

축하중과 첨가질량이 작용하는 적층복합판의 진동해석

이 봉 학 · 김 경 진 · 원 치 문 · 성 기 태

A Simple Method of Vibration Analysis of Laminated Composite Plates Under Axial Loadings and with Attached Point Masses

Bong-hak Lee · Kyeong-jin Kim · Chi-moon Won · Ki-tae Sung

ABSTRACT

A method of calculating the natural frequency corresponding to the first mode of vibration of beams and tower structures, with irregular cross-sections and with arbitrary boundary conditions was developed and reported by D. H. Kim in 1974. In this paper, the result of application of this method to the laminated plates with axial forces and with attached point mass/masses is presented. Both N_x and N_y forces are considered. The solution for the laminated plates with arbitrary boundary conditions and irregular section can be obtained by simply obtaining the deflection influence coefficients by any method.

The effect of neglecting the mass of the plates on the natural frequency, as the ratio of the point mass/masses to the plate mass increases, is thoroughly studied. The influence of N_x and N_y is also carefully investigated.

1. 서 론

임의의 단면과 경계조건을 갖는 보와 타워 구조에 대한 새로운 진동이론이 1974년

D. H. Kim에 의해 개발되어 발표되었는데 이 이론은 임의의 단면을 갖고 임의의 지지점에 놓인 복합적층판의 제 1모드 진동과 제 2모드 이상의 고유진동수를 구하는데 확장 적용되었다. 진동에 대한 D. H. Kim방법은 기 계산된 영향계수로부터 진동해석이 이루어진다는 특성이 있다. 임의의 경계조건과 불규칙한 단면을 갖는 적층판에 대

강원대학교 공과대학 토목공학과 교수

* 강원대학교 공과대학 토목공학과 시간강사

** 강원대학교 공과대학 토목공학과 시간강사

***충주산업대학교 토목공학과 교수

한 해가 어떠한 방법으로든 처짐에 대한 영향계수를 구함으로써 진동해석을 할 수 있다.

본 논문은 축방향력과 첨가된 점질량 및 질량관이 있는 적층판에 이 방법의 적용결과를 제시한다. 판의 질량을 무시하는 효과가 전반적으로 연구되었으며, 또한 축방향력으로 고려된 N_x 및 N_y 의 영향을 수치예로서 고찰하였다.

2. 본 연구에 사용된 진동이론

구조물의 고유진동수는 공명 상태하에서 확산하기 시작하는 처짐 모드 형태하에서의 주파수이다. 자유진동으로 인한 처짐으로부터 이러한 처짐을 유발하는데 필요한 힘을 알 수 있다. 일련의 이러한 과정에 의해 결정된 모드형태가 충분히 정확하다면, 수렴된 것과 바로 이전 값 사이에서의 상대적 최대처짐은 이러한 관성력하에서 불변하다. 구조물의 진동은 조화운동이고 진폭형상은 삼각함수에 의해 표시될 수 있는 부분이 있다. 처음에 제 1모드만 고려하면, 구조부재의 처짐형태는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$w = W(x, y)F(t) = W(x, y) \sin \omega t \quad (1)$$

Newton의 법칙에 의해 진동하는 질량 m 의 동적힘은

$$F = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad \text{이다.} \quad (2)$$

여기서 ω 와 W 는 미지수이다. 고유진동수 ω 를 구하기 위하여 다음의 과정이 취해진다. 어떤 몇개의 점에서 최대 처짐의 진폭은 임의로 주어진다.

$w(i, j)(1) = W(i, j)(1)$
여기서 (i, j) 는 고려한 점을 나타낸다. 이것은 절대적으로 임의의 값이지만 경험에 의

해 가정하면 수렴을 촉진시키는데 더욱 좋다. 이러한 최대진폭에 대응하는 동적힘은

$$F(i, j)(1) = -m(i, j) [\omega(i, j)(1)]^2 w(i, j)(1)$$

이다.

