

[논문] 태양에너지
Solar Energy
Vol. 15, No. 2, 1995

입구온도가 변화하는 성층축열조의 충전과정 해석

유 호 선

숭실대학교 기계공학과

Analysis on the Charging Process of Stratified Thermal Storage

Tanks with Variable Inlet Temperature

Hoseon Yoo

Department of Mechanical Engineering, Soong Sil University

요 약

유입관성에 의한 유체혼합뿐 아니라 입구온도의 변화까지 고려된 성층축열조의 충전과정 모델에 대하여 해석적 근사해를 제시하였다. 해석모델은 깊이가 일정한 완전혼합 및 압출유동영역으로 구성되며, 입구온도의 변화는 중첩의 원리에 근거하여 계단함수로 근사화하였다. 완전혼합영역의 과도온도를 구한 후 함수형태에 따라 구분하고, 각각을 경계조건으로 하는 압출유동영역의 온도분포를 잘 정의된 함수의 항으로 유도하였다. 결과적으로 이들의 일차결합이 압출유동영역에 대한 최종해이다. 근사해의 타당성 및 결과의 유용성은 입구온도가 선형적으로 증가하는 경우에 대한 엄밀해와의 비교를 통하여 검증하였다. 계단수의 증가에 따라 근사해는 엄밀해로 급속히 접근하며, 유한한 수의 계단에 의한 근사해도 광범위한 혼합깊이에 대하여 엄밀해와 잘 일치한다. 또한, 혼합깊이가 클수록 소수의 계단에 의한 근사해로도 의미있는 예측결과를 얻을 수 있었다.

I. 서 론

에너지의 효율적인 이용과 관련하여 축열조에 있어서 열성층의 중요성은 잘 인식되어 있다. 특히 축열물질이 유체인 현열축열조의 경우 열성층은 그 성능에 결정적인 영향을 미친다.¹⁾ 입구온도가 일정할 때 완전성층충전에 대한 이론적인 축열효율은 완전혼합충전에 비하여 36% 정도 높다는 사실이 성층화의 중요성을 가시적으로 보여준다. 따라서, 성층축열에 관한 많은 연구에서 충전과정동안의 성층 파괴인자를 규명하고, 이에 근거하여 성층을 효과적으로 유지시키기 위한 방법을 모색하여 왔다. 이와 병행하여, 광범위한 운전조건에 대한 설계자료의 제공을 목적으로 성층관련 현상이 적절히 고려된 축열특성의 해석도 수행되었다.

성층축열조의 과도적인 열적 거동을 예측하기 위한 해석모델은 성층파괴인자가 고려된 정도, 해석방법, 축열조의 운전조건 등에 따라 다양한 형태가 있다. 근래 이러한 모델의 특징에 관해서 체계적으로 고찰한 Hollands와 Lightstone,²⁾ Zurigat³⁾ 등은 공통적으로 축열조내의 거동은 1차원적으로 기술될 수 있음을 확인하였다. 또한, 이들은 실험과 예측치가 불일치하는 주원인은 입구효과에 의한 유체혼합(momentum induced mixing), plume entrainment 등 충전과정과 연관된 성층파괴인자임을 지적하였다. 특히 유체혼합은 Sliwinski등⁴⁾, Baines등⁵⁾, Pak⁶⁾에 의해 열성층에 지배적인 영향을 미친다는 사실이 실험적으로 규명된 바 있다. 그러나, 해석 방법의 관점에서 고찰할 때, 유체혼합과 같은 성층파괴인자가 고려된 모델은 1차원이지만 상당히 복잡하기 때문에 대부분의 경우 수치해석에 의존하고 있다.³⁾ 이 이유로, 적용이

편리하며 성층축열에 관한 이론적 기초로서 중요함에도 불구하고, 해석적인 해는 극히 이상화된 모델⁷⁾을 제외하면 별로 시도되지 않았다.

이 사실에 착안하여, 최근 저자는 일련의 연구^{8~11)}에서 해석에 수반되는 수학적 어려움을 성공적으로 해결하고, 수치해를 대체할 수 있는 해석적인 해를 추구하고 왔으며, 몇몇 모델에 대한 해석방법 및 결과를 구체적으로 제시한 바 있다. 이들 연구는 성층축열조내의 열적 거동이 이상적인 상태에서부터 이격된 정도를 검증하는 이론적 기준으로서 또는 주요 인자가 성층특성에 미치는 영향을 규명하는데는 유용하지만, 공통적으로 입구온도가 일정한 조건에 대한 것이기 때문에 그 결과의 적용에는 제한이 있다. 사실 많은 축열조에서 충전과정동안 입구온도는 일정하지 않기 때문에,^{12, 13)} 실용적인 예측결과를 얻기 위해서는 입구온도의 변화가 고려된 해석이 필요하다.

본 연구는 입구온도의 변화는 물론 전술한 유입관성에 의한 유체혼합까지 포함하는 일반화된 1차원모델을 정립하고, 기존의 해석방법의 확장을 통하여 정립된 모델에 대한 해석적 근사해를 구하기 위하여 시도되었다. 해석의 기본개념은 임의로 변화하는 입구온도를 중첩의 원리에 근거하여 유한한 갯수의 계단함수로 근사화하는 것이다. 이 개념은 입구온도의 변화에 불연속(step change)이 포함된 경우 특히 편리하다. 해석은 근사화된 입구온도에 대응하는 함수형태에 따라 경계조건을 구분하고, 각각에 대응하는 지배방정식의 해를 구하는 방법으로 수행된다. 해석결과 구해진 근사해와 특수한 입구온도 변화시 존재하는 엄밀해를 비교, 고찰함으로써 접근방법의 타당성 및 결과의 유용성을 검증한다.

II. 해석대상 모델

본 연구의 해석대상은 전형적인 축열조의 하나로서 상부에 입구, 하부에 출구가 있으며(Fig. 1 참조), 초기에는 온도 T_0 인 균일한 유체가 높이 H 인 상태로 채워져 있다. 충전이 시작되면 온도 $T(t)$ 인 고온유체가 입구를 통하여 유입됨과 동시에 저온유체는 출구를 통하여 유출된다. 축열조를 통과하는 유체의 유량(또는 단면평균유속 U)은 일정하며, 축열조는 완전단열되어 외부로의 열손실은 없다. 유동에 대한 벽면의 경계효과, 벽면을 통한 열전도 등 다차원현상은 무시될 수 있다고 가정하였다.^{2,3)} 특히, 입구온도는 열적으로 안정한 성층이 유지될 수 있도록 시간에 따라 상승하는 경우로 국한한다. 만일 입구온도가 하강하면, 축열조의 상층부에는 열적 불안정성으로 인한 하향의 저온 plume이 발생하므로 본 연구에서 취급하는 유체혼합과는 성격이 상이한 plume entrainment 모델¹⁴⁾이 필요하며, 이는 완전히 별개의 연구과제이다.

