

〈논 문〉 SAE NO. 953788

자유곡면에서 사각형 쉘요소의 자동생성

Automatic Generation of Quadrilateral Shell Elements on Sculptured Surfaces

박 상 준,* 채 수 원,** 고 병 천***
S. J. Park, S. W. Chae, B. C. Koh

ABSTRACT

An algorithm for the automatic generation of quadrilateral shell elements on three-dimensional sculptured surfaces has been developed, which is one of the key issues in the finite element analysis of structures with complex shapes such as automobile structures. Mesh generation on sculptured surfaces is performed in three steps. First a sculptured surface is transformed to a projection plane, on which the loops are subdivided into subloops by using the best split lines, and with the use of 6-node/8-node loop operators and a layer operator, quadrilateral finite elements are constructed on this plane. Finally, the constructed mesh is transformed back to the original sculptured surfaces. The proposed mesh generation scheme is suited for the generation of non-uniform meshes so that it can be effectively used when the desired mesh density is available. Sample meshes are presented to demonstrate the versatility of the algorithm.

주요기술용어 : Automatic Mesh Generation(요소망 자동생성), Quadrilateral Shell Elements(사각형 쉘요소), Sculptured Surfaces(자유곡면)

1. 서 론

유한요소법은 기계설계나 구조해석등 공학적 문제의 해석에 널리 사용되고 있다. 전통적으로 유한요소법을 포함한 해석기능은 설계된 성능을

검증하기 위하여 설계과정의 마지막 단계에서 사용되어 왔다. 그러나 오늘날의 동시공학적(Concurrent Engineering)환경은 해석기능이 설계를 최적화하기 위한 지침으로 사용되도록 요구하고 있다. 특히 주어진 시간안에 여러가지 설계방안을 검토하기 위해서는 해석에 소요되는 시간이 매우 짧아야 한다. 이러한 관점에서 볼 때 유한요소해석에서 가장 많은 노력과 시간이 소요되는 모델링 기능을 보다 효율적으로 자동화시키는 일

* 만도기계(주)

** 정회원, 홍익대 기계공학과

*** 정회원, 자동차부품연구원

은 매우 중요한 일이다.

최근들어 자동차산업의 발달로 안전도를 고려한 설계에 대한 요구가 매우 높아지고 있으며 이를 위하여 유한요소법을 사용한 충돌문제의 해석과 이를 설계에 반영하는 일이 많이 요구되고 있다. 자동차의 충돌 모델은 보통 요소의 수가 5,000개~20,000개 정도 사용되며 차체구조는 여러가지 복잡한 자유곡면으로 구성되어 있다. 자동차 차체의 충돌해석 및 구조해석을 위한 유한요소 모델은 보통 상용 전처리기(pre-processor)에 의해 만들어 진다. 이러한 상용 전처리기로서 I-DEAS SUPERTAB™, HyperMesh™등이 많이 사용되고 있으며, 본 논문은 이와 같은 기능을 갖는 프로그램을 개발하기 위한 일환으로 연구된 것이다. 이를 위하여 본 논문에서는 기존의 연구결과⁽¹⁾인 평면, 실린더 곡면 및 B-spline 곡면에서의 사각형 요소망 생성 모듈을 토대로 자동차 충돌 및 구조해석 모델링에 많이 사용되는 자유(sculptured) 곡면상에서의 사각형 쉘 요소의 자동생성기법과 프로그램을 개발하였으며, 생성된 쉘 요소는 필요에 따라 4-절점 또는 8-절점으로 변환될 수 있다.

2. 삼차원 곡면에서의 유한요소망 생성

삼차원 곡면에서의 유한요소망 생성은 기본적으로 곡면을 이차원 평면으로 변환시키고 이에 루핑 알고리즘(looping algorithm)을 기초로 한 사각분할법에 의해 요소망을 구성한 후, 삼차원 곡면상으로 다시 변환시켜 얻는다.

2.1 사각분할법

본 연구에서 사용하는 사각분할법은 해석영역 전체를 사각형 요소만으로 구성하는 것으로서 채수원등⁽²⁾이 제안한 수정 루핑알고리즘을 사용하였다. 이는 요소망 밀도가 크게 변하는 영역에서의 요소망 구성을 위하여 6-절점을 루프 오퍼레이터(6-node loop operator)와 8-절점 루프 오퍼레이터(8-node loop operator)를 동시에 사용하는 것이다. 이 방법에서는 해석영역 전체를 절취선(cut line)을 이용하여 하나의 연속루프

(continuous loop)로 구성하고, 해석영역 경계에 주요절점을 배치시킨 후, 최적의 분할선(best split line)을 사용함으로써 부루프들(sub loops)로 분할한다. Fig.1에서와 같이 최적분할선은 하나의 가시절점쌍(visible nodes pair)으로 구성되며 이 연결선으로 하나의 루프가 두개의 부루프로 분할된다. 여기서 최적분할선을 정하기 위해서는 모든 후보 분할선중에서 식(1)과 같이 네개의 무차원화된 매개변수 즉, 분할 각도(α), 분할 면적(β), 분할선 길이(γ) 및 절점 간격의 오차(ϵ)들로 이루어진 값 π 를 최소로 하는 분할선을 선택한다.

$$\text{Minimize } \pi = C_1\alpha + C_2\beta + C_3\gamma + C_4\epsilon \quad (1)$$

여기서 C_1, C_2, C_3, C_4 는 경험적으로 구해지는 가중치로서 상수값이며 $C_1, C_2, C_3, C_4=1$ 을 만족하는 범위에서 적절한 값을 사용하였다. 따라서 최초의 연속루프를 분할해 가면서 부루프가 Fig.2에서와 같이 6-절점 루프, 8-절점 루프 또는 레이어 루프가 되면 각각 해당하는 오퍼레이터로 요소망을 생성한다. 분할선을 이용하여 루프를 분할시켜 가는 과정중에 생성되는 루프의 형태는 가늘고 긴 모양을 한 것이 많이 있으며, 이 중앙 양 끝단에 이웃한 내각이 90° 에 가깝고 나머지 내각은 180° 에 가깝게 구성되어 있는 루프에서는 절점간격과 내각을 계산하여 사각형 요소에 적합할 경우 직접 분할한다. 이를 레이어

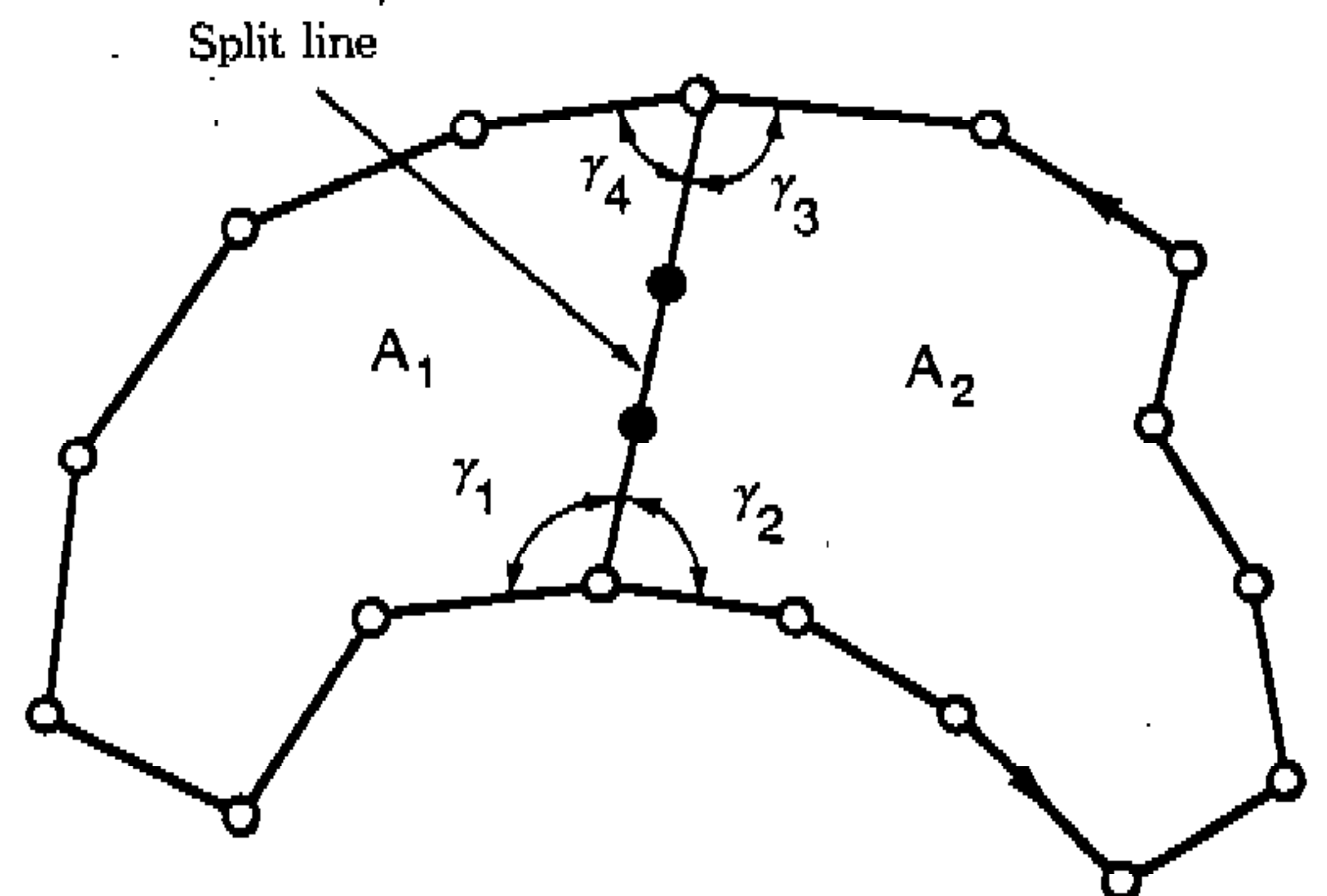


Fig.1 An example of a candidate split line

오퍼레이터(layer operator)라고 한다. 이와 같이 얻은 요소망은 Laplacian smoothing기법을 사용하여 개선하였으며, 이는 해석영역의 내부에서 생성된 절점의 위치를 현재 위치와 주위에 연결된 절점들의 평균 위치와의 평균값으로 재조정하는 것이다.

2.2 자유곡면에서의 요소망 생성

본 논문에서 자유(sculptured)곡면이란 여러 개의 루프들로 구성된 삼차원 곡면에서 각 루프가 세 개 또는 네 개의 경계 곡선이나 복합경계 곡선으로 주어진 경우 경계곡선들을 부드러운 블렌딩(blending)곡면으로 생성하는 것을 말한다. 특히 경계 곡선이 네개로 이루어진 경우를 보통 Coons곡면⁽³⁾이라고 한다. 이러한 자유곡면에서

