

복합구조물의 파괴에 관한 치수효과의 중요성

정영화 · 김경진* · 원치문** · 심도식***

The Importance of Size/Scale Effects in the Failure of Composite Structures

Young-Hwa Jung · Kyeong-jin Kim* · Chi-Moon Won** · Do-Sik Shim***

ABSTRACT

In this paper, the importance of the size effects on the strength ratio is demonstrated by numerical results. The rate of decrease of tensile strength is for glass fiber, based on the experience of a composite manufacturing specialist. For other material, similar procedure may be used until detailed test result on such material is available. The strength criteria used is that of Tsai-Wu for stress space. The factors influencing the ratio are, reducing the tensile strength alone or both tensile and compression strengths, selection of the normalized interaction term, that is, the generalized Von Mises criterion or the Hill's criterion, and the status of applied stresses. Some of the numerical results are presented for a guideline for the future study.

1. 서 론

복합재료 구조물에서 크기효과에 대한 파괴 메카니즘의 적절한 이론이 아직 충분치 못한 실정이다. 구조물의 보강재 묶음

의 크기가 커지면 보강재의 강도가 감소한다는 것을 경험하게된다. 그러한 강도 감소에는 여러가지 원인이 있다.

Filament Winding(F/W)으로 복합재료를 제조하는 전문가의 경험을 토대로 인장강도 감소비를 나타내는 도표가 주어진 바 있는데, 이는 F/W을 위해 사용된 유리섬유의 외형상 강도치를 추정하는 하나의 일반적인 지침을 제공하는데 불과하다. 구조물의 파괴강도 영역을 얻기 위해서는 이러한

강원대학교 공과대학 토목공학과 교수

* 강원대학교 공과대학 토목공학과 시간강사

** 강원대학교 공과대학 토목공학과 시간강사

***강원대학교 공과대학 토목공학과 조교

감소된 강도를 강도이론에 사용하여야 한다. 그 영역은 Tsai-Wu의 응력 공간을 추천한다. 구조물의 크기 효과는 재료의 형태, 제작방법과 기타 여러가지 원인에 의해서 발생한다. 본 논문에서는 파괴에 대한 크기효과를 취급하는 한 과정을 제시하여 Filament winding 이외의 방법에 의한 제작이나 유리섬유 이외로 만들어진 구조물의 크기효과에 대한 이론을 개발하고 강도를 측정하는데 지침이 되게 하고자 한다.

2. Tsai - Wu 강도 영역

강도비 R은 적용된 하중에 대한 극한강도 또는 최대강도의 비율이다. 강도비의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\sigma\}_{\max} &= R\{\sigma\}_{\text{applied}} \\ \{\varepsilon\}_{\max} &= R\{\varepsilon\}_{\text{applied}} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 R은 안전계수 또는 하중계수이다. 파괴는 R=1 일때 일어난다. $R < 1$ 일때 $1/R$ 의 계수에 의한 강도보다 작용 하중이 더 커진다. 이것은 물리적으로 불가능하지만 설계에 있어서 유용한 정보를 제공해 준다. 예를들어 (R-1)비율 만큼 작용하중을 감소시키면 된다. Tasi[1]에 따르면 상호 작용하는 파괴영역을 구체화하는 쉬운 방법은 quadratic criterion을 사용하는 것이다. 이것은 Maxwell에 의해 제안되어진 비틀림 에너지, 또는 응력의 일반화이고, 그 후에 Muber에 의해 더욱 개발 되었다. 이러한 영역을 사용함에 따라 우리는 파괴 모드의 정의에 의한 파괴영역에 의존하는 대신에 사용 가능한 데이터를 설계도구로서 사용한 파괴영역을 인지할 수 있다. Tasi와 Wu는 응력공간의 영역을 quadratic scalar products로서 다음과 같이 나타냈다.

$$\begin{aligned} F_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_i = 1, \\ i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{aligned} \quad (2)$$

F_i 와 F_{ij} 는 2차와 4차 lamina strength tensor들이다. 대칭축 x-y에 관하여 평면 응력 상태에 있는 얇은 orthotropic ply에 대해서 이 파괴영역은 다음과 같이 된다.

