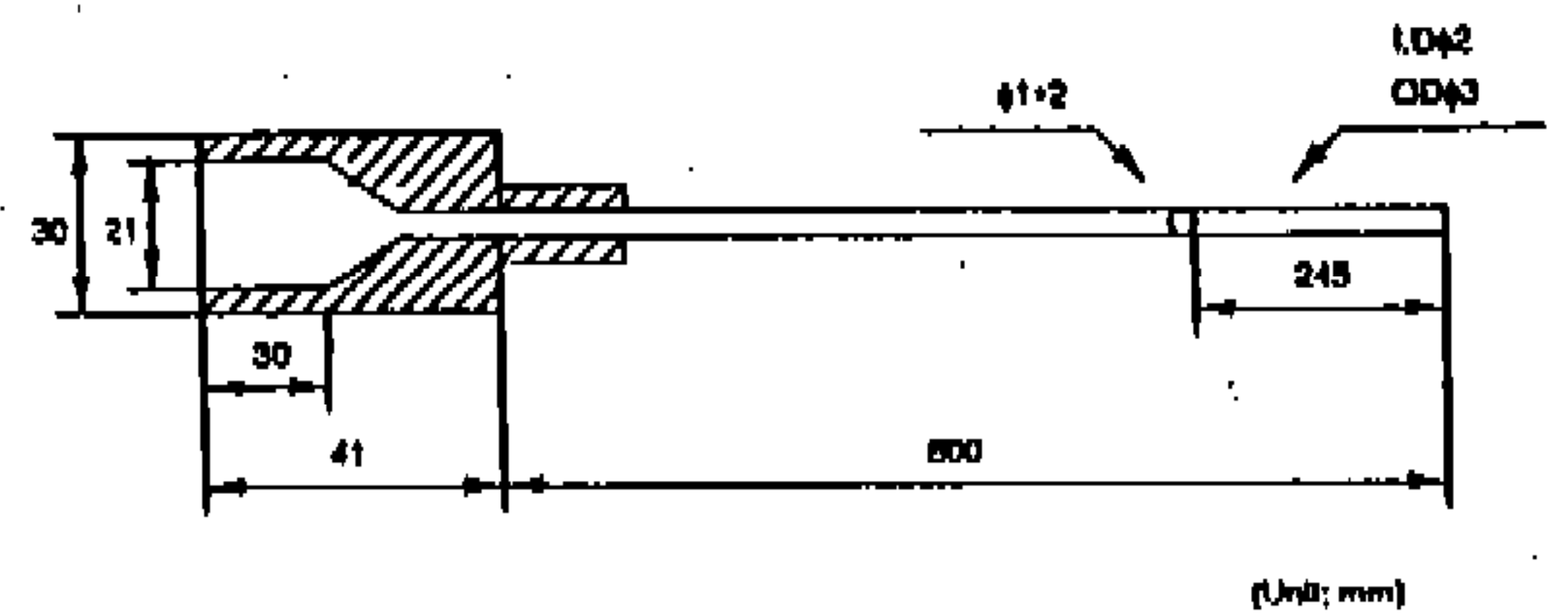


Fig.4 Probe for the measurement of the mode shape

에서 신호를 분석하였다. 신호의 분석범위는 5 kHz로서 해상도를 6.25 Hz로 하여 16회의 스펙트럼 평균을 취하였다. 그리고 FFT에서 분석된 데이터는 IEEE-488 인터페이스를 이용하여 퍼스날 컴퓨터(IBM PC/AT)로 전송시켜 자료를 처리하였다.

공동음의 음향모드는 안지름 2 mm의 관에 지름 1 mm의 구멍 2개를 뚫은 Fig.4와 같은 구조의 탐침관(probe tube)을 마이크로폰에 부착하여 이송장치에 의하여 반경방향으로 음압분포를 측정하여 모드형상을 구하였다.

4. 결과 및 고찰

Fig.5는 공극률이 4%인 경우 유속의 변화에 따른 기류음의 스펙트럼을 도시한 것이다. 먼저 유속이 24 m/s인 경우에는 특별한 순음이 나타나지 않고 백색잡음(white noise)에 가까운 평탄한 주파수 특성을 보이는 난류음인 것을 알 수