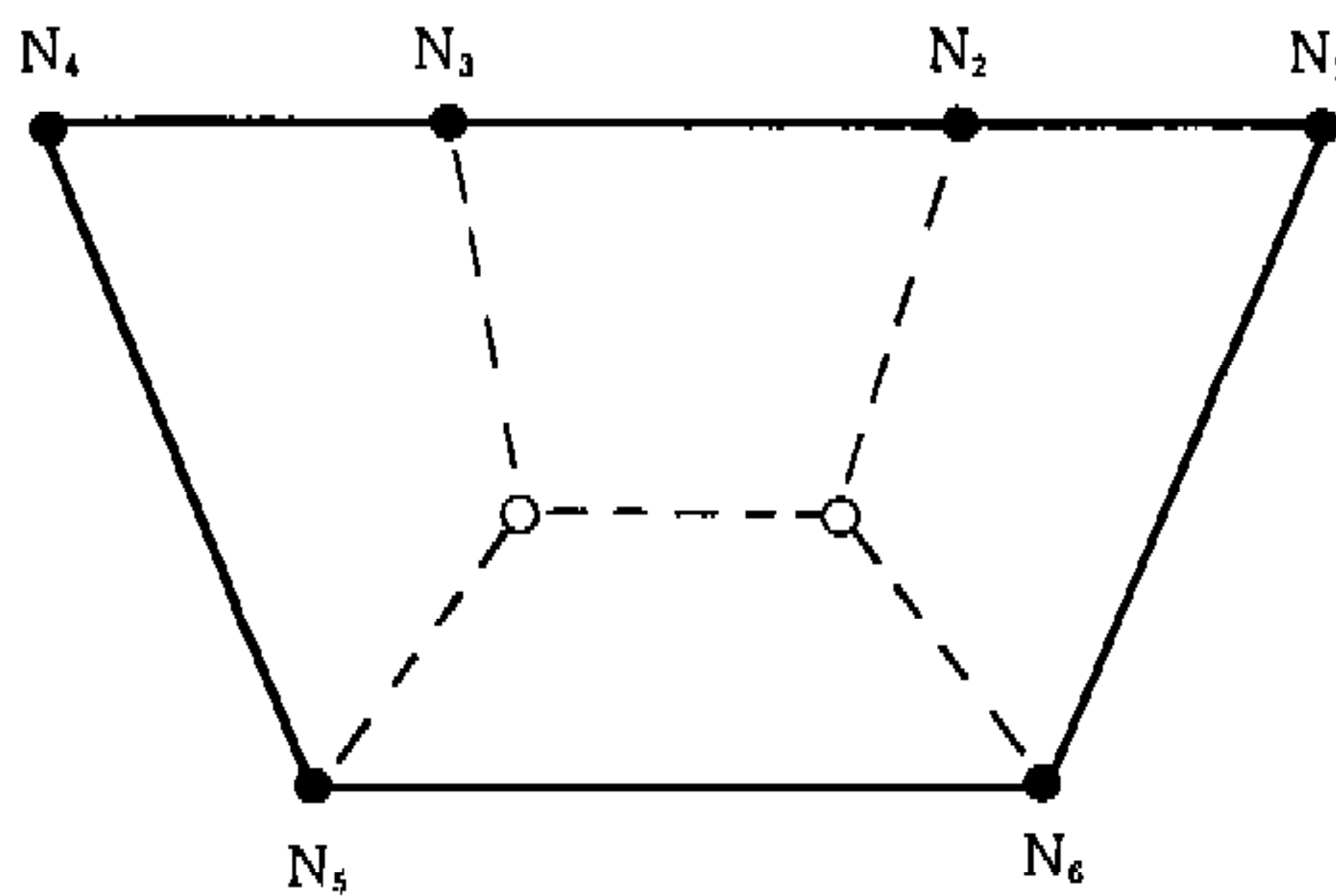


Fig.2(a) An example of a 6-node loop operator

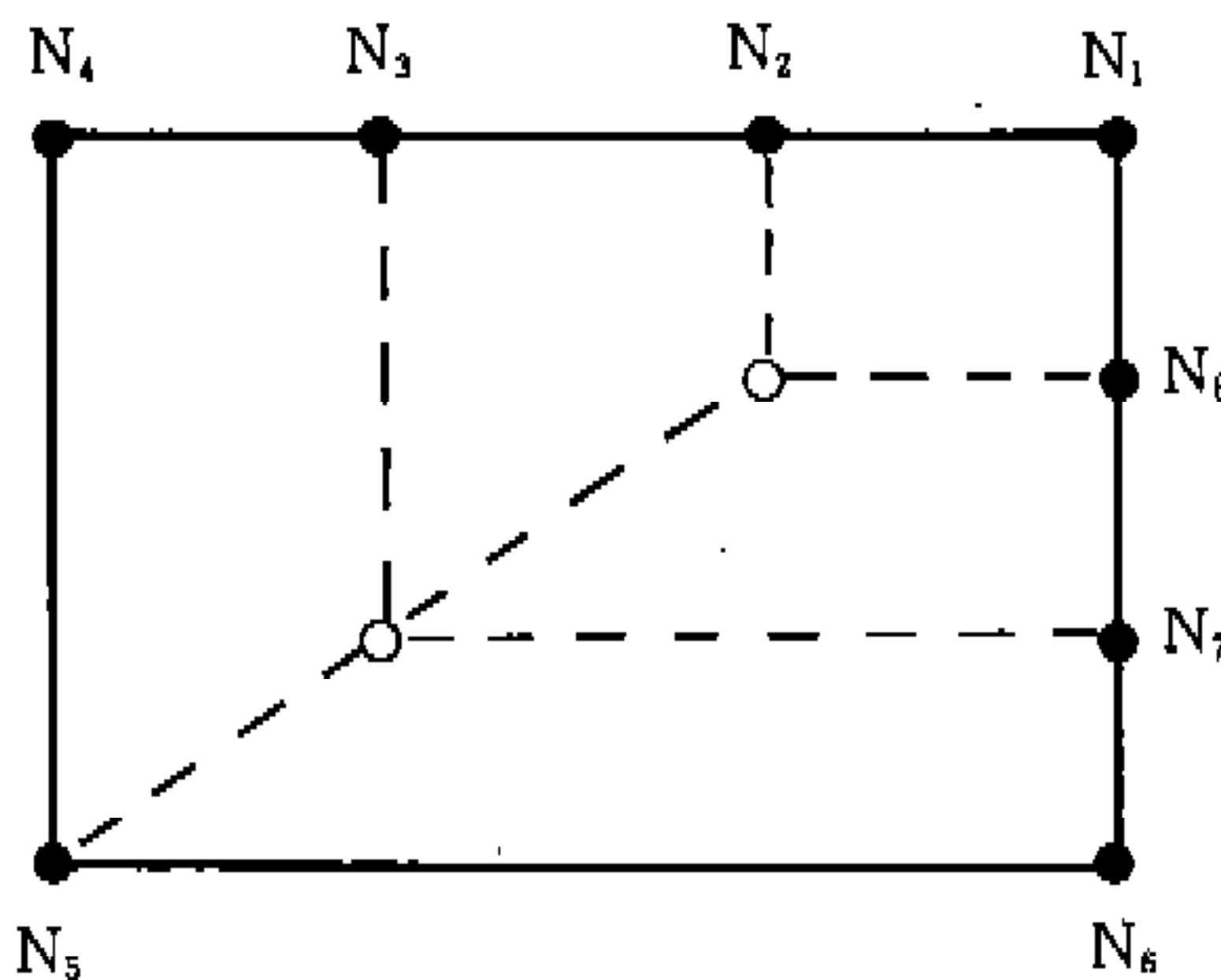


Fig.2(b) An example of an 8-node loop operator

의 요소망 생성은 Fig.3에서와 같이 먼저 자유곡면을 평면으로 변환시킨 후 이 투영평면상에서 사각분할법을 사용하여 요소망을 생성하고 이를 다시 자유곡면상으로 변환시키는 방법을 사용하

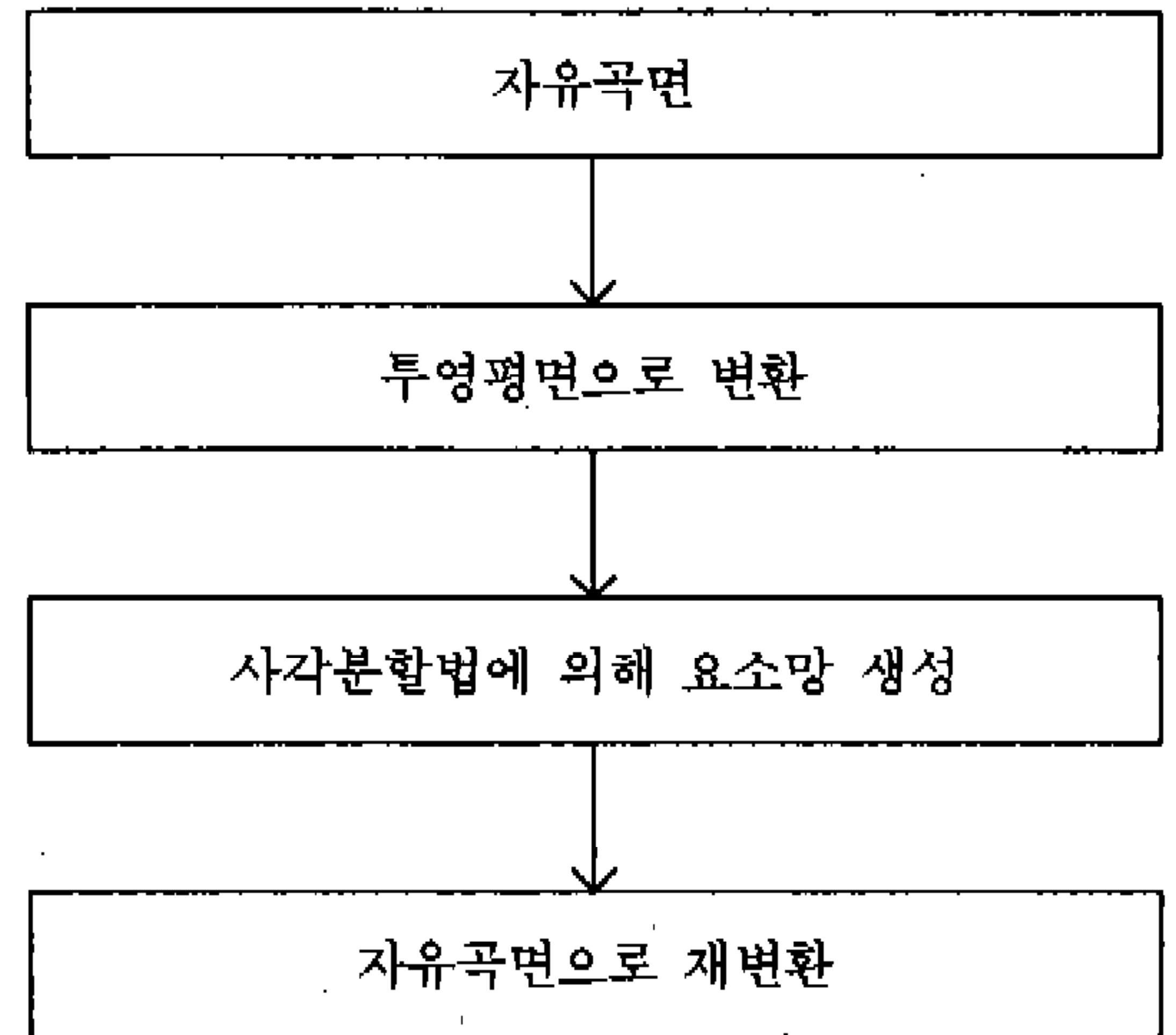


Fig.3 The algorithm for mesh generation on a sculptured surface

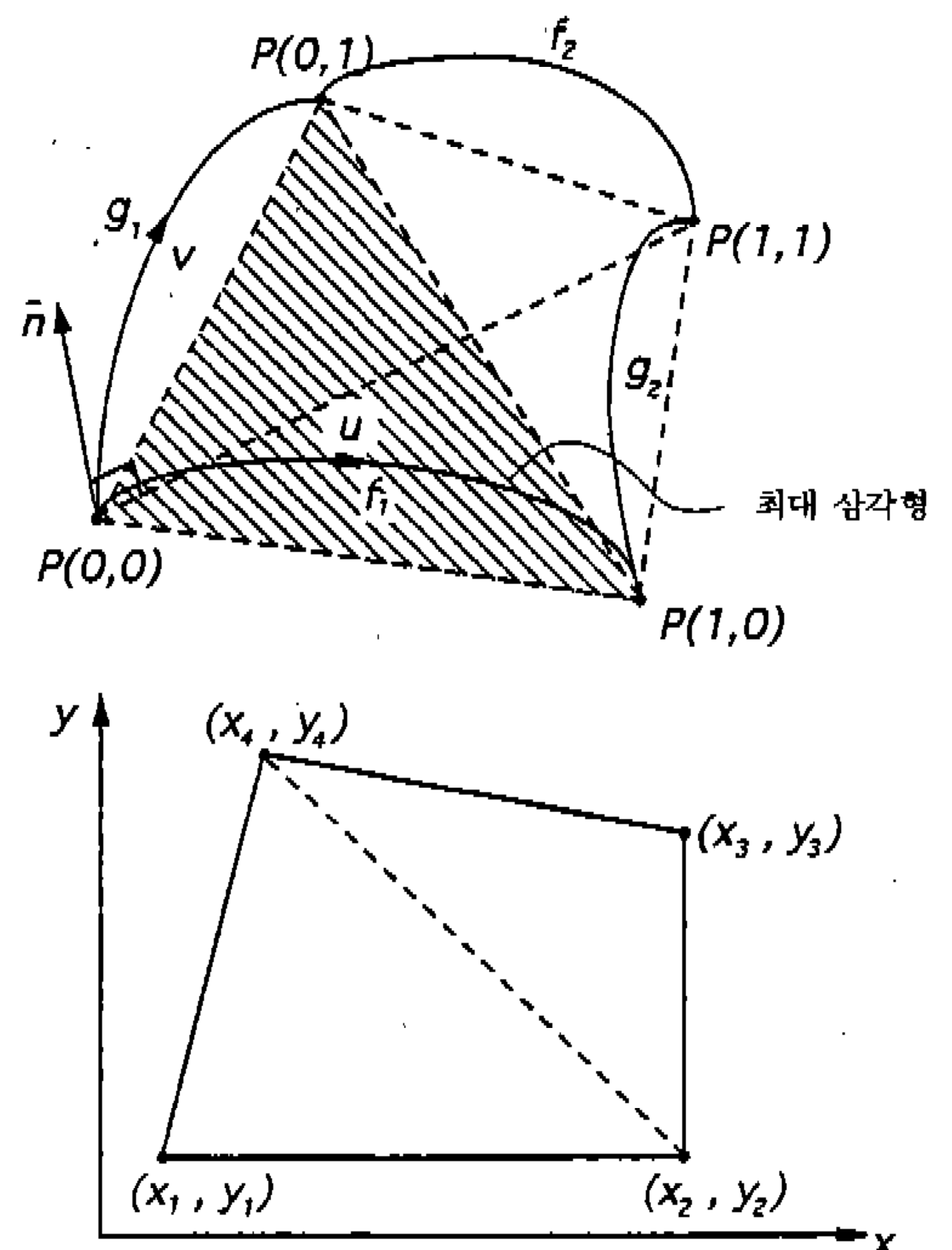


Fig.4 Projected area of a sculptured surface with four boundary curves.