$$F_{xx}\sigma_x^2 + F_{yy}\sigma_y^2 + 2F_{xy}\sigma_x\sigma_y + F_{ss}\sigma_s^2 + F_x\sigma_x + F_y\sigma_y + F_s\sigma_s = 1 \quad (3)$$

여기서 F는 강도 변수들이고 다음으로부터 얻어진다.

$$\begin{aligned} F_{xx} &= \frac{1}{XX'}, F_{yy} = \frac{1}{YY'}, F_{ss} = \frac{1}{S^2}, \\ F_x &= \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}, F_y = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}, \\ F_s &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 X : 종방향 인장강도, X' : 종방향 압축강도, Y : 횡방향 인장강도, Y' : 횡방향 압축강도 S : 종방향 전단강도 이러한 강도들은 실험에 의해서 얻어진다. 4차 tensor항목인 F_{xy} 는 일축실험으로는 얻지 못하며 2축 시험에 의해 얻어진다. F_{xy} 는 방정식(3)에서 σ_x 와 σ_y 의 계수임을 다시 말한다. F_{xy} 의 값은 다양한 역학강도와 2축 인장파괴 응력들에 기인한다. Tasi는 다음과 같은 경험식을 제시했다.

$$F_{xy} = F_{xy}^*(F_{xx}F_{yy})^{1/2} \quad (5)$$

여기서 F_{xy}^* 는 일반화된 상호작용 항목으로서 믿을만한 실험 데이터가 없을때 경험적인 상수로서 다음 식을 사용한다.

$$-1/2 \leq F_{xy}^* \leq 0. \quad (6)$$

여기서 -1/2은 일반화된 Von Mises의 값이고, 0은 Hill's의 값이다. 방정식 (2)을 (1)에 대입하면 다음식을 얻는다.

$$[F_{ij}\sigma_i\sigma_j]R^2 + [F_i\sigma_i]R - 1 = 0. \quad (7)$$

방정식 (7)의 응력성분들은 적용된 응력들이다. 어떤 재료가 주어지면 F's 강도변수를 구할 수 있다. 적용하중 σ 's는 알고 있으므로 단지 방정식(7)에 있는 강도/응력비 R에서 2차 방정식을 풀어야 한다. 필요한 경우 다음의 2차 방정식으로 나타낸다.

$$aR^2 + bR - 1 = 0 \quad (8)$$

여기서 $a = F_{ij}\sigma_i\sigma_j$, $b = F_i\sigma_i$,

$$R = -(b/2a) \pm [(b/2a)^2 + 1/a]^{1/2}$$

$$R' = -(b/2a) + [(b/2a)^2 + 1/a]^{1/2} \quad (9)$$

$$R = -(b/2a) - [(b/2a)^2 + 1/a]^{1/2} \quad (10)$$

3. 크기효과를 고려한 강도 파괴 해석 과정의 제안

경험이 많은 복합재료 제조업자에 의해서 filament wound 튜브에 사용되는 유리섬유의 인장강도 감소비율이 Fig. 1에 나타나 있다. Crasto와 Kim(2)에 의한 실험결과로부터 90°방향에 대한 인장강도 감소비율 Y와 일방향으로 보강된 복합재료 AS4/3501-6에 대한 관계로부터 다음과 같이 회귀분석 식을 구하였다.

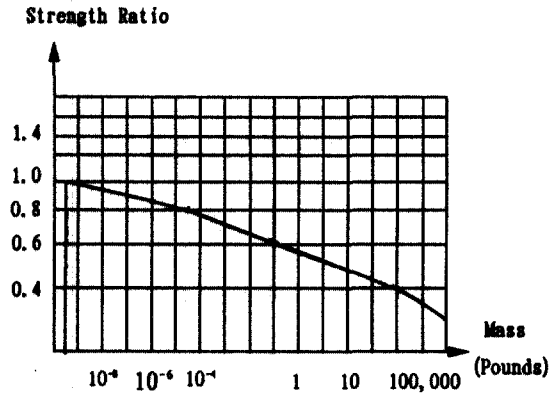
$$y = -0.00003054n^2 - 0.00268n + 1.01065 \quad (11)$$

여기서 n은 층수를 나타낸다.

