

고체 내부의 구조적 변화를 위한 Laser Pulse의 설계

金 英 權

홍익대학교 공과대학 기초과학과
(1994. 9. 30 접수)

Designing Laser Pulses for Manipulating the Interior Structure of Solids

Young Sik Kim

Department of Applied Science, Hong-Ik University, Seoul 121-791, Korea
(Received September 30, 1994)

요 약. 주어진 시간에 금속 고체 내부의 목표 부위에 탄성에너지를 집중시킬 수 있도록 표면에 가해주는 최적의 레이저 pulse의 형태를 디자인 하는 문제에 관하여 연구하였다. 금속고체 표면에 레이저를 쏘여주면 흡수된 광에너지가 열로 바뀌어 열팽창에 의하여 종파와 횡파가 고체 내부로 전파된다. 최소의 레이저의 세기를 사용하고 다른 부위에 영향을 최소화하면서 목표 부위에 원하는 에너지를 집중시킬 수 있는 최적의 레이저 펄스의 형태를 공액 변화 방법과 반 공간 Green 함수를 이용한 유한 요소법으로 조사하였다. 최적의 레이저 펄스로부터 원하는 시간에 목표 부위에 탄성에너지를 집중시키는 것을 보여주었고 또한 대부분의 에너지가 방향성이 큰 횡파로부터 온다는 것을 알았다.

ABSTRACT. This paper is concerned with the design of optimal surface heating patterns that result in focusing acoustic energy inside a subsurface target volume at a specified target time. The surface of the solid is heated by an incident laser beam which gives rise to shear and compressional waves propagating into the solid. The optimal heating design process aims to achieve the desired energy focusing at the target with minimal laser power densities and minimal system disturbance away from the target. The optimality conditions are secured via the conjugated gradient method and by the finite element method along with using the half-space Green's function matrix. Good quality energy focusing is achieved with the optimal designs reflecting the high directivity of the photothermally generated shear wave patterns.

서 론

탄성파는 고체 물질의 구조나 성질들을 연구하고 변형시키는데 매우 효과적으로 사용되어 왔다¹. 여기서 탄성파는 유체나 기체에서의 음파와 같이 한 가지 속도를 가진 파의 스칼라장을 나타내는 것이 아니고 서로 다른 속도를 가진 파들(종파, 횡파 등)의 벡터장을 의미한다. 만약, 고체내에 이용 목적에 적합한 형태의 탄성파를 만들 수 있다면 물리적으로 고체를 절단하지 않고도 내부 구조를 연구할 수 있고 또한 특정 부위를 변형시킬 수 있는 고체의 3차원적 가공에 효과적으로 이용될 수 있을 것이다. 즉 넓은

고체 표면에 약한 에너지를 가하여 그로부터 발생하는 탄성파들의 간섭효과에 의해 고체 내부의 작은 부위에 에너지를 모을 수 있다면 고체 다른 부위에 손상이 없이 내부의 목표 부위만을 변화시킬 수 있을 것이다.

이러한 탄성파 연구의 주안점은 탄성파를 발생시키는 메카니즘과 고체내에서 발생된 탄성파들의 상호작용에 관한 것이다. 먼저 탄성파의 발생 방법에는 변환기(transducer)^{2,3}와 매개 물질을 이용한 탄성 렌즈⁴ 등과 같이 고체 표면에 직접 접촉하여 탄성파를 발생시키는 방법과 레이저, 전자빔 등과 같이

표면에 접촉하지 않고도 발생시키는 방법들이 있다. 본 연구에서는 고체 표면으로부터 먼 곳에서도 탄성파를 발생시킬 수 있고 또한 시간적, 공간적으로 조절이 용이한 레이저에 의한 방법에 대하여 연구하였다⁶.

일반적으로 레이저를 쬐어 탄성파를 발생시키는 방법에는 두 가지가 있는데 그 중 비교적 강한 세기의 레이저를 이용하는 방법은 고체 표면에 검은 페인트나 액체막을 입힌 뒤 레이저를 쬐어서 표피막을 증발시키면 고체 표면에 수직 방향의 운동량이 전달되어 탄성파가 발생한다. 이때 희생 표피막은 금속 표면의 손상없이 표면과 수직방향의 단일 방향의 힘(monopole force)을 주어 강한 탄성파를 발생시킨다. 이러한 탄성파의 최적 제어 문제는 본 연구진에 의해 연구되었다⁶. 비교적 약한 세기의 레이저를 이용하는 방법에서는 직접 고체 표면 위에 레이저를 쬐어 흡수된 광에너지가 열에너지로 바뀌어 표면에서 팽창이 일어나면서 탄성파를 발생시킨다. 이때 금속 고체의 경우, 광에너지의 흡수는 대부분 표면에서만 일어나므로 열에너지에 의해 팽창되는 힘은 주로 표면과 같은 방향으로의 양 방향 힘(dipole force)으로 나타나게 된다⁷⁻¹². 본 연구에서는 이러한 힘을 이용하여 고체 내부의 특정 부위에 탄성에너지를 집중시키는 문제에 대하여 연구하였다.

고체내에서 이용 목적에 적합한(본 연구에서는 내부의 특정 부위에 에너지를 집중시키는) 탄성파를 발생시키기 위하여 표면에 가해주는 최적의 에너지원의 형태를 시간적, 공간적으로 디자인하는 것은 매우 복잡한 문제이다. 특히 실제 이용할 때의 여러 제약조건까지 고려한다면, 최적의 에너지원 형태를 직관적으로 알아내기란 거의 불가능하다. 그러나 변분법 계산의 일종인 최적 제어 이론은 이러한 여러 가지 제약조건까지 포함하여 어떤 물리적 계가 원하는 상태로 가기 위하여 외부에서 가해주는 최적의 힘을 계산하여 준다¹³. 이러한 최적제어이론은 이미 공학, 특히 많은 자유도와 가해주는 힘이 제한조건이 있는 동역학 문제에 많이 응용되고 있고 최근에는 분자운동을 제어하기 위한 최적의 레이저 펄스의 형태를 디자인하는데 이용되고 있다¹⁴.

