

평면 배열형 사각형 음향 트랜스듀서의
상호 방사 임피던스 연구
An Investigation of Mutual Radiation Impedance
in a Plane Array Acoustic Transducer

이 종 길*, 서 인 창*
(Jongkil Lee* and Inchang Seo*)

요 약

본 연구에서는 사각형 음향 진동체가 무한 배플에 고정되어 있을 때 진동체 상호간의 방사 임피던스의 양을 예측하기 위하여 적분식을 유도하고 이를 수치해석 하였다. 상호 방사 임피던스를 방사 저항 및 방사 리액턴스로 분리하여 계산하고 이를 ka 및 kd 의 함수로 출력 하였다. 방사 저항은 ka 값의 증가에 따라 요동을 하면서 감소 하였다. 방사 리액턴스는 ka 값의 증가에 따라 감소 하였다. 또한 상호 방사 임피던스는 ka 의 값이 클수록 방사 임피던스의 양은 요동을 하면서 감소 하였다. 그러나 ka 가 6, 13 및 19의 근처에서는 오히려 상호 임피던스의 영향이 거의 없음을 볼 수 있었고 진동체 상호간의 거리가 멀어질수록 임피던스의 영향이 현저히 감소함을 보았다. 또한 ka 의 값이 클수록 진동체 상호간의 배치에서 45도의 경우에 상호 간섭이 오히려 감소하였다.

Abstract

In this paper integral equations are derived and simulated numerically for the mutual radiation impedance of an acoustic transducer in a plane array. It is assumed that the pistons are mounted in the rigid infinite baffle. The mutual radiation impedance is separated into resistance and reactance and plotted as a function of ka and kd . Mutual radiation resistance is decreased and perturbed according to increase of ka . Mutual radiation reactance is decreased along to increase of ka . Mutual impedance is decreased when kd is increased. However, when ka is 6, 13, and 19 the interaction effect is decayed. When the relative piston position of the two pistons is 45 degree, the amount of interaction becomes minimized.

I. 서 론

평면 배열형(plane array) 음향 트랜스듀서(acoustic transducer)는 일반적으로 능동소나에 많이 이용이 되고 있다. 그러나 음향 방사시 트랜스듀서 상호간의 음향간섭이 발생하게 된다. 일부 트랜스듀서 간의 상호 간섭으로 인하여 방사 출력을 상쇄시켜 센서 효율을 감소시킨다. 따라서 고효율 소나를 설계하기 위하여 음향 방사시 발생하는 상호 간섭의 영향을 고려하여야 한다.

무한배플에서 원형 피스톤의 상호방사 임피던스는 비교적 많은 연구가 이루어져 왔다. Robey[1]는 유한 원통형배열에서의 방사임피던스를 그린함수(Green function)로 유도하여 표시하고 무한 원통형배플에 적용가능

성을 예시 하였다. Pritchard[2]는 원형 진동체의 상호 방사 임피던스를 해석하여 진동체 상호간의 거리에 따른 임피던스의 영향을 계산하였고 Sherman[3]은 상호 임피던스를 구하여 속도제어(velocity control)로 그 영향을 줄이는 방법을 제시하였으나 실험을 통한 검증은 이루어지지 않았다. 그러나 Flad[4]등은 동일평면상의 원형 피스톤의 상호 방사임피던스를 실험을 통하여 결정하였다. Stepanishen[5]은 충격응답 및 점근적 방법으로 원형 진동체 상호간의 음향간섭을 해석하였다. Audoly[6]는 한정된 크기의 원형 트랜스듀서를 유한요소법으로 모델링하여 그 상호간의 음향간섭등을 연구하였다.

사각형 진동체의 상호 방사 임피던스의 해석은 수식의 복잡함으로 원형 진동체에 비하여 많은 연구가 이루어지지 않았다. 다만 Arase[7]는 무한 강성배플에서의 사각형 피스톤의 상호 방사 임피던스를 적분식으로 유도하여 상호 거리에 따른 방사임피던스의 변화를 보였다. 그러

*국방과학연구소 음향센서연구실
접수일자: 1995년 7월 3일

나 Arase[7]는 적분식을 유도하는 과정에서 오류를 범한 것으로 보인다. 따라서 Arase의 결과는 신뢰성이 없다고 판단된다.

