

〈論 文〉

선향적저감적분을 이용한 탄소성 유한요소법에 의한 블레이드의 성형 해석

최태훈* · 허 훈*
(1995년 6월 29일 접수)

Analysis of Blade Forming using an Elasto-Plastic Finite Element Method with Directional Reduced Integration

Tae Hoon Choi and Hoon Huh

Abstract

Numerical simulation of blade forming is carried out as stretch forming by an elasto-plastic finite element method. The method adopts a Lagrangian formulation, which incorporates large deformation and rotation, with a penalty method to treat the contact boundary condition. Numerical integration is done with a directional reduced integration scheme to avoid shear locking. The numerical results demonstrates various final shapes of blades which depend on the variation of the stretching force. The strain distributions in deformed blades are also obtained with the variation of the stretching force.

Key Words : Blade(블레이드), Elasto-Plastic Finite Element Method(탄소성유한요소법), Updated Lagrangian Formulation(개량라그랑지수식화), Directional Reduced Integration(선향적저감적분), Penalty Method(벌칙기법)

———— 기 호 설 명 ————

D_{ijkl} : 재료상수텐서(material constant tensor)
 g : Gap Function
 σ_{ij} : Cauchy응력텐서
 σ_{ij}^{∇} : Cauchy 응력 텐서 의 Zaremba-Jaumann중분
 T_{ij} : 1차 Piola-Kirchhoff응력텐서

ΔT_{ij} : 1차 Piola-Kirchhoff응력텐서의 중분
 S_{ij} : 2차 Piola-Kirchhoff응력텐서
 ϵ_{ij} : 변형률 텐서(Strain Tensor)
 ρ^0, ρ : 초기밀도, 변형후의 밀도

1. 서 론

최근에는 금속성형공정의 해석을 위하여 유한요소법이 많이 사용되고 있는데, 소성가공의 대변형 문제해석에 이용하는 유한요

*한국과학기술원 기계공학과

소법은 그 구성방정식에 따라 강소성유한요소법과 탄소성유한요소법 등이 있다. 탄소성유한요소법은 매계산단계에서 항복조건을 점검하여야 하므로 계산시간이 많이 소요되지만, 변형 및 응력의 경로를 정확히 예측할 수 있고, 소성변형에서 해중을 요하는 경우의 해석에 적합한 해석방법이다. 특히 박판성형에서는 성형후 스프링백현상에 의한 변형이 굉장히 크고, 최종제품의 형상에 영향을 주게 된다. 또한 U벤딩과 같이 굽힘효과의 영향이 큰 공정에서는 탄소성유한요소법이 더욱 적절하다고 할 수 있다⁽¹⁴⁾. 박판금속성형의 탄소성해석에 사용되는 요소로는 박막요소, 셸요소, 연속체요소 등이 있다. 연속체요소는 계산시간과 기억용량이 많이 들지만 굽힘을 적절히 고려할 수 있으므로, U벤딩이나 디프드로잉과 같이 굽힘효과가 공정에 크게 영향을 주는 경우에는 연속체요소를 사용하는 것이 적절하다^(5,7)

본문에서는 가상일의 원리에 의하여 평형방정식으로부터 지배방정식의 적분형을 유도하고, 변화하는 기준좌표계에 대해 증분해석을 적용한 개량라그란지수식화를 연속체요소로 유한근사화하였다. 이때 재료의 성질을 탄소성으로 보고, 소성변형은 Prandtl-Reuss식으로 표현되는 유동이론에 따라 일어난다고 가정하였다. 또한, 항복여부는 von Mises식으로 표현되는 유동이론에 따라 일어난다고 가정하였다. 계산의 수렴성과 해의 성질을 좋게 하기 위해 선형적저감적분(directional reduced integraion)법을 적용하였다. 그리고 벌칙기법을 써서 다 이와 재료간의 접촉을 고려하였다.

유도된 유한요소이론을 바탕으로 하여 구성한 프로그램을 이용하여 실제성형공정 중 비행기용 엔진의 부품으로 쓰이는 블레이드의 박판성형공정을 해석하였다. 성형공정에 적용한 블레이드는 엔진의 고정자로서 고온에 견디기 위하여 내부가 비어있는 부품이며, 이 부품의 성형을 위하여는 인장성형을

한다. 예제는 실제성형된 블레이드의 치수를 측정하고, 이로부터 다이의 치수를 가정하여 실제성형공정에의 수치해석 적용가능성을 예측하였다. 성형해석을 수행하기 위하여, 접촉하는 절점들에 관한 접촉경계조건을 보완하였다. 수치해석결과는 인장력에 따르는 성형형상과 두께변형률분포를 구하여 인장력의 변화가 성형공정에 미치는 영향을 분석하고 인장력의 적정치를 산출하였다.