였다. 이때 각 루프의 경계곡선은 직선, 원호(arc) 또는 3차 스플라인(cubic splines)이나 이들의 조합으로 구성되는 복합곡선(compound curve)으로 정의될 수 있다.

2.2.1 네개의 경계곡선으로 이루어진 자유곡면(Coons곡면)

네 개의 경계곡선으로 구성된 자유곡면을 평면으로 변환시키기 위해서는 Fig.4에서와 같이 자유곡면의 투영면적이 가장 큰 평면을 사용하였다. 즉, 자유곡면의 네 꼭지점으로 네개의 삼각형을 만든 후 가장 넓은 면적의 삼각형을 포함하는 평면에 자유곡면의 네 꼭지점을 투영한다. 이후 투영된 평면에서 사각형 요소망을 생성한다. 이 투영평면위의 요소망을 자유곡면으로 변환시키기 위해서 투영된 사각형을 자유곡면의 매개변수 평면으로 가정하고 생성된 요소망의 절점들의 좌표(x, y)를 해당되는 매개변수(u,v)의 값으로 바꾸며, 이는 식(2)의 연립방정식을 풀어서 얻는다.

$$x(u, v) = (1-u)(1-v)x_1 + u(1-v)x_2 + (1-u)vx_3 + uvx_4$$

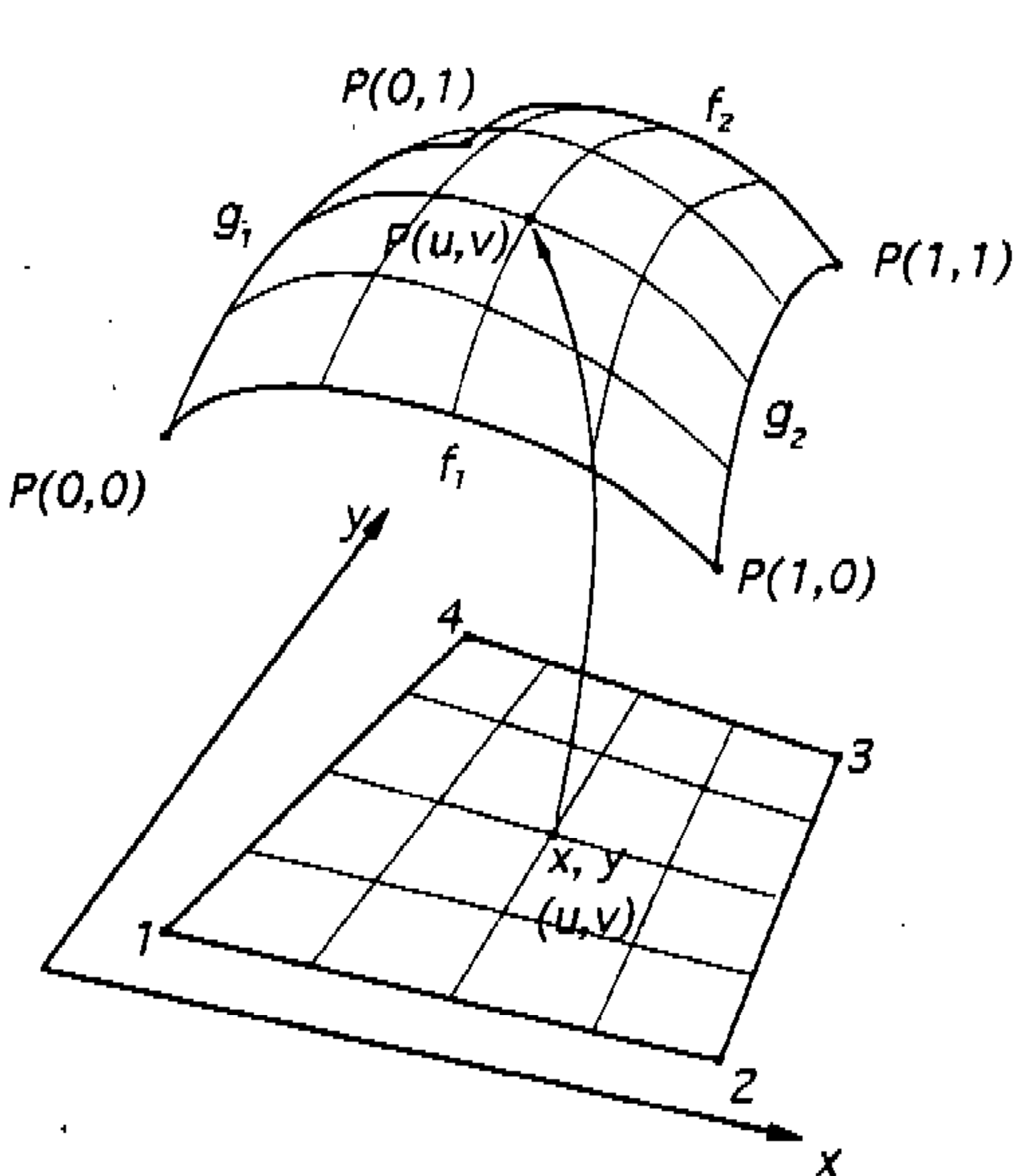


Fig.5 Mesh generation on a sculptured surface with four boundary curves.

$$y(u, v) = (1-u)(1-v)y_1 + u(1-v)y_2 + (1-u)vy_3 + uv y_4 \quad (2) \quad (0 \leq u, v \leq 1)$$

식 (2)에서 얻은 매개변수(u,v)를 사용하여 식(3)에서의 Coons곡면 방정식에 대입하면 투영평면에서 얻은 각 절점들을 Fig.5에서와 같이 자유곡면상으로 변화시킬 수 있게 된다.

$$P(u, v) = (1-v)f_1(u) + vf_2(u) + (1-u)g_1(v) + ug_2(v) - (1-u)(1-v)P(0,0) - u(1-v)P(1,0) - (1-u)vP(0,1) - uvP(1,1) \quad (3) \quad (0 \leq u, v \leq 1)$$

여기서 식(3)의 경계곡선인 $f_1(u)$, $f_2(u)$, $g_1(v)$, $g_2(v)$ 가 각각 여러 구간의 조합인 3차스플라인으로 이루어졌을 때 식 (2)에서 얻은 매개변수(u,v)에 해당하는 $f_1(u)$, $f_2(u)$, $g_1(v)$, $g_2(v)$ 의 좌표값을 얻기 위해서는 다음과 같은 절차를 따른다. 먼저 구간길이를 계산한 후 이를 합쳐서 3차 스플라인으로 이루어진 경계곡선의 전체길이를 구한다 그 다음 전체길이를 기준으로 하여 매개변수값이 소해 있는 구간을 찾고, 그

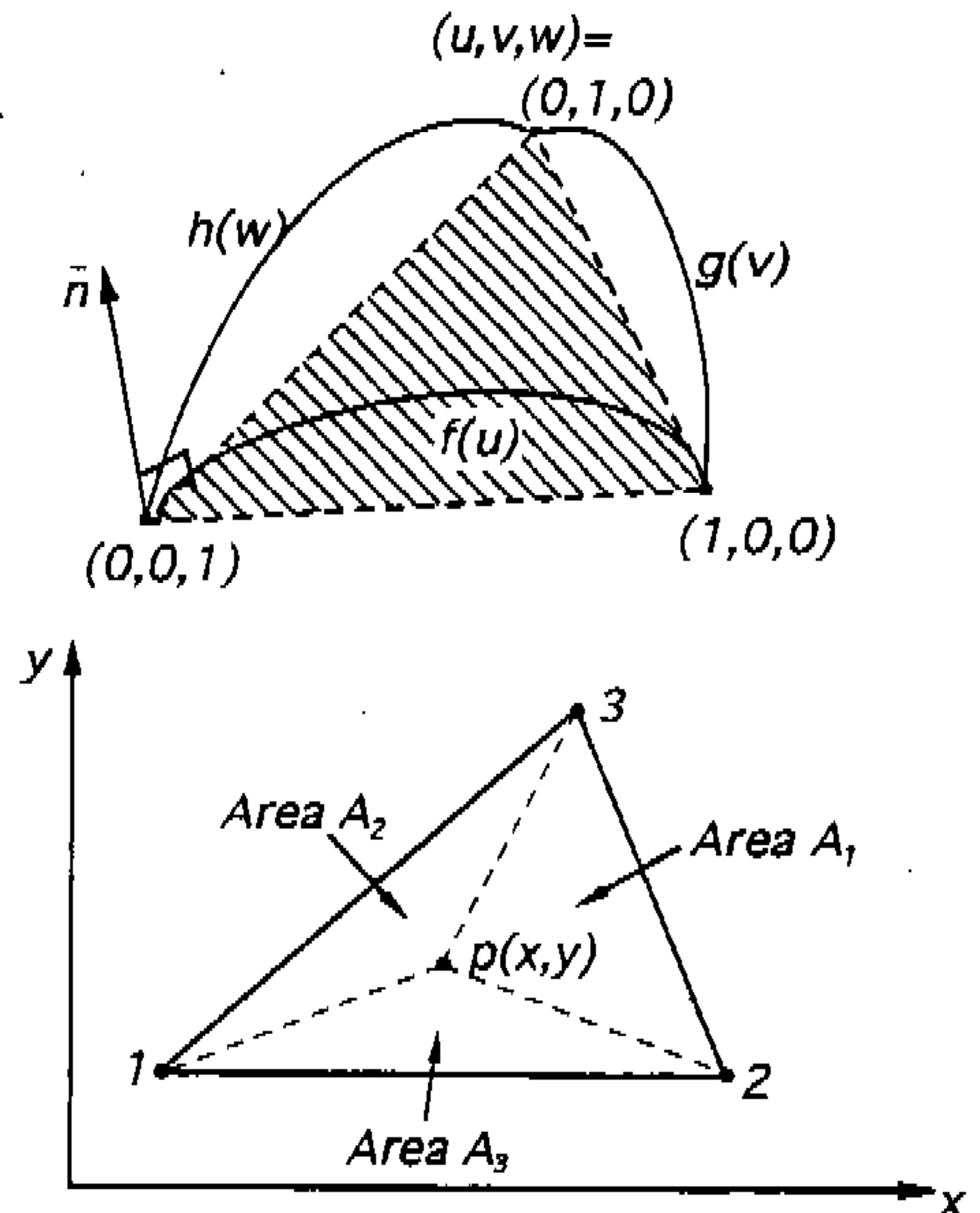


Fig.6 Projected area of a sculptured surface with three boundary curves.