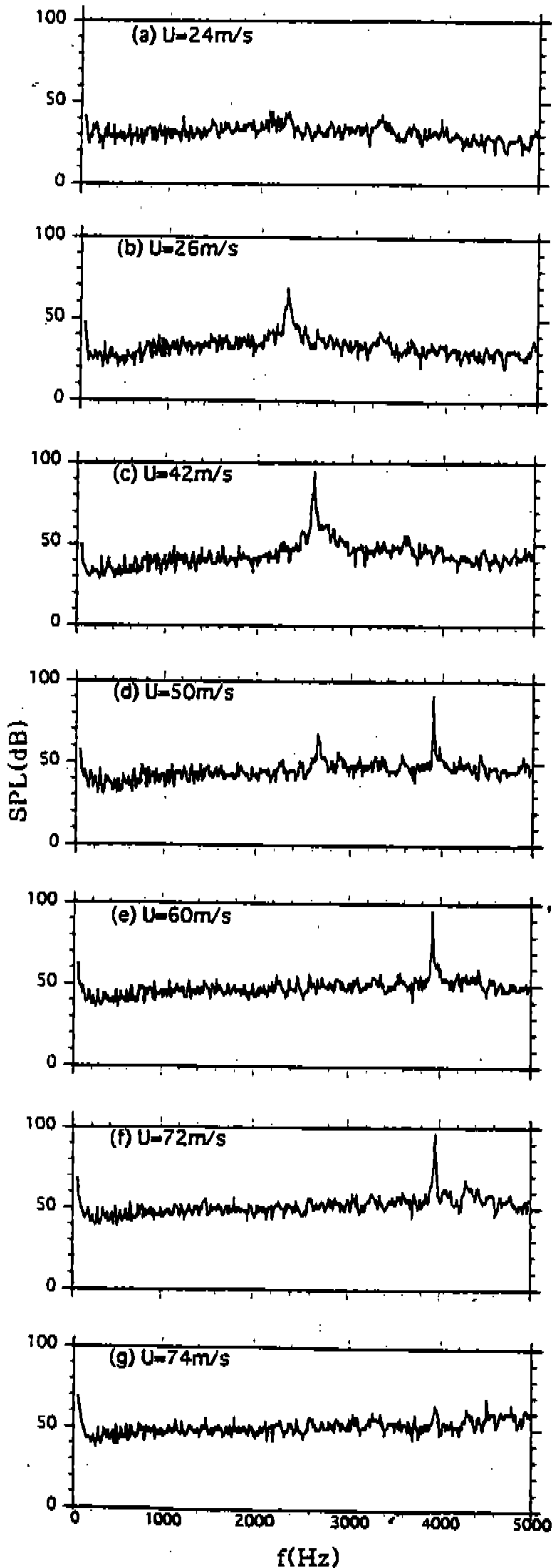


Fig.5 Measured spectra of the sound radiation from the muffler

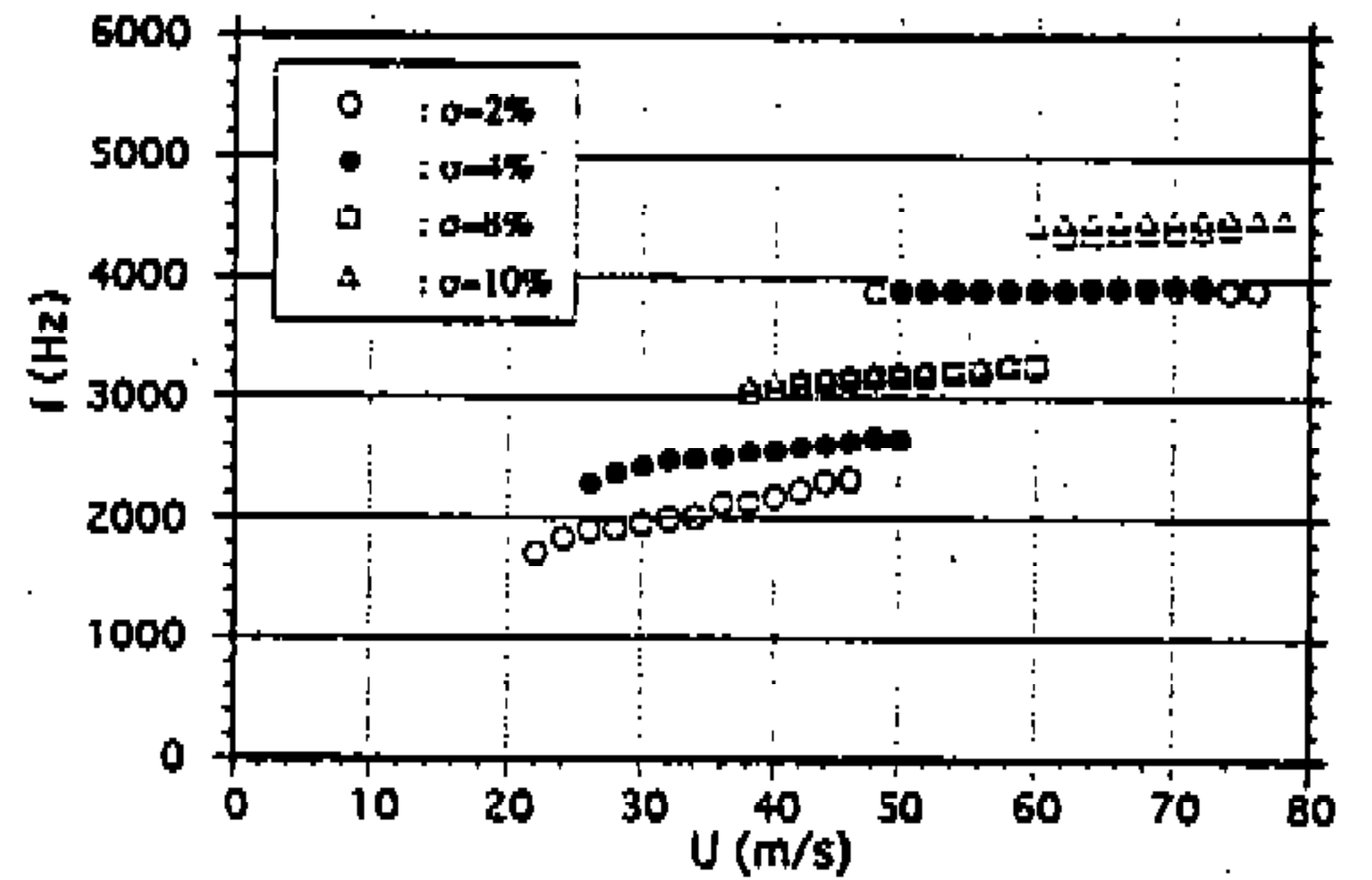


Fig.6 Cavity-tone frequency vs. flow speed

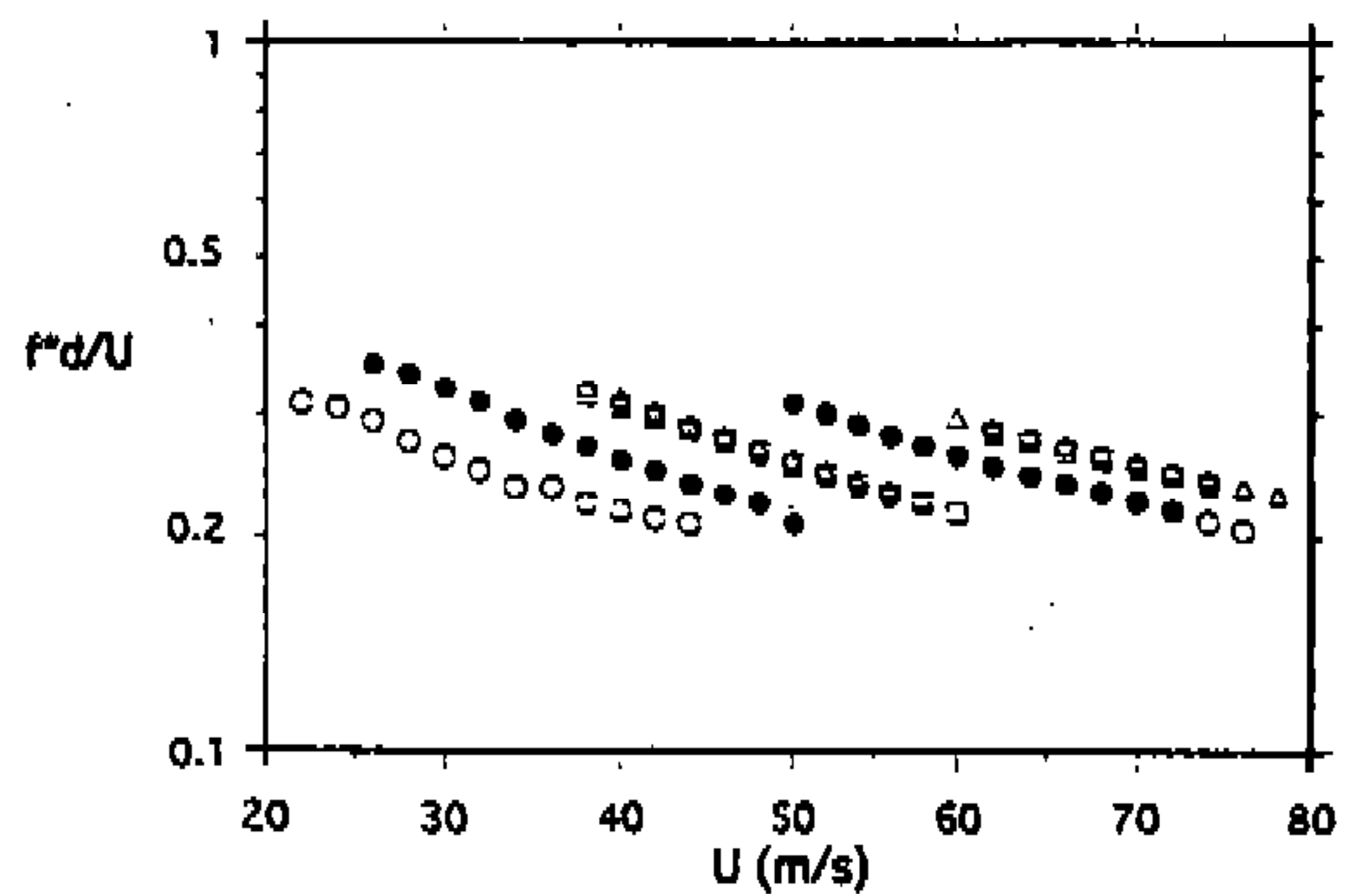


Fig.7 Normalized frequency vs. flow speed for the same condition as Fig.6

있다. 그러나 유속의 26m/s인 경우에는 2287Hz에서 주변음압보다 20dB이상 높은 휘파람소리인 공동음이 나타난다. 이 공동음의 주파수는 유속의 증가와 더불어 증가하여 42m/s인 경우에는 2600 Hz, 60m/s일 때는 3906Hz로 된다. 한편, 음압레벨은 유속과 더불어 증가하다가 다시 감소하는 경향을 보이며 그림에서 42m/s인 경우에는 94 dB로서 주변 음압레벨보다 40dB이상이나 큰 것을 알 수 있다. 