2. 탄소성유한요소수식화 및 접촉기법

2.1 유한요소수식화

가상변위벡터 \bar{u}_i 를 변위가 규정된 경계면 Γ_D 에서 $\bar{u}_i=0$ 인 임의의 벡터라 할 때, 평형 방정식에 발산정리를 적용하고 경계조건을 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \bar{u}_{i,j} d\Omega = \int_{\Omega} \rho b_i \bar{u}_i d\Omega + \int_{\Gamma_F} t_i \bar{u}_i d\Gamma, \quad \forall \bar{u}_i$$

이때 $\bar{u}_i=0$ on Γ_D (1)

여기서, σ_{ij} 는 변형된 형상 Ω 에서 정의되는 Cauchy응력텐서이고, ρ 는 물체의 밀도를 나타내며 b 는 물체력벡터이다. u_i 는 변위벡터로 Γ_D 에서 g_i 의 벡터함수를 갖는다. t_i 는 단위수직벡터가 n_i 으로 표시되는, 표면력이 작용하는 경계면 Γ_F 에 작용하는 표면력벡터이다.

개량라그란지수식화에서는 임의의 시간 t 에서의 형상 Ω^t 를 기준좌표계로 지정하여 Δt 동안에 미소변형을 하는 것으로 가정하므로 적분식은 다음과 같게 된다.

$$\int_{\Omega} \Delta T_{ji} \bar{u}_{i,j} d\Omega^t = \int_{\Omega} \rho \Delta b_i \bar{u}_i d\Omega^t + \int_{\Gamma_F} \Delta t_i \bar{u}_i d\Gamma^t, \quad \forall \bar{u}_i$$
 (2)

식(2)에서 1차 Piola-Kirchhoff 응력텐서 T_{ji} 와, Δt 동안 T_{ji} 의 증분 ΔT_{ji} 는, $T_{ji} =$

$JX_{j,k}\sigma_{ki}$ 인 관계식으로부터 σ_{ji} 로 나타낼 수 있으므로, 식(2)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_{\Omega} (\Delta\sigma_{ki}\delta_{jk} + \delta_{ji}\Delta u_{k,k} - \sigma_{ki}\Delta u_{j,k}) \bar{u}_{ij} d\Omega^t = \int_{\Omega} \rho \Delta b_i \bar{u}_i d\Omega^t + \int_{\Gamma_f} \Delta t_i \bar{u}_i d\Gamma^t, \quad \forall \bar{u}_i \quad (3)$$

그러나, Cauchy응력텐서 σ_{ij} 는 현재의 좌표계 x_i 로부터 관측된 응력을 나타내는 것이므로 물체가 그 좌표계에 대하여 강제회전운동하는 경우에 그 운동에 의존하여 변화하게 된다. 물체의 물리량은 이러한 강제회전운동에 대하여 변화하지 않으므로, 유한회전효과를 고려하면서 강제회전운동에 대하여 객관성을 갖는 Zaremba-Jauman증분을 Cauchy응력텐서에 도입하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$\sigma_{ij}^{\nabla} = \Delta\sigma_{ij} - \sigma_{ik}\omega_{kj} - \sigma_{jk}\omega_{ki} \quad (4)$$

여기서 $\omega_{ij} = (u_{j,i} - u_{i,j})/2$ 는 회전텐서이다. 이때 등방성재료의 탄성역내에서의 구성관계식은

$$\sigma_{ij}^{\nabla} = (\lambda \Delta \epsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2G \Delta \epsilon_{ij}^e) \quad (5)$$

로 표시되며 λ 와 G 는 제1, 제2의 Lamé상수이고 $\Delta \epsilon_{ij}^e$ 은 탄성변형률 증분이다. von Mises의 소성이론에서 항복함수는

$$f(\sigma_{ij}, Y) = \sqrt{3J_2} - Y \quad (6)$$

으로 표현된다. 이때 항복함수 f 가 0보다 작은 것은 탄성영역을 의미하며 f 가 0인 것은 항복이 일어났음을 의미한다. 여기서 $J_2 = s_{ij}s_{ij}/2$ 는 편차응력 s_{ij} 의 2차불변항이고, Y 는 변형률에 따라 결정되는 항복강도이다.

또, 등방성재료의 항복된 이후의 유동법칙은

$$\Delta \epsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (7)$$

으로 나타난다. 여기서, Λ 는 양의 스칼라

함수이다. 전체변형률증분 $\Delta \epsilon_{ij}$ 는 탄성변형률증분 $\Delta \epsilon_{ij}^e$ 와 소성변형률증분 $\Delta \epsilon_{ij}^p$ 의 합으로 표시된다고 가정하면 식 (5), (6), (7)로부터 von Mises 항복조건을 따르는 재료의 Prandtl-Reuss의 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{ij}^{\nabla} = D_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl} \quad (8)$$

여기서, D_{ijkl} 은 아래와 같이 표시되는 재료의 특성텐서이다.

