

여유자유도 로봇의 충격제어

김 일 환

Control of Redundant Manipulators Using Null-Space Dynamics

Il-Hwan Kim

ABSTRACT

This paper presents an impact control algorithm for reducing the potentially damaging effects by interaction of redundant manipulators with their environments. In the proposed control algorithm, the redundancy is resolved at the torque level by locally minimizing joint torque, subject to the operational space dynamic formulation which maps the joint torque set into the operational forces. For a given pre-impact velocity of the manipulator, the proposed approach is on generating joint space trajectories throughout the motion near the contact which instantaneously minimize the impulsive force which is a scalar function of manipulator's configurations. The comparative evaluation of the proposed algorithm with a local torque optimization algorithm without reducing impact is performed by computer simulation. The simulation results illustrate the effectiveness of the algorithm in reducing both the effects of impact and large torque requirements.

1. 서 론

일반적으로 자유도(Degree Of Freedom, DOF)를 언급할 때 3차원 공간에서 로봇의 자유도가 6이면 그 로봇은 작업 영역 내의 모든 공간에서 접근이 가능하다. 즉 3

개의 자유도는 위치(x, y, z)에 대한 자유도이고 나머지 3개는 자세(r_x, r_y, r_z)에 대한 자유도이다. 작업 영역 내의 한 점에 이 로봇이 도달할 수 있는 방법은 유한 개밖에 없다. 그러나 여기서 관절에 대한 자유도가 1개 이상 더 있다면 그 한 점에 도달할 수 있는 방법은 무한 개가 된다. 따라서 이 무한 개의 위치 도달 방법을 연구하면, 충돌을 회피할 수 있고, 또한 위치는 변화

강원대학교 제어계측공학과 전임강사

지 않고 충격력을 감소시킬 수 있는 등 다양한 응용이 가능하다.

본 연구에서는 null-space dynamics를 사용하여 여유자유도를 가진 로봇이 벽면에 부딪힐 때의 impact의 영향을 제어하는 방법을 보인다.

2. 여유자유도 해석

m 차원 공간에서 n 개의 링크를 가진 매니퓰레이터가 작업할 때 ($n > m$), 매니퓰레이터의 forward kinematics는 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{x} = f(\theta) \quad (1)$$

여기서 x 는 m 차원의 공간벡터이고 θ 는 n 개로 이루어진 관절각 벡터이다. 이 식 (1)을 미분하면 다음과 같이 되는데,

$$\dot{x} = J(\theta) \dot{\theta} \quad (2)$$

여기서 $J \in R^{m \times n}$ 는 매니퓰레이터 자코비안이라 한다. 식 (2)를 시간에 대해서 미분하면 다음과 같은 가속도 레벨에서의 forward kinematics를 구할 수 있다.

$$J(\theta) \ddot{\theta} = \ddot{x} - \dot{J}(\theta) \dot{\theta} \quad (3)$$

한편, 매니퓰레이터의 관절 공간 동력학 모델(joint space dynamics model)은 다음과 같다.

$$M(\theta) \ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) = \tau \quad (4)$$

여기서 τ 는 n 차원의 관절 토크 벡터이며 M 은 inertia matrix ($n \times n$), N 은 Coriolis, centripetal, 중력 토크 등을 포함하는 n 차원의 벡터이다. 어느 작업

공간에 한정되는 한 시스템의 운동 방정식은 제한된(constrained) Lagrangian을 전체적으로 최소화(globally minimizing) 함으로써 얻어질 수 있다. $m \times 1$ Lagrange multiplier vector λ 를 사용하면, 제한된 lagrangian L 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L = T - U + \lambda^T (f(\theta) - x) \quad (5)$$

여기서 운동에너지 T 는

$$T = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M(\theta) \dot{\theta} \quad (6)$$

으로 주어지며, U 는 중력에 의한 위치에너지이다. 제한된 Lagrangian을 최소화하기 위한 목적함수(objective function) I 는 다음과 같이 주어진다.