본 논문에서는 상호 방사 임피던스의 적분식을 진동체 상호 위치에 따라 유도하고 이를 수치해석하여 그 결과들을 분석하였다. 본 연구에서는 또한 평면배열로 이루어진 음향 트랜스듀서를 모델로 선정하였다. 이론해석을 위하여 선정된 모델을 강성이 강한 무한배플의 정사각형 피스톤으로 가정하였으며 음향 방사로 인한 상호 방사 임피던스(mutual radiation impedance)를 적분식으로 표시하고 이것을 상호 방사 저항(resistance)과 리액턴스(reactance)로 분리하여 수치해석으로 그 영향을 검토하였다.

II. 상호 방사 임피던스의 적분 표현식

방사 임피던스(radiation impedance)는 주로 음장에 근거리하여 수직화가 이루어진다. 상호 방사 임피던스의 계산은 한개의 트랜스듀서(혹은 진동체)의 진동으로 인한 음압의 영향을 다른 트랜스듀서에서의 평균음압으로 파동방정식을 푸는 것이며 실제 음향 트랜스듀서의 표면형상 및 음향학적 성질을 적당히 단순화 혹은 이상화 하여 임피던스 등을 계산하게 된다. 또한 유도된 수식을 수치해석 방법으로 모의실험하여 여러 변수들의 영향을 검토 할 수도 있다. Fig. 1과 같이 평면 배열형 음향 트랜스듀서는 단순 조화운동(simple harmonic motion)을 하는 사각형 진동체의 표면이 무한 배플(infinite baffle)에 견고하게 고정되어 있는 경우로 가정할 수 있다. 사각형 진동체(piston)의 변의 길이를 a, b로 두면 상호 방사 임피던스는 Fig. 1에서와 같이 X-Y좌표상의 제 1사분면에 놓인 두 진동체의 상대위치에 따라 적분구간이 달라진다. Fig. 1에서와 같이 각주파수 ω 및 최대속도 V_m 로 진동하는 기준진동체를 고려하면 기준 진동체상의 미소면적 dA에서 r떨어진 지점에서의 진동체($dA' = drd\xi$)에 작용하는 힘, F는

$$F = \frac{j\rho ck}{2\pi} V_m e^{j\omega t} \iiint_{dA} \iiint_{dA'} \frac{e^{-jkr}}{r} dAdA' \quad (1)$$

여기서 ρ 는 밀도, c는 음속, k는 파수(wave number)이며 기준진동체는 $V_m e^{j\omega t}$ 로 진동 한다. 따라서 상호 방사 임피던스, Z는 식 (1)을 피스톤의 표면속도로 나눈 값이므로

$$Z = \frac{j\rho ck}{2\pi} \int_0^a \int_0^b \int_{dA'} e^{-jkr} drd\xi dx dy \quad (2)$$

이다.

Fig. 1에서 A 및 E는 방향각(orientation angle, θ)이 $\theta_{a, e} = 0^\circ$ 인 경우이며 B 및 D는 방향각이 $0^\circ < \theta_b, d < 45^\circ$ 인 경우이며 C는 $\theta_c = 45^\circ$ 인 경우이다. 즉, 기준진동체(ref-

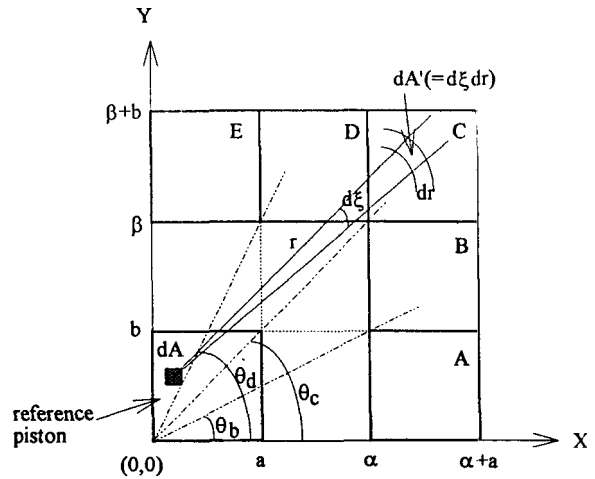


Fig. 1. Arrangement of pistons and dimensions (A, B, C, D, and E)