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + G (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \frac{3\alpha G s_{ij} s_{kl}}{\bar{\sigma}^2 (1 + H'/3G)} \quad (9)$$

여기서, $\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$ 는 유효응력이다. 또한, $H' = H'_0 / (1 - H'_0/E)$ 로 표시되는데, H'_0 는 진응력-대수소성변형률 관계식의 기울기이다. 식(9)에서 탄성변형 또는 재하상태일 때 $\alpha=0$ 이고, 소성변형 또는 부하상태일 때 $\alpha=1$ 이다. 대변형유한요소수식(3)을 유한요소근사화하면 강성행렬이 비대칭이 되어 계산이 어려워진다. 따라서, 강성행렬을 대칭으로 만들기 위해 구성관계식을 다음과 같이 바꾸어 주었다.

$$\sigma_{ij}^{\nabla} + \sigma_{ij} \Delta u_{n,n} = \hat{D}_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl} \quad (10)$$

여기서

$$\hat{D}_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + G (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \frac{3\alpha G s_{ij} s_{kl}}{\bar{\sigma}^2 (1 + \hat{H}'/3G)},$$

$$\hat{H}' = \frac{H'_0}{\left(1 - \frac{H'_0}{E} - \frac{(1-2\nu)\bar{\sigma}}{E}\right)}$$

이다.

2.2 접촉기법

변형하는 재료가 강성다이에 접촉할 때, 접촉이 가능한 경계면 Γ_c^* 에 있는 절점의 다이에 대한 수직변위의 증분 Δu_n 는 다음과 같이 제한된다.

$$\Delta u_n - \Delta g_n = 0 \quad \text{on } \Gamma_c^* \quad (11)$$

이때 Δg_n 은 절점과 다이사이의 수직거리이다. 이 제한조건을 부여하기 위해 벌칙상수 k_n 을 도입하여 벌칙 함수법을 쓰면, 수직반력의 증분은 다음과 같다.

$$\Delta t_n = -k_n(\Delta u_n - \Delta g_n)^+ \quad \text{on } \Gamma_c^* \quad (12)$$

윗식에서, k_n 은 벌칙상수이고, $(\Delta u_n - \Delta g_n)^+$ 는 $(\Delta u_n - \Delta g_n)$ 가 양일때는 $(\Delta u_n - \Delta g_n)$ 이고, 음일때는 0이 되는 함수이다. 즉, $(\Delta u_n - \Delta g_n)$ 가 양일때는 재료가 다이에 침투한 상태를 뜻하고 음일때는 침투하지 않은 상태를 나타낸다. 이식으로부터 접촉경계조건에 의한 가상일은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_{\Gamma_c^*} \Delta t_n \bar{u} d\Gamma_c^t = - \int_{\Gamma_c^*} k_n (\Delta u_n - \Delta g_n)^+ \bar{u} d\Gamma_c^t \quad (13)$$

마찰은 접촉점에서 절점의 상대운동에 의해 일어나며, 쿨롱법칙은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$|\sigma_T| \leq \mu |\sigma_N| \quad (14)$$

이때, $|\sigma_T| < \mu |\sigma_N|$ 이면 $u_T = 0$ 으로 미끄럼 운동이 없고, $|\sigma_T| = \mu |\sigma_N|$ 이면 미끄럼운동이 존재하게 된다. 여기서, μ 는 표면 마찰계수를 뜻하며, σ_T 는 접선방향의 응력을 뜻하고 σ_N 은 수직방향의 응력을 뜻한다. 식(14)와 같은 마찰의 성질을 이용하여 σ_T 를 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\sigma_T = \mu \sigma_N \frac{u_T}{|u_T|} \Phi'_\epsilon \left(\frac{u_T}{|u_T|} \right) \quad (15)$$

여기서, $\Phi'_\epsilon(u_T/|u_T|)$ 는 마찰을 표현하기 위한 유연함수로서 본연구에서는

$$\Phi'_\epsilon \left(\frac{u_T}{|u_T|} \right) = \tanh \left(\alpha \frac{u_T}{|u_T|} \right) \quad (16)$$

로 나타내어 사용하였으며, 여기서, α 는 1보다 큰 수이다. 식(15), (16)로부터 마찰에 의한 가상일을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_c^*} \sigma_T \bar{u} d\Gamma_c^t &= \int_{\Gamma_c^*} \mu \sigma_N \frac{u_T}{|u_T|} \bar{u} d\Gamma_c^t \\ \Phi'_\epsilon \left(\frac{u_T}{|u_T|} \right) \bar{u} d\Gamma_c^t &= \int_{\Gamma_c^*} \mu \sigma_N \frac{u_T}{|u_T|} \\ \tanh \left(\alpha \frac{u_T}{|u_T|} \right) \bar{u} d\Gamma_c^t & \end{aligned} \quad (17)$$