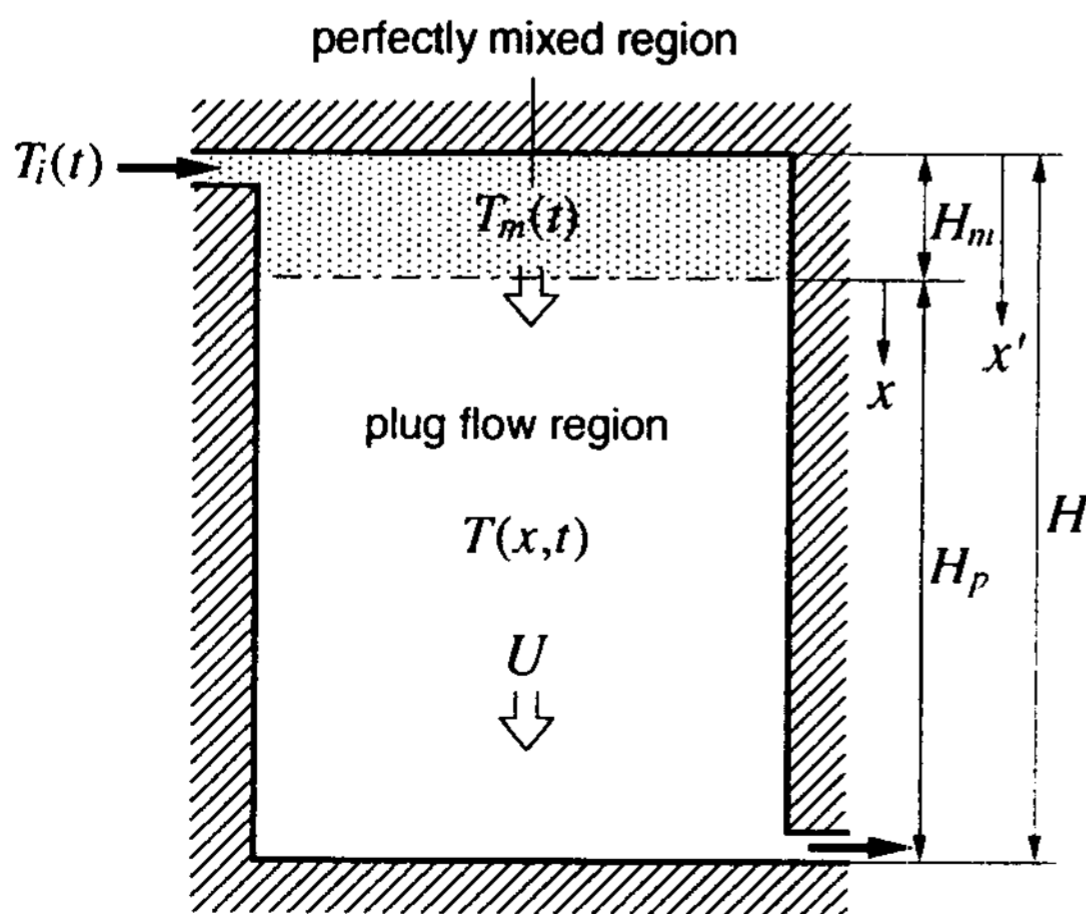


Fig. 1 Schematic of the present model for stratified thermal storage tanks.

유입에 따른 입구부근의 유체혼합은 입구 형상, 유입조건 등에 의존한다. 만일, 이상적인 분배기가 설치되어 혼합이 완전히 억제될 수 있다면 축열조전체가 압출유동영역(plug flow region)이 된다. 그러나 서론에서 기술하였듯이 실제의 많은 경우 유입관성에 의해 혼합이 발생한다. 유체혼합에 의해 축열조의 상부에 온도가 균일하고 깊이가 일정한 유체층이 존재한다고 가정하면, 축열조는 Fig.1과 같이 깊이 H_m 인 완전혼합영역(perfectly mixed region)과 인접하는 깊이 H_p 인 압출유동영역으로 구분되며, 전체는 1차원적으로 취급될 수 있다. 이러한 완전혼합 유체층의 존재 및 충전과정 동안 그 깊이의 변화가 크지 않다는 사실은 이미 실험적으로 규명된 바 있다.⁴⁻⁶⁾ 또한, 유체혼합이 있는 경우에 대한 2영역 1차원모델의 타당성은 유사한 모델이 수치해석^{12, 14)}에 보편적으로 적용된 사실로부터 간접적으로 확인될 수 있다.

충전과정동안 완전혼합영역의 온도 $T_m(t)$ 은 입구온도 $T(t)$ 에 따라 변화한다. 압출유동영역의 온도 $T(x, t)$ 는 그 영역의 경계로부터 위치 x (Fig.1 참조) 및 시간에 따라 변화하며 $T(0, t) = T_m(t)$ 를 만족한다. 유체 혼합이 없는 경우 ($H_m = 0$) 당연히 $T_m(t) = T(t)$ 이다. 결과적으로, 해석은 완전혼합영역의 과도온도 $T_m(t)$ 를 구하고 이를 경계 조건으로 한 압출유동영역의 온도분포 $T(x, t)$ 를 결정하는 것이다.

이후의 내용에서는 NOMENCLATURE에 정의된 무차원 변수 및 인자를 사용할 것이다.

실제 축열조의 입구온도 변화는 열원의 종류, 운전방법 등에 따라 상이하며 특정한 함수의 형태는 아니다. 임의로 변화하는 입구온도에 대한 축열조의 과도응답을 해석적

으로 취급하기 위하여 Duhamel의 정리¹⁵⁾와 같은 원리로 입구온도를 Fig. 2와 같이 유한한 N 개의 계단함수로 근사하였다. 즉,

$$\theta_i(\tau) \approx 1 + \sum_{k=1}^N \Delta\theta_{i,k} H(\tau - \tau_k) \quad (1)$$

로서, 여기서 $H(\tau - \tau_k)$ 는

$$H(\tau - \tau_k) = 0 \text{ for } \tau < \tau_k \quad (2)$$

$$H(\tau - \tau_k) = 1 \text{ for } \tau > \tau_k \quad (3)$$

로 정의되는 단위계단함수(Heaviside's unit function)이다. 식(1)로 표시된 계단함수 근사는 해석적 접근이 가능할 뿐아니라 Fig. 2와 같은 $\theta_i(\tau)$ 의 불연속적인 변화(step change)를 포함하기 때문에 편리하다. 또한, N 을 증가시키면 결국 Duhamel의 적분으로 접근한다. 여기서, 입구온도를 계단함수 대신 구간선형함수로 근사하는 접근방법(piecewise linear approximation)도 고려의 대상이 될 수 있으나, 이 경우 전술한 불연속적 변화는 결국 별도로 취급되어야 하기 때문에 본 연구에서는 제외한다.