그러나 기류속도가 더욱 증가하여 50m/s에 이르면 처음 나타났던 공동음은 약해지며 보다 높은 주파수인 3900Hz에서 더욱 날카로운 또 다른 공동음이 나타나는 것을 볼 수 있다. 유속이 60m/s인 경우에는 처음 나타났던 공동음은 완전히 사라지고 새로이 발생한 것만 나타나며 유속이 증가하여도 주파수는 거의 변화가 없고 진폭만 증가한다. 유속이 72m/s까지 강한 휘파람을 나타내다가 74m/s가 되면 이것도 사라진다. 주파수범위를 더욱 넓혀서 분석하면

더욱 높은 주파수에서 또 다른 공동음이 나타나는 것을 볼 수 있다.

Fig.6은 유속에 따른 공동음의 주파수를 공극률을 매개변수로 도시한 것이다. 공동음이 발생한 후 유속에 따라서 주파수가 증가하여 높은 단계(stage)로 천이하여 유속에 따른 주파수 증가가 완만하나 비슷한 특성을 나타내다가 그 다음 단계로 천이된다. 그림에서 공극률의 증가에 따라 공동음의 주파수가 증가하는 것을 알 수 있다.

Fig.7은 공동음의 주파수를 구멍의 지름과 관 중앙의 유속으로 무차원화한 Strouhal수

$$St = fd/U \quad (15)$$