구간에서의 국지(local) 매개변수로 변환한 뒤 이 매개변수를 각 구간의 식에 대입하여 $f_1(u), f_2(u), g_1(v), g_2(v)$ 의 좌표값을 산출한다. 또 경계곡선인 $f_1(u), f_2(u), g_1(v), g_2(v)$ 가 직선으로 이루어졌을 때는 매개변수값에 따라 비례적으로 해당 좌표값을 산출할 수 있다.

2.2.2 세 개의 경계곡선으로 이루어진 자유 곡면

Fig.6에서 보는 바와 같이 세 개의 경계곡선으로 둘러싸인 자유곡면은 Barnhill등⁽⁴⁾이 제안한 방법에 의하여 다음과 같이 얻어진다. 이때 세 개의 경계곡선은 각각 $f(u), g(v), h(w)$ 에 의해서 나타낸다.

$$P(u, v, w) = \frac{1}{2} \left[\frac{ug(v)}{1-v} + \frac{wh(1-v)}{1-v} + \frac{vh(w)}{1-w} + \frac{uf(1-w)}{1-w} + \frac{wf(u)}{1-u} + \frac{vg(1-u)}{1-u} - wf(0) - ug(0) - vh(0) \right] \quad (4)$$

$\{u+v+w=1, (0 \leq u, v, w \leq 1)\}$

여기서도 자유곡면을 곡선이 정의되는 세 꼭지점을 연결하는 삼각형 평면에 직접 투영시킨 후 투영된 삼각형 영역에서 사각분할법에 의해 요소망을 생성한다. 이 때 생성된 요소들의 절점(x, y)에 대한 매개변수(u, v, w)는 투영된 삼각형의 면적 좌표(area coordinates)를 사용하여 구할 수 있다. 즉, Fig.6에서 보는 바와 같이 절점 p(x, y)의 면적 좌표 L_1, L_2, L_3 는 다음과 같이 얻어진다.

$$L_1 = \frac{A_1}{A}; \quad L_2 = \frac{A_2}{A}; \quad L_3 = \frac{A_3}{A}$$

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \quad (5)$$

여기서 3-절점 요소(three-node triangle)에서 L_i 는 등변형을 삼각형(constant strain triangle)요소의 보간함수 h_i 와 같으므로⁽⁵⁾, 절점 p(x, y)에 대한 매개변수 (u, v, w)는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u=L_2, \quad v=L_3, \quad w=L_1 \quad (6)$$

식 (6)에서 얻은 매개변수(u, v, w)를 식(4)의 방정식에 대입하면 Fig.7에서와 같이 자유곡면상으로 변환시킬 수 있게 된다.

2.2.3 복합곡선(compound curve)으로 이루어진 자유곡면

복합곡선(compound curve)으로 이루어진 자유곡면은 네 개 이상의 경계곡선으로 정의되는 경우에 사용한다. 여기서 복합곡선이라 함은 곡

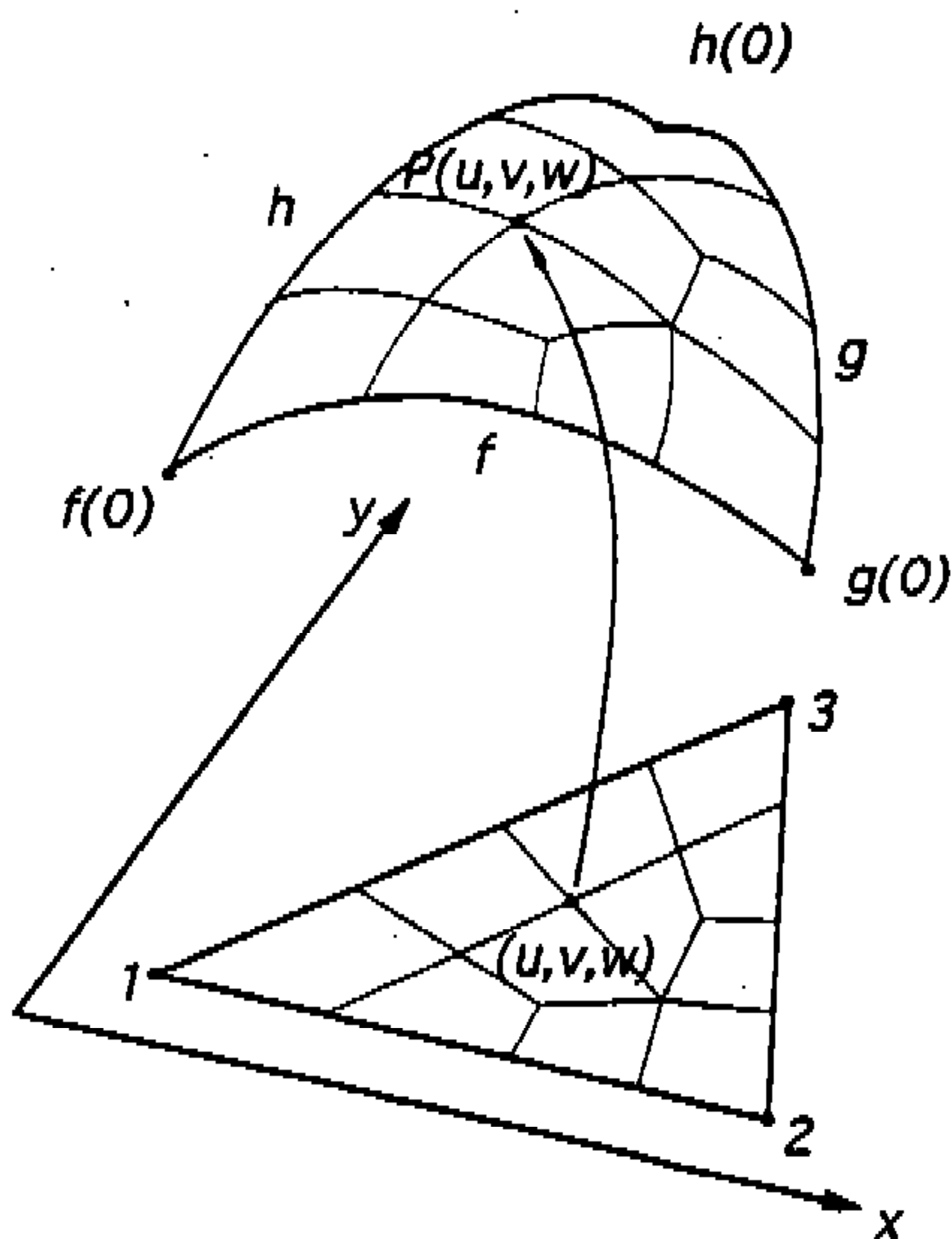


Fig.7 Mesh generation on a sculptured surface with four boundary curves.

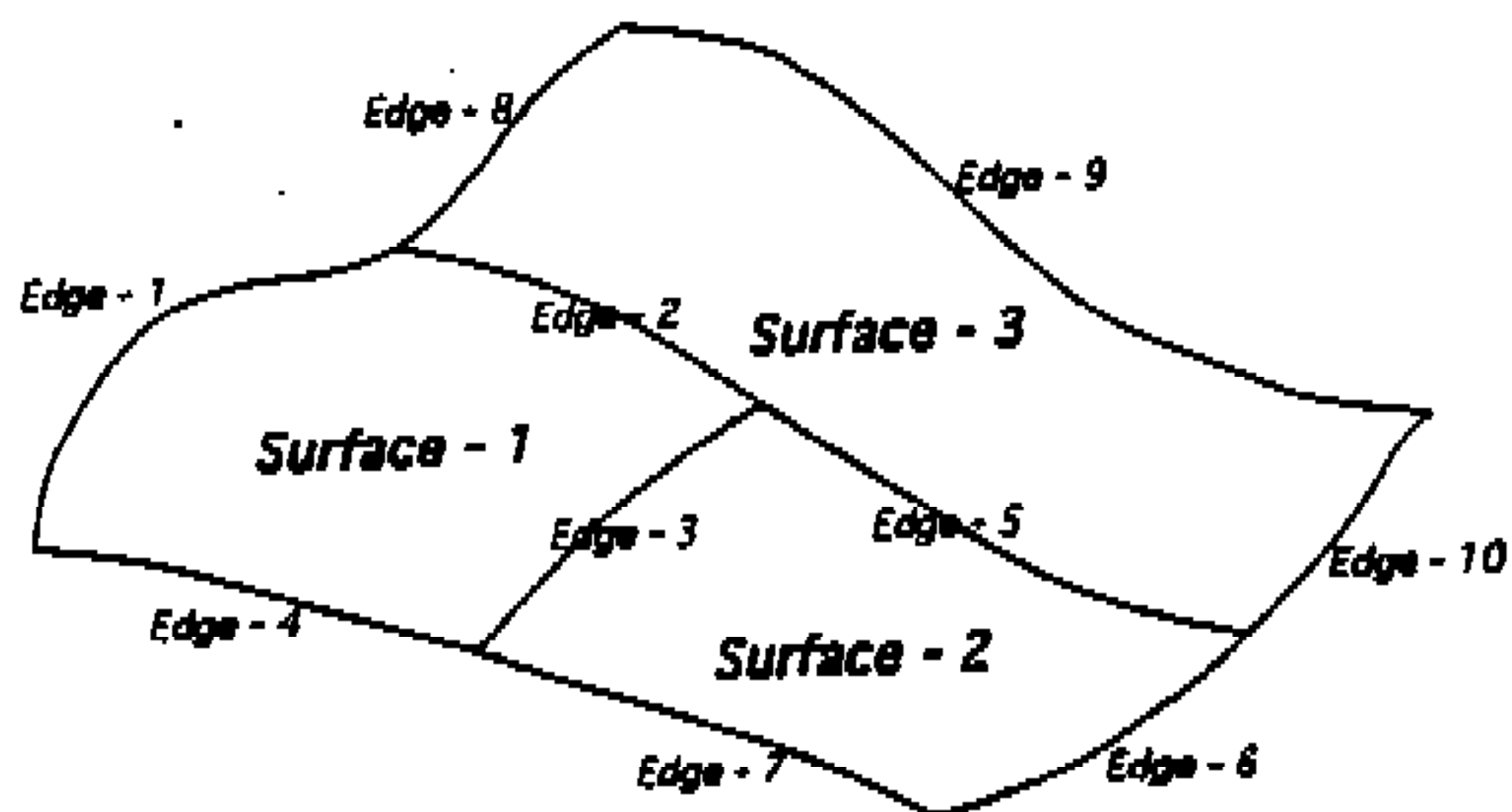


Fig.8 An example of adjoining surfaces which do not share common boundary curve

면을 형성하기 위해 사용된 경계곡선 중 두 개 이상의 경계곡선이 연결된(merged) 곡선을 말한다. 예를들면 Fig.8에서 보는 바와 같이 surface-3은 다섯 개의 경계곡선으로 이루어진 자유곡면인데, 이때 edge-2와 edge-5가 하나의 복합곡선이 되는 것이다. 일반적으로 한 루프를 구성하는 경계곡선의 수는 임의대로 지정할 수 있으나, 본 논문에서는 각 복합곡선이 두개까지의 경계곡선으로 구성될 수 있게 되어 있으므로 총 여덟개까지의 경계곡선을 하나의 루프로 구성할 수 있게 된다. Fig.9는 두개의 복합곡선을 포함하여 총 여섯 개의 경계곡선으로 하나의 루프가 구성된 예를 나타내고 있다. 이 곡면은 네 개의 경계곡선으로 구성된 자유곡면에서와 같은 방법으로 투영한다. 이 후 투영된 평면에서 사각형 요소망을 생성한다. 이 투영평면에서 생성된 요소망을 자유곡면으로 변환시키기 위해서는 요소망의 절점들의 좌표(x, y)를 이에 해당되는 매개변수(u, v)의 값으로 바꾸며, 이 매개변수(u, v)의 값을 식 (3)의 변형형태인 식(7)에 대입하면 투영평면에서 얻은 각 절점들은 Fig.9에서와 같이 자유곡면상으로 변환시킬 수 있게 된다.