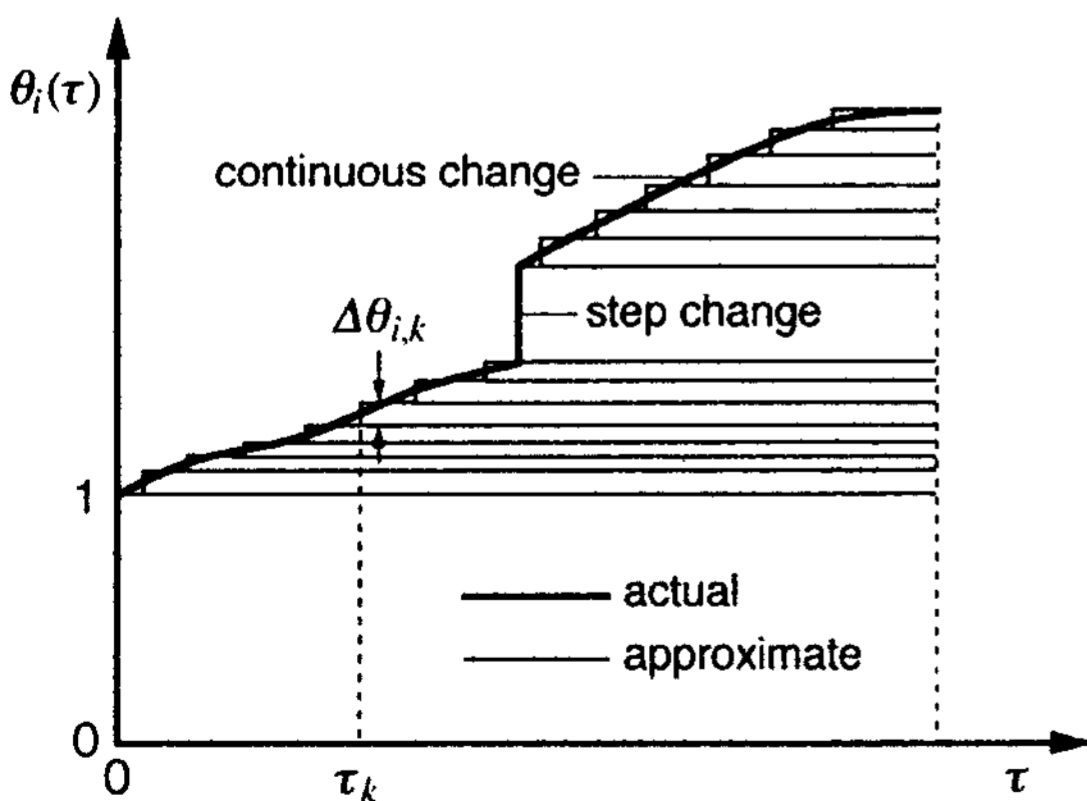


Fig. 2 Variation pattern of the inlet temperature and the concept of the step function approximation.

III. 완전혼합영역

유체혼합에 의해 일정깊이의 완전혼합 영역이 형성될 때(Fig. 1), 이 영역의 온도변화는 에너지균형으로부터 무차원화된 방정식 및 초기조건

$$\frac{d\theta_m}{d\tau} = a(\theta_i - \theta_m) \quad (4)$$

$$\theta_m(0) = 0 \quad (5)$$

에 의해 결정된다. 식(4)에서 계수 a 는 다음과 같이 정의된다.

$$a = u/h_m \quad (6)$$

입구온도가 시간의 함수이므로 식 (4), (5)의 해는

$$\theta_m(\tau) = ae^{-a\tau} \int_0^\tau e^{a\lambda} \theta_i(\lambda) d\lambda \quad (7)$$

로 표시되며, 축열조 입구온도가 식(1)일 때 대응하는 $\theta_m(\tau)$ 은 다음과 같다.

$$\theta_m(\tau) = 1 - e^{-a\tau} + \sum_{k=1}^N \Delta\theta_{i,k} [1 - e^{-a(\tau - \tau_k)}] H(\tau - \tau_k) \quad (8)$$

유체혼합이 없는 경우($h_m=0$) $a \rightarrow \infty$ 이므로 식(8) 우변의 지수함수를 포함하는 항은 0이다. 즉, 식(8)은 유체혼합의 유무에 무관하게 적용될 수 있다.

IV. 압출유동영역

1. 지배방정식 및 경계조건

압출유동에 대한 무차원화된 지배방정식은 이미 잘 알려진 바와 같이⁽⁸⁾

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad (9)$$

이며, 초기조건 및 경계조건은 각각 다음과 같다.

$$\theta(\xi, 0) = 0 \quad (10)$$

$$\theta(0, \tau) = \theta_m(\tau) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \theta(h_p, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad (12)$$

출구조건 식(12)는 축열조를 유한한 영역으로 취급하였기 때문에 나타나며, 기존의 수치해석^{12, 16)}과 같이 단열조건을 부여하였다. 사실, 입구온도가 일정한 경우에 대해서는 식(12) 대신 축열조를 반무한 영역으로 근사화하여

$$\theta(\infty, \tau) = 0 \quad (13)$$

를 적용하면 해석이 용이할 뿐 아니라 실용적인 관점에서 결과의 차이도 크지 않다.¹⁰⁾ 그러나, 결과의 차이에 무관하게 축열조는 유한한 크기이며 식(13)에 대응하는 해는 본질적으로 식(12)에 대응하는 해의 부분집합에 불과하기 때문에¹⁷⁾ 해석의 완결성을 위하여 본 연구에서는 식(12)를 적용하였다.

지배방정식 식(9)는 제차 선형방정식이므로 경계조건 식(11)은 $\theta_m(\tau)$ 을 구성하는 각 항에 대응하는 해를 중첩시킴으로서 만족될 수 있다. 식(8)로부터 $\theta_m(\tau)$ 은 완전혼합 영역의 유무를 포괄하여 상수, 지수함수 및 계단함수의 항으로 구성되어 있다. 따라서, 식(9)의 해는 식(11) 대신

$$\theta(0, \tau) = 1 \quad (14)$$

$$\theta(0, \tau) = e^{-a\tau} \quad (15)$$

$$\theta(0, \tau) = \sum_{k=1}^N \Delta \theta_{i,k} [1 - e^{-a(\tau - \tau_k)}] H(\tau - \tau_k) \quad (16)$$

인 경계조건에 대응하는 해(각각 상첨자 c, e, s로 표시)의 일차결합이다.

2. 일정온도 경계조건

입구경계조건이 식(14)인 경우에 대한 해석방법, 해의 타당성 등에 관해서는 이미 발표된 바 있기 때문에^{9, 10)} 여기서는 결과만을 요약하였다. Laplace변환을 이용하여 식(10) 및 식(12), (14)를 초기 및 경계조건으로 갖는 식(9)의 단시간해(short-time solution)를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta^c(\xi, \tau) = & \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{\xi - u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) + e^{u\xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \\ & + e^{uh_p} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) - \right. \\ & \left. u\sqrt{\tau} \cdot i\operatorname{erfc} \left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \quad (17) \end{aligned}$$

여기서, $i\operatorname{erf}$ 는 여오차함수의 n 차 적분함수(integrals of the complementary error function)¹⁵⁾이다.

3. 지수함수 경계조건

입구경계조건이 식(15)인 경우 식(14)에 대응하는 해 식(17)이 있으므로 이론적으로는 Duhamel의 정리¹⁵⁾

$$\theta(\xi, \tau) = \int_0^\tau \theta(0, \lambda) \frac{\partial}{\partial \tau} \theta^c(\xi, \tau - \lambda) d\lambda \quad (18)$$

를 적용하여 해를 구할 수 있다. 그러나, 실제로는 식(15) 및 (17)을 식(18)에 대입하였을 때 피적분함수가 복잡하기 때문에, 적분을 수행하여 현시적인 해에 도달하기는 곤란하다. 따라서, 본 연구에서는 4.2절과 같

은 해석방법을 적용하여 경계조건이 식(15)인 경우에 대한 단시간해를 독립적으로 구하였다. 사실 식(14)와 (15)는 Laplace변환되었을 때 유사한 형태이지만, 양자에 대응하는 역변환과정에는 큰 차이가 있으며, 후자의 경우 상당한 수학적 연산이 필요하다. 다만, 접근방법은 본질적으로 같기 때문에 구체적인 유도과정은 생략하고 다음의 결과만을 개재 하였다.