로 도시한 것이다. 그림에서 St 수의 범위는 0.2에서 0.35 사이에 있는 것을 알 수 있다. 이러한 St수의 범위는 Tsui^등의 연구결과와 거의 같은 범위라고 할 수 있다. 또한, 이것은 공동음이 와류의 박리가 일어나는 주파수에서 발생하는 것을 나타내며 특성길이로서 구멍의 지름을 취하는 것이 합리적임을 입증하는 결과라고 할 수 있다.

Fig.8은 공극률 4%인 다공관 소음기에서 발생하는 공동음의 모드형상을 측정하여 계산값과 비교 도시한 것이다. 그림(a)는 처음단계에서 발생한 공동음에 대한 것으로서 주파수가 2475 Hz일 때이다. 모드형상은 이론으로 계산한 반경방향의 1차모드와 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 또한 그림(b)는 주파수가 4000Hz인 두번째 단계의 공동음의 모드형상을 2차모드의 계산치와 비교 도시한 것이다. 공동에서는 측정값이 이론값과 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 그러나, 내관에서 계산치와 실험값의 차이가 큰 것은 유속이 빠르기 때문에 탐침관주위에서 기류음의 발생에 의한 영향때문으로 사료된다. 이로부터 공동음은 반경방향 고차모드가 여기될 때 발생하는 것을 알 수 있으며 모드의 차수에 따라 주파수의 계단(stage) 특성을 나타내는 것을 알 수 있다.