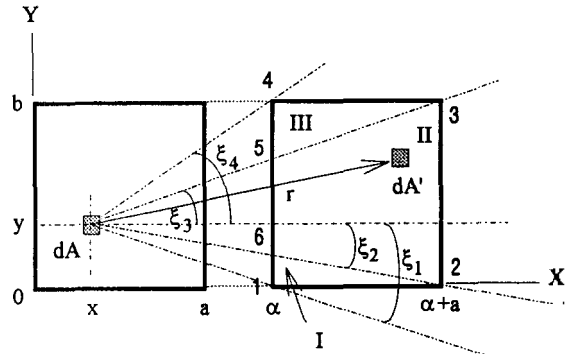


Fig. 2. Acoustic interaction coordinate of the two pistons in the A and E position

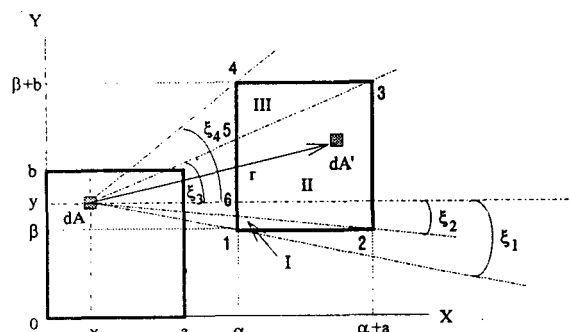


Fig. 3. Acoustic interaction coordinate of the two pistons in the B and D position

erence piston)의 미소요소가 진동을 할때 다른 진동체(A~E)의 미소요소가 받는 힘의 합을 속도로 나눈 값이 상호 방사 임피던스 값이다. Fig. 2는 기준진동체와 진동체 A 혹은 E간의 상호 방사 임피던스를 구하기 위한 좌표를 정의한것이다. 기준진동체상의 미소면적 dA와 dA

에서 r 만큼 떨어진 A 진동체내의 미소면적을 $dA' (= r dr d\xi)$ 라 두고 A진동체의 사각 모서리 부분과 dA 에서의 연장선과 만나는 지점을 1~6이라 하고 수평선과 이 4개의 직선이 이루는 각을 $\xi_1 \sim \xi_4$ 로 둔다. 삼각형 1-2-6을 I번 영역, 사각형 2-3-5-6을 II번 영역, 삼각형 3-4-5를 III번 영역이라 두면 상호 방사 임피던스의 적분구간이 각각 결정된다. Fig. 2에서 I번영역에서의 r 은 $\frac{\alpha-x}{\cos \xi} \langle r < \frac{-y}{\sin \xi}$,

II번 영역에서의 r 은 $\frac{\alpha-x}{\cos \xi} \langle r < \frac{\alpha+a-x}{\cos \xi}$, III

번 영역에서의 r 은 $\frac{\alpha-x}{\cos \xi} \langle r < \frac{b-y}{\sin \xi}$ 로 표시된다. 또한

$$\begin{cases} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{cases}_{A, E} = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{-y}{\alpha-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{-y}{\alpha+a-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{b-y}{\alpha+a-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{b-y}{\alpha-x}\right) \end{cases} \quad (3)$$

로 표시된다. 따라서 기준 진동체와 진동체 A(혹은 E)와의 상호 방사 임피던스는

$$Z_{(0^\circ, 90^\circ)} = \frac{-j\rho ck}{2\pi} \int_0^a \int_0^b \left[\int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\frac{\alpha-x}{\cos \xi}}^{\frac{-y}{\sin \xi}} e^{-jkr} dr d\xi + \int_{\xi_2}^{\xi_3} \int_{\frac{\alpha-x}{\cos \xi}}^{\frac{\alpha+a-x}{\cos \xi}} e^{-jkr} dr d\xi + \int_{\xi_3}^{\xi_4} \int_{\frac{\alpha-x}{\cos \xi}}^{\frac{b-y}{\sin \xi}} e^{-jkr} dr d\xi \right] dy dx \quad (4)$$