앞서 나타낸 구성방정식과 접촉처리방법을 포함하면서, 특정시간에서의 형상을 기준으로 하여 변수를 표현하는 개량라그랑지안방식의 가상일을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^t} (L_{ijkl} \Delta u_{k,i}) \bar{u}_{ij} d\Omega^t + \int_{\Gamma_c^*} \{ k_n (\Delta u_n - \Delta g_n)^+ \bar{u}_n + \mu \sigma_N \frac{u_T}{|u_T|} \tanh \left(\alpha \frac{u_T}{|u_T|} \right) \bar{u}_T \} d\Gamma_c^t \\ = \int_{\Omega^t} \rho \Delta b_i \bar{u}_i d\Omega^t + \int_{\Omega^t} \Delta t_i \bar{u}_i d\Gamma_c^t, \\ \nabla \bar{u}_i (= \delta u_i) \text{ such that } \bar{u}_i = 0 \text{ on } \Gamma_B^t \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $L_{ijkl} = \bar{D}_{ijkl} - \sigma_{ik}^t \delta_{je} - \sigma_{jk}^t \delta_{ei}$ 이다.

식 (18)에서 계산영역을 유한요소로 구분하고 각 유한요소내에서 형상함수를 사용하여 유한차원 근사화하면 행렬방정식을 얻게 된다. 본해석에서는 등매개변수 사절점 사각형유한요소를 사용하여 식 (18)을 유한차원근사화하여 유한요소프로그램을 구성하였다.

3. 수치해석 및 고찰

엔진은 동력생성을 목적으로 연료를 연소시키기 때문에 작동중 많은 열을 발생시키고 그로인하여 엔진자체의 온도가 높아진다. 특히, 비행기의 경우는 자동차 등 일반적인 운송기계와 비교하여 구동메카니즘이 다르므로 현저하게 많은 에너지와 그에 따른 방대한 양의 열이 발생하게 된다. 따라서 비행기용 엔진의 부품인 블레이드 등은 고온에 잘 견딜 수 있는 재료로 만들어지거나, 아니면 구동 중에 온도를 낮출 수 있도록 냉각제를 사용하여야 한다.

냉각제를 사용하는 방법으로는 1970년대

에 블레이드에 물을 뿌려줌으로써 엔진속도와 배기량을 증가시키는 방법이 제안되었다⁽⁸⁾ 또한, 같은 시기에 블레이드내부에 구멍을 뚫어 냉각제(혹은 냉각액)를 통과시켜줌으로써 블레이드를 냉각시키는 방법도 제안되었다⁽⁹⁾. 냉각막으로 블레이드를 냉각시키는 방법은 1959년에 Hatch와 Pappel⁽¹⁰⁾이 2차원흐름주입모델을 제안함으로써 시작되었다. 그 후 이들의 제안을 기반으로 하여

Ramsey등⁽¹¹⁾이 1970년에 블레이드에 구멍을 뚫고 유동을 유출하여 냉각시키는 방법이 시작되었다. 최근까지 구멍의 위치나 배열, 크기등에 대하여 Eriksen⁽¹²⁾, Saluja⁽¹³⁾, Tillman⁽¹⁴⁾ 등의 연구가 계속되었다. 본 논문에서는 막냉각식의 블레이드를 박판으로 성형하는 경우를 수치해석하였다. Fig.1은 고정자 블레이드의 형상으로 냉각막과 냉각제유출구멍을 보여주고 있다. 해