본 연구의 목적은 최적 제어 이론을 이용하여 금속 고체 표면에 가하여 가장 최소의 레이저 에너지로

다른 부위의 손상없이 내부의 특정 부위에 원하는 에너지를 집중시킬 수 있는 레이저 펄스의 형태를 시간적, 공간적으로 디자인하는 것이다.

최적 제어 문제

최적 제어 문제를 만들기 위해서는 몇 가지 기본 요소들이 있다. 먼저 계의 마지막 상태가 원하는 상태(탄성파의 집중)와 다른 정도를 표시하는 함수와 이를 얻기 위해 소요되는 비용함수(목표 부위 이외의 손상) 그리고 계의 물리적 행동을 규정하는 제한조건(탄성파의 운동 방정식)으로 구성되어 있다. 이들 요소를 포함한 범함수를 최소화시키는 입력값(driving force)은 가장 적은 비용으로 운동 방정식에 의해 원하는 계의 상태를 만들어내는 최적의 입력값을 나타낸다. 원하는 목적에 따라 원하는 계의 상태는 여러가지로 달라질 수 있다. 본 연구에서 원하는 계의 상태는 고체 내부의 특정 목표 부위에 정해진 시간에 탄성에너지(운동에너지와 장력에너지)를 최대화시키는 것이다. 비용함수는 목표 부위 이외의 부분에 대한 에너지를 최소화시키고 또한 표면에 가해주는 힘의 세기를 최소화시키는 것이다.

본 연구의 물리적 계는 등방성 균일탄성고체(즉 금속 고체)로 표면에 레이저를 쬐이며 입사된 광에너지의 일부가 열로 바뀌고, 이에 따라 표면의 열 팽창으로 응력이 생겨 고체 내부로 종파(압축파)와 횡파가 전파되게 된다. 따라서 이들의 운동방정식은 탄성파의 파동방정식과 열전달 방정식으로 나타낼 수 있다.

탄성파가 전파되는 운동 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu u_{i,j} + (\lambda + \mu) u_{j,i} - \gamma T_{,i} = \rho \ddot{u}_i \quad (\vec{x}, t) \in V \times I^+ \quad (1)$$

여기서 λ 와 μ 는 Lamé 상수, ρ 는 밀도, $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha$, α 는 열팽창계수 그리고 T 는 온도의 증가를 나타낸다. V 는 반 공간을 차지하는 고체 부피 그리고 I^+ 는 레이저 펄스가 시작된 다음부터의 시간을 나타낸다. 식 (1)에서 $\gamma T_{,i}$ 항은 열팽창에 의한 힘을 나타내고 이때의 초기 조건과 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$u_i(\vec{x}, 0) = \dot{u}_i(\vec{x}, 0) = 0 \quad \vec{x} \in V \quad (2)$$

$$\lambda u_{ij} n_i + \mu(u_{ij} + u_{ji}) n_j = \gamma T n_i \quad (\vec{x}, t) \in S \times t^+ \quad (3)$$

여기서 n_i 는 표면과 수직방향으로의 단위 벡터를 나타낸다. 열 전달 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$-KT_{,ij} + \rho C_v \dot{T} = h \quad (\vec{x}, t) \in V \times t^+ \quad (4)$$

여기서 K 는 열전도도, C_v 는 일정 부피에서의 비열 그리고 h 는 레이저에 의해 발생된 열원을 나타내고 이때의 초기 조건과 경계조건을 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} T(\vec{x}, 0) &= 0 & \vec{x} \in V \\ KT_{,ij} n_j &= 0 & (\vec{x}, t) \in S \times T^+ \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 표시한 식들은 지수 표기법을 사용하였는데 이것은 모든 지수에 대하여 합을 가정하고, 쉼표 다음의 지수는 공간에 대한 미분을 그리고 점표는 시간에 대한 미분을 나타낸다.

레이저를 이용하여 원하는 형태의 시간적, 공간적 온도의 변화를 얻는 문제는 매우 복잡하다. 즉 레이저를 이용하여 음의 방향의 온도 변화와 증가 폭이 감소하는 온도변화를 유도하는 문제는 거의 불가능하다. 이러한 문제를 해결하기 위해 레이저와 금속 표면간의 상호작용에 몇 가지 가정을 도입하여 간략화할 수 있다. 완전한 열전달 방정식은 탄성 변위와 온도와의 상관항을 포함하는데 이는 열에너지가 응력을 발생시키는 것과 같이 물체의 변형 역시 열을 발생시키기 때문이다. 그러나 이 상관항은 고체의 비열에 비해 매우 작으므로 무시하여 열에너지가 응력을 발생시키는 한쪽 방향으로만의 연관식으로 근사하였다(이것을 열-응력 이론이라 부른다).