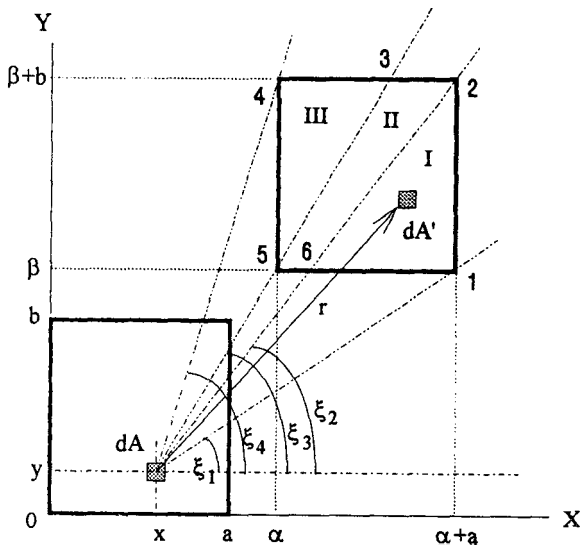


Fig. 4. Acoustic interaction coordinate of the two pistons in the C position

이다. 같은 방법으로 Fig. 3에서 I번영역에서의 r 은 $\frac{\alpha-x}{\cos \xi} \langle r < \frac{\beta-y}{\sin \xi}$, II번 영역에서의 r 은 $\frac{\alpha-x}{\cos \xi} \langle r < \frac{\alpha+a-x}{\cos \xi}$,

III번 영역에서의 r 은 $\frac{\alpha-x}{\cos \xi} \langle r < \frac{\beta+b-y}{\sin \xi}$

로 표시된다. 따라서 기준 진동체와 진동체 B 혹은 D의 상호 방사 임피던스는

$$Z_{(0^\circ, 45^\circ)} = \frac{-j\rho ck}{2\pi} \int_0^a \int_0^b \left[\int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\frac{\alpha-x}{\cos \xi}}^{\frac{\beta-y}{\sin \xi}} e^{-jkr} dr d\xi + \int_{\xi_2}^{\xi_3} \int_{\frac{\alpha-x}{\cos \xi}}^{\frac{\alpha+a-x}{\cos \xi}} e^{-jkr} dr d\xi + \int_{\xi_3}^{\xi_4} \int_{\frac{\alpha-x}{\cos \xi}}^{\frac{\beta+b-y}{\sin \xi}} e^{-jkr} dr d\xi \right] dy dx \quad (5)$$

이며, 여기서

$$\begin{cases} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{cases}_{B, D} = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{\beta-y}{\alpha-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{\beta-y}{\alpha+a-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{\beta+b-y}{\alpha+a-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{\beta+b-y}{\alpha-x}\right) \end{cases} \quad (6)$$

이다. Fig. 4에서 I번영역에서의 r 은 $\frac{\beta-y}{\sin \xi} \langle r < \frac{\alpha+a-x}{\cos \xi}$,

II번 영역에서의 r 은 $\frac{\beta-y}{\sin \xi} \langle r < \frac{\beta+b-y}{\sin \xi}$,

III번 영역에서의 r 은 $\frac{\alpha-x}{\cos \xi} \langle r < \frac{\beta+b-y}{\sin \xi}$

로 표시된다. 따라서 기준 진동체와 진동체 C의 상호 방사 임피던스는

$$Z_{(0=45^\circ)} = \frac{-j\rho ck}{2\pi} \int_0^a \int_0^b \left[\int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\frac{\alpha-x}{\cos \xi}}^{\frac{\alpha+a-x}{\cos \xi}} e^{-jkr} dr d\xi + \int_{\xi_2}^{\xi_3} \int_{\frac{\beta-y}{\sin \xi}}^{\frac{\beta+b-y}{\sin \xi}} e^{-jkr} dr d\xi + \int_{\xi_3}^{\xi_4} \int_{\frac{\alpha-x}{\cos \xi}}^{\frac{\beta+b-y}{\sin \xi}} e^{-jkr} dr d\xi \right] dy dx \quad (7)$$

이며, 여기서

$$\begin{cases} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{cases}_C = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{\beta-y}{\alpha+a-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{\beta+b-y}{\alpha+a-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{\beta-y}{\alpha-x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{\beta+b-y}{\alpha-x}\right) \end{cases} \quad (8)$$

으로 표현된다. 따라서 식 (4), (5) 및 (7)을 이용하여 무차원수 ka 에 따른 상호 방사 임피던스를 수치해석으로

계산할 수 있다.