이 힘에 의해 일어나는 “새로운” 변위는 F 의 함수이고, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} w(i, j)(2) &= f \{ m(i, j) [\omega(i, j)(1)]^2 w(i, j)(1) \} \\ &= \sum \Delta(i, j, k, l) \{ -m(i, j) [\omega(i, j)(1)]^2 \\ &\quad \times w(i, j)(1) \} \quad (3) \end{aligned}$$

여기에서 Δ 는 처짐에 대한 영향계수이다. 공명상태하에서 구조부재의 모든 점에서 고려한 $w(i, j)(1)$ 과 $w(i, j)(2)$ 는 동일해야 하고 다음조건을 만족해야 한다.

$$w(i, j)(1) / w(i, j)(2) = 1 \quad (4)$$

이 방정식으로 부터 (i, j) 의 각 점에서의 $\omega(i, j)(1)$ 이 얻어질 수 있지만, 대부분의 경우에 일치하지 않는다. 구조부재의 고유진동수가 부재의 모든 점에서 동일해야 하므로 $\omega(i, j)$ 의 충분한 같은 값이 모든 (i, j) 점에서 얻어질 때까지 이 과정이 반복된다. 그러나 대부분의 경우에 첫번째 cycle의 계산에 의해 얻어진 $\omega(i, j)$ 의 최대와 최소값의 차이는 공학적으로 충분히 무시될 수 있다. 정확도는 최대와 최소치의 평균을 취하거나 또한 처짐이 최대인 곳에서 $\omega(i, j)$ 의 값을 취함으로써 개선될 수 있다. 2번째 cycle의

$$w(i, j)(3) = f \{ m(i, j) [\omega(i, j)(2)]^2 \times w(i, j)(2) \}$$

에서 $w(i, j)(2)$ 의 절대적 수치가 편리하게 사용될 수 있다. Composite구조물을 포함하여 불규칙한 단면과 이상적이 아닌 지

지조건을 가진 판의 경우, 경계조건에 관계 없이, 이 판을 몇개의 요소로 나누어 고려하는 것이 편리하다. 결과의 정확성은 처짐계산의 정확도에 비례한다.

판의 네 변 모두가 단순 지지되어 있다면, Navier 해법이 매우 효과적이다. 이 방법에서는 횡치짐, $w(x,y)$ 와 적용된 횡하중 $q(x,y)$ 를 Fourier급수로 확장 할 수 있으며 경계조건을 만족시키는 함수는 다음과 같이 가정될 수 있고

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (5)$$

$$q(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (6)$$

관련된 미분 방정식은 다음과 같다.

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x,y) \quad (7)$$

(5),(6)식을 (7)식에 대입하면 주어진 m, n 에 대하여 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$w_{mn} = \frac{\frac{q_{mn}}{\pi^4}}{D_1 \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2D_3 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_2 \left(\frac{n}{b}\right)^4} \quad (8)$$

여기서 $D_3 = D_{12} + 2D_{66}$ 이다. 주어진 m, n 에 대한 q_{mn} 은 (5)식의 양변에

$\sin \left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy$ 를 곱하여 $0 \sim b$ 까지 적분을 하고, 그 결과에 의한 방정식에 $\sin \left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx$ 를 양변에 곱하여 $0 \sim a$ 까지 적분을 하면 구할 수 있다.

$$q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x,y) \sin \left(\frac{m\pi x}{a}\right) \times \sin \left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy \quad (9)$$

주어진 하중 $q(x,y)$ 에 대하여 (9)식을 적분함으로서 (6)식에 있는 q_{mn} 을 구할 수 있으며, (8)식에 q_{mn} 을 대입함으로서 w_{mn} 을 구할 수 있다. 만약 이것을 (5)식에 대입하면 단순 지지된 특별 직교형 적층복합판에서의 수직 처짐을 구할 수 있다.

한 예로서, $q(x,y)=q_0$ 인 등분포 하중을 받는 판을 고려하면

$$q_{mn} = \frac{4q_0}{ab} \int_0^a \int_0^b \sin \left(\frac{m\pi x}{a}\right) \times \sin \left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy = \frac{16q_0}{\pi^2 mn} \quad (10)$$

처짐 $w(x,y)$ 는 (8)식에 (10)식을 대입하면 얻어진다.

$$w(x,y) = \left[\frac{16q_0}{\pi^6} \times \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{mn} \times \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \right] \times \frac{1}{DEN} \quad (11)$$

여기에서

$$DEN = D_1 \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2D_3 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_2 \left(\frac{n}{b}\right)^4$$

이다.