$$I = \int_{t_i}^{t_f} L(\theta, \dot{\theta}, \lambda) dt \quad (7)$$

I 를 최소화 하기 위해서 필요한 필요조건은 다음과 같다[7].

$$\lambda = (JM^{-1}J^T)^{-1}(\ddot{x} - \dot{J}\dot{\theta} + JM^{-1}N) \quad (8)$$

윗 식에서 λ 를 매니퓰레이터의 operational force로 보고 식을 전개하면 다음과 같다.

$$F = \bar{J} \tau \quad (9)$$

이고 여기서,

$$\bar{J} = (JM^{-1}J^T)^{-1} J M^{-1} \quad (10)$$

과 같다. 식 (9)를 기초로 하여 국소 관절 최소화 문제(local joint torque minimization)는 다음과 같이 요약할 수 있

다.

$$\text{Minimize } \frac{1}{2} \tau^T \tau \text{ subject to } F = \bar{J} \tau$$

Pseudo-inverse의 향으로 null space 부분을 포함하는 minimum-norm 관절-토크 해(解)는 다음과 같이 바로 얻을 수 있다.

$$\tau = \bar{J}^+ F + (I - \bar{J}^+ \bar{J}) \varepsilon \quad (11)$$

여기서 ε 는 n 차원의 임의의 벡터이며,

$$\bar{J}^+ = M J_{M^2}^+ (J M^{-1} J^T) \quad (12)$$

이고, $J_{M^2}^+$ 은 “squared-inertia weighted pseudoinverse” 이며 다음과 같다.

$$J_{M^2}^+ = M^{-2} J^T (J M^{-2} J^T)^{-1} \quad (13)$$

한편, Null-space dynamics는 다음과 같이 설명할 수 있다.

$$\bar{J} \tau_N = O_m \quad (14)$$

여기서 τ_N 은 null space 관절 토크이며, end-effector의 움직임에는 무관한데, 그 이유는 결과적으로 operational force가 zero가 되기 때문이다. 그래서 식 (11)의 두번째 항은 단지 null space 관절 토크이다. 제안된 알고리즘에서 임의의 벡터를 포함하는 null space dynamics는 충돌할 때의 불필요한 효과를 줄이는데 매우 중요한 역할을 한다. [6]에서 제안된 바와 같이 pseudo-inverse J^+ 는 다음과 같이 주어지는데,

$$J^+ = J^T (J J^T)^{-1} \quad (15)$$

이는 다른 어떤 weighted pseudoinverse보

다도 관절 토크의 성능을 우수하게 안정시킨다. 따라서, $J_{M^2}^+$ 대신 J^+ 을 사용하여 관절 가속도를 다시 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & J^+ (\ddot{x} - \dot{J} \dot{\theta}) - (I - J^+ J) M^{-1} N \\ & + (I - J^+ J) M^{-1} \varepsilon \end{aligned} \quad (16)$$

3. 로봇트 충격 모델

주위 환경과 접촉할 때의 매니플레이터의 동력학은 다음과 같이 주어진다.

$$M(\theta) \ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) = \tau + J^T(\theta) Fee \quad (17)$$

여기서 Fee 는 end-effector에서의 force와 moment를 나타낸다. 로봇트가 주위환경과 접촉할 때 충돌(impact)이 일어난다. 충돌이 일어나는 매우 짧은 시간 (Δt) 동안에 모든 속도와 각속도는 유한값으로 남아 있으며 위치와 자세 또한 변하지 않는다. 이러한 가정하에, 식(17)을 Δt 에 대해 적분을 하면,

$$\begin{aligned} M(\theta) (\dot{\theta}(t_0 + \Delta t) - \dot{\theta}(t_0)) = \\ J^T(\theta) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} Fee dt \end{aligned} \quad (18)$$

이 얻어진다. 충격력 \hat{Fee} 는 충격에 의해 발생하며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{Fee} = J^T(\theta) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} Fee dt \quad (19)$$