III. 수치해석 및 결과

유도된 적분식으로 음향 상호 간섭효과의 중요한 특성을 알기 위하여 기준 진동체의 중심에서 상대진동체의 중심까지의 거리를 d 로 정의하고 수치해석으로 접근하였다. 또한 상호 방사 임피던스 양의 계산을 위해 먼저 식 (4)를 $Z/\rho c A (A = \pi a^2)$ 로 무차원화 하여 이를 무차원 변의 길이 ka 및 무차원 상호거리 kd 의 함수로 표현하여 이를 방사저항(실수부)과 방사 리액턴스(허수부)로 분리 하여 수치해석 하였다. 여기서 음향이 방사되는 진동체의 단면은 정사각형($a=b$)으로 가정 하였다. Fig. 5는 방사저항을 ka 에 따라 진동체 상호간의 거리가 $a, 2a, 4a$ 및 $8a$ 의 경우로 나누어 수치해석 하였다. 방사저항은 d 의 값이 클수록 감소 하였으며 고주파의 범위로 갈수록 일정하게 감소하지 않고 요동을 하며 줄어 들었다. 또한 방사저항의 요동 주파수(oscillation frequency)는 진동체 상호간격 d 의 증가에 따라 더욱 증가 하였다. Fig. 6은 방사저항을 kd 에 따라 진동체의 무차원 변의 길이 ka 가 1, 2, 4 및 8로 변할때 그 영향을 살펴 보았다. 방사저항은 거리가 멀어 질수록 감소함을 보였다. Fig. 7은 방사 리액턴스를 ka 에 따라 d 가 $a, 2a, 4a$ 및 $8a$ 로 변할때 그 영향을 검토 하였다. 이것은 Fig. 5의 결과와 그 경향이 유사하다. Fig. 8은 kd 에 따라 ka 가 1, 2, 4 및 8로 변할때 방사 리액턴스의 양을 표시한 것이다. Fig. 9에서는 상호 방사 임피던스를 ka 의 함수로 표시하였다. 여기서 ka 의 값이 클수록 방사 임피던스의 양은 요동을 하면서 감소 하였다. 그러나 ka 가 6, 13 및 19의 근처에서는 오히려 상호 임피던스의 영향이 거의 없음을 볼 수 있다. Fig. 10은 kd 에 따른 임피던스의 양을 ka 에 따라 표시 하였다. 진

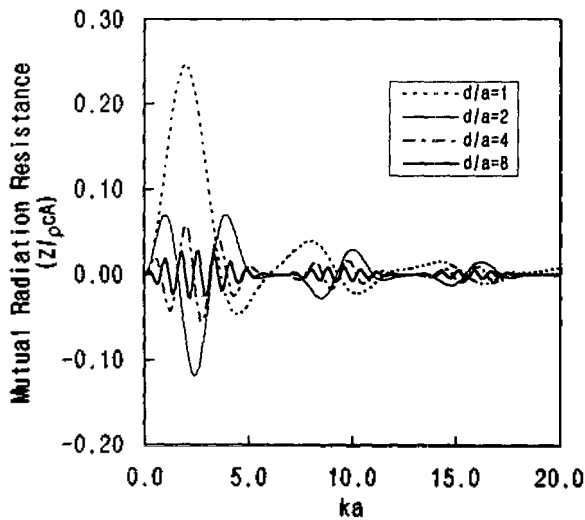


Fig. 5. The normalized mutual radiation resistance as a function of ka for $d = a, 2a, 4a,$ and $8a$

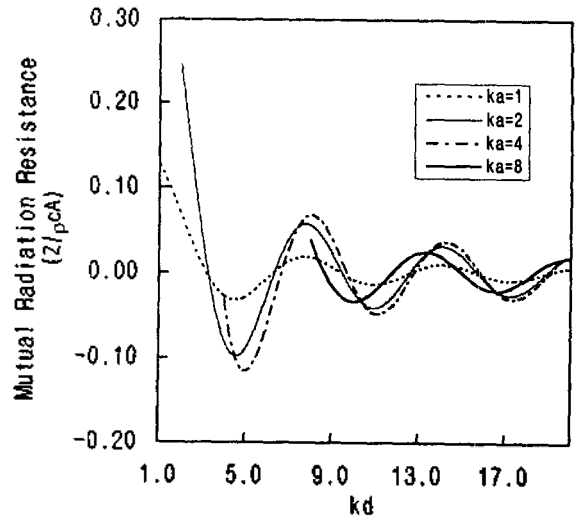


Fig. 6. The normalized mutual radiation resistance as a function of kd for $ka = 1, 2, 4,$ and 8