등분포 축하중 P_1 과 P_2 가 수직하중 q 를 받아 휘어진 판의 옆면을 따라 분포할 경우는 다음과 같다.

$$w_{mn} = \frac{q_{mn}}{\pi^4 \times DEN} \quad (12)$$

$$DEN = D_1 \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2D_3 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_2 \left(\frac{n}{b}\right)^4 + [P_1 \left(\frac{m}{\pi a}\right)^2 + P_2 \left(\frac{n}{\pi b}\right)^2]$$

3. 수치해석 결과

[ABA]r 형태를 가진 적층복합판을 사용하였으며, 사용된 재료의 물성은 다음과 같

다.

$$E_1 = 67.36\text{GPa}, \quad E_2 = 8.12\text{GPa}$$

$$\nu_{12} = 0.272, \quad \nu_{21} = 0.0328$$

$$G_{12} = 3.0217\text{GPa}, \quad a = b = 1\text{m}$$

$$h_0 = 0.005\text{m}.$$

층수 r 이 증가함에 따라 B_{16} , B_{26} , D_{16} , 그리고 D_{26} 가 0에 수렴하므로 특별직교 이방성 적층판의 공식을 사용할 수 있다. 본 논문의 예에서, $A=0^\circ$, $B=90^\circ$, 그리고 $r=1$ 이며, $D(1,1)=18492.902 \text{ Nm}$ 이다. 축하중 $P_x = \alpha_1 \times D(1,1)$, $P_y = \alpha_2 \times D(1,1)$ 이다. 여기서 P_x 와 P_y 는 x , y 방향의 축하중을 나타내며 α_1 , α_2 는 변수이다. 판 중앙점의 집중하중, $P_c=N \times$ 판의 총질량을 고려하였으며 ρ , h 는 단위질량과 판의 두께이다.

Table 1. $\omega = \omega_{(\text{real})} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, without considering plate weight, case A (N=1)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	716.64	721.51	726.33	728.72	731.10	735.82	740.50
-0.3	721.80	726.62	731.40	733.77	736.13	740.81	745.45
-0.1	726.91	731.69	736.43	738.78	741.11	745.76	750.36
0	729.45	734.21	738.93	741.27	743.59	748.22	752.80
0.1	731.98	736.72	741.41	743.74	746.06	750.67	755.23
0.3	737.01	741.71	746.36	748.67	750.97	755.54	760.06
0.5	742.00	746.65	751.27	753.56	755.84	760.37	764.86

Table 2. $\omega = \omega_{(\text{real})} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, without considering plate weight, case A (N=3)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	413.75	416.56	419.34	420.72	422.10	424.82	427.53
-0.3	416.73	419.51	422.27	423.64	425.00	427.70	430.38
-0.1	419.68	422.44	425.17	426.53	427.88	430.56	433.22
0	421.15	423.90	426.62	427.97	429.31	431.98	434.63
0.1	422.61	425.34	428.05	429.40	430.74	433.40	436.03
0.3	425.51	428.22	430.91	432.24	433.57	436.21	438.82
0.5	428.39	431.08	433.74	435.07	436.38	439.00	441.59

Table 3. $\omega = \omega_{(\text{real})} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, without considering plate weight, case A (N=5)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	320.50	322.67	324.83	325.90	326.96	329.07	331.16
-0.3	322.80	324.96	327.09	328.15	329.21	331.30	333.38
-0.1	325.09	327.23	329.34	330.39	331.44	333.52	335.57
0	326.22	328.35	330.46	331.51	332.55	334.62	336.66
0.1	327.35	329.47	331.57	332.61	333.65	335.71	337.75
0.3	329.60	331.70	333.79	334.82	335.85	337.89	339.91
0.5	331.83	333.92	335.98	337.00	338.02	340.05	342.06

Table 4. $\omega = \omega_{(\text{real})} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, without considering plate weight, case A (N=7)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	270.86	272.70	274.52	275.43	276.33	278.11	279.88
-0.3	272.81	274.63	276.44	277.34	278.23	280.00	281.75
-0.1	274.74	276.55	278.34	279.23	280.11	281.87	283.61
0	275.70	277.50	279.28	280.17	281.05	282.80	284.53
0.1	276.66	278.45	280.23	281.11	281.98	283.72	285.45
0.3	278.56	280.34	282.09	282.97	283.84	285.56	287.27
0.5	280.44	282.21	283.95	284.82	285.68	287.39	289.09

Table 5. $\omega = \omega_{(\text{real})} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, without considering plate weight, case A (N=10)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	226.62	228.16	229.68	230.44	231.19	232.68	234.16
-0.3	228.25	229.77	231.29	232.03	232.78	234.26	235.73
-0.1	229.87	231.38	232.88	233.62	234.36	235.83	237.28
0	230.67	232.17	233.67	234.41	235.14	236.60	238.05
0.1	231.47	232.97	234.45	235.19	235.92	237.38	238.82
0.3	233.06	234.55	236.02	236.75	237.47	238.92	240.35
0.5	234.64	236.11	237.57	238.29	239.01	240.45	241.87