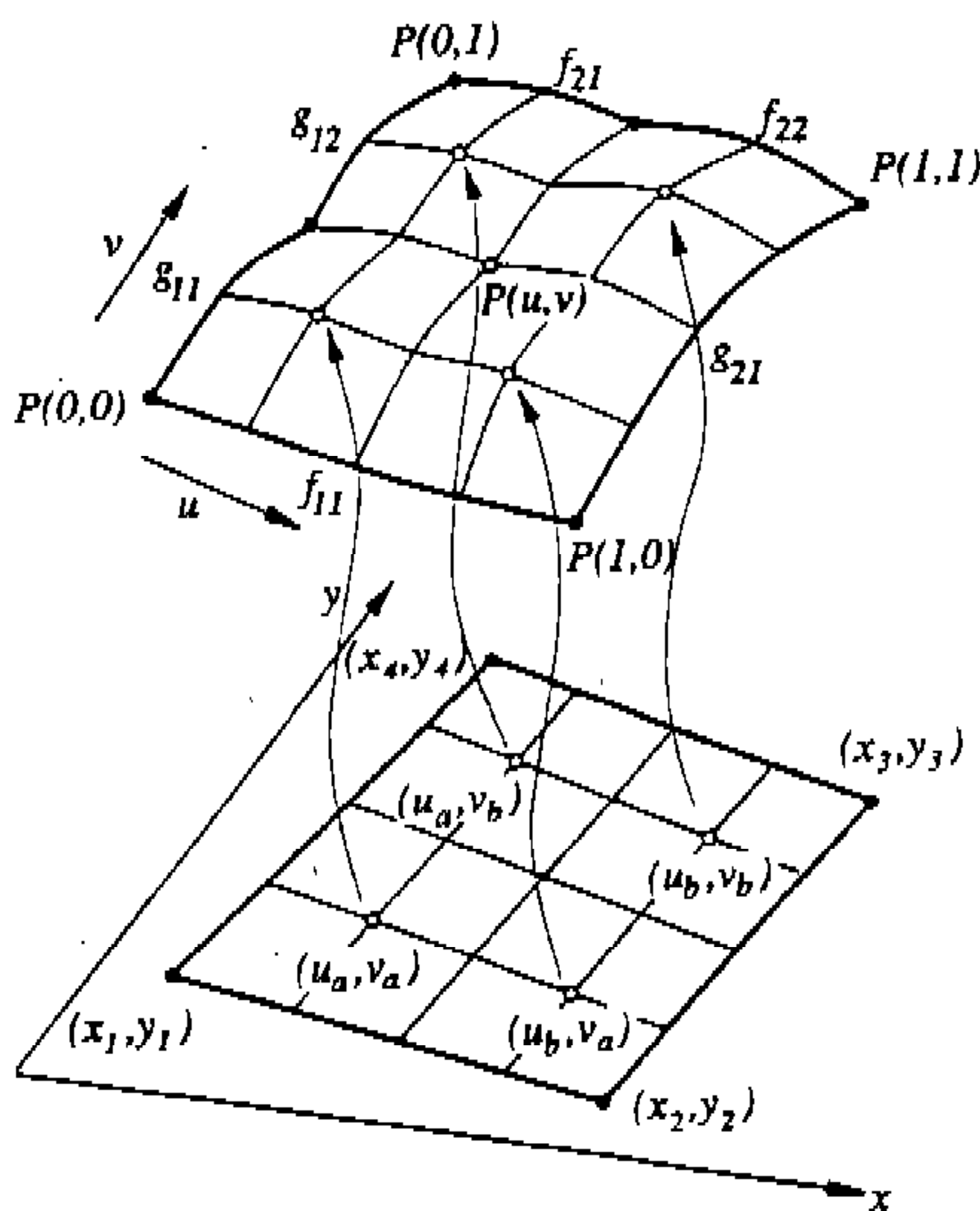


Fig.9 Mesh generation on a sculptured surface with six boundary curves

$$P(u,v) = (1-v)f_{1i}(u) + vf_{2j}(u) + (1-u)g_{1k}(v) + ug_{2l}(v) - (1-u)(1-v)P(0,0) - u(1-v)P(1,0) - (1-u)vP(0,1) - uvP(1,1) \quad (0 \leq u, v \leq 1) \quad (7)$$

식 (7)은 매개변수(u, v)에 따라 다른 경계곡선을 사용하는 Coons곡면식이다. 여기서 아래첨자 1i, 2j는 u방향의 복합곡선에 대한 해당 경계곡선을 나타내고, 아래첨자 1k, 2l은 v방향의 복합곡선에 대한 해당 경계곡선을 나타낸다. 즉, 매개변수 u의 값에 따라 f_{1i}와 f_{2j}의 경계곡선을 사용하고, 마찬가지로 매개변수 v의 값에 따라 g_{1k}와 g_{2l}의 경계곡선을 사용한다. Fig.9에서와 같이 자유곡면상의 절점P(u, v)는 매개변수(u, v)의 값에 따라 해당되는 경계곡선을 사용하고 있음을 나타내고 있다.

3. 적용사례

본 연구에서 개발한 요소망 생성 프로그램을 삼차원 곡면으로 구성된 자동차프레임의 모델, 캠코더(camcorder)의 모델 및 자동차의 외관 모델에 적용하여 보았다. Fig.10은 HyperMesh^T M(6)에서 예제로서 제공하는 자동차 모델 중 차체 외판과 엔진등을 제거하고 차체 좌우 레일(rail)과 범퍼와 차체바닥 및 라커(rocker)등을 고려하여 수정한 것이다. Fig.10에서 요소망의 생성

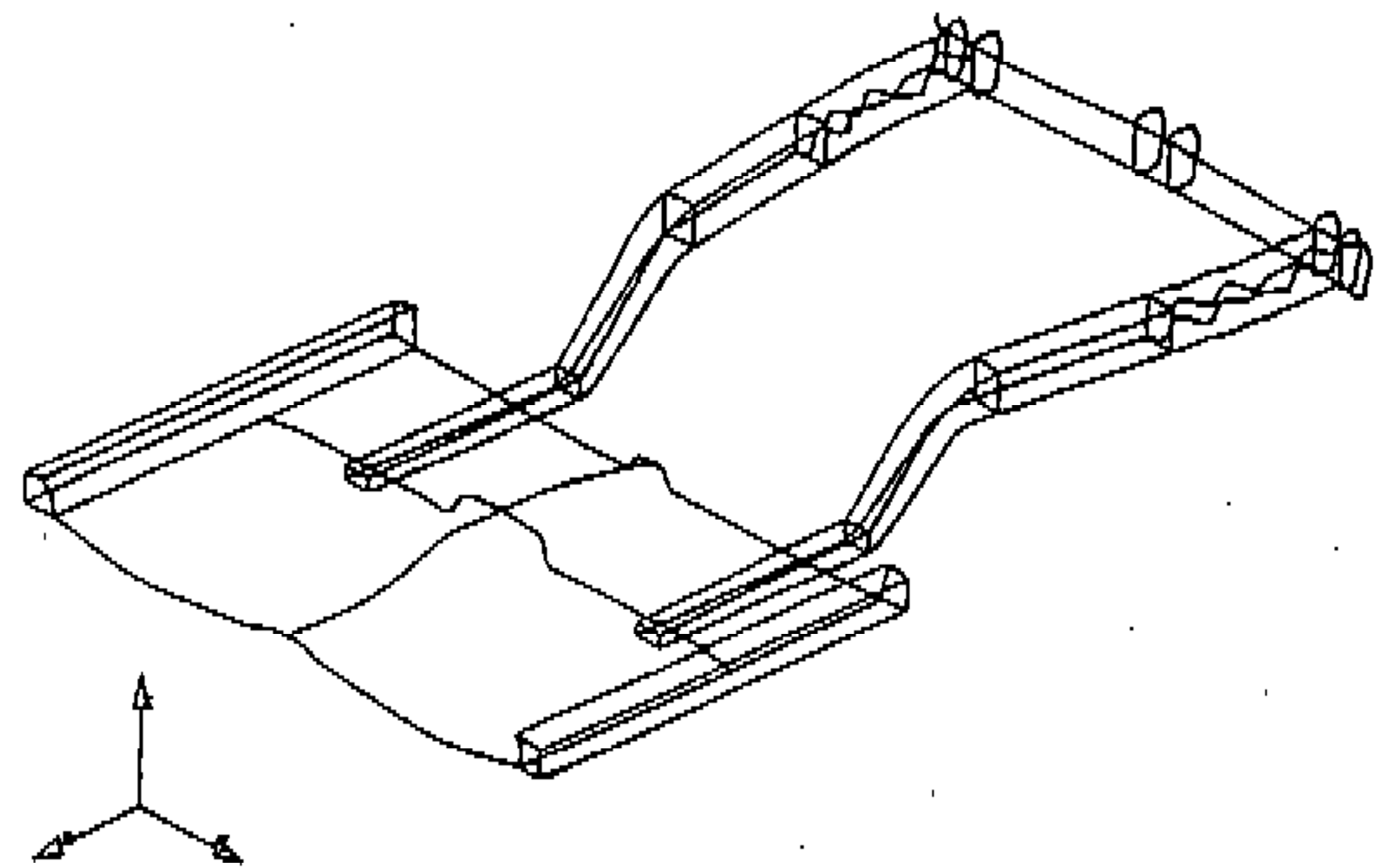


Fig.10 An automobile frame model constructed with 52 loops for mesh generation (23 Coons surfaces, 25 planes & 4 B-spline surfaces).

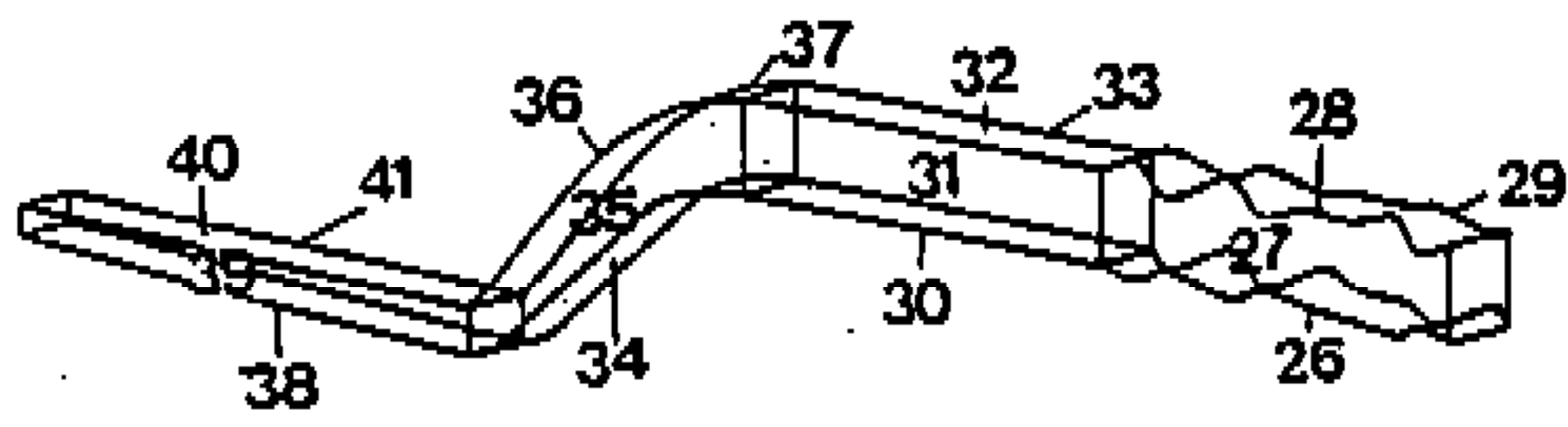


Fig.11 a) A left rail model constructed with 16 loops for mesh generation(8 Coons surfaces : 26-29, 34-37 & 8 planes : 30-33, 38-41).

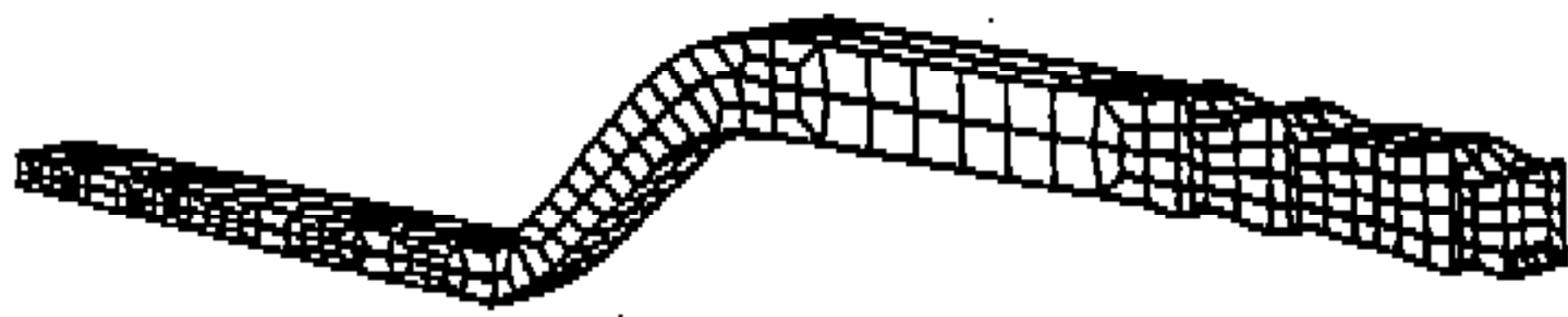


Fig.11 b) Constructed mesh for a left rail.