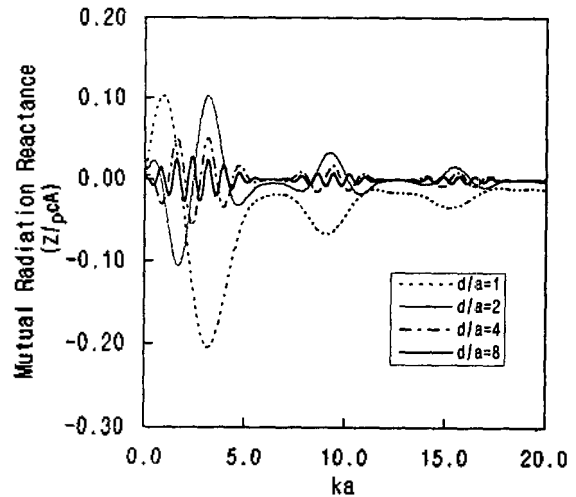


Fig. 7. The normalized mutual radiation reactance as a function of ka for $d = a, 2a, 4a,$ and $8a$

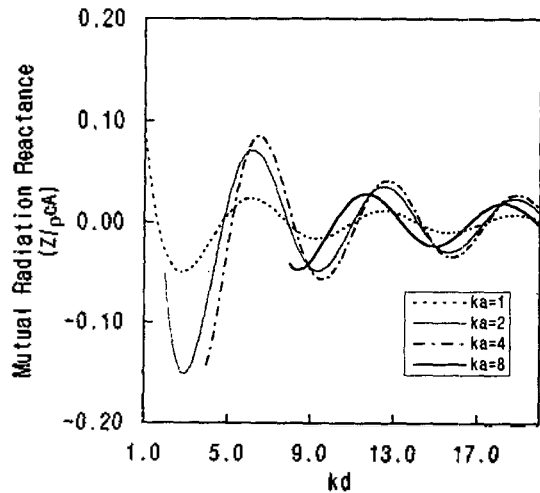


Fig. 8. The normalized mutual radiation reactance as a function of kd for $ka = 1, 2, 4,$ and 8

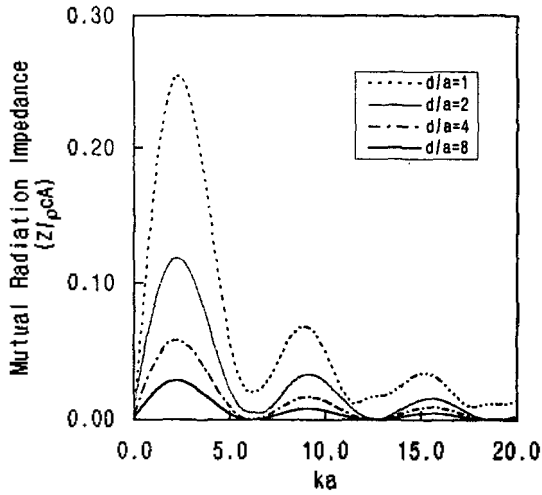


Fig. 9. The normalized mutual radiation impedance as a function of ka for $d = a, 2a, 4a,$ and $8a$

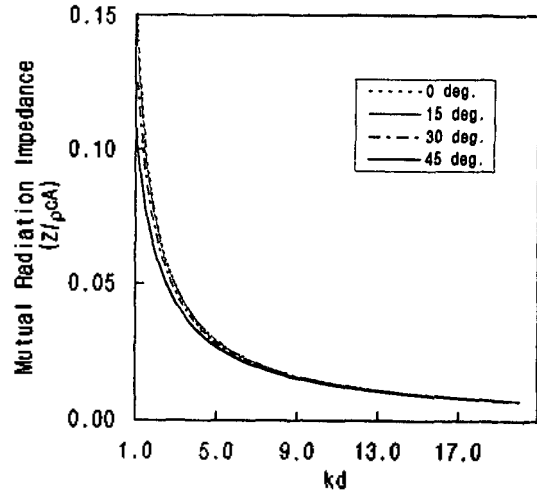


Fig. 12. The normalized mutual radiation impedance as a function of kd with orientation angle of 0, 15, 30, and 45 degree ($ka = 1$ case)

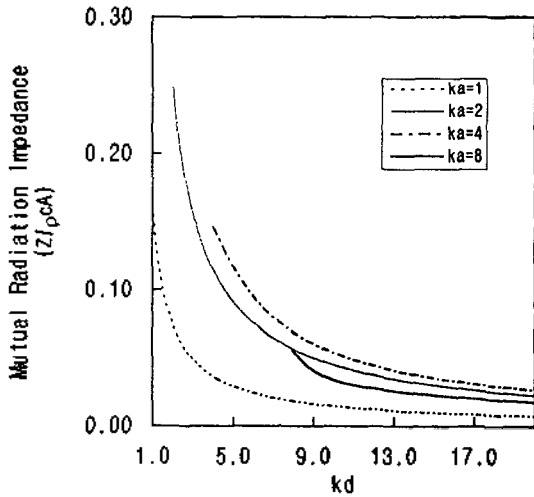


Fig. 10. The normalized mutual radiation impedance as a function of kd for $ka = 1, 2, 4,$ and 8