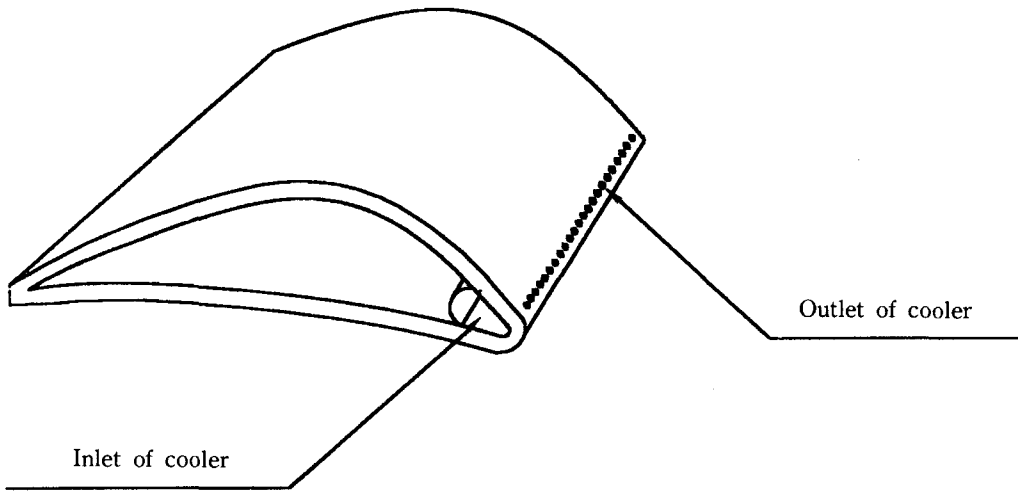


Fig. 1 Shape of a blade

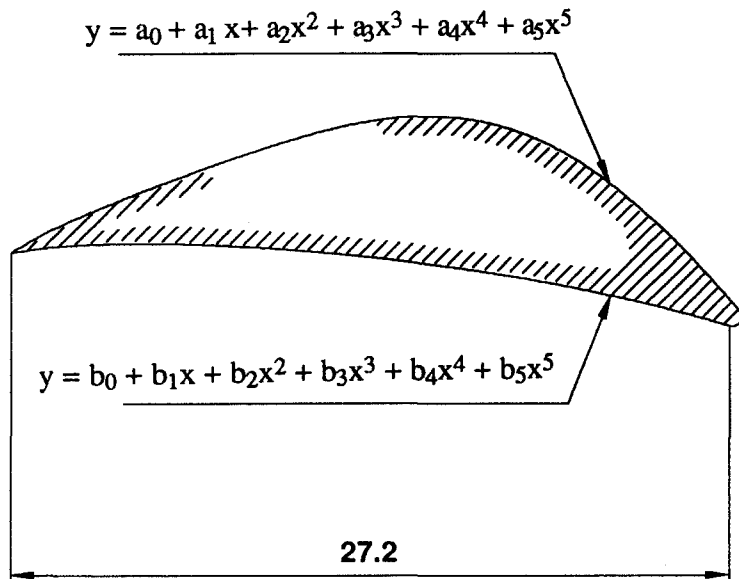


Fig. 2 Schematic diagram of a blade with approximated surfaces

석에 사용한 블레이드다이의 형상은 Fig.2에 나타내었는데, 이것은 실제 비행기부품으로 사용되는 블레이드의 형상을 그대로 채용한 것이다. 블레이드형상은 윗면과 아랫면을 5차식으로, 앞부분은 원으로 가정하여 근사하였다. 여기서, 내삽식의 계수 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ 는 각각 $-10.1, 4.60, -0.418, 2.02E-2, -4.68E-4, 3.95E-6$ 로 대입하였고, $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ 는 각각 $3.84, 1.30, -9.82E-2, 3.59E-3, -6.69E-5, 4.76E-7$ 로 대입하였다. 해

석에 사용된 재료는 알루미늄 티타늄합금이며 재료의 두께는 실형상태로 1mm로 하였고 마찰은 0.15로 하였다.

블레이드의 성형이 아랫면은 프레스성형으로 이루어지므로 근사된 다이형상에 대한 프레스성형 공정을 탄소성유한요소법을 이용하여 해석하였다. 아랫면의 단계별 변형형상은 Fig.3에 나열하였다. 이러한 프레스성형시의 해석 결과를 초기치로 이용하여, 박판방향으로는 인장력을 부과하고, 박판에 직각인 방향으로 매계산단계마다 일정한 길