Fig.9는 공동음의 음압레벨을 비교 도시한 것이다. 그림에서 모드가 바뀌는 점에서 음압레벨이 낮아지기도 하나 전체적으로 유속이 증가할 때 음압도 높아지며 음압은 유속의 2.5에서 3.0승

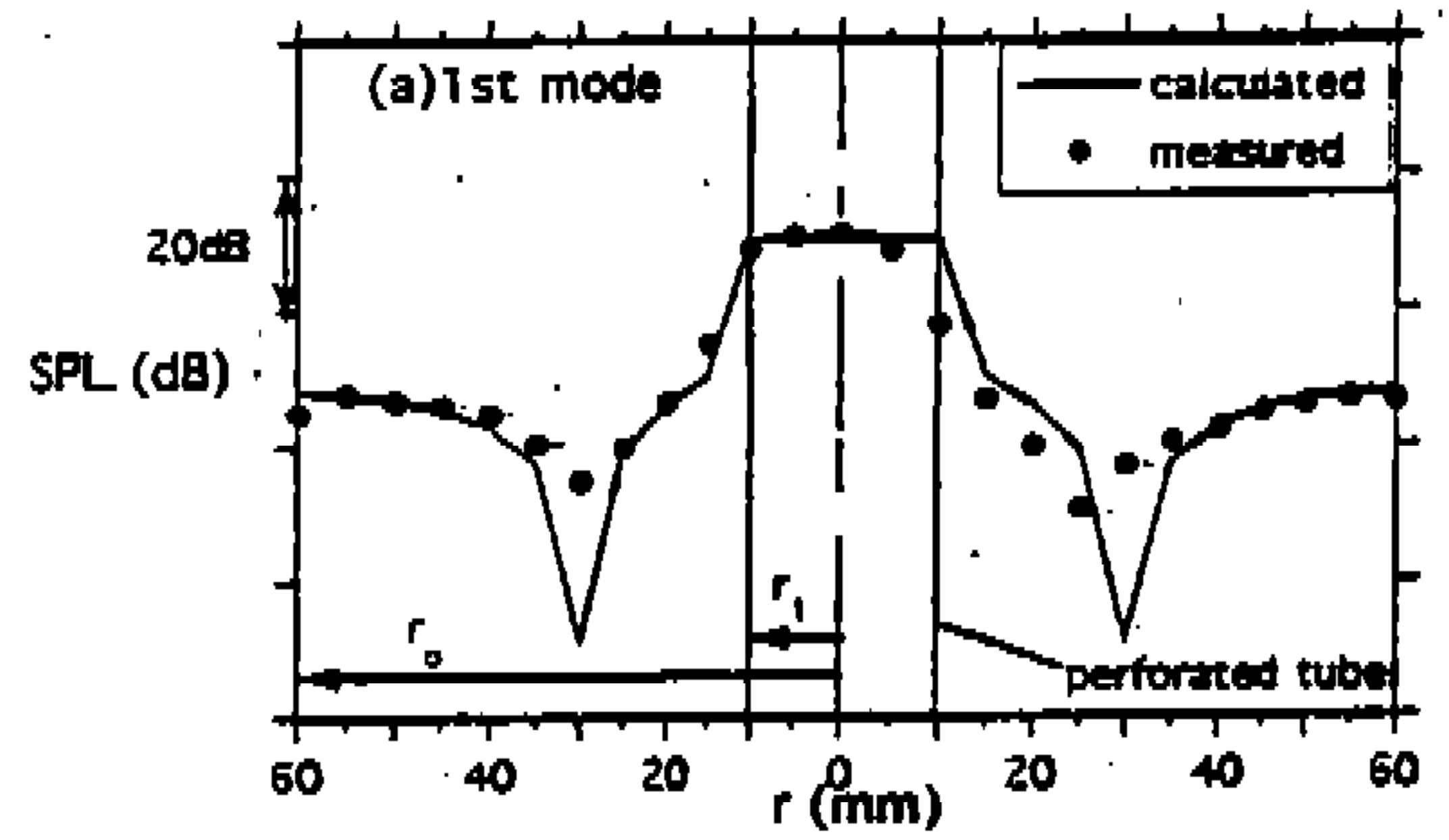


Fig.8 (a) Comparison of the experimental results with the theoretical calculation of the radial mode shape for the porosity 4% and frequency 2475Hz