$$\begin{aligned} \theta^c(\xi, \tau) = & \frac{1}{2} e^{-a\tau} \left[e^{(u-v)\xi/2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi-v\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \right. \\ & + \left. e^{(u+v)\xi/2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi+v\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \right] \\ & + \frac{1}{2} e^{-a\tau} \left[\left(\frac{v-u}{v+u}\right) e^{(u+v)\xi/2 - v h_p} \right. \\ & \operatorname{erfc}\left(\frac{2h_p - \xi - v\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \\ & + \left(\frac{v+u}{v-u}\right) e^{(u-v)\xi/2 + v h_p} \\ & \left. \operatorname{erfc}\left(\frac{2h_p - \xi + v\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \right] + \frac{u^2}{2a} e^{uh_p} \\ & \operatorname{erfc}\left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, v 는

$$v = 2 \left[(u/2)^2 - a \right]^{1/2} \quad (20)$$

로 정의되며, 식(20)은 $(u/2)^2 > a$ 인 조건하에서 성립한다. 만일 $(u/2)^2 \leq a$ 인 경우 해의 형태는 달라지지만, 실제축열조의 Pe수(즉 u)는 이 요구조건을 충분히 만족시키기 때문에 별도로 취급할 필요는 없다. 특히, 식(19)도 식(17)과 일관성있게 잘 정의된 지수함수 및 여오차함수의 항으로 표현되었음에 주목하라.

4. 계단함수 경계조건

입구경계조건이 식(16)인 경우 단위계단함수의 항으로 구성되어 있으므로 식(18)로 표시된 Duhamel의 정리를 적용하기 용이한 형태이다. 즉, 식(16)을 식(18)에 대입한 후 적분과 합의 순서를 교환하면

$$\begin{aligned} \theta^s(\xi, \tau) = & \sum_{k=1}^N \Delta\theta_{i,k} \int_{\tau_i}^{\tau} \left[1 - e^{-a(\lambda - \tau_i)} \right] \\ & \frac{\partial}{\partial \tau} \theta^c(\xi, \tau - \lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (21)$$

이다. 계속하여 적분변수를 $\lambda' = \lambda - \tau_i$ 로 변환하면

$$\begin{aligned} \theta^s(\xi, \tau) = & \sum_{k=1}^N \Delta\theta_{i,k} \int_0^{\tau - \tau_i} (1 - e^{-a\lambda'}) \\ & \frac{\partial}{\partial \tau} \theta^c(\xi, \tau - \tau_k - \lambda') d\lambda' \end{aligned} \quad (22)$$

로 된다. 여기서, 식(22) 피적분함수의 제2항은 τ 가 $(\tau - \tau_i)$ 로 대치되었을 뿐 식(15) 및 (17)을 식(18)에 대입한 것과 같은 형태이며, 식(19)는 비록 다른 방법으로 유도되었지만 그 적분을 수행한 결과에 해당된다. 따라서, 경계조건 식(16)에 대응하는 해는 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta^s(\xi, \tau) = & \sum_{k=1}^N \Delta\theta_{i,k} \left[\theta^c(\xi, \tau - \tau_k) \right. \\ & \left. - \theta^c(\xi, \tau - \tau_k) \right] H(\tau - \tau_k) \end{aligned} \quad (23)$$

5. 압출유동영역에 대한 최종해

유체혼합의 유무를 포괄하여 식(8)로 표시된 완전혼합영역의 온도변화에 대응하는 압출유동영역의 온도분포는 4.2~4절의 결과를 종합할 때

$$\begin{aligned} \theta(\xi, \tau) &= \theta^c(\xi, \tau) - \theta^e(\xi, \tau) + \theta^s(\xi, \tau) \\ &= \sum_{k=0}^N \Delta\theta_{i,k} \left[\theta^c(\xi, \tau - \tau_k) \right. \\ &\quad \left. - \theta^e(\xi, \tau - \tau_k) \right] H(\tau - \tau_k) \end{aligned} \quad (24)$$

가 된다. 표현의 편의를 위하여 식(24)에서 $\Delta\theta_{i,0}=1, \tau_0=0$ 로 정의하였다.

V. 해석결과에 대한 검토

1. 입구온도의 선형증가

이상에서 구한 근사해 식(8) 및 (24)는 입구온도가 불연속을 포함하여 임의의 형태로 변화하는 조건에 대한 과도 온도분포이다. 다만, II장에서 기술된 이유로 해석모델 자체가 입구온도의 증가에 국한된 것이기 때문에, 입구온도가 감소하는 경우 근사해는 수학적으로는 성립하지만 실용적인 의미는 없다. 반면, 가용한 실험자료¹³⁾는 입구온도가 감소하는 조건에 대한 결과이다. 때문에, 근사해와 실험자료의 직접적인 비교를 통한 모델 및 해석결과의 타당성 검증은 곤란하다. 그러나, 입구온도의 특수한 증가형태에 대하여 엄밀해가 존재한다면, 그 해와 근사해를 비교함으로써 접근방법의 타당성과 결과의 유용성을 충분히 확인할 수 있을 것이다.

유체혼합이 고려된 모델이 해석대상일 때 입구온도의 변화에 대하여 해석적인 해가 존재하는 경우는 III, IV장의 해석과정에서 유추할 수 있듯이 극히 제한적임에 틀림없다. 본 연구에서는 Fig.3과 같이 충전과정동안 입구온도가 선형적으로 증가하는 조건 즉

$$\theta_i(\tau) = 1 + b\tau, \quad (b > 0) \quad (25)$$

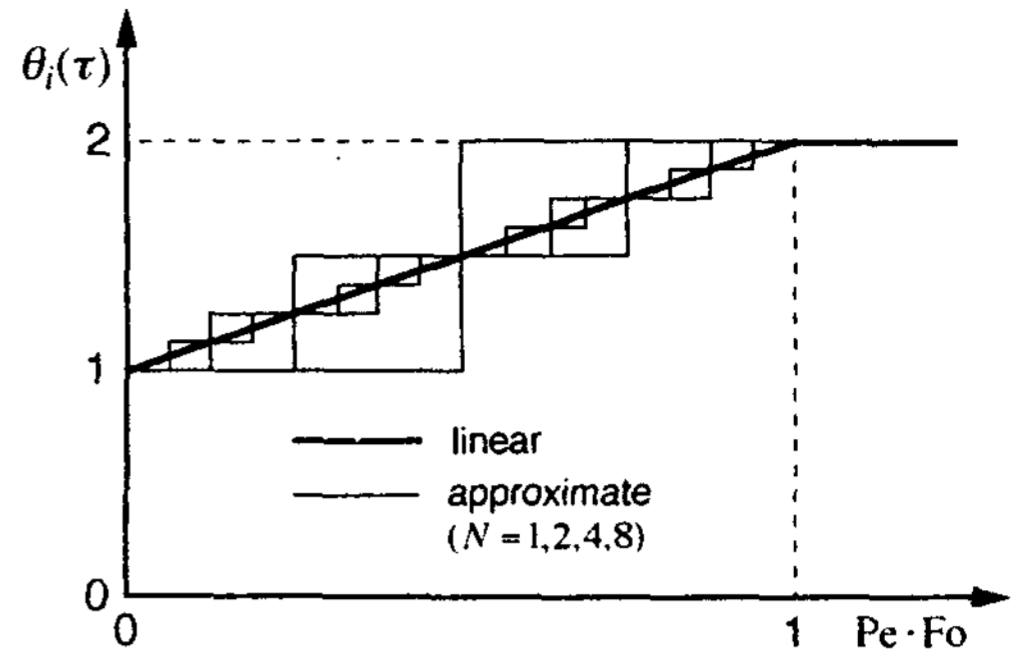


Fig. 3 Linearly increasing inlet temperature and the approximation with a limited number of steps.