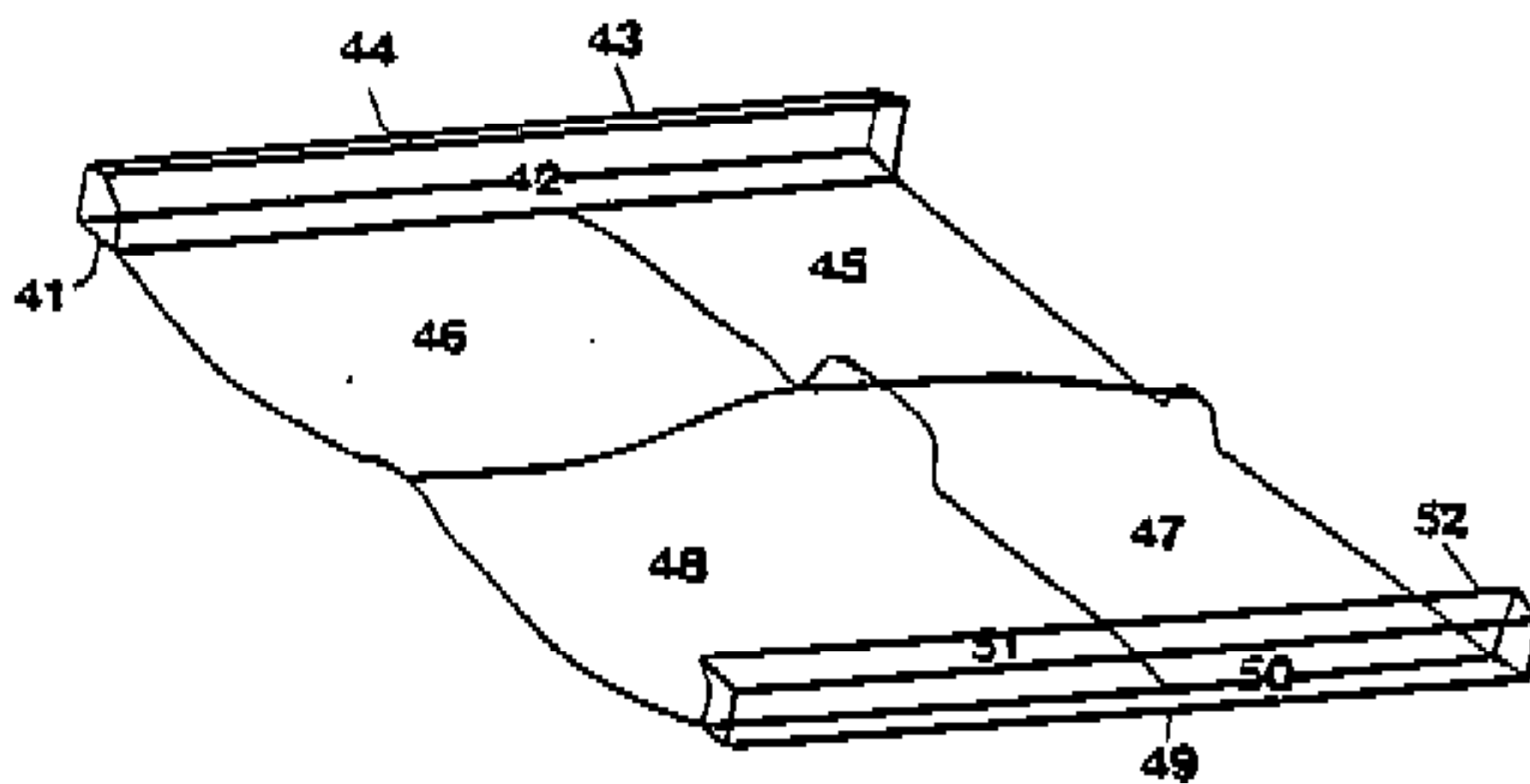


Fig.12 a) A floor model constructed with 12 loops for mesh generation(4B-spline surfaces : 45-48 & 8 planes : 41-44, 49-52).

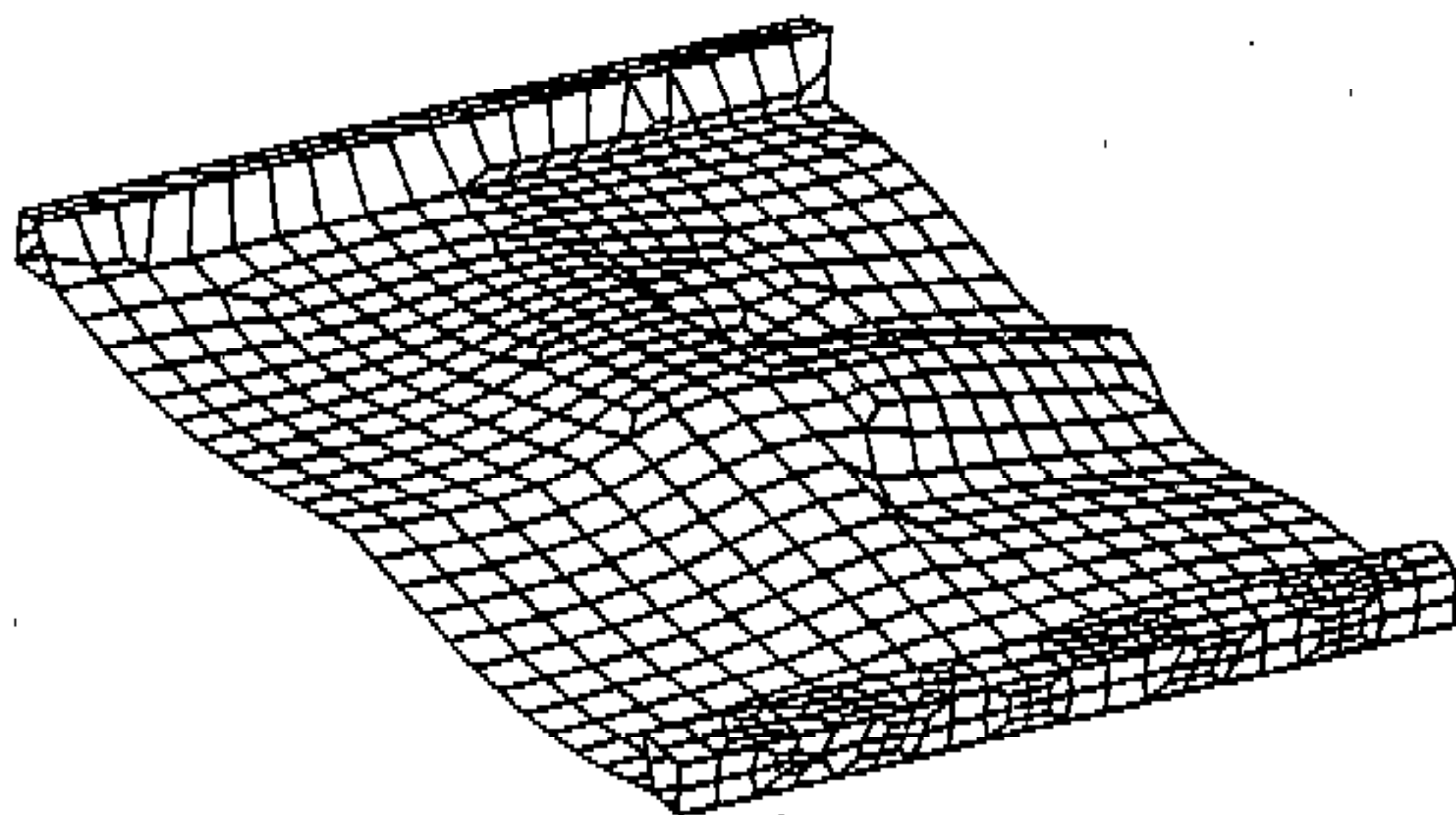


Fig.12 b) Constructed mesh for a floor and rockers.

을 위하여 구성된 루프의 수는 총 52개로서 이 중 Fig.11에서와 같이 왼쪽 레일에 사용된 루프는 평면 루프가 8개, 자유곡면 루프가 8개이며, Fig.12는 차체바닥의 모델에 필요한 point-net의 형태로 입력되는 B-spline곡면 루프가 4개이고, 차체바닥 양 옆의 라커에 사용되는 평면루프가 각각 4개씩 8개로 구성되어 있다. 이때 평면과 B-spline곡면등에서의 요소망 생성은 참고문헌⁽¹⁾에서 제안한 방법을 사용하였다. 여기서 요소망의 밀도 조절을 위한 주요절점을 적당히 배치한 결과 Fig.13에서와 같이 총 3189개의 4절

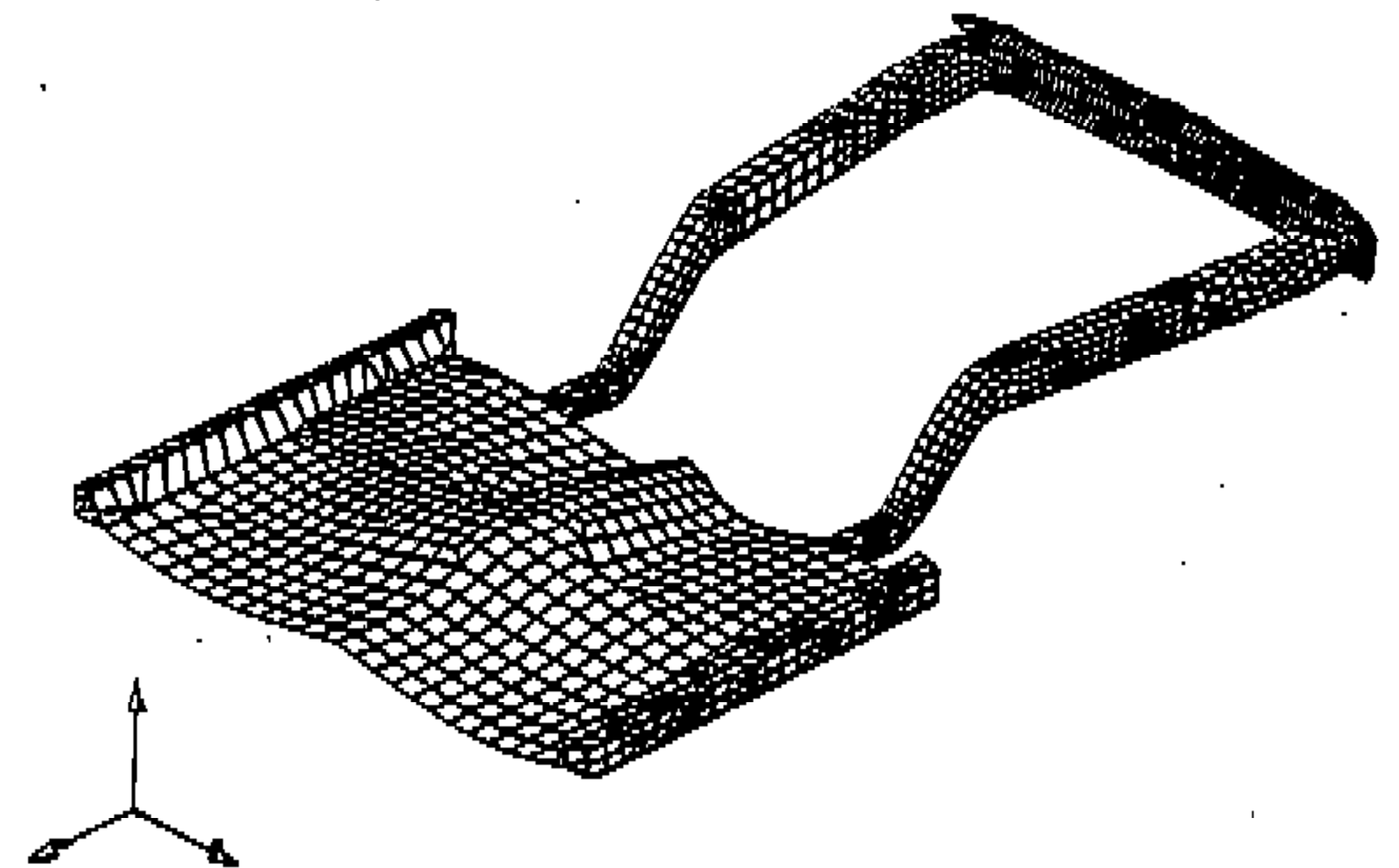


Fig.13 Constructed mesh for an automobile frame(no. of elements : 3189, no. of nodes : 3294(4 - node), 9782(8 - node)).