열전달 방정식은 이 문제에서의 다른 어떤 길이보다 열을 받는 표피층의 두께가 아주 작다는 사실로부터 더욱 간단히 근사될 수 있다. 즉, 금속 표면에 레이저 빛을 쬐이면 이 빛은 금속 표면으로부터 아주 작은 거리(optical skin depth), 보통 10^{-8} cm 밖에 침투하지 못한다¹⁵. 레이저 펄스 동안, 열이 표면으로부터 확산되는 거리는 대략 $d \approx \sqrt{\tau D}$ 이고 여기서 τ 는 펄스 길이 그리고 D 는 열확산 계수이다. 레이저 펄스 길이는 목표 부위의 넓이와 탄성파의 속도를 고려하면, 대략 30에서 300 μ s 정도이고, 알루미늄의 열확산 계수 0.98 cm^2/s 를 사용하면 표면에서부터 열을 받은 층의 깊이는 대략 1 μ m 정도이다. 0.1 cm

정도의 탄성파의 파장과 비교하면 레이저 펄스 동안 열이 확산된 길이는 무시할 수 있다. 따라서 고체가 선형운동을 한다면, 열이 확산된 표피층에 의한 탄성과 발생을 무시할 수 있고 따라서 오직 고체 표면만 열을 받는다고 가정할 수 있다(즉, 식 (4)에서 열전달 계수 K 를 0으로 놓을 수 있다). 또한 식 (4)에서 열에너지원 h 를 다음과 같이 레이저의 세기 $I(r, t)$ 와 optical skin depth Δ 로 나타낼 수 있다.

$$h(\vec{x}, t) = \frac{I(r, t)}{\Delta} \exp\left(\frac{-z}{\Delta}\right) \quad (6)$$

위의 가정 즉 오직 고체 표면만 열을 받는다고 하면 식 (6) $\Delta \rightarrow 0$ 이고 이때의 온도와 레이저의 세기는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{T}(\vec{x}, t) = \frac{h(\vec{x}, t)}{\rho C_v} \quad (7)$$

$$h(\vec{x}, t) = I(r, t) \delta(z) \quad (8)$$

그러면, 고체 내부의 어떤 점에서의 i -방향의 변위, $u_i(\vec{x}, t)$ 는 탄성 고체의 반공간 Green's 함수 $G_{ij}^{(+)}$ 를 사용하여^{6,16}, 식 (1)에서 열팽창 γT_j 를 부피 힘으로, 또한 식 (3)의 $\gamma T n_i$ 를 표면에 가해진 응력으로 생각하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u_i(\vec{x}, t) &= - \int_0^t dt_0 \int_V dV G_{ij}^{(+)} \gamma T_j \\ &+ \int_0^t dt_0 \int_S dS G_{ij}^{(+)} \gamma T n_j \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)를 부분 적분하고 divergence 원리를 쓰면, 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_i(\vec{x}, t) = \int_0^t dt_0 \int_V dV \gamma T G_{ij}^{(+)} \quad (10)$$

여기서 단위 힘에 대한 Green's 함수의 gradient를 사용하면 온도의 변화가 양 방향 힘(dipole force)으로 작용하는 것을 보여준다. 변위를 쪼여주는 레이저의 세기로 나타내기 위하여 식 (7)을 사용하면

$$u_i(\vec{x}, t) = \frac{\gamma}{\rho C_v} \int_0^t dt_0 \int_V dV G_{ij}^{(+)} h \quad (11)$$

여기서 $G_{ij}^{(+)}$ 는 delta 함수 대신 Heaviside 계단 함수 $H(t)$ 의 양쪽 방향의 힘에 대한 Green's 함수를

나타낸다¹⁶. Optical skin depth은 0으로 가정할 때 식 (8)을 이용하면 식 (11)은 다음과 같이 변위와 레이저의 세기간의 관계로 주어진다.

$$u_i(\vec{x}, t) = \frac{\gamma}{\rho C_v} \int_0^t dt_0 \int_V dS G_{ij}^{(k+)} I(r, t) \quad (12)$$

이제까지 레이저 빛의 입력값에 의한 계의 반응을 나타내었다. 이를 이용하여 가장 적은 비용으로 주어진 t_f 에 원하는 목표 부위 V_c 에 특정의 탄성에너지 밀도를 모을 수 있는 최적 제어 문제를 만들어 보자. 먼저 범함수 J 를 다음과 같이 쓰면

$$J[u_i, h] = \phi(t_f) + L_1 + L_2 + L_3 \quad (13)$$

각 항들은 다음과 같이 주어진다.

$$\phi(t_f) = \left| \int_{V_c} dV \varepsilon(\vec{x}, t_f) - E_p \right| \quad (14)$$

$$L_1 = w_1 \left[\int_V dV \int_0^{t_f} dt \varepsilon(\vec{x}, t) - w_1' \int_{V_c} dV \varepsilon(\vec{x}, t_f) \right] \quad (15)$$

$$L_2 = \frac{w_2}{2} \int_V dV \int_0^{t_f} dt h^2 \quad (16)$$

$$L_3 = w_3 \int_V dV \int_0^{t_f} dt \int_{V_c} dV h \quad (17)$$

여기서 $\varepsilon(\vec{x}, t)$ 는 에너지 밀도를 나타낸다. 식 (14)의 함수 $\phi(t_f)$ 를 최소화시키는 것은 주어진 시간 t_f 에 원하는 목표 부위 V_c 에 E_p 만큼의 에너지를 모으는 것을 의미한다. 이러한 목적을 이루기 위한 반대급부적 이용함수들이 $L_1 \sim L_3$ 이다. 비용함수 L_1 의 최소화는 목표시간 t_f 에서 목표 부위 V_c 를 제외한 나머지 부위와 모든 시간에서 탄성에너지가 최소화되는 것을 의미하고, L_2 와 L_3 는 각기 열의 세기와 고체 표면을 통해 들어온 총에너지가 최소화되도록 하는 비용함수이다. 이때 비중계수 w_1, w_2, w_3 는 각 경우에 따라 ϕ 와 L_i 들의 중요한 정도를 조절할 수 있게 하여준다. 다음 결과부분에서 보다 자세하게 이들의 여러가지 선택에 대하여 설명할 것이다.