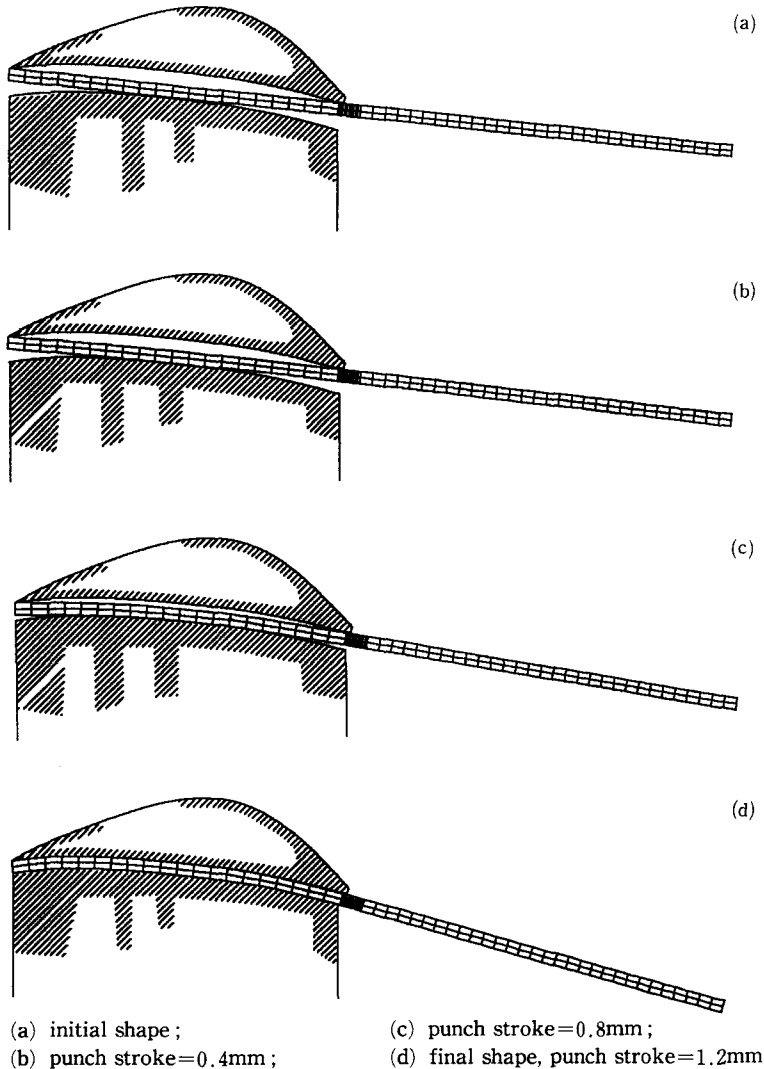
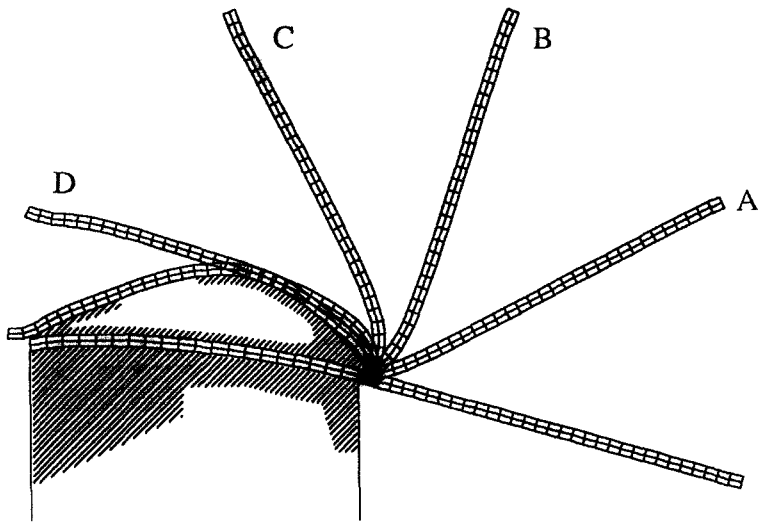


Fig. 3 Deformed shapes during press forming:



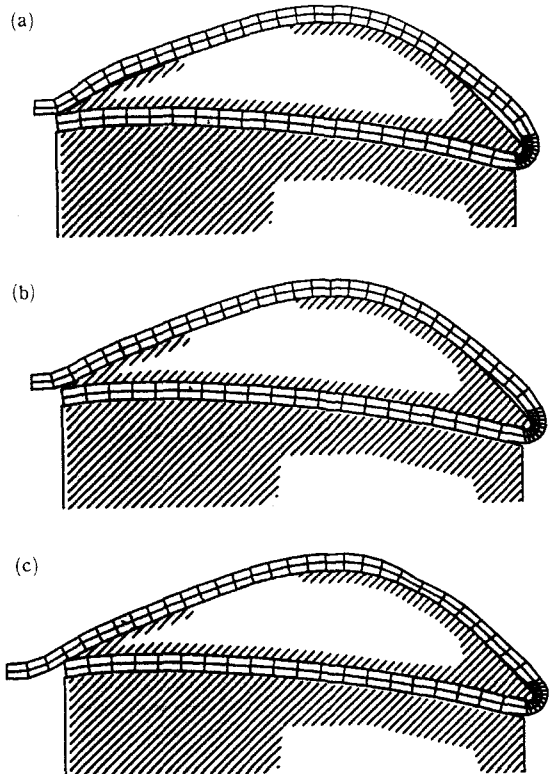
A=300 steps; B=600 steps; C=900 steps; D=1200 steps; E=1331 steps(final shape)

Fig. 4 Deformed shapes at selected step with the tensile force of 80kN :

이만큼 변위를 주어 블레이드성형공정을 해석하였다. 박판방향의 인장력을 60kN, 80kN, 100kN으로 20kN씩 늘려가며 블레이드성형에 있어서 인장력이 어떤 영향을 미치는지 알아보았다.