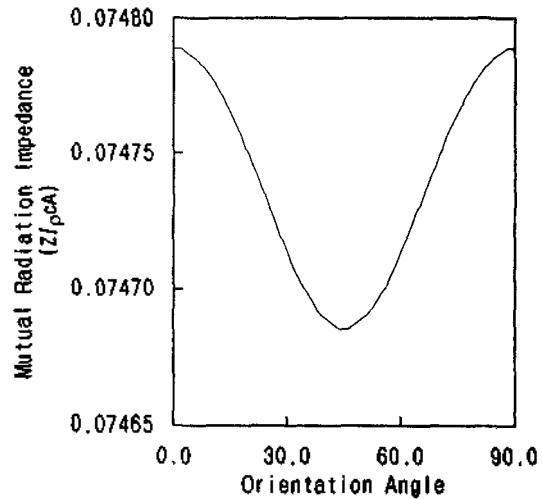


Fig. 13. The normalized mutual radiation impedance as a function of orientation angle ($ka = 1$ and $d = 2a$ case)

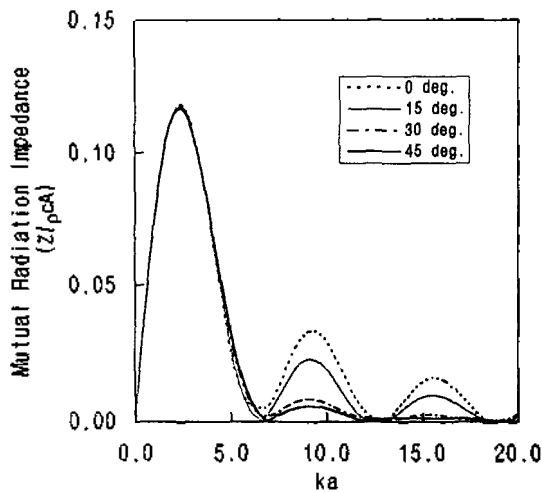


Fig. 11. The normalized mutual radiation impedance as a function of ka with orientation angle of 0, 15, 30, and 45 degree ($d = 2a$ case)

동체 상호간의 거리가 멀어질수록 임피던스의 영향이 감소함을 알 수 있다. Fig. 11은 $d = 2a$ 일때 ka 에 따라 진동체의 위치가 0, 15, 30 및 45도 일때 상호 방사 임피던스를 나타낸 것이다. 여기서 ka 의 값이 클수록 진동체 상호간의 배치에서 45도의 경우에 상호 간섭이 오히려 감소함을 알 수 있다. Fig. 12에서는 $ka = 1$ 일 경우 kd 에 따른 임피던스의 영향을 진동체 상호 위치에 따라 보였다. 상호 간섭의 양은 진동체 상호간의 거리가 멀어 질수록 감소 하였다.

IV. 결 론

본 연구에서는 사각형 음향 진동체가 무한 배열에 고정되어 있을때 진동체 상호간의 방사 임피던스의 양을

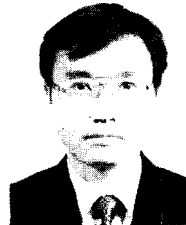
예측하기 위하여 적분식을 유도하고 이를 수치해석 하였다. 상호 방사 임피던스를 방사 저항 및 방사 리액턴스로 분리하여 계산 하고 이를 ka 및 kd 의 함수로 출력 하였다. 방사 저항은 ka 값의 증가에 따라 요동을 하면서 감소 하였고 방사저항은 d 의 값이 클수록 감소 하였으며 고주파의 범위로 갈수록 일정하게 감소하지 않고 요동을 하며 줄어 들었다. 또한 방사저항의 요동 주파수(oscillation frequency)는 진동체 상호간격 d 의 증가에 따라 더욱 증가 하였다. 방사 리액턴스는 ka 값의 증가에 따라 감소 하였다. 또한 상호 방사 임피던스는 ka 의 값이 클수록 방사 임피던스의 양은 요동을 하면서 감소 하였다. 그러나 ka 가 6, 13 및 19의 근처에서는 오히려 상호 임피던스의 영향이 거의 없음을 볼 수 있었고 진동체 상호간의 거리가 멀어질수록 임피던스의 영향이 감소함을 알 수 있다. 또한 ka 의 값이 클수록 진동체 상호간의 배치에서 45도의 경우에 상호 간섭이 오히려 감소하였다. 그러나 실제 소나 시스템의 설계에서는 상호 간섭의 영향 및 빔 (beam) 형성을 고려한 트랜스듀서 상호간의 적절한 배치가 중요하며 이를 위해서는 근음장에서의 분석보다는 이론 및 실험을 통한 원음장에서의 간섭효과의 고려가 더욱 현실적으로 필요하다고 본다.