위의 범함수 J 를 운동 방정식을 따르면서 최소화시키는 제한된 최소화 문제는 Lagrange 곱함수 ψ_i 를 도입함으로써 무제한 극소화 문제로 바꿀 수 있다¹³. 따라서 J 를 최소화하는 대신 다음의 수정된 J 범함수를 최소화시키면 된다.

$$\bar{J}[u_i, h, \psi_i] = J - \int_V dV \int_0^{t_f} dt \psi_i [\mu \ddot{u}_{ij} + (\lambda + \mu) u_{j,ii} - \gamma T_{,i} - \rho \ddot{u}_i] \quad (18)$$

식 (14)와 (15)에서의 에너지 밀도는 원하는 목적에 따라 기계적 에너지 밀도나 또는 열에너지 밀도까지 포함한 총에너지 밀도로 달리 선택할 수 있다. 기계적 에너지 밀도는 운동에너지와 장력에너지의 합으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\varepsilon(\vec{x}, t) = \frac{\rho}{2} \dot{u}_i \dot{u}_i + \frac{\lambda}{2} (u_{k,k})^2 + \frac{\mu}{2} u_{i,j} (u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (19)$$

이와 비슷하게 총에너지 밀도는 다음과 같이 주어진다.

$$\varepsilon^T = \varepsilon - \gamma T u_{k,k} + \rho C_v T. \quad (20)$$

에너지 보존법칙으로부터 각 에너지의 시간에 따른 변화는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \int_V dV \varepsilon(\vec{x}, t) = \int_V dV \gamma T \dot{u}_{i,i} \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V dV \varepsilon^T(\vec{x}, t) = \int_V dV \rho C_v \dot{T} \quad (22)$$

식 (14)의 목표 부위 탄성에너지는 열에너지로 바뀌는 것이 거의 무시되므로 오직 기계적 에너지만으로 계산하였다. 식 (18)이 안정화된 최소값을 가질 필요조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta \bar{J}[u_i, h, \psi_i] = 0 \quad (23)$$

즉 식 (18)의 각 항에 대하여 u_i, ψ_i 와 h 에 대하여 변분을 취하면 \bar{J} 를 최소화 안정화 조건은 $\delta u_i, \delta \psi_i$ 와 δh 가 각각 독립적이라는 사실로부터 각 계수들을 0으로 놓으므로써 얻을 수 있다. 즉 Lagrange 곱함수 변분항으로부터 식 (1)~(3)의 계의 운동 방정식, 경계조건과 초기조건이 만들어지고 이와 같은 방법으로 δu_i 항으로부터 Lagrange 곱함수의 운동방정식 (adjoint equations of motion)과 경계조건 그리고 말기 조건을 다음과 같이 구할 수 있다⁶.

$$\mu \psi_{ij} + (\lambda + \mu) \psi_{j,ii} + w_1 [\gamma T_{,i} - (t_f - t) \gamma \dot{T}_{,i}] = \rho \ddot{\psi}_i \\ (\vec{x}, t) \in V \times t^+ \quad (24)$$

$$\lambda \psi_i m_i + \mu (\psi_{ij} + \psi_{ji}) m_j = -w_1 [\gamma T - (t_f - t) \gamma \dot{T}] n, \quad (\bar{x}, t) \in S \times t^+ \quad (25)$$

$$\psi_i(\bar{x}, t) = \begin{cases} (w_1 w_1' \pm 1) \dot{u}_i(\bar{x}, t) \\ 0 \end{cases}$$

$$\dot{\psi}_i(\bar{x}, t) = \begin{cases} (w_1 w_1' \pm 1) \ddot{u}_i(\bar{x}, t) & \text{if } x \in V_c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (26)$$

위 식들로부터 Lagrange 곱함수는 반공간 Green's 함수를 사용하여 다음과 같이 쓸 수 있다⁶.

$$\psi_i(\bar{x}, t) = (w_1 w_1' \pm 1) \rho \int_{V_c} dV [G_{ij}^{(-)} \ddot{u}_j(t) - \dot{u}_j(t) - \dot{u}_i(t) \dot{G}_{ij}^{(-)}] - w_1 \int_{t_f}^t dV \int_V dV \gamma G_{ij}^{(-)} [T - (t_f - t) \dot{T}] \quad (27)$$

여기에서 선발 Green's 함수 $G_{ij}^{(-)}(\bar{x}, t; \bar{x}_0, t_0)$ 는 시간의 역으로 \bar{x}_0 위치의 j 방향으로의 단위 힘에 대해 \bar{x} 위치에서는 i 방향으로의 반응을 나타낸다⁶. 이 선발 Green's 함수와 지연 Green's 함수는 다음과 같은 관계를 가지고 있다¹⁷.

$$G_{ij}^{(-)}(\bar{x}, t; \bar{x}_0, t_0) = G_{ij}^{(+)}(\bar{x}, -t; \bar{x}_0, -t_0) = G_{ij}^{(+)}(\bar{x}, t_0; \bar{x}_0, t) \quad (28)$$

마지막으로, 제어 함수인 열에너지원의 변위 δh 에 대한 수정 목적 함수 $\delta \bar{J}$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\delta \bar{J}}{\delta h(\bar{x}, t)} = \frac{w_1 \gamma}{\rho C_v} \left[\int_{t_f}^t dV u_{ii}(v) - (t_f - t) u_{ii} \right] + w_2 h + w_3 (t_f - t) - \frac{\gamma}{\rho C_v} \int_{t_f}^t dV \psi_{ii}(v) \quad (29)$$