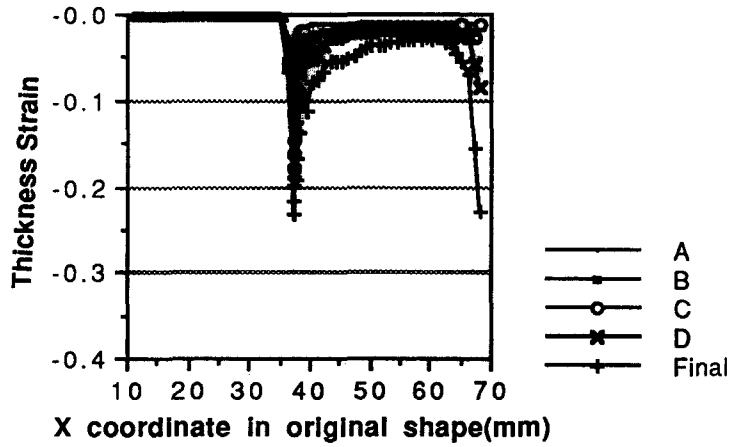
Fig.4에 인장력을 80kN으로 준 경우에 대하여 초기, 300, 600, 900, 1200스텝과 최종단계인 1331스텝에서의 변형형상을 나타내었다. A, B, C, D로 나타낸 것이 각각 300, 600, 900, 1200스텝에서의 형상이다. Fig.5에 인장력을 60kN, 80kN, 100kN으로 부과한 각각의 경우에 대한 최종 형상을 나타내었다.

Fig.5(a)에서 인장력이 60kN일 때의 최종형상을 보면, 다이의 옆면에서 박판이 밀착되지 않고 많이 벌어져 있음을 알 수 있다. Fig.5(b)를 보면 인장력이 80kN일 때에는 박판이 다이의 형상과 거의 같게 성형되고 응력집중이 없음을 알 수 있다. 그러나 Fig.5(c)에서 보는 것처럼 인장력이 100kN일 때에는 다이의 형상에 맞게 성형되지만 윗면의 오른쪽부분에서 박판의 두께가 얇아지는 것으로 보아 인장력이 과다하게

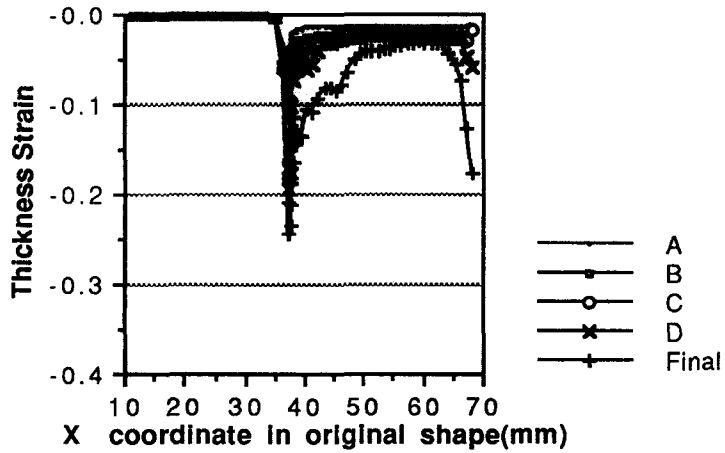


(a) tensile force is 60kN;
(b) tensile force is 80kN;
(c) tensile force is 100kN

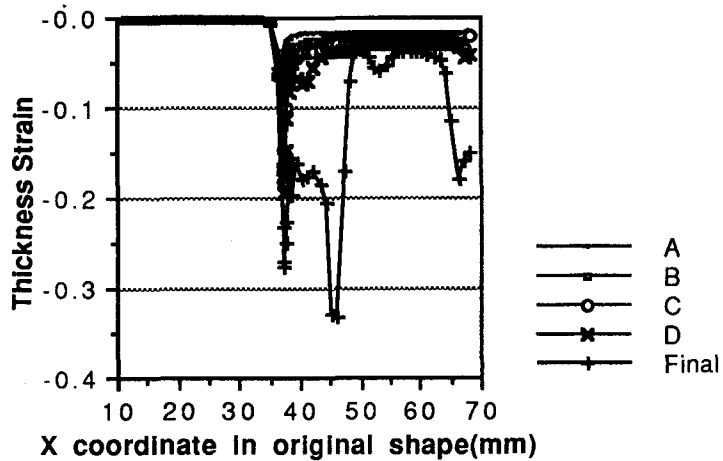
Fig. 5 Final shapes after stretch forming:



(a)



(b)



(c)

(a) when tensile force is 60kN; (b) when tensile force is 80kN; (c) when tensile force is 100kN

Fig. 6 Thickness strain distributions:

가하여져서 응력집중이 일어나 네킹의 가능성이 있음을 예측할 수 있다.