에 대한 해석을 시도하였다. 식(25)에 대응하는 $\theta_m(\tau)$ 은 식(7)로부터

$$\theta_m(\tau) = (1 - b/a) - (1 - b/a)e^{-a\tau} + b\tau \quad (26)$$

이다. 압출유동영역에 있어서 식(26) 우변의 제1, 2항에 대응하는 해는 각각 4.2, 3절에서 이미 유도되었기 때문에, 식(11)대신

$$\theta(0, \tau) = b\tau \quad (27)$$

에 대응하는 해(상첨자 1로 표시)만 추가적으로 구하면 된다. 식(27)의 경우도 4.3절에 기술된 이유로 Duhamel의 정리를 적용하기는 곤란하므로 문헌^{9,10)}의 방법에 의존할 수 밖에 없다. 해의 유도과정에는 상당한 수학적 연산이 필요함을 강조하며, 결과만을 제시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta^1(\xi, \tau) &= \frac{b}{2u} \left[(u\tau - \xi) \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi - u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right. \\ &\quad \left. + (u\tau + \xi) e^{u\xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \\ &\quad + \frac{be^{uh_p}}{2u^2} \left[-(2u\sqrt{\tau}) \operatorname{ierfc} \left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (2u\sqrt{\tau})^2 i^2 \operatorname{erfc}\left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \\
 & + \frac{b}{2u^2} \left[e^{-u(h_p - \xi)} \operatorname{erfc}\left(\frac{2h_p - \xi - u\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \right. \\
 & \left. - e^{uh_p} \operatorname{erfc}\left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \right] \quad (28)
 \end{aligned}$$

여기서, 식(28)도 식(17) 및 (19)와 같이 잘 정의된 함수의 항으로 표현된 점에 주목할 가치가 있다.

결과적으로, 입구온도의 선형증가에 대응하는 압출유동영역의 과도 온도분포는 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned}
 \theta(\xi, \tau) = & (1 - b/a) [\theta^c(\xi, \tau) - \theta^e(\xi, \tau)] \\
 & + \theta^l(\xi, \tau) \quad (29)
 \end{aligned}$$

이와 같이 성공적으로 유도된 엄밀해는 본 연구에서 제시된 근사해를 검증하는 기준으로서 유용할 뿐 아니라, II장 마지막 부분에 언급된 구간선형 근사의 기초가 된다는 점에서 의미가 있다. 즉, 입구온도의 변화를 구간선형함수로 근사할 때, 압출유동영역의 온도는 식(24)의 급수항 대신 식(29)의 적절한 일차결합으로 표시될 것이다.

2. 계산결과 및 근사해의 타당성

식(4), (6) 및 (9)에서 알 수 있듯이 성층축열조의 충전과정에 대한 특성인자는 무차원 유속 u (즉 Pe수) 및 완전혼합 유체층의 깊이 $h_m (= 1 - h_p, \text{이하 혼합깊이로 약칭})$ 이다. 이 중에서 Pe수는 h_m 에 비하면 축열조의 열적 거동에 미치는 영향이 미미하다는 사실이 이미 규명되었으며,¹¹⁾ 본 연구의 목적이 입구온도 변화에 대한 축열조의 과도응답을 해석하는데 있으므로 Pe수는 500으로 고정하고 구체적인 계산을 수행하였다. 그러나, 혼

합깊이 h_m 은 서론에서 언급되었듯이 입구온도 변화와 밀접히 연관되기 때문에 그 정성적인 영향을 검토대상에 포함하기로 한다. 계산결과는 이해의 편의를 위해 완전혼합 및 압출유동영역을 포괄하여 ξ 대신 ξ' 의 함수로 표시하였다.(Fig.1 참조)

입구온도가 선형적으로 증가할 때, 식(1)로 표시된 계단함수 근사의 타당성 및 유용성을 확인하기 위하여, Fig.3과 같이 $b=1$ 에 대하여 N 이 각각 1, 2, 4, 8인 경우에 대응하는 근사해 식(8) 및 (24)와 엄밀해 식(26) 및 (29)를 Fig.4~9에서 비교하였다.

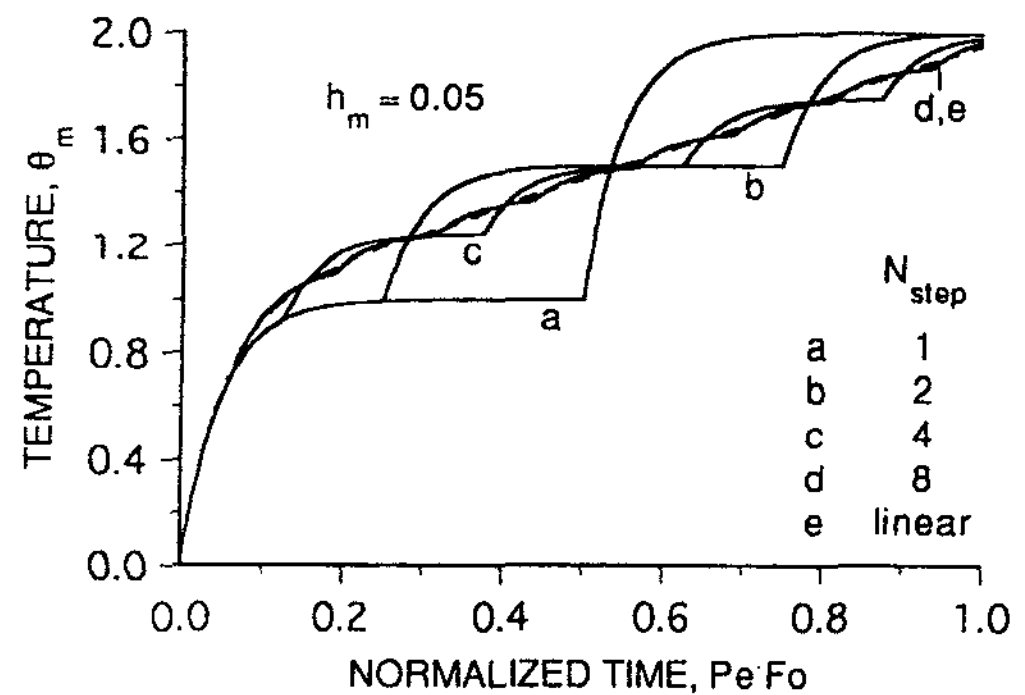


Fig. 4 Comparison of the transient temperature in the perfectly mixed region between the exact and approximate solutions for $h_m=0.05$

먼저, 서로 다른 h_m 값에 대하여 N 의 증가에 따른 완전혼합영역 온도 $\theta_m(\tau)$ 의 시간변화를 도시한 Fig.4, 5에서 근사해는 N 의 증가에 따라 h_m 의 크기에 무관하게 엄밀해로 급속히 접근한다. 이 사실은, 완전혼합영역의 온도가 압출유동영역에 대한 경계조건임을 고려하면, 압출유동영역에 대한 근사해와 엄밀해의 비교없이도 이미 본 연구의 접근방법이 정성적으로 타당함을 의미한다. 다만, N 이 일정할 때 양자의 정량적인 일치