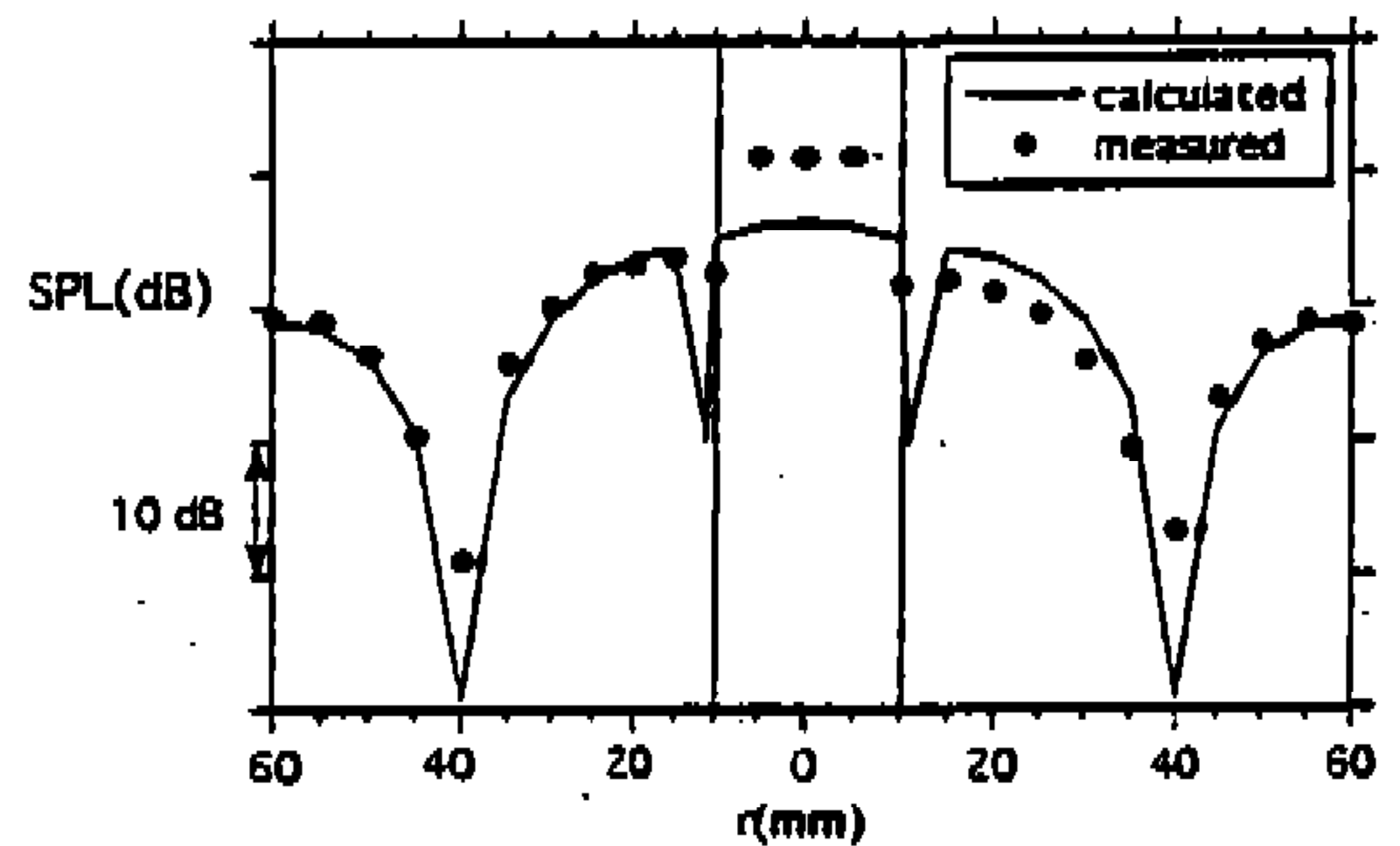


Fig.8 (b) Comparison of the experimental results with the theoretical calculation of the radial mode shape for the porosity 4% and frequency 4000Hz