여기서 처음에 소개한 가정, 즉 열과 온도의 증가는 탄성파의 파장과 비교하여 고체 표면과 아주 얇은 층에 한정되어 있으므로 표면만 열과 온도의 증가가 있다고 가정하면 길이 z 방향의 적분이 필요없으므로 계산이 매우 간단해진다⁶. 즉 식 (8)을 사용하면 식 (11), (27) 그리고 (29)는 다음과 같이 고체 내부의 변위들을 레이저의 세기로 나타낼 수 있게 한다.

$$u_i(\bar{x}, t) = \frac{\gamma}{\rho C_v} \int_0^t dt_0 \int_S dS G_{ij}^{(+)} I \quad (\bar{x}, t) \in V \times t^+ \quad (30)$$

$$\psi_i(\bar{x}, t) = (w_1 w_1' \pm 1) \rho \int_{V_c} dV [G_{ij}^{(-)} \ddot{u}_j(t) - \dot{u}_j(t) \dot{G}_{ij}^{(-)}] - \frac{w_1 \gamma}{\rho C_v} \int_{t_f}^t dV \int_S dS G_{ij}^{(-)} [I - (t_f - t) \dot{I}] \quad (\bar{x}, t) \in V \times t^+ \quad (31)$$

$$\frac{\delta \bar{J}}{\delta I} = \frac{\gamma}{\rho C_v} \left[\int_{t_f}^t dV \{w_1 u_{ii}(v) - \psi_{ii}\} - w_1 (t_f - t) u_{ii} \right] + w_2 I + w_3 (t_f - t) \quad (\bar{x}, t) \in S \times t^+ \quad (32)$$

지금까지는 목적함수 \bar{J} 를 최소화시키기 위하여 제어함수인 열에너지원 또는 레이저 세기가 음의 값과 양의 값을 다 가질 수가 있었다. 그러나 실제적으로 음의 값을 갖는 열에너지원을 만들기는 쉽지 않으므로 제어함수가 양의 값만을 갖도록 다시 정의했다.

$$h(\bar{x}, t) = \frac{1}{2} E^2(r, t) \delta(z) \quad (33)$$

여기서 E 는 흡수된 레이저 세기의 제곱근을 나타낸다. 또한 식 (16)의 레이저 세기에 대한 비용 함수도 다음과 같이 바꾸어 사용한다.

$$L_2 = \frac{w_2}{2} \int_S ds \int_0^{t_f} dt E^2 \quad (34)$$

이제 최적화 문제는 상태함수 식 (30)과 Langrange 곱함수 식 (31)의 적분식을 전체 목적함수 \bar{J} 가 수렴 조건을 만족할 때까지 식 (32)를 이용하여 최소화 방향으로 순환적으로 풀어가는 문제로 간략화 될 수 있다. 다시 말하면, 먼저 초기의 레이저 세기 I 를 선정하여 식 (30)으로부터 고체 내부의 변위와 식 (31)로부터 Langrange 곱함수의 값을 얻으면, 전체 목적함수 \bar{J} 값과 제어함수에 대한 목적함수의 변위 식 (32)를 이용하여 보다 최소화를 만족시키는 새로운 레이저 세기 I 를 얻을 수 있다. 이러한 과정을 수렴조건이 만족될 때까지 계속 반복 계산하는 것이다.

계산결과 및 고찰

앞절에 기술한 연속적인 시공간의 최적 제어 문

Laser Irradiation

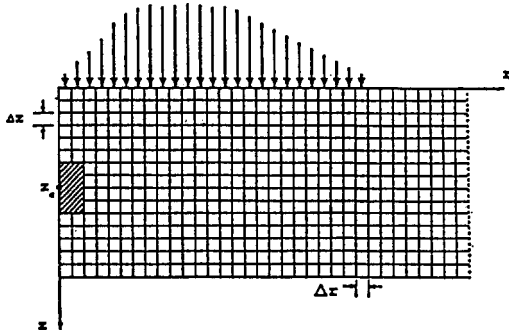


Fig. 1. Finite-element mesh for the half-space under the axial-symmetric surface laser irradiation $I(r, t)$. The shaded part denotes the target volume V_c which is centered at $(r, z)=(0.0, 0.8)$.

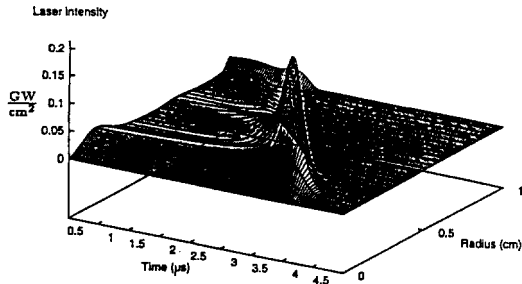


Fig. 2. Optimal laser irradiation in $\text{GW}/\text{cm}^2 = 10^9 \text{ W}/\text{cm}^2$ as a function of time and space. $w_1 = w_2 = w_3 = 0$.