정도는 h_m 에 의존한다. 환언하면, 타당한 근사해를 얻기 위해서는 h_m 이 작을수록 N 이 증가하여야 한다. 극한적으로 $h_m=0$ 인 경우 식(8)에서 자명하듯이 $\theta_m(\tau)$ 은 Fig.3과 일치하므로 $N \rightarrow \infty$ 이어야 할 것이다. 그러나, Fig.4에서 $h_m=0.05$ 는 비교적 작은 값임에도 불구하고 $N=8$ 인 $\theta_m(\tau)$ 은 엄밀해와 잘 일치하므로, $h_m=0$ 인 경우를 제외하면 유한한 N 만으로도 충분히 의미있는 예측결과를 얻을 수 있을 것으로 보인다. 한편, h_m 이 클수록 $\theta(\tau)$ 에 대응하는 $\theta_m(\tau)$ 의 변화폭이 작은 이유는 완전혼합영역의 열용량이 h_m 에 비례하여 커지기 때문이다.

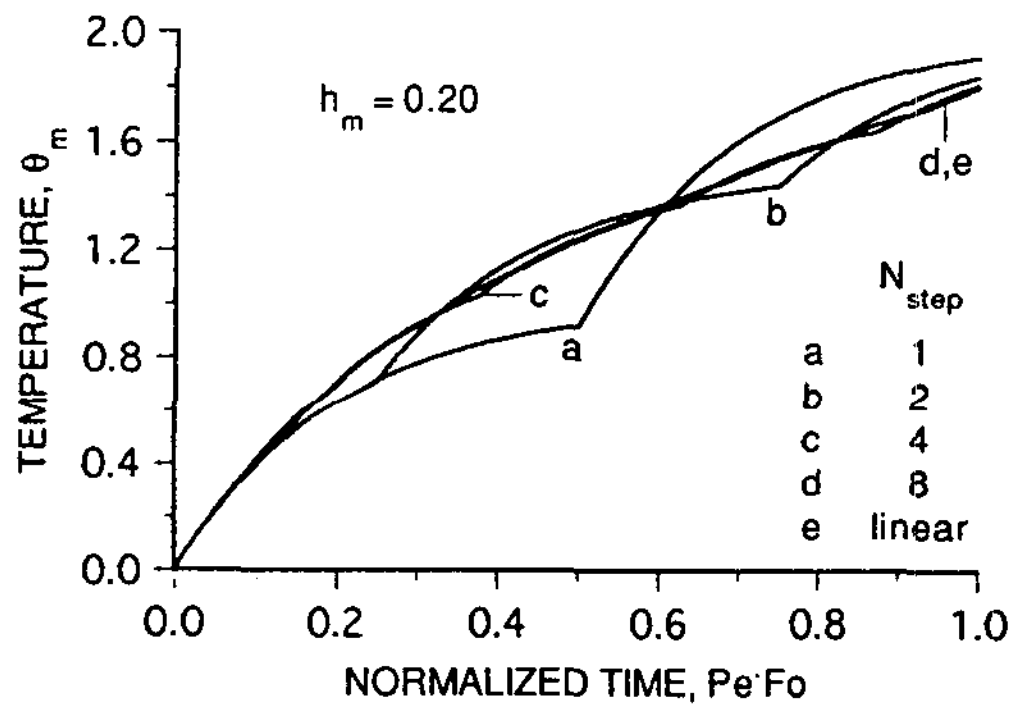


Fig. 5 Comparison of the transient temperature in the perfectly mixed region between the exact and approximate solutions for $h_m=0.2$

완전혼합영역의 과도온도에 대한 비교에서 근사해의 타당성은 검증되었으나, 축열조전체의 온도분포 및 출구온도에 대하여 이를 재확인한 것이 Fig.6~9이다. Fig.6은 충전시간의 절반이 경과한 시점($Pe \cdot Fo=0.5$)에서 $h_m=0$ 인 경우에 대한 온도분포의 비교이다. 예상대로 N 이 증가할수록 대응하는 근사해가 엄밀해로 접근하는 경향을 확인할

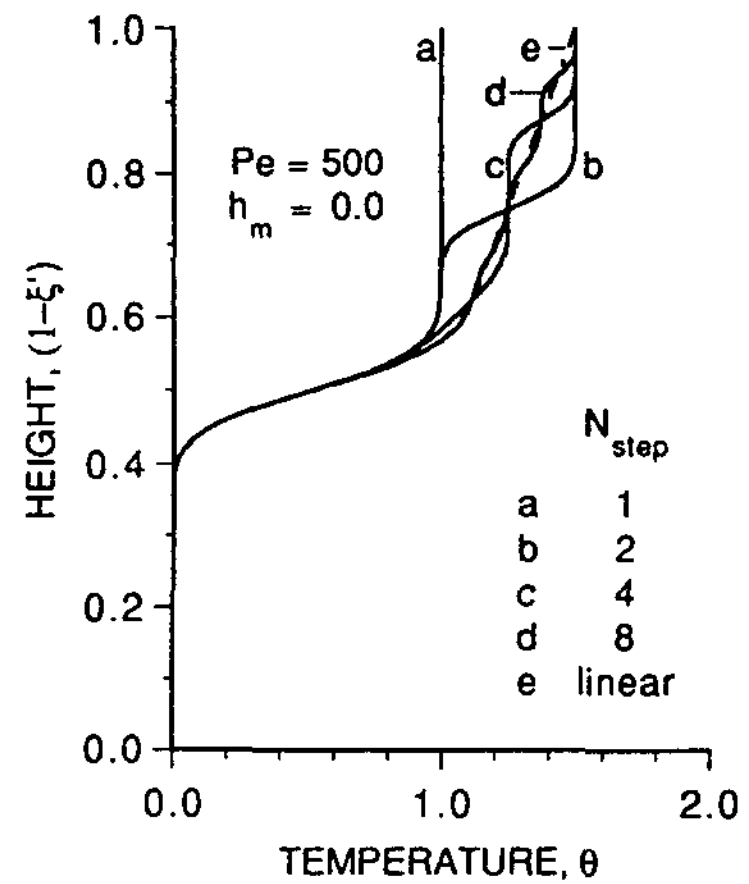


Fig. 6 Comparison of the vertical temperature profile at a half charging stage between the exact and approximate solutions for $h_m=0.0$