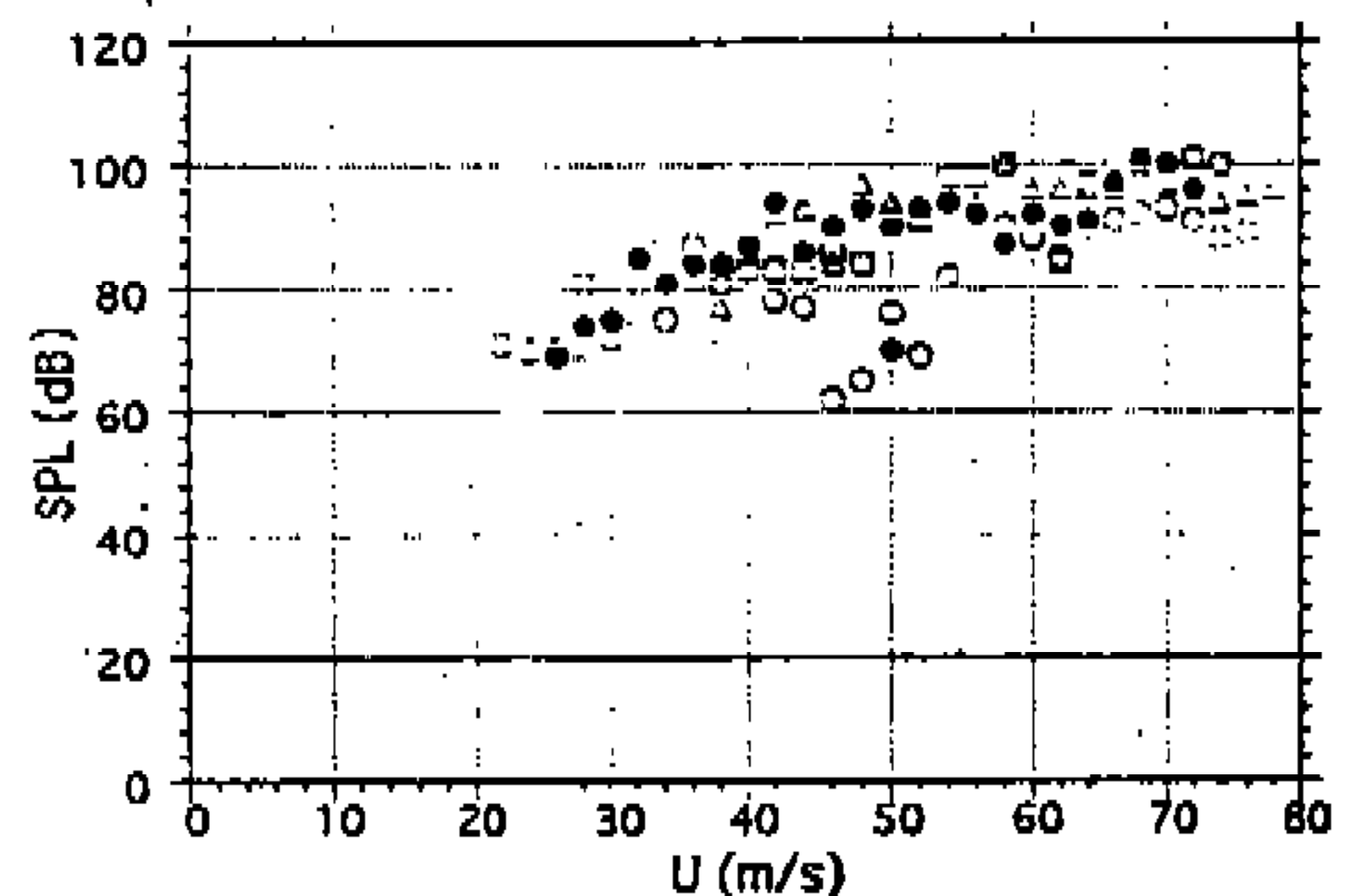


Fig.9 Sound pressure level vs. flow speed for the same condition as Fig.6

사이에서 비례적으로 증가하는 것을 알 수 있다. 이것은 음원이 쌍극자(dipole) 음원인 것을 뜻한다고 할 수 있다. 2차원 쌍극자 음원은 유속의 2.5승에 비례하고 3차원 쌍극자 음원은 유속의 3승에 비례하기 때문이다.⁵⁾ 쌍극자 음원특성과 Strouhal 수의 범위로부터 소리는 구멍면에 접선유동에 의한 구멍의 상류단과 하류단 사이에서 발생하는 췌기소리(edge-tone)에 의하여 발생하며 공동의 반경방향 음향모드와 귀환관계를 갖고 있음을 알 수 있다.

Fig.10은 공극률 변화에 따라 공동음이 발생하기 시작하는 주파수의 측정값과 이론으로 구한 차단주파수를 비교 도시한 것이다. 공동음의 주파수가 고차모드의 차단주파수와 잘 일치하는 것을 알 수 있다. Fig.6에서 알 수 있듯이 주파수가 유속에 따라서 조금씩 증가하지만 차단주파수에서 크게 벗어나지 않는 것을 알 수 있다. 이것은 순음성의 기류음이 고차모드의 차단주파수에서 여기된다고 하는 Tsui와 Flandro 등³⁾의 연구와 부합하는 것이다.