제를 제어함수의 계수 조작을 통하여 최소화시키는 수학적 문제를 만들려면, 연속적 시공간을 잘게 나누어야 한다⁶. 보다 자세한 내용은 참고문헌⁶에 자세히 기술되어 있다. 고체 표면은 경계요소법¹⁶에 의해 중심축에 대하여 대칭인 여러 고리부분으로 잘게 나누었고, 목표 부위 V_c 는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 여러 개의 원통형 유한 요소 부분으로 나누었다. 또한 시간과 공간을 잘게 나눌 때는 Green's 함수의 인과관계 성질에 위배되지 않도록 나누어야 한다¹⁷. 우리가 선택한 금속 고체는 알루미늄 합금(Al 2024)으로서 밀도가 $\rho = 2.77 \text{ g}/\text{cm}^3$, Lamé 상수는 $\lambda = 0.546 \text{ g}/\text{cm}\mu\text{s}^2$, $\mu = 0.257 \text{ g}/\text{cm}\mu\text{s}^2$ 따라서 이 고체의 종파와 횡파의 속도는 각각 $C_d = 0.698 \text{ cm}/\mu\text{s}$ 그리고 $C_s = 0.304 \text{ cm}/\mu\text{s}$ 이다. 비열은 $C_v = 1.0 \text{ J}/\text{g}\cdot\text{K}$ 그리고 선형 열팽창 계수 $\alpha = 2.31 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ 이다. 레이저가 쬐여질 고체 표면은 전체 반경은 1cm이고 각기 0.04

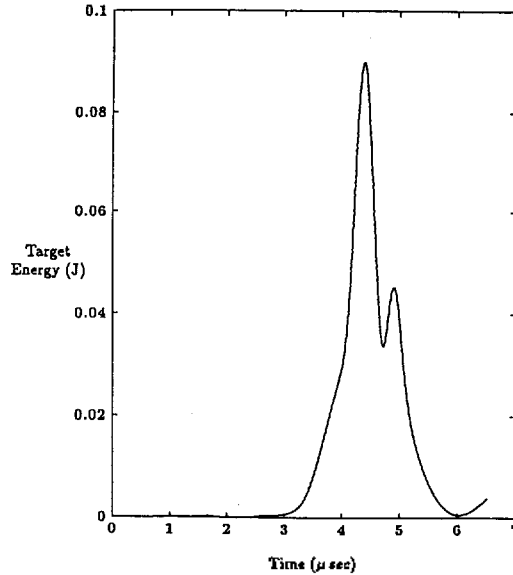


Fig. 3. Energy inside the target volume as a function of time. $w_1 = w_2 = w_3 = 0$.

cm 간격의 25개 고리로 구성되어 있다. 목표 부위는 표면 중심으로부터 깊이로 $Z_c = 0.32 \text{ cm}$ 들어간 곳에 중심을 두고 반경이 $r = 0.08 \text{ cm}$ 이고 높이가 0.16 cm인 원통형으로 되어 있다. 목표시간은 탄성파를 제어하기에 충분한 시간인 $t_f = 4.5 \mu\text{s}$ 을 잡고 시간 간격을 $\Delta t = 0.03 \mu\text{s}$ 로 잘게 나누었다. Fig. 2는 비중 계수 $w_1 = w_2 = w_3 = 0$ 일 때의 최적의 레이저 펄스의 모양을 시공간적으로 보여준다. 이것은 목표 부위에 $E_p = 0.08 \text{ J}$ 의 탄성에너지를 모으기 위하여 다른 어떤 비용의 최소화 조건(L1~L3)을 부여하지 않았을 때의 결과이다. Fig. 3에서는 목표 부위에 모인 탄성 에너지를 시간의 함수로 계산한 것이다. Fig. 2에서 보듯이 거의 모든 레이저 펄스가 표면의 반경 표면의 반경 0.2 cm에 몰려 있는 것을 볼 수 있다. 또한 시간적으로는 거의 $t \approx 3.2 \mu\text{s}$ 에 몰려있고 이것은 목표시간보다 1.3 μs 정도 전이다. 이런 형태의 고체 표면에 가해주는 최적의 에너지 레이저 펄스의 세기는 표면의 가열을 통하여 집중되는 거의 모든 탄성에너지가 횡파로부터 나오고 그들의 방향성도 상당히 제한되어 있음을 나타낸다. Fig. 4는 고체 표면에 점과 같은 레이저 펄스를 쬐었을 때 알루미늄 고체의 내부에 발생되는 탄성파의 종파와 횡파의 방향성을 나타낸 것이다¹⁶. 이러한 방향성의 형태는

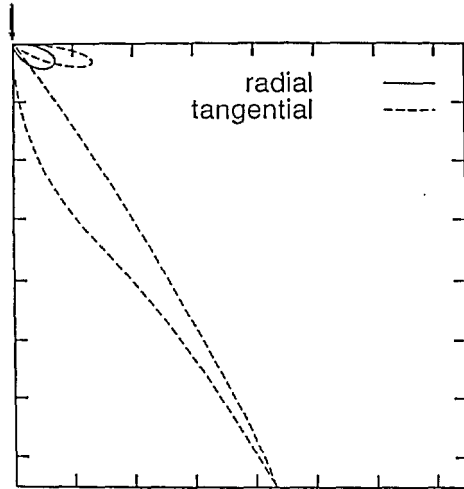


Fig. 4. Directivity pattern for radial and tangential component of the displacement inside the solid when the surface is irradiated by a point laser pulse.

발생된 탄성파와 표면으로부터 반사된 탄성파간의 상호작용의 결과로 오직 물질의 Poisson's의 비(ν)의 함수로 나타내어진다. 알루미늄의 ($\nu=0.34$)의 경우, 횡파의 방향성이 표면과 수직으로부터 32° 정도에 쏠려 있음을 볼 수 있다. 따라서 Fig. 2의 최적의 레이저 펄스의 형태는 목표 지점인 깊이 $Z=0.32$ cm로부터 32° 각도인 표면의 반경 $r=0.2$ cm를 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한 시간적으로 목표 시간보다 $1.3 \mu\text{s}$ 전에 레이저 펄스가 물려있는데 이것은 정확히 횡파가 표면 반경 0.2 cm로부터 목표 지점에 도달할 때까지 걸리는 시간이 된다. 또한 초기 시간부터 레이저 펄스가 집중된 $3.2 \mu\text{s}$ 전의 $r=0.2$ cm에 있는 레이저 세기는 $3.2 \mu\text{s}$ 때의 다른 반경에 비해 $r=0.2$ cm에 보다 큰 온도차를 유도하여 그로부터 강한 양방향 힘으로 작용하기 위함으로 해석된다. 또한 시간 $3.2 \mu\text{s}$ 이후에는 어떤 레이저의 세기도 볼 수 없다. 이것은 더 이상의 레이저 펄스는 목표시간까지 목표 부위에 도달할 수 없기 때문이다.