참 고 문 헌

1. Robey, D. H., "On the Radiation Impedance of an Array of Finite Cylinders," *The Journal of the Acoustical Society of America* 27(4), pp. 706-710, 1955.
2. Pritchard, R. L., "Mutual Impedance between Radiators," *The Journal of the Acoustical Society of America* 32, pp. 730-737, 1960.
3. Sherman, C. H., "Analysis of Acoustic Interactions in Transducer Arrays," *Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Vol. SU-13, No. 1, pp. 9-15, 1966.
4. Flad, F. R., Kuzneski, J. A., and Packard, W. B., "Experimental Determination of Mutual Radiation Impedance between Coplanar Circular Pistons," *The Journal of the Acoustical Society of America* 36, pp. 2005 (Abstract), 1964.
5. Stepanishen, P. R., "Evaluation of Mutual Radiation Impedances between Circular Pistons by Impulse Response and Asymptotic Methods," *Journal of Sound and Vibration* 59(2), pp. 221-235, 1978.
6. Audoly, C., "Some Aspects of Acoustic Interactions in Sonar Transducers Arrays," *The Journal of the Acoustical Society of America* 89(3), pp. 1428-1433, 1991.
7. Arase, E. M., "Mutual Radiation Impedance of Square and Rectangular Pistons in a Rigid Infinite Baffle," *The Journal of the Acoustical Society of America* 36(8), pp. 1521-1525, 1964.

8. Johnson, H. M., "Effects of Radiation Impedance Variation on Sonar-Transducer Performance in a Large Array," *The Journal of the Acoustical Society of America* 34, pp. 716 (Abstract), 1962.
9. Lindoman, O. A., "Transient Fluid Reaction on a Baffled Plane Piston of Arbitrary Shape," *The Journal of the Acoustical Society of America* 55(4), pp. 708-717, 1974.
10. Richards, R. T., Blottman III, J. B., and McTaggart, B., "Physics of Array Element Interaction Phenomena," *Power Transducers for Sonics and Ultrasonics*, Springer-Verlag, Berlin, pp. 86-108, 1991.
11. Schenck, H. A., "Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems," *The Journal of the Acoustical Society of America* 44(1), pp. 41-58, 1967.
12. Sherman, C. H., "Mutual Radiation Impedance of Sources on a Sphere," *The Journal of the Acoustical Society of America* 31(7), pp. 947-952, 1959.
13. Stepanishen, P. R., "The Impulse Response and Mutual Radiation Impedance Between a Circular Piston and a Piston of Arbitrary Shape," *The Journal of the Acoustical Society of America* 54(3), pp. 746-754, 1973.

▲李 鍾 吉 (Jongkil Lee) 1962년 2월 23일생
 1984년 2월 : 부산대학교 기계설계학과(B.S.)
 1990년 12월 : University of Utah, Mechanical Engineering, (M.S.)
 1993년 8월 : University of Utah, Mechanical Engineering, (Ph.D.)
 1995년 1월 : 소음진동기술사(P.E.)
 1984년 3월~1989년 8월 : 국방과학연구소 연구원
 1994년 4월~1994년 12월 : 현대중공업(주) 진동소음연구실 선임연구원
 1995년 1월~현재 : 국방과학연구소 음향센서연구실 선임연구원



▲徐 貢 彰 (Inchang Seo) 1966년 3월 6일생
 1988년 2월 : 한양대학교 물리학과 (학사)
 1990년 2월 : 한양대학교 물리학과 (석사)
 1990년 3월~현재 : 국방과학연구소 음향센서연구실 연구원