Fig.6에 각각 인장력이 60, 80, 100kN 일때의 300, 600, 900, 1208스텝과 최종 단계에서의 두께변형률분포를 초기좌표에 대하여 나타내었다. 세가지 경우 모두 블레이드 앞쪽의 곡률이 큰 곳에서 두께 변형률이 큰 것을 알 수 있다. 100kN에서는 최종변형률상에서 나타난 것과 같이, 최종단계에서 윗면의 특정부위에 매우 큰 변형률이 생기는 것을 알 수 있다.

이상과 같은 해석으로부터 블레이드의 성형에 있어서 인장력의 변화는 매우 중요한 성형변수로 작용한다는 것과 블레이드의 기하학적 형상, 크기에 따라 적당한 인장력을 주어야 한다는 것을 알 수 있다. 그리고, 블레이드성형시에 과다한 인장력을 가하여 재료의 판단이 일어난다면, 해석에 사용된 형상에서는 블레이드의 오른쪽윗면에서 판단이 일어나리라는 것을 예측할 수 있다.

4. 결 론

개량라그란지수식화에 의한 탄소성유한요소프로그램을 구성하고 다이와 재료간의 접촉기법을 첨입하여, 비행기용 엔진의 고정자 블레이드성형공정을 해석하였다. 박판을 다이에 감싸면서 인장성형할때, 박판에 가하는 인장력의 크기에 따른 변형형상과 두께변형률분포를 구하고, 인장력의 크기가 블레이드의 최종형상과 변형집중에 큰 영향을 끼쳐 성형의 중요한 변수가 됨을 알 수 있었다. 또한 변형형상으로부터 다이와 재료간의 접촉이 적절히 고려되었음을 확인하였다.

참고문헌

- (1) Hibbit, H.D., Marcal, P. V. and Rice, J. R., 1970, "A Finite Element Formulation for Problems of Large Strain and Large Displacement", Int. J. Solids Structures, Vol.6, pp. 1069~1089
- (2) McMeeking, R.M. and Rice, J.R., 1975, "Finite Element Formulation for Problems of Large Elastic-Plastic Deformation", Int. J. Solids Structures, Vol. 11, pp.601~616
- (3) Lange, K., Herrmann, M., Keck, P. and Wilhelm, M., 1991, "Application of an Elasto-Plastic Finite Element Code to the Simulation of Metal Forming Processes", J. Mater. Process. Technol., Vol. 27, pp.239~261
- (4) Nakamachi, E., 1992, "Anisotropic Elastic-Plastic Finite Element Solution of 3-D Sheet Forming", Numerical Methods in Industrial Forming Processes, Edited by Chenot, pp. 509~514
- (5) Wiffler, A.S., 1976, "An Incremental Complete Solution of the Stretch Forming and Deep Drawing of a Circular Blank using a Hemispherical Punch", Int.J. Mech. Sci., Vol. 24, pp.23~31
- (6) Hung Y.M., Lu, Y.H. and Makinouchi, A., 1992, "Elasto-Plastic Finite Element Analysis of V-Shape Sheet Bending", J. Mater. Process. Technol., Vol.35, pp.129~150
- (7) Bathe, K. J., 1982, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632
- (8) Hawker Siddeley Harrier Co., 1970, "Powerplant: Water Injection System", Aircraft Engineering - Journal of Aeronautical Engineering, January, Vol. XL11, No. 1, 491st Issue, pp.31~32
- (9) Suci, S.N., 1970, "High Temperature Turbine Design Consideration", Aircraft

- Engineering-Journal of Aeronautical Engineering, December, pp.10~17
- (10) Hatch, J. E. and Pappel, S.S., 1959, "Use of theoretical Flow Model to Correlate Data for Film Cooling or Heating an Adiabatic Wall by Tangential Injection of Gases of Different Fluid Properties", NASA, TN-130
- (11) Ransey, J. W., Goldstein, R. J., and Eckert, E.R.G., 1970, "A Model for Analysis of Temperature Distribution with Injection of a Heated Jet into an Isothermal Flow", 4th International Heat transfer Conference, Paper No. FC 8.5, Elsevier, Amsterdam
- (12) Ericksen, V. L., Eckert, E.R.G. and Goldstein, R.J., 1971, "A Model for Analysis of the Temperature Field Downstream of a Heated Jet Injected into an Isothermal Cross Flow at an Angle of 90 Degrees", NASA, CR 72990
- (13) Saluja, C.L., "Film Cooling from Rows of Discrete Holes", 1977, Ph.D. Thesis, University of Wales Institute of Science and Technology, Cardiff, England
- (14) Tillman, E.S., hartel, E.O. and Jen, H. F., 1985, "The Prediction of Flow through Leading Edge Holes in a Film Cooled Airfoil with and without Inserts", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 107, No.1, pp. 92~98