또한 $\dot{\theta}(t_0 + \Delta t) - \dot{\theta}(t_0)$ 를 $\Delta \dot{\theta}$ 로 표기하고 식 (18), (19)로 부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta \dot{\theta} = M^{-1} J^T \hat{Fee} \quad (20)$$

식 (20)은 충격력과 순간적인 관절 속도와의 관계를 설명하는 식이다. 충돌의 순간에도 관계식 (20)은 여전히 성립하므로,

$$\Delta \dot{x} = J \dot{\theta} = JM^{-1}J^T \hat{F}ee \quad (21)$$

이 성립한다. 식 (21)을 $\hat{F}ee$ 에 대해서 풀어 식 (20)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\theta} &= M^{-1}J^T(JM^{-1}J^T)^{-1}\Delta \dot{x} \\ &= J_M^+ \Delta \dot{x} \end{aligned} \quad (22)$$

이 성립하고 여기서,

$$J_M^+ = M^{-1}J^T(JM^{-1}J^T)^{-1} \quad (23)$$

로 정의한다.

순간적 충돌 동역학 모델(instantaneous impact dynamics mode)에 대해서, 두 물체의 충돌 직후의 속도가 각각 v_1, v_2 라 하고, 속도의 변화량을 각각 $\Delta v_1, \Delta v_2$ 라 한다면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} ((v_1 + \Delta v_1) - (v_2 + \Delta v_2))^T n \\ = -e(v_1 - v_2)^T n \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 n 은 두 물체의 접촉면의 법선 벡터이고 e 는 반발계수 ($0 \leq e \leq 1$)이다.

본 연구에서는 충격 동역학 모델을 매니플레이터가 벽과 같은 solid surface에 접촉하는 경우로 제한하였는데, 이 경우 위 식 (24)는 다음과 같이 된다.

$$(\dot{x} + \Delta \dot{x})^T n = -e \dot{x}^T n \quad (25)$$

여기서

$$v_1 = \dot{x}, \Delta v_1 = \Delta \dot{x}, \quad (26)$$

$$v_2 = \Delta v_2 = 0 \quad (27)$$

또한 충격력은 충돌할 때 두 물체의 접촉점의 법선상으로 향하므로,

$$\hat{F}ee = \hat{F}n \quad (28)$$

이 성립한다. 따라서 식 (21)과 (28)으로 충격력의 양을 정의할 수 있다[5].

$$\hat{F}ee = \frac{-(1+e) \dot{x}^T n}{n^T J M^{-1} J^T n} \quad (29)$$

충격 효과를 줄이려면 식 (29)에서 $\hat{F}ee$ 의 크기를 최소화 해야 한다. 이는 식 (29)의 분모를 최대화 하는 것과 같은 의미가 된다. 따라서 식 (29)의 분모를 최대화 하는 것을 성능함수(performance function)로 사용할 수가 있다. 여기서는 이를 $H(\theta)$ 로 표기하기로 한다. 즉,

$$H(\theta) = n^T J M^{-1} J^T n \quad (30)$$

4. 충격제어 알고리즘의 제안

제안할 알고리즘은 식 (16)에 주어진 관절 가속도에 기초로 한다. 이 식의 첫 번째 항은 관절 가속도의 norm, $\|\ddot{\theta}\|$ 의 최소화를 설명하고 있다. 여기서는 이 항을 $\ddot{\theta}_m$ 으로 표기하기로 한다. 여기에 정확하게 경로를 찾아 갈 수 있도록 일반적인 오차보정 항인 $K_v \dot{e} + K_p e$ 를 $\ddot{\theta}_m$ 에 첨가하기로 한다. 여기서 $e = x_d - x$ 는 추적 오차이고, K_v, K_p 는 각각 $m \times m$ 의 속도, 위치에 대한 궤환 행렬(feedback matrix) 상수이다. 따라서 최소 norm 가속도는 다음

과 같다.

$$\ddot{\theta}_m = J^+ (\ddot{x}_d + K_v \dot{e} + K_p e - \dot{J} \dot{\theta}) \quad (31)$$