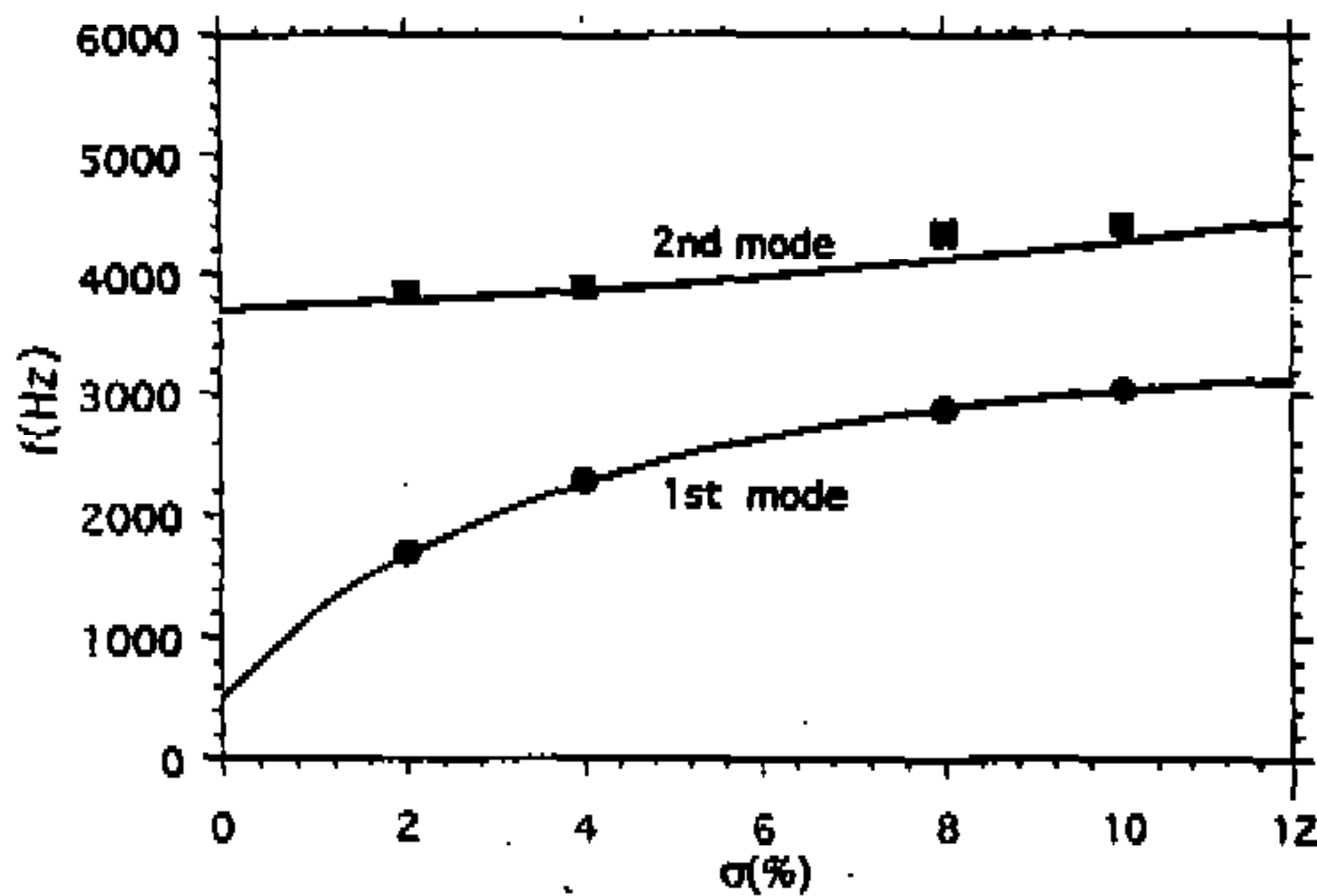


Fig.10 Comparison of the first cavity-tones obtained experimentally for the first and second stage with the theoretical cut-off frequencies

5. 결 론

이상과 같이 다공관소음기의 공동음에 관하여 모우드 해석 및 공동음의 실험을 통하여 연구 고찰한 결과 다음 결론을 얻을 수 있다.

- 1) 공동음은 다공관의 반경방향 모우드와 구멍에서 와류의 박리 사이의 귀환작용으로 발생한다.
- 2) 다공관의 모우드를 계산할 수 있는 이론식이 제시되었으며 모우드 주파수는 다공관의 리액턴스에 따라서 크게 영향을 받는다.
- 3) 공동음의 주파수는 관을 통과하는 평균유속과 구멍의 지름으로 무차원화한 Strouhal수로 0.2와 0.35사이에 있다.

후 기

본 연구는 숭실대학교의 학술연구비 지원에 의하여 수행된 것이며 이에 사의를 표한다.

참 고 문 헌

1. P.O.A.L. Davies, "Flow-Acoustic Coupling in Ducts", J. Sound and Vib., Vol.77(2), pp.191-209, 1981.
2. N. Kojima, Y.Nakamura, and M.Fukuda, "A Study on the Correlation between Fluctuating Velocity in Muffler and Air Flow Noise", JSME Inter. Jr., Vol.30, No.265, pp.1113-1120, 1987.
3. C.Y.Tsui and G.A.Flandro, "Self-Induced Sound Generation by Flow over Perforated Duct Liners", J.Sound and Vib., Vol.50(3), pp.315-331, 1977.
4. K.W.Sullivan, "A Method of Modeling Perforated Tube Muffler Components. II : Applications", JAcoust. Soc. Am., Vol.66(3), pp.779-788, 1979.
5. 권영필, A.Powell, "췌기소리에서 분류와 췌기의 상호작용과 소리의 방사", 대한기계학회 논문집 18권 3호, pp.584-590, 1994.