Table 6. $\omega = \omega_{(\text{real})} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, without considering plate weight, case A (N=15)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	185.03	186.29	187.53	188.15	188.76	189.98	191.19
-0.3	186.36	187.61	188.84	189.45	190.06	191.27	192.47
-0.1	187.68	188.92	190.14	190.75	191.35	192.55	193.74
0	188.34	189.57	190.79	191.39	191.99	193.19	194.37
0.1	188.99	190.22	191.43	192.03	192.63	193.82	195.00
0.3	190.29	191.50	192.71	193.30	193.90	195.08	196.24
0.5	191.58	192.78	193.97	194.56	195.15	196.32	197.48

Table 7. $\omega = \omega_{(real)} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, considering plate weight, case B (N=0)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	1534.1	1540.0	1545.9	1551.8	1557.6	1563.5	1569.3
-0.3	1545.9	1551.8	1557.6	1563.5	1569.3	1575.1	1580.8
-0.1	1557.7	1563.5	1569.3	1575.1	1580.8	1586.6	1592.3
0	1569.3	1575.1	1580.8	1586.6	1592.3	1598.0	1603.7
0.1	1580.8	1586.6	1592.3	1598.0	1603.7	1609.3	1615.0
0.3	1592.3	1598.0	1603.7	1609.3	1615.0	1620.6	1626.2
0.5	1603.7	1609.3	1615.0	1620.6	1626.2	1631.9	1637.5

Table 11. $\omega = \omega_{(real)} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, considering plate weight, case B (N=7)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	267.21	269.03	270.84	271.74	272.63	274.41	276.16
-0.3	269.14	270.95	272.74	273.63	274.52	276.27	278.02
-0.1	271.05	272.85	274.62	275.50	276.38	278.13	279.85
0	272.00	273.79	275.56	276.44	277.31	279.05	280.77
0.1	272.95	274.73	276.49	277.36	278.23	279.96	281.68
0.3	274.83	276.59	278.34	279.21	280.07	281.79	283.49
0.5	276.70	278.44	280.18	281.04	281.89	283.60	285.28

Table 8. $\omega = \omega_{(real)} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, considering plate weight, case B (N=1)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	655.25	659.87	664.45	666.72	668.99	673.48	677.93
-0.3	660.07	664.65	669.19	671.44	673.68	678.14	682.56
-0.1	664.84	669.38	673.88	676.12	678.34	682.76	687.14
0	667.21	671.73	676.21	678.44	680.66	685.06	689.42
0.1	669.57	674.08	678.54	680.76	682.96	687.35	691.70
0.3	674.27	678.73	683.16	685.36	687.55	691.90	696.21
0.5	678.92	683.36	687.75	689.93	692.10	696.42	700.70

Table 12. $\omega = \omega_{(real)} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, considering plate weight, case B (N=10)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	224.47	226.00	227.52	228.27	229.02	230.50	231.98
-0.3	226.09	227.60	229.11	229.85	230.60	232.07	233.53
-0.1	227.69	229.20	230.69	231.43	232.16	233.62	235.07
0	228.49	229.99	231.47	232.21	232.94	234.40	235.84
0.1	229.28	230.78	232.25	232.99	233.72	235.17	236.60
0.3	230.86	232.34	233.81	234.53	235.26	236.70	238.12
0.5	232.43	233.90	235.35	236.07	236.79	238.21	239.63

Table 9. $\omega = \omega_{(real)} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, considering plate weight, case B (N=3)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	401.01	403.78	406.51	407.87	409.22	411.91	414.57
-0.3	403.92	406.66	409.37	410.72	412.06	414.72	417.36
-0.1	406.81	409.52	412.21	413.55	414.88	417.51	420.13
0	408.24	410.94	413.62	414.95	416.27	418.90	421.51
0.1	409.67	412.36	415.03	416.35	417.67	420.29	422.88
0.3	412.50	415.17	417.82	419.13	420.44	423.03	425.61
0.5	415.32	417.96	420.59	421.89	423.19	425.76	428.31

Table 13. $\omega = \omega_{(real)} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, considering plate weight, case B (N=15)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	183.86	185.11	186.35	186.97	187.58	188.79	190.00
-0.3	185.18	186.42	187.65	188.26	188.87	190.08	191.27
-0.1	186.50	187.73	188.95	189.55	190.15	191.35	192.53
0	187.15	188.37	189.59	190.19	190.79	191.98	193.16
0.1	187.80	189.02	190.23	190.83	191.42	192.61	193.78
0.3	189.09	190.30	191.50	192.09	192.69	193.86	195.03
0.5	190.37	191.57	192.76	193.35	193.94	195.10	196.26