식 (16)에서, 계산된 관절 가속도는 $\ddot{\theta}$ 와 projection operator $(I - J^+ J)$ 에 의해 $(-M^{-1}N)$ 와 $M^{-1}\epsilon$ 을 jacobian J 에 mapping시키는 homogeneous solution의 두 성분으로 나눌 수 있다. 편의상 이들 두 항을 다음과 같이 표기하기로 한다.

$$\ddot{\theta}_{h1} = -(I - J^+ J)M^{-1}N \quad (32)$$

$$\ddot{\theta}_{h2} = (I - J^+ J)M^{-1}\epsilon \quad (33)$$

불필요한 충격효과를 줄이는 항은 식(33)의 ϵ 이 맡고 있다. 이는 다음과 같은 gradient projection 기술[1]을 사용하면,

$$\epsilon = x \nabla H(\theta) \quad (34)$$

여기서 x 는 상수이고 $\nabla H(\theta)$ 는 식 (30)의 gradient vector이다. 이제 식 (33)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{\theta}_{h2} = x(I - J^+ J)M^{-1}\nabla H(\theta) \quad (35)$$

이제 최종 가속도인 $\ddot{\theta}_d$ 는

$$\ddot{\theta}_d = \ddot{\theta}_m + \ddot{\theta}_{h1} + \ddot{\theta}_{h2} \quad (36)$$

와 같이 쓸 수 있다. 그러나 이 식은 고유의 토오크 불안정성 때문에 산업용 응용에 바로 사용하기는 적합하지 않다. 따라서 [6], [8]에서는 “국소 토오크 최소화와 같은 작업을 수행할 때 homogeneous 가속도는 homogeneous 속도를 증가시켜 물리적으로 실현 불가능한 토오크 값을 낸다.” 라고 밝

히고 있다. 토오크 안정화의 의미로, homogeneous 가속도 사이의 trade-off는 불가피한 일이다. 따라서 자동적으로 절환시키는 switching scheme이 필요한데, [8]에서는 제안된 절환 조건(switching condition)을 사용하였다.

$$\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_h \leq 0 \quad (37)$$

위에서 $\dot{\theta}_h$, $\ddot{\theta}_h$ 는 각각 homogeneous 관절 속도, 가속도를 나타낸다. 식 (37)를 만족하지 못할 때 homogeneous 가속도는 관절 속도를 증가시켜 결과적으로 토오크가 더 많이 필요하게 될 것이다. 이렇게 되면 불안정한 문제가 야기되는데 [8]에서는 안정한 지역과 불안정한 지역을 오프라인으로 구분하는 목적으로 위의 조건이 제시되었다. 그러나 제안된 알고리즘으로 온라인상의 불안정한 지역을 회피하기엔 부적합하다. 특히, 두 가속도 $\ddot{\theta}_{h1}$, $\ddot{\theta}_{h2}$ 를 고려해 보면, 다음과 같은 두가지의 안정 조건이 사용된다.

$$\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_{h1} \leq 0 \quad (38)$$

$$\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_{h2} \leq 0 \quad (39)$$

여기서, $\dot{\theta}_h$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{\theta}_h = (I - J^+ J) \dot{\theta} \quad (40)$$

식 (40)에서 $\dot{\theta}$ 는 실제 로봇의 속도 센서를 이용하여 측정 가능하다. 이제 충격력을 최소화하기 위한 dynamic control algorithm을 구하자. 그 방법은 다음과 같은 조건에 따라 각 homogeneous 가속도 항을 minimum-norm 가속도에 더하는 것이다. 즉,

if ($\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_{h1} \leq 0$ and $\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_{h2} \leq 0$)

$$\ddot{\theta}_d = \ddot{\theta}_m + \ddot{\theta}_{h1} + \ddot{\theta}_{h2}$$

else if ($\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_{h1} \leq 0$ and $\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_{h2} > 0$)

$$\ddot{\theta}_d = \ddot{\theta}_m + \ddot{\theta}_{h1}$$

else if ($\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_{h1} > 0$ and $\dot{\theta}_h \cdot \ddot{\theta}_{h2} \leq 0$)

$$\ddot{\theta}_d = \ddot{\theta}_m + \ddot{\theta}_{h2}$$

else

$$\ddot{\theta}_d = \ddot{\theta}_m$$

5. 수치적 시뮬레이션

위의 제안된 알고리즘의 효용성을 증명키 위해 모의실험을 해보았다. 주어진 상황은 다음과 같다.