다음으로 비중계수를 $w_1=0.05$, $w_2=w_3=0.0$ (목표 부위에 탄성에너지를 집중시키면서 동시에 다른 부분의 에너지는 최소화시키는 경우) 그리고 $w_1=0.05$, $w_2=0.4$, $w_3=0.0$ (다른 부위의 에너지를 최소화시키고 동시에 레이저 펄스의 세기도 최소화시키는 경우)를 취할 때 이 두 경우 역시 처음 경우와 같이 비슷한

Table 1. Energy yields at the target vs. energy applied to the boundary

Cases	w_1	w_2	w_3	Total input energy at the surface (J)	Yield at target at $t=t_f$
1	0.0	0.0	0.0	128.	.06%
2	.05	0.0	0.0	50.9	.15%
3	.05	0.4	0.0	35.9	.2%
4	.05	0.0	.02	17.6	.46%

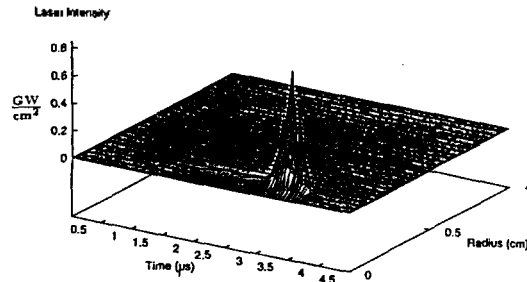


Fig. 5. Optimal laser irradiation in $\text{GW}/\text{cm}^2=10^9 \text{ W}/\text{cm}^2$ as a function of time and apace, $w_1=0.05$, $w_2=0$, $w_3=0.2$.

최적의 레이저 펄스 세기를 나타내는 것을 볼 수 있었다. 다만 $w_1=0.05$, $w_2=w_3=0.0$ 인 경우 레이저 세기가 보다 $3.2 \mu\text{s}$ 과 0.2 cm에 집중됨을 볼 수 있었고, $w_1=0.05$, $w_2=0.4$, $w_3=0.0$ 경우는 $0.0 \mu\text{s}$ 로부터 $3.2 \mu\text{s}$ 정도까지 0.2 cm 반경에 고루 분포됨을 볼 수 있었다. 이들의 여러 경우들의 에너지 효율은 Table 1에 자세히 나와있다.

Fig. 5에서는 비중계수가 $w_1=0.05$, $w_2=0.0$, $w_3=0.02$ 인 경우의 최적의 시공간적 레이저 세기를 나타낸 것이다. 이것은 표면에 가장 적은 에너지를 가해주고 다른 부위의 에너지는 최소화하면서 목표 부위에 원하는 탄성에너지를 집중시키는 경우이다. Fig. 6은 이때의 목표 부위에서의 탄성에너지를 시간의 함수로 나타낸 것이다. 이 경우에는 초기의 $r=0.2$ cm 부근의 레이저 세기가 없어지고 $t=3.2 \mu\text{s}$ 에 보다 큰 세기로 모여 있음을 볼 수 있다. 이러한 레이저 세기의 형태가 탄성에너지 집중에 가장 에너지 효율적인 최적의 형태임을 나타내어준다. Fig. 7에서는 목표시간에 고체 내부에 에너지 밀도를 깊이 Z 와 반경에 따라 나타내었다.

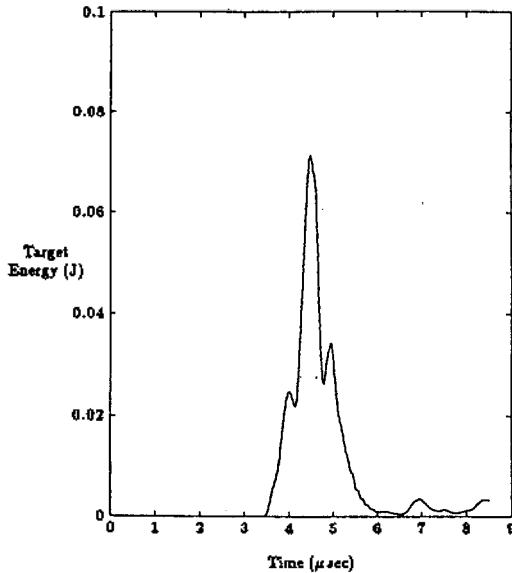


Fig. 6. Energy inside the target volume as a function of time. $w_1=0.05$, $w_2=0$, $w_3=0.2$.

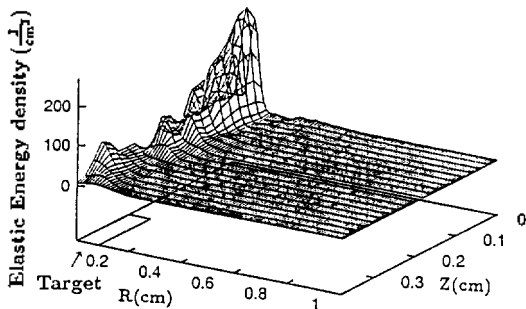


Fig. 7. Energy density (J/cm^3) inside the solid as a function of space coordinates at the target time ($t=t_f$). $w_1=0.05$, $w_2=0$, $w_3=0.2$.