Table 10. $\omega = \omega_{(real)} \cdot \sqrt{(\rho h)}$, considering plate weight, case B (N=5)

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	314.48	316.64	318.77	319.83	320.88	322.99	325.05
-0.3	316.76	318.89	321.01	322.06	323.10	325.18	327.23
-0.1	319.01	321.13	323.22	324.27	325.30	327.36	329.40
0	320.13	322.24	324.33	325.36	326.40	328.44	330.47
0.1	321.25	323.35	325.42	326.46	327.48	329.52	331.55
0.3	323.46	325.54	327.61	328.63	329.65	331.67	333.68
0.5	325.66	327.73	329.77	330.79	331.80	333.81	335.80

Table 14. ω (case B) / ω (case A); (N=1)%

$\alpha_2 \backslash \alpha_1$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	91.43	91.46	91.48	91.49	91.50	91.53	91.55
-0.3	91.45	91.47	91.49	91.51	91.52	91.54	91.56
-0.1	91.46	91.48	91.51	91.51	91.53	91.55	91.57
0	91.47	91.49	91.51	91.52	91.54	91.56	91.58
0.1	91.47	91.50	91.52	91.53	91.54	91.56	91.58
0.3	91.49	91.51	91.53	91.54	91.55	91.58	91.60
0.5	91.50	91.52	91.54	91.56	91.57	91.59	91.61

Table 15. ω (caseB) / ω (case A);(N=5)%

$\alpha 1 \backslash \alpha 2$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	98.10	98.13	98.14	98.14	98.14	98.15	98.15
-0.3	98.13	98.13	98.14	98.14	98.15	98.15	98.16
-0.1	98.13	98.14	98.14	98.15	98.15	98.15	98.16
0	98.13	98.14	98.14	98.15	98.15	98.16	98.16
0.1	98.13	98.14	98.15	98.15	98.15	98.16	98.16
0.3	98.14	98.14	98.15	98.15	98.16	98.16	98.17
0.5	98.14	98.15	98.15	98.15	98.16	98.16	98.17

Table 16. ω (caseB) / ω (case A);(N=10)%

$\alpha 1 \backslash \alpha 2$	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
-0.5	99.05	99.05	99.06	99.06	99.06	99.06	99.07
-0.3	99.05	99.06	99.06	99.06	99.06	99.06	99.07
-0.1	99.05	99.06	99.06	99.06	99.06	99.07	99.07
0	99.06	99.06	99.06	99.06	99.06	99.07	99.07
0.1	99.06	99.06	99.06	99.06	99.07	99.07	99.07
0.3	99.06	99.06	99.06	99.07	99.07	99.07	99.07
0.5	99.06	99.06	99.07	99.07	99.07	99.07	99.07

4. 결 론

본 연구에서는 축하중과 점질량을 받는 판의 자중을 무시한 경우와 자중을 고려한 경우의 고유진동수 영향에 대하여 수행하였으며, 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

판 중앙점의 집중하중이 자중과 같은 경우(N=1)의 오차는 8.5%이며, 자중의 5배(N=5)인 경우의 오차는 1.85%이다. 본 연구의 방법은 어떤 구조물도 영향계수만 구하면 매우 효과적으로 진동계수를 구할 수 있는 방법이다.

참 고 문 헌

[1] D. H. Kim, "A Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Structural Elements," International Symposium on Engineering Problems in Creating Coastal Industrial Sites, Seoul, Korea, 1974

[2] D. H. Kim, J. W. Hwang, D. S. Chun, "A Simple Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Composite Structural Elements," Proc. 1st Japan Int' SAMPE Symposium, Nov.28-Dec.1, 1989

[3] D. H. Kim, J. W. Hwang, D. S. Chun, "Vibration Analysis of Irregularly Shaped Composite Structural Members-For Higher Modes," Proc. 8th Structural Congress American Society of Civil Engineers, Baltimore, MD, U.S.A., Apr.30-Mar.3, 1990

[4] D. H. Kim, "Vibration Analysis of Irregularly Shaped Laminated Thick Composite Plates," Proc. ICCM 8, Honolulu, Hawaii, July, 1991

[5] D. H. Kim, J. S. Park, K. J. Kim, "Vibration Analysis of Irregularly Shaped Laminated Thick Composite Plate II," Proc. 2nd Japan International SAMPE Symposium and Exhibition, Dec, 1991

[6] D. H. KIM, Composite Structures for Civil and Architectural Engineering, E & FN SPON, London, pp. 204-218, 1995