같은 모재를 사용한 결과가 아니라도 에폭시 모재에 대한 이 방정식은 90° 인장강도 감소비를 측정하는데 사용할 수 있다. 보강섬유와 모재들 모두다 구성재료들 마다 질량이 커짐에 따른 X, X', Y, Y' 그리고 S의 강도 감소비가 점차로 반드시 얻어져야 한다.

제조방법과 다른 가능한 요인들도 마찬

가지로 고려되어야 할 것이다.



2.4 inch filament

Fig. 1. Rate of decrease of glass fiber tensile strength based on mass[4]

Reduction rate of Y, y

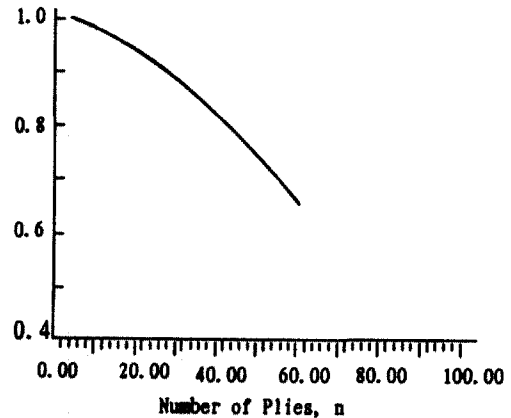


Fig. 2. Tensile strength reduction rate of epoxy matrix based of mass[2]

현재의 이용가능한 지식으로서 에폭시 모재에 유리섬유로 보강된 복합재료에 대해서 다음과 같은 강도-파괴해석 과정을 추천한다.

- 1) Fig. 1에서 감소된 X값을 얻는다.
- 2) 크기효과는 인장과 압축이 같다고 가

정한다. (이 가정은 상세한 연구가 이루어진 다음에 수정되어질 것이다.)

- 3) $Y=Y(\text{시험편 강도}) \times \text{Eqn. 11}$
- 4) $Y'=Y'(\text{시험편 강도}) \times \text{Eqn. 11}$
- 5) $S=S(\text{시험편 강도})$ 으로 가정
- 6) 응력공간에 대하여 Tsai-Wu 파괴영역을 사용.

탄성계수의 감소비를 모르기 때문에 변형률 공간의 영역 사용은 복잡하다. 위와같은 단계로 얻은 강도는 “증가된” 크기의 복합재료에 정확하지 않을 수 있다. 그러나 그 결과가 아주 나쁘지는 않을 것이다. 무엇인가 있는 것이 없는 것 보단 훨씬 낫다. 감소된 인장강도 값으로 강도이론을 적용하는 것이 시험편 결과 값에 의한 구조물 설계보다는 훨씬 낫다. 추천된 가정은 안전한 구조물을 설계할 수 있을 것이고, 더 나아가서는 다양한 재료성분으로 서로다른 크기 효과를 갖는 복합재료 구조물의 파괴-강도 이론의 연구에 박차를 가할 수 있을 것이다. 재료가 유리섬유나 에폭시가 아닐 경우에는 Fig. 1과 방정식 (11)만을 수정하여 사용하라. 크기효과에 대한 정확한 지식이 없을때 Fig. 1과 방정식 (11)을 사용할 수 있다.

4. 수치해석 예

계산에 사용된 유리섬유와 에폭시로된 복합재료의 물성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_x &= 38.6 \text{ GPa}, & E_y &= 8.27 \text{ GPa}, \\ \nu_x &= 0.26, & G &= 4.14 \text{ Gpa}, \\ h_o &= 0.125 \text{ mm}, & V_f &= 0.45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X &= 1062 \text{ MPa}, & X' &= 610 \text{ MPa} \\ Y &= 31 \text{ MPa}, & Y' &= 118 \text{ MPa}, \\ S &= 72 \text{ MPa} \end{aligned}$$

다음과 같은 세가지 경우에 대하여 계산을 수행하였다.

- A) 인장과 압축 모두 강도감소를 시킨 경우
- B) 단지 인장만 감소를 시킨 경우
- C) 인장, 압축 모두 감소하지 않는 경우

각각의 경우에 대하여 수정된 Hill's ($F_{xy}^* = 0$)와 일반화된 Von Mises 영역 ($F_{xy}^* = -1/2$)을 고려하였다. 작용 하중은 다음과 같이 가정하였다. (Table 1).