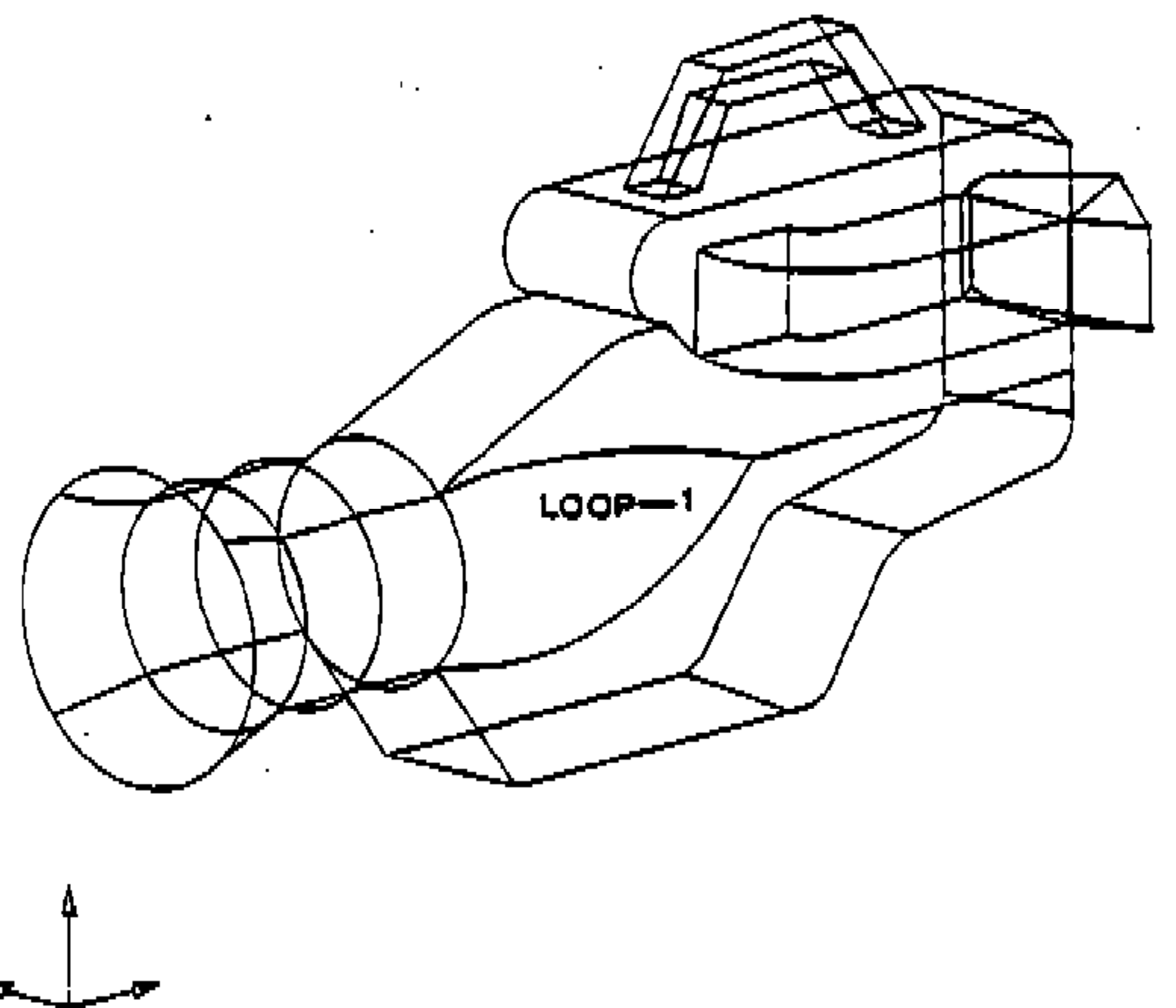


Fig.14 A camcorder housing model constructed 44 loops for mesh generation (20 sculptured surfaces & 24 planes)

점 요소(3294개의 절점)로 된 요소망을 얻었으며, 이와같이 복잡한 형태의 구조물에서도 비균일한 요소망이 잘 생성되었음을 알 수 있다. Fig.14는 캠코더의 형상을 모델링한것으로 요소망의 생성을 위하여 총 44개의 루프를 사용하였다. 이 중 렌즈(lens)와 뷰파인더(view finder)에 사용되는 자유곡면 루프가 20개, 몸체(body)의 모델링에 주로 사용되는 평면 루프가 24개로

구성되어 있다. 이 중 몸체부분에는 세 개의 경계곡선으로 이루어진 자유곡면 루프(loop-1)도 하나 포함되어 있다. Fig.15는 완성된 캠코더의 형상으로 총 3111개의 4절점 요소(4707개의 절점)로 된 사각형 셀요소망을 얻었으며, 이는 복잡한 곡면에서도 요소가 크게 찌그러짐이 없이 잘 생성된 것임을 알 수 있다. Fig.16는 자동차 외관을 모델링하기 위하여 차체외판과 차체 바닥

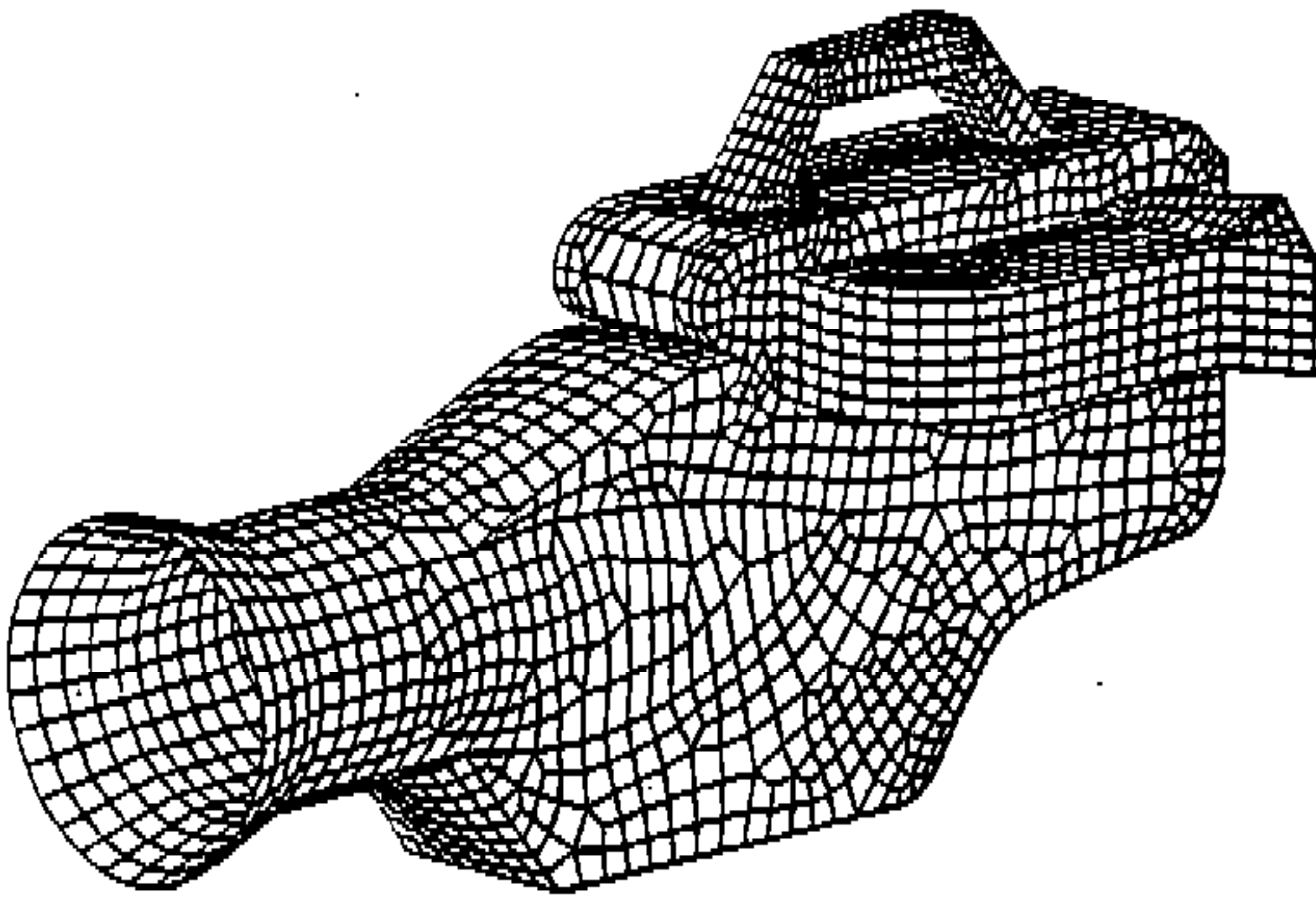


Fig.15 Constructed mesh for a camcorder housing(3111 4-node elements, 4707 nodes).

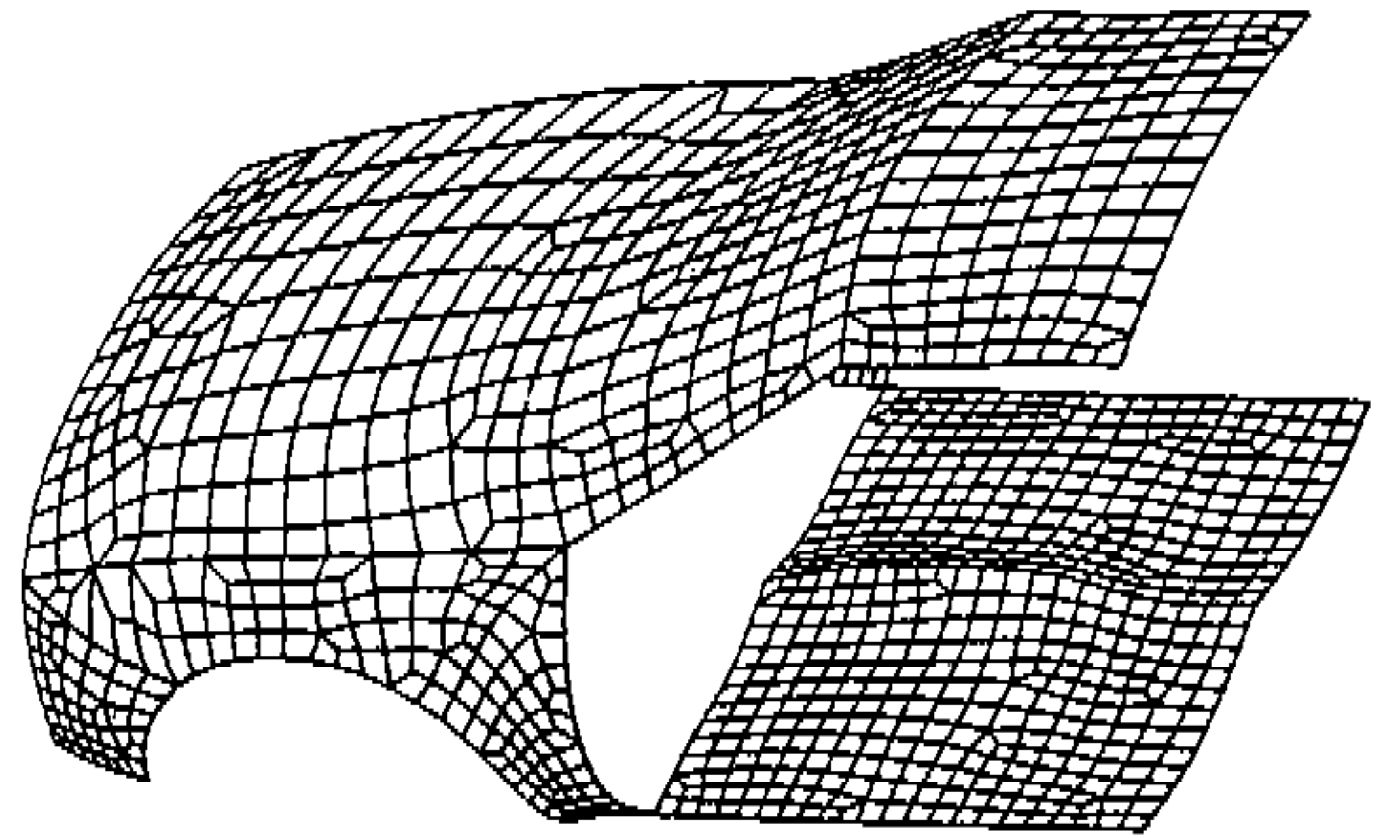


Fig.17 Constructed mesh for an automobile body(1319 4-node elements, 1460 nodes).