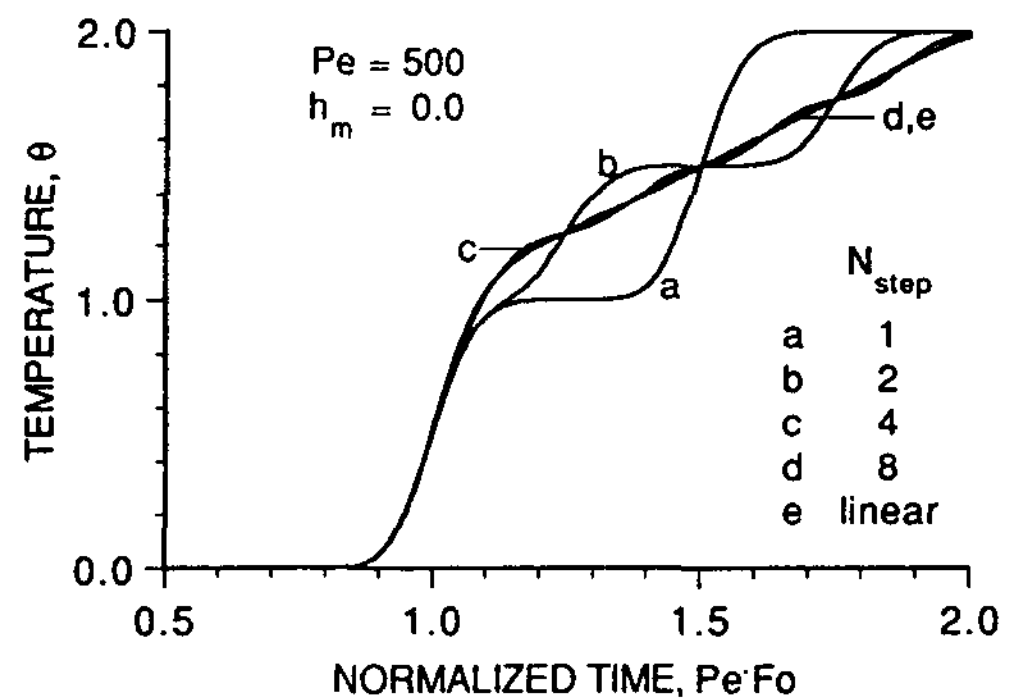


Fig. 7 Comparison of the exit temperature variation between the exact and approximate solutions for $h_m=0.0$

수 있다. 또한, 입구에서 멀어질수록 근사해는 엄밀해와 잘 일치하는데, $N=8$ 인 경우 N 이 크지 않음에도 불구하고 축열조의 입구 부근을 제외하면 거의 일치한다. 이 이유는 계단함수근사로 인하여 유체내에 매우 큰 국소 온도구배가 발생하며 ξ 가 증가할수록 열확산이 일어날 수 있는 시간이 길어지기

때문이다. 따라서, 축열조 통과시간 동안 누적된 열확산의 효과로 인하여 근사해의 출구온도는 입구온도보다 작은 N 에서 엄밀해와 일치하게 되며, Fig.6에 대응하는 출구온도를 도시한 Fig.7에 분명히 나타난다.

혼합깊이가 큰 경우($h_m=0.2$)에 대한 온도 분포(Fig.8) 및 출구온도(Fig.9)에서도 N 에 따른 근사해의 거동은 유사한 경향을 보인다. 또한, Fig.6, 7 및 Fig.8, 9를 비교할 때 압출유동영역에 대한 h_m 의 영향도 완전혼합 영역의 온도에서 고찰한바와 같다. 다만, h_m 이 큰 경우에는 N 이 작아도 $\theta_m(\tau)$ 의 변화는 완만하기 때문에 $h_m=0$ 인 경우와 관련하여 기술한 ξ' 의 증가에 따른 열확산의 누증은 없다.

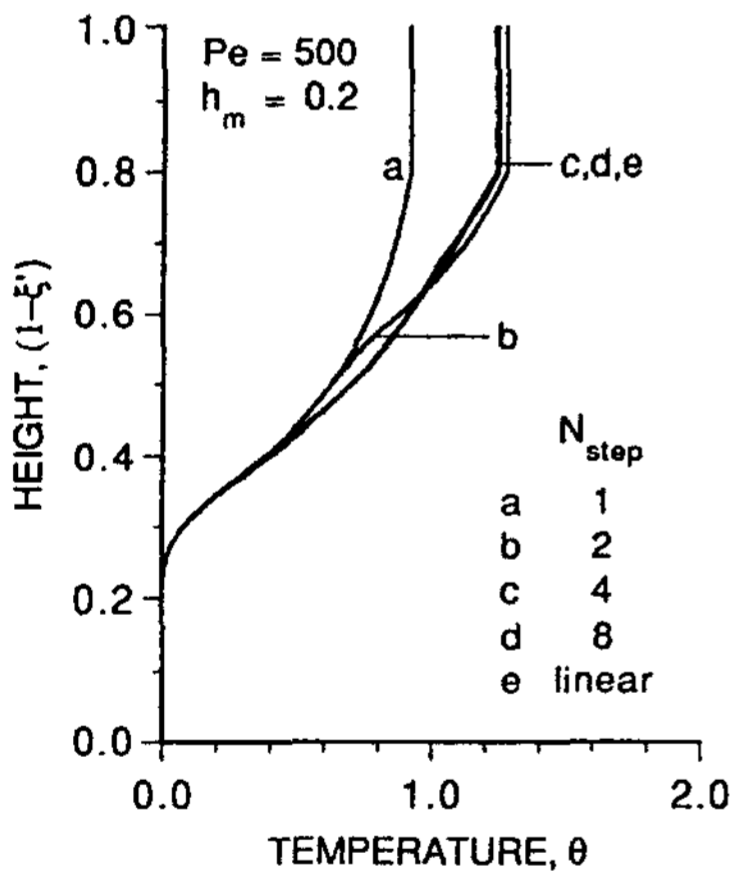


Fig. 8 Comparison of the vertical temperature profile at a half charging stage between the exact and approximate solutions for $h_m=0.2$

이상의 고찰로부터 본 연구에서 제시된 접근방법 또는 근사해는 타당하며, 완전혼합영역의 존재와 무관하게 입구온도변화는 적절한(유한한) 수의 계단함수로 충분히 근

사될 수 있음을 확인하였다. 특히 실제 축열조의 입구온도가 불연속적으로 변화(증가)하는 경우¹²⁾ 본 연구의 결과는 대단히 유용하리라 기대된다.

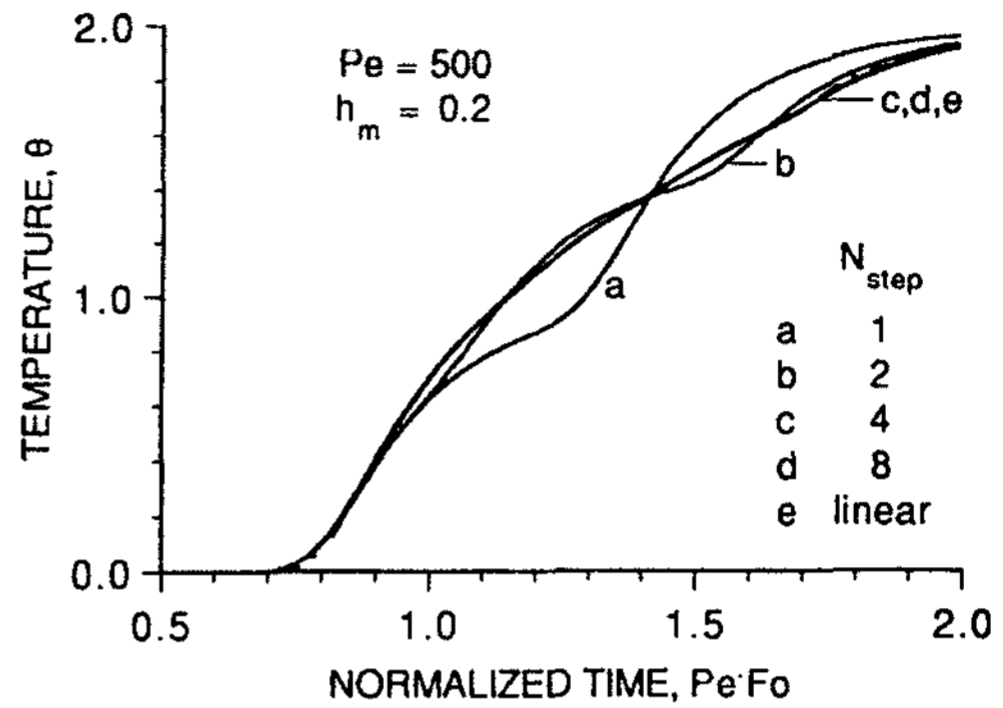


Fig. 9 Comparison of the exit temperature variation between the exact and approximate solutions for $h_m=0.2$

VI. 결 론

광범위한 운전조건에 대한 성층축열조의 충전과정동안 과도적인 열적 거동을 이론적으로 예측하기 위하여, 유입관성에 의한 유체혼합뿐 아니라 입구온도의 변화까지 고려된 2영역 1차원 모델을 대상으로 해석적 근사해를 시도하였다. 해석의 결과 얻은 결론은 다음과 같이 요약될 수 있다.