단순히 기계적인 응력을 주는 것과는 달리 열에너지를 이용하여 탄성에너지를 집중시키는 방법은 목표 부위에 원하는 에너지를 모을 수 있지만 다른 부위의 에너지, 특히 표면 부근에 모여있는 에너지는 최소화시키기 어렵다. 이것은 레이저에 의한 광에너지 대부분이 표면의 온도를 높이는데 사용되기 때문이다. 이러한 온도의 증가가 열응력을 만들고 이 열응력으로부터 탄성에너지가 고체 내부로 전파되는데 한번 열응력에 의해 탄성파가 발생된 뒤 남은 열을 제거시키는 메커니즘이 없기 때문에 대부분의 에너지는 고체 표면에 온도의 증가로서 남게 된다.

다른 비중 계수의 선택은 다른 경우에서의 최적의 레이저 세기를 선택하여 준다. 특히 표면에 가해주는 에너지를 최소화시키는 경우 초기의 $r=0.2$ cm에서의 레이저 세기는 소멸되고 따라서 가장 에너지 효율적으로 높은 탄성에너지의 집중을 유도한다. Table 1에서 표면에 가해진 에너지와 목표 부위에 모은 에너지 비율을 나타내었다. 기계적 응력을 주는 경우와는 달리⁶ 에너지 효율이 상당히 낮은 것을 볼 수 있는데 이것은 가해진 에너지의 대부분이 온도의 증가로 표면 근처에 저장되고 그중 일부만 탄성에너지로 바뀌어 전파되기 때문이다.

결 론

본 연구에서는 고체 표면에 레이저를 쏘여 내부의 목표 부위에 탄성에너지를 집중시키는 문제에 대하여 연구하였다. 열이 확산되는 속도가 탄성파의 전파속도보다 아주 느리다는 점으로부터 열과 탄성관계식을 간략화시켰다. 즉 고체 표면에서 레이저에 의해 열이 발생될 때 온도의 증가는 고체 표면에만 한정되었다고 생각하였다. 이때의 표면에 가해주는 레이저 펄스의 세기를 최적 제어 이론을 사용하여 시간적 공간적으로 디자인하였다. 이 최적 제어 이론은 고체 내부의 목표 부위에 에너지를 집중시킴은 물론 원치않는 경우를 제거시킨다. 본 연구에서는 비용함수로 목표 부위 이외 부분의 에너지, 레이저의 세기 등을 선택하여 최소화시킴으로서 가장 효율적으로, 또는 가장 적은 power의 레이저로 목표 부위에 원하는 탄성에너지를 집중시킬 수 있는 최적의 레이저 펄스의 형태를 디자인하였다.

고체 표면에 직접 가해주는 기계적 응력에 비해 상당히 에너지 효율적으로 낮은 결과를 보여주는데 이것은 가해진 대부분의 에너지가 온도의 증가 형태로 표면 근처에서 머물기 때문이다⁶. 본 연구에서의 결과로부터 레이저를 이용하여 탄성파를 제어하는 경우는 탄성파의 발생이 횡파를 위주로 상당한 방향성을 가지고 있기 때문에 표면과 수직의 단방향 힘의 최적 제어 경우와 달리 전파속도에 따라 표면에서 중심으로 모여드는 형태를 가질 필요가 없다는 것이다.

본 연구는 1993년도 한국과학재단 연구비(과제번호

호: 931-0300-002-2)와 1994년도 홍익대학교 교내 연구비 지원에 의하여 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

인 용 문 헌

1. Pao, Y. H. *J. Appl. Mech.* **1983**, *50*, 1152.
2. Bruinsma, A. J. A.; Vogel, J. A. *Appl. Opt.* **1988**, *27*, 4690.
3. Kino, G. S. *Proc. IEEE* **1979**, *67*, 484.
4. Quate, C. E.; Atalar, A.; Wickranasighe, H. K. *Proc. IEEE* **1979**, *67*, 1092.
5. Scruby, C. B.; Drain, L. E. *Laser Ultrasonics-techniques and applications*; Adam Hilger: New York, U. S. A., 1990.
6. Kim, Y. S.; Rabitz, H.; Askar, A.; McManus, J. B. *Phys. Rev.* **1991**, *B44*, 4892.
7. Fox, J. A. *Appl. Phys. Letter* **1974**, *24*, 461.
8. Tam, A. C. *Rev. Mod. Phys.* **1986**, *58*, 381.
9. Wagner, J. W.; McKie, A. D. W.; Spicer, J. B.; Deaton, J. B. *Nondestr. Eval.* **1990**, *9*, 263.
10. Berthelot, Y. H.; Jarzynski, J. *Nondestr. Eval.* **1990**, *9*, 271.
11. Von Gutfeld, R. J.; Vigliotti, D. R.; Ih, C. S.; Scoot, W. R. *Appl. Phys. Letter* **1983**, *42*, 1018.
12. Cielo, P.; Nodeau, F.; Lamontagne, M. *Ultrasonics* **1985**, *23*, 55.
13. Bryson, A. E. Jr.; Ho, Yu.-C. *Applied Optimal Control*; John Wiley: New York, U. S. A., 1975.
14. Shi, S.; Woddy, A.; Rabitz, H. *J. Chem. Phys.* **1988**, *88*, 6870.
15. Jackson, J. D. *Classical Electrodynamics*; John Wiley: New York, U. S. A., 1975.
16. Rose, L. R. E. *J. Acoust. Soc. Am.* **1984**, *75*, 723.
17. Morse, P. M.; Feshbach, F. *Methods of Theoretical Physics*; McGraw-Hill: New York, U. S. A., 1953.
18. Brebbia, C. A. *The Boundary Element Method for Engineers*; Pentech Press: London, U. K., 1978.