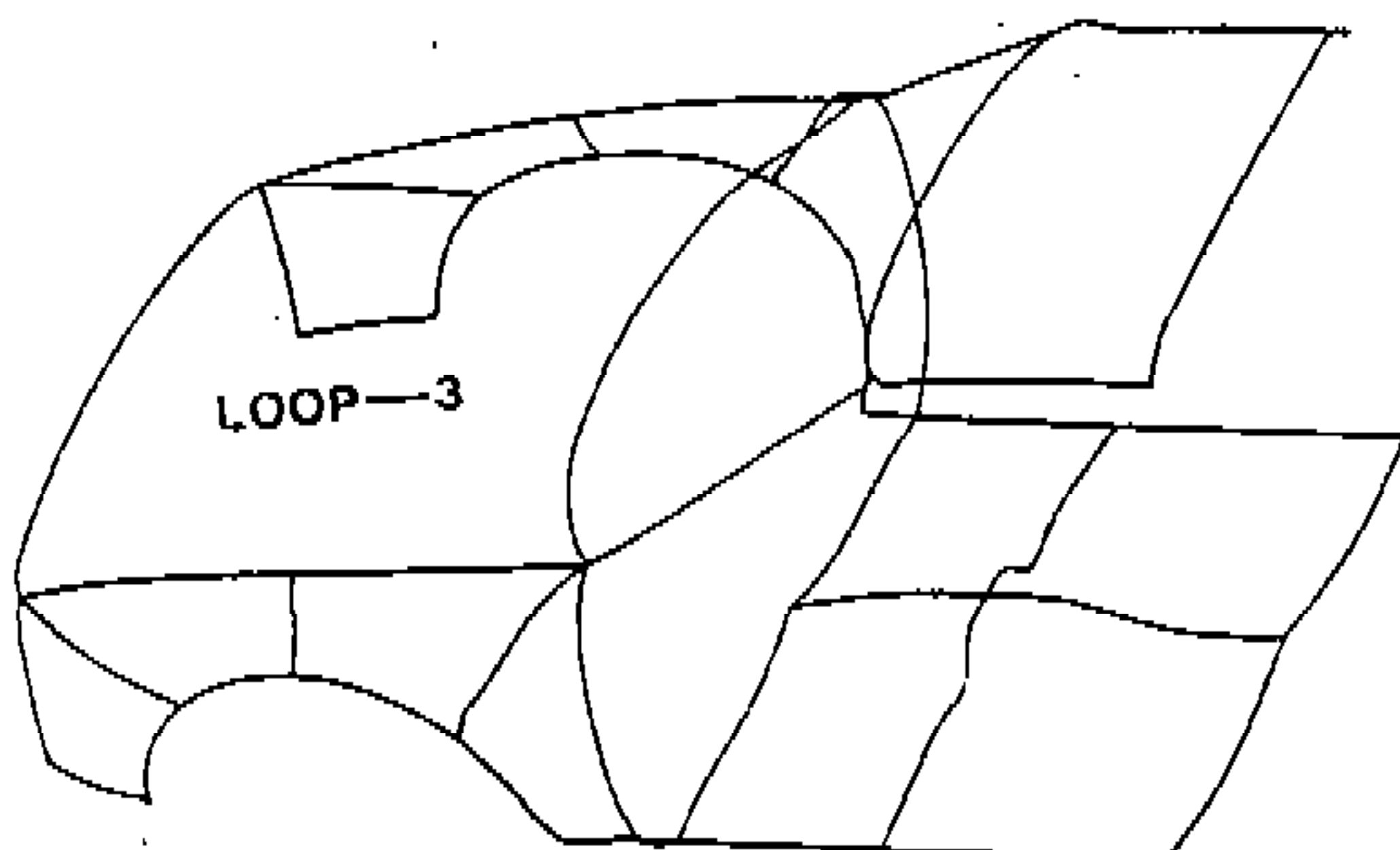


Fig.16 An automobile body constructed with 15 loops for mesh generation(11 sculptured surfaces & 4 B-spline surfaces)

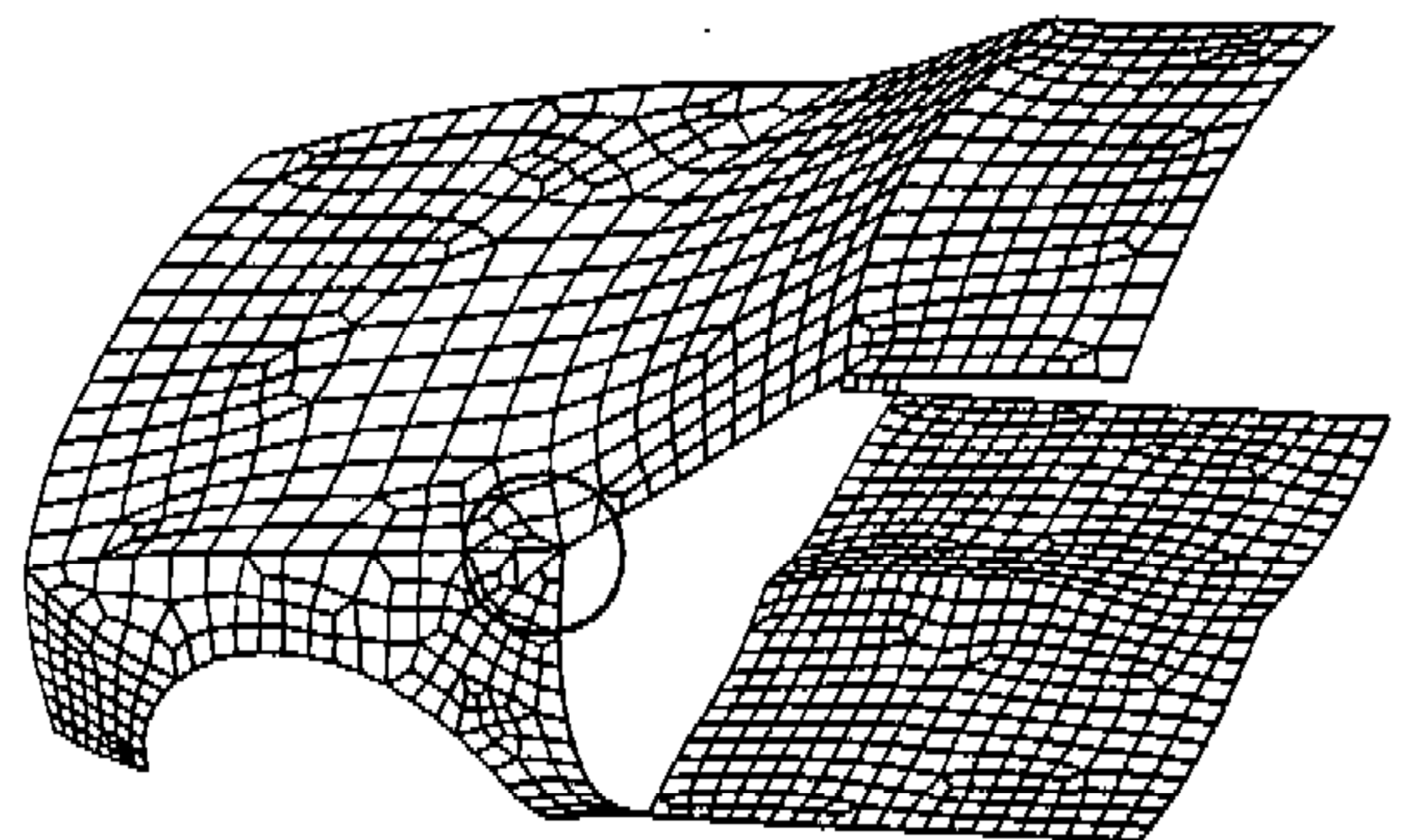


Fig.18 Mesh for an automobile body constructed by I-DEAS SUPERTAB(1400 4-node elements, 1541 nodes)

만을 임의로 모델링한 것이다. Fig.16에서는 요소망의 생성을 위하여 구성한 루프의 수가 총 15개이며 이 중 차체 외판의 모델링에 사용되는 자유곡면 루프는 11개, 차체바닥의 모델링에 사용되는 B-spline곡면 루프는 4개로 구성되어 있다. 여기서 본넷(bonnet)부분의 루프(loop-3)는 공통 경계곡선을 가지지 않는 즉, 복합경계곡선으로 이루어진 자유곡면 루프로 구성되어 있다. 이와같이 구성한 루프들의 경계곡선에 주요 절점을 배치하여 생성한 결과 Fig.17에서와 같이 총 1319개의 4절점 요소(1460개의 절점)로 된 요소망을 얻었으며, 이는 국부적으로 요소가 크게 찌그러짐이 없이 만족할 만한 결과를 보여 준다. 한편 Fig.17에서 얻은 요소망과 같은 위치와 간격의 주요절점들을 배치하여 상용 프로그램인 I-DEAS SUPERTAB을 사용하여 요소망을 생성한 결과 Fig.18과 같이 1400개의 4절점 요소(1514개의 절점)로 된 요소망을 얻었다. Fig.17과 Fig.18을 비교해 볼 때 생성된 요소의 수나 요소망의 형태가 서로 비슷하게 양호한 것을 알 수 있다. 다만 I-DEAS로 생성한 Fig.18에서는 펜더와 앞유리가 만나는 펜더의 모서리 부근에서 크게 찌그러진(distorted)요소가 발생한 것을 알 수 있다.

이상과 같이 본 연구에서 개발한 프로그램에 의해 완성된 요소망은 비균일한 요소망의 생성에 적합한 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 자동차 충돌 및 구조해석이나 가전제품등과 같이 복잡한 형상을 지닌 물체의 모델링에 많이 사용되는 자유곡면상에서의 사각형 셀 요소망의 자동생성 기법과 프로그램을 개발하였다. 여기서 자유곡면은 세 개 또는 네 개

의 경계곡선이나 복합 경계곡선으로 정의되는 삼차원 곡면을 말한다. 복잡한 삼차원 형상으로 이루어진 모델의 요소망 생성시 본연구에서 개발한 사각형 유한요소망 생성 프로그램을 적용한 결과 만족할 만한 요소망을 얻을 수 있었으며, 이는 특히 비균일한 요소망의 생성에 적합한 것으로 용력이나 변형의 집중부위등 역학적 특성이 알려진 경우나 오차해석등을 기초로 한 적용적 요소망의 생성등에 매우 효율적으로 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

1. S. W. Chae, B. S. Shin, J. K. Min, S. J. Park, "An Automatic Mesh Generation Scheme on 3D Surfaces", Computational Engineering, Proc. of the 1st PCCE'93, Elsevier Science Publishers B. V., pp. 169 ~174, 1993.
2. 채수원, 민중기, 신보성, "사각형 유한요소망의 자동생성", 대한기계학회 논문집, 제17권, 제12호, pp.2995~3006, 1993.
3. S. A. Coons, "Surfaces for computer aided design of space forms", Technical Report MAC-TR 44, MIT, Cambridge, MA, U. S. A., 1967.
4. R. E. Barnhill, G. Birkhoff and W. J. Gordon, "Smooth interpolation in triangle", J. Approx. Theory, Vol. 8. pp. 114~128, 1973.
5. K. T. Bathe, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, Inc, 1982.
6. HyperMesh User's Manual, ver. 1.30, Altair computing, Inc., 1990