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 700 \text{ MPa}, & \sigma_y &= 20 \text{ MPa}, \\ \sigma_s &= 50 \text{ MPa}, & \sigma_y &= -20 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

인 경우에 대해서도 계산을 수행 하였다. (Table 2) 층수는 100층으로 가정하였다.

5. 결 론

본 논문에서는 실험 데이터로 얻은 그래프로부터 Tasi-Wu의 파괴영역을 적용시킴으로서 복합재료의 강도 크기효과의 중요성을 증명하였다. 변형 공간을 사용한다면 감소계수를 모르기 때문에 응력 공간에서 Tasi-Wu의 파괴영역을 사용하였다. Table 1과 2가 보여주듯이 강도감소는 구조물의 안전 설계시 필요하다. 강도비 R은 5가지 요소들의 함수이다; 시험편 강도의 두 경우 A)와 B), $F_{xy}^* = 0$ 와 $F_{xy}^* = -1/2$ 인 두 경우의 파괴영역, 그리고 작용된 응력들의 상태이다. 본 논문에서 제안된 과정은 유리섬유와 에폭시 모재에

TABLE 1. Value of R^* in case of
 $\sigma_x=700, \sigma_y=20, \sigma_s=50$

Size	Type	($F_{xy}=0$) R^*	($F_{xy}=1/2$) R^*
Cupon $\times 10^1$	A	0.5937	0.7058
	B	0.5843	0.6541
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^2$	A	0.5862	0.7015
	B	0.5655	0.6315
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^3$	A	0.5837	0.6998
	B	0.5598	0.6247
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^4$	A	0.5751	0.6930
	B	0.5420	0.6033
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^5$	A	0.5665	0.6852
	B	0.5262	0.5843
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^6$	A	0.5496	0.6675
	B	0.4986	0.5512
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^7$	A	0.5419	0.6588
	B	0.4875	0.5377
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^8$	A	0.5275	0.6414
	B	0.4680	0.5146
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^9$	A	0.5141	0.6245
	B	0.4514	0.4948
	C	0.8660	0.9771
Cupon $\times 10^0$	A	0.5028	0.6099
	B	0.4382	0.4791
	C	0.8660	0.9771

TABLE 2. Value of R^* in case of
 $\sigma_x=700, \sigma_y=-20, \sigma_s=50$

Size	Type	($F_{xy}=0$) R^*	($F_{xy}=1/2$) R^*
Cupon $\times 10^1$	A	1.2839	1.0208
	B	1.6000	1.3096
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^2$	A	1.2365	0.9821
	B	1.5258	1.2521
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^3$	A	1.2218	0.9703
	B	1.5036	1.2350
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^4$	A	1.1744	0.9330
	B	1.4343	1.1817
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^5$	A	1.1309	0.8995
	B	1.3734	1.1349
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^6$	A	1.0529	0.8409
	B	1.2692	1.0549
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^7$	A	1.0208	0.8171
	B	1.2278	1.0232
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^8$	A	0.9639	0.7752
	B	1.1558	0.9679
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^9$	A	0.9152	0.7396
	B	1.0955	0.9216
	C	1.2902	1.1303
Cupon $\times 10^0$	A	0.8767	0.7116
	B	1.0485	0.8854
	C	1.2902	1.1303

기본을 두고 있다. 이 과정은 다른 성분 재료들을 갖는 복합재료에 사용할 수 있다. 더 연구를 하여 그러한 재료들에 대한 Fig. 1과 Fig. 2를 만들어야 한다.

참 고 문 헌

- [1] Tsai, S.W., *Composite Design*, Think Composites, Dayton, OH., 1988.
- [2] Crasto, A. S., and Kim, R. Y., "The Influence of Specimen Volume on Matrix-Dominated Composite Strength", Proc. 38th International SAMPE Symposium, May, p.759, 1993.
- [3] Kim, D.H., *Composite Structures for Civil and Architectural Engineering*, E & FN SPON, 1995.
- [4] Kim, D. H., "The Importance of Size/Scale Effects in The Failure of Composite Structures ", 4th Japan International SAMPE Symposium and Exhibition, September pp.25-28, Tokyo, 1995.