중첩의 원리를 적용하여 입구온도의 변화를 계단함수로 근사할 때, 완전혼합영역의 과도온도 즉 압출유동영역의 입구경계조건은 완전혼합영역의 유무를 포괄하여 상수, 지수함수 및 계단함수로 구성된다. 기존의 해석방법을 확장함으로써 단열출구조건하에서 각각의 입구경계조건에 대응하는 해를 잘 정의된 지수함수 및 여오차함수의 항으

로 유도할 수 있었다. 따라서, 압출유동영역의 과도 온도분포는 이들 해의 일차결합으로 표시될 수 있다.

근사해의 타당성을 검증하기 위하여, 입구온도가 선형적으로 증가하는 경우에 대한 엄밀해를 추가적으로 구하고, 구체적인 계산을 수행하여 완전혼합 및 압출유동영역에 대하여 양자를 비교하였다. 계단수의 증가에 따라 근사해는 엄밀해로 급속히 접근하였으며, 이 거동은 근사적인 해석방법 및 결과가 타당함을 의미한다. 또한, 유체혼합의 정도 즉 혼합깊이에 무관하게 입구온도의 변화를 유한한 수의 계단으로 근사하여도 엄밀해와 타당하게 일치하는 결과를 보였다. 이 사실로부터 근사해의 유용성(적용의 용이성)을 확인할 수 있었다. 마지막으로, 열성층에 지배적인 영향인자로 알려진 혼합깊이가 클수록 소수의 계단에 의한 근사해로도 의미있는 예측결과를 얻을 수 있었다.

본 연구는, 해석과정에서 부수적으로 입구온도의 선형변화에 대한 해를 성공적으로 유도함으로써, 이에 근거하여 향후의 연구에서 입구온도를 구간선형함수로 근사할 때 필요한 이론적인 기초를 확립하였다는 점에도 의의가 있다.

참 고 문 헌

1. Deffie, J.A. and Beckman, W.A., 1980, *Solar Engineering of Thermal Processes*, John Wiley & Sons, pp. 329~335.
2. Hollands, K.G.T. and Lightstone, M. F., 1989, "A review of low-flow, stratified-tank solar water heating systems", *Solar Energy*, Vol.43, pp.97~105.
3. Zurigat, Y.H., Maloney, K.J. and Ghajar, A.J., 1989, "A comparison study of one-dimensional models for stratified thermal storage tanks," *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, Vol. III, pp. 204-210.
4. Sliwinski, B.J., Mech, A.R. and Shih, T.S., 1978, "Stratification in thermal storage during charging," *Proc. 6th IHTC, Toronto*, Vol.4, pp.149-154.
5. Baines, W.D., Martin, W.W. and Smith, D.M., 1983, "Development of stratification in a rectangular tank by horizontal inflow," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 105, pp.59~64.
6. Pak, E.-T., 1991, "Thermally stratified hot water storage," Arden, M.E., Burley, S. M.A. and Coleman, M. ed., *Solar World Congress*, Pergamon Press, Vol.2, pp.1417~1423.
7. Cabelli, A., 1977, "Storage tanks - A numerical experiment," *Solar Energy*, Vol. 19, pp.45~54.
8. Yoo, H. and Pak, E.-T., "Theoretical model of the charging process for stratified thermal storage tanks," *Solar Energy*, Vol. 51, pp.513~519.
9. 유호선, 1994, "성층축열조의 충전과정 및 축열효율에 대한 입구경계조건의 영향," *태양에너지*, 제14권 제3호, pp. 3~13.
10. 유호선·박이동, 1995. "성층화된 축열조의 1차원모델에 대한 해석적인 해." *공기조화·냉동공학회 논문집*, 제7권 제1호, pp.42~51.

11. 유호선 · 박이동, 1995, “완전혼합영역을 갖는 성층축열조의 충전과정에 대한 이론적인 해석.” 공기조화 · 냉동공학회 논문집, 제7권 제2호(인쇄중)
12. 相良和伸 · 中原信生, 1984, “蓄熱槽의 特性解析에 關한 研究 13 - 三重大學建築學科棟의 溫度成層形 蓄熱槽의 運轉 實績과 모델에 의한 시뮬레이션,” 日本 空氣調和 · 衛生工學會 學術論文集, pp. 765~768(일본어).
13. Abu-Hamdan, M.G., Zurigat, Y.H. and Ghajar, A.j., 1992, “An experimental study of a stratified thermal storage under variable inlet temperature for different inlet designs,” *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, pp.1927~1934.
14. Csordas, G.F., Brunger, A.P., Hollands, K.G.T. and Lightstone, M.F., 1992, “Plume entrainment effects in solar domestic hot water systems employing variable-flow-rate control strategies,” *Solar Energy*, Vol. 49, pp.497~505.
15. Carlaw, H.S. and Jaeger, J.C., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., Oxford University Press.
16. Hess, C.F. and Miller, C.W., 1982, “An experimental and numerical study on the effect of the wall in a thercline-type cylindrical enclosure - II. Numerical model,” *Solar Energy*, Vol.28, pp. 153~161.
17. Yoo, H. and Pak, E.T., 1995, “Analytical solutions to one-dimensional finite-domain model for stratified thermal storage tanks,” submitted to *ASME Journal of Solar Energy Engineering*.

Analysis on the Charging Process of Stratified Thermal Storage

Tanks with Variable Inlet Temperature

Hoseon Yoo

Department of Mechanical Engineering, Soong Sil University

Abstract

This paper presents an approximate analytical solution to one-dimensional model of the charging process for stratified thermal storage tanks, in which variation of the inlet temperature as well as the momentum-induced mixing is taken into account. The mixing is incorporated into the model as a constant-depth perfectly mixed layer above the plug flow region. Based on the superposition principle, the variable inlet temperature is approximated by a number of step functions. Temperature distributions for the thermocline corresponding to three types of interfacial condition are successfully derived in terms of well-defined functions, so that a linear combination of them constitutes the final solution. Validity and utility of this work is examined through the comparison of the approximate solution with an exact solution available for the case of linearly increasing inlet temperature. With increasing the number of steps, the present solution asymptotically approaches to the exact one. Even with a limited number of steps, the present results favorably agree with those by the exact solution for a wide range of the mixing depth. Also, it is revealed that fewer steps are needed for meaningful predictions as the mixing depth becomes larger.