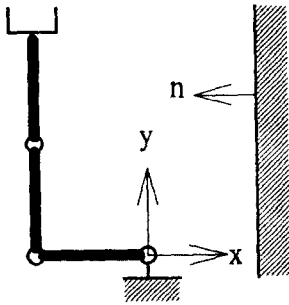


Fig. 1. The initial position of a robot

위의 그림에서와 같이 초기 관절값은

$$\theta_0 = [180 \quad 90 \quad 0]^T$$

$$n = [-1 \quad 0]^T$$

이다. 본 연구에서 사용된 로봇트는 평면형 로봇트, 즉 2차원 공간에서 움직이는 로봇트를 사용하였다. 2차원 공간에서 링크가 3개이면, 자유도(DOF, Degree of Freedom)가 3이 되어 여유자유도가 1인 로봇트이다. TABLE 1은 3 DOF 로봇트의 하드웨어 사

양이다.

TABLE 1. The specification of the robot

파라미터	사 양
링크 수	3 개
각 링크의 질량	10 Kg
각 링크의 길이	1 m

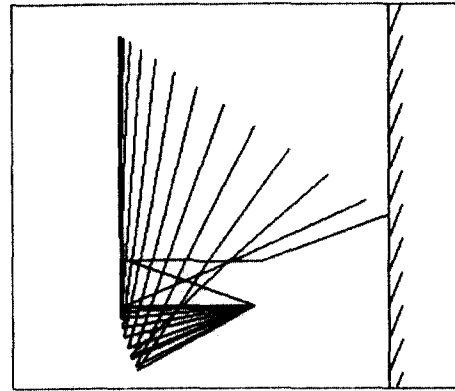
모의실험시 로봇트는 최종 도달 목표점에 처음에는 $\ddot{x}_d = [3 \quad -2]^T$ m/sec²로, 나중에는 $\ddot{x}_d = [-3 \quad 2]^T$ m/sec²의 가속도로 접근한다. Fig. 2(a)는 충돌 효과를 줄이는 루틴이 없이 실험한 그림이다. 순간적인 충돌이 일어날 때 충격력은 식 (29)를 사용해서 135.95 Nms를 얻었다. Fig. 2(b)를 보면, 기대된 바와 같이 관절 토크의 안정성이 보인다. 최대 토크는 210 Nm 정도이다.

다음은 제안된 알고리즘을 사용해서 같은 실험을 해보았다. Fig. 3(a)에서 3번째 관절을 보면 Fig. 2(a)보다 벽과의 각도가 수직적이지 않다. 이 경우, 충격력은 63.95 Nms여서 첫번째것의 약 절반 가량이어서, 직관적으로 볼 때 충격을 덜 받는다는 것을 알 수 있다. Fig. 3(b)를 보면 최고 토크가 첫 번째 것보다 훨씬 크지만 320 Nm정도 되며, 여전히 안정 지역에 있다. 따라서 위와 같은 상황으로 볼 때 제안된 알고리즘이 충격 효과를 줄이는데 훨씬 좋은 성능을 나타내며, 여전히 안정된 관절 토크를 생성한다고 결론지을 수 있다.

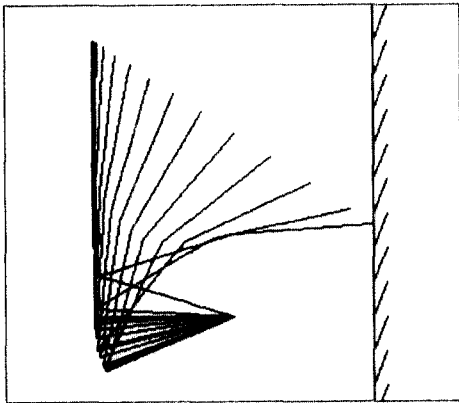
6. 결 론

본 연구에서는 여유자유도를 가진 매니플레이터의 토크를 안정시키며 벽과 같은 물체와 충돌했을때, 그 충격 효과를 줄이는 동적 제어 알고리즘(dynamic control algorithm)을 제안하였다. 제안된 알고리즘

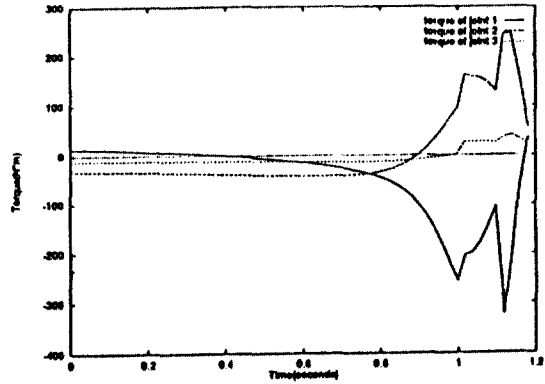
에서 여유자유도는 지역적으로 최소화 하는데 있어서 토크 레벨(torque level)에서 해석되었고, 관절 토크의 homogeneous 항은 end-effector의 움직임에는 영향을 미치지 않고 충격력의 크기를 최소화하는데 사용되었다. 토크의 안정성측면에서는 안정 조건을 사용하여 필요에 따라 homogeneous acceleration의 이입(移入)을 제어하는 절환 방식(switching technique)을 사용하였다. 이를 실험을 통해, 충격 효과가 없을 때와 비교하여 제안된 알고리즘의 효용성을 입증하였다.



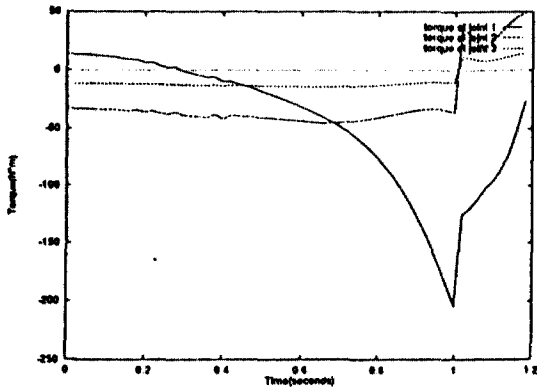
(a) arm motion



(a) arm motion



(b) torque profiles



(b) torque profiles

Fig. 2. Simulation results for the method without reducing the impact effects

Fig. 3. Simulation results for the proposed algorithm

참 고 문 헌

- [1] A. Liegeois, "Automatic supervisory control of configuration and behavior of multibody mechanism," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, vol. SMC-7, no. 12, pp. 868-871, 1977.

- [2] T. Yoshikawa, "Analysis and control of robot manipulators with redundancy," *Robotics Research: The First Int. Symp.*, pp. 735-747, 1984.
- [3] O. Khatib, "Dynamic control of manipulators in operational space," *Proc. of 6th IFToMM World Conf. on Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 15-20, 1983.
- [4] A. A. Maciejewski and C. A. Klein, "Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically varying environments," *Int. J. Robotics Research*, vol. 4, no. 3, pp. 109-117, 1986.
- [5] I. D. Walker "The use of kinematic redundancy in reducing impact and contact effects in manipulation," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 434-439, 1990.
- [6] J. M. Hollerbach and K. C. Suh, "Redundancy resolution of manipulators through torque optimization," *IEEE J. Robotics and Automation*, vol. RA-3, no. 4, pp. 308-316, 1987.
- [7] H. J. Kang and R. A. Freeman, "Null space damping method for local joint torque optimization of redundant manipulators," *J. of Robotic Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 249-270, 1993.
- [8] A. A. Maciejewski, "Kinetic Limitations on the use of redundancy in robotic manipulators," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 7, no. 2, pp. 205-210, 1991.