

尤度區間 推定法에 의한 疲勞強度 데이터 評價法에 관한 研究

A Study on Evaluation Method of Fatigue Strength Data  
Using Likelihood Interval Estimation Method

최 창 섭\*  
Chang-Sup Choi

ABSTRACT

In estimating the fatigue data, only the uniform safety rate has been applied so far. However, since more reasonable design concepts such as machine structures or subsidiary materials will be required in the future, the importance of a statistical estimation method for fatigue data is being highlighted.

With such basic conception in mind, this study was aimed at critically discussing the interval estimation method which has been applied using the classical statistics thus far. It was conceived that this conventional method would result in the estimation of the unstable side from the viewpoint of the likelihood interval estimation method.

In this regard, this study aimed at estimating the fatigue strength through the likelihood interval estimation method comparing it with the conventional interval estimation method would result in the estimation of the unstable side from the viewpoint of the likelihood interval estimation method.

One of the methods using the likelihood for estimation data is the Bayes method. Based on this theory, statistical estimations were positively applied, and thereupon, the fatigue data were estimated.

1. 서 론

데이터의 통계적 추정<sup>1~4)</sup>에는 점추정과 구간 추정이 있다. 점추정은 순서통계량을 이용하는 방법이나 최우추정법, 적률법(moment method) 등에 의하여 모수의 추정치로서 가장 우수한 값을 구하

는 방법이다. 또 구간추정은 점추정치가 확률 분포하는 것을 이용하여 어떤 위험 수준하에서 점추정치의 변화구간을 구하는 것이다. 여기서 주목할 것은 모수에 대응하는 표본의 수가 확률분포<sup>6~9)</sup>하는 것을 이용하여 구간 추정을 하고 있다는 점이다.

\* 홍익대학교 기계설계학과

예를 들면 표준 편차가 1인 정규집단에서 3개씩 구성되어 있는 2그룹의 표본(-2.0, 0.3, 2.0)과 (-0.5, 0.3, 0.5)에 대해 미지 평균의 95(%)의 신뢰구간을 구하면 2경우가 모두 (-1.03, 1.23)이 된다. 이 예에서 2그룹의 표본에 포함되어 있는 (-2.0, 2.0)과 (-0.5, 0.5)와 같은 데이터의 차이가 반영되어 있지 않다는 사실이다. 이것이 모수에 대응하는 표본치가 확률분포하는 것을 이용하여 구간추정을 하는 종래의 방법에 대한 의문점이다.

본 연구에서는 우도에 주목하여 우도가 확률분포하는 것을 이용하여 데이터 평가를 시도해 보고자 한다.

우도를 이용하여 데이터를 평가하는 방법으로는 Bayes의 방법이 있다. Bayes 이론에 입각한 통계적 추정법<sup>10,11)</sup>은 주관확률을 도입하여 사전 정보를 적극적으로 이용하고자 하는 것으로서 여러 이용예가 있다<sup>12,13)</sup>.

본연구는 지금까지 고전 통계학으로 수행되어온 구간 추정법에 대해 의문을 제기함과 동시에 이 방법은 우도적인 평가법에서 보면 불안정 쪽의 추정을 할 가능성이 높다고 본다. 따라서 여기서는 종래의 구간 추정법과 구별하는 측면에서 우도구간 추정법이라고 한다.

## 2. 데이터 평가법에 관한 이론

### 2.1 종래의 평가법에 관한 이론

일반적으로 피로데이터는 표본의 수가 적은 경우가 대부분이다. 소수표본의 경우에는 점추정외에 구간추정을 하여 양자의 결과를 검토하여 신뢰성을 갖는 평가를 할 필요가 있다. 소수표본 데이터에 의하여 표준편차를 추정하고 이것을 이용하여 평균치의 구간 추정을 하는 것은 추정 정밀도를 나쁘게 한다고 볼 수 있으므로 유사한 재료의 다수 표본데이터에 의하여 표준 편차를 구한 것을 사용하여 구간 추정을 해야한다고 생각된다. 따라서 표준편차  $s$ 가 기지인 경우 다수표본 데이터에 대하여 점추정법을 적용하여 표준편차를 구하고 이러한 데이터의 축적에 의해 각종재료의 표준편차치가 구해져 있는 경우를 가정하고 있다.

### 2.2.1 표준편차 $s$ 가 변형률(응력)레벨 $y$ 에 상관없이 일정한 경우

식(7)에서  $a_3, a_4$  값은 이미 알고 있는 것으로 하여 식(6)을 적용하면 우도함수의 최대조건을 구하는 것은 잔차의 2승합  $\sum [x_i - (a_1 + a_2 y_i)]^2$ 의 최소 조건을 구하는 최소자승법에 의해서  $a_1, a_2$ 를 구하는 것과 일치한다. 여기서 주의해야할 사항은 확률변수  $x$ (반복수의 대수  $\log N$ )에 대해 최소자승법을 적용하고 있다. 따라서 최소자승법에 의한 직선회귀에 대해서 구간추정을 하면 된다.

식(1)과 같은 직선회귀선을 이용하여 최소자승법에 의해 회귀하면  $a_1, a_2$ 는 식(2)와 식(3)으로 표시할 수 있다.

$$x = a_1 + a_2 y \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{여기서 } a_1 = \bar{x} - a_2 \bar{y} \dots\dots\dots (2)$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \dots\dots\dots (3)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \dots\dots\dots (4)$$

식(3)의  $a_2$ 는 식(5)와 같이 표시할 수 있다.

$$a_2 = \sum_{i=1}^n a_{2i} x_i \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{여기서 } a_{2i} = \frac{(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

앞절과 마찬가지로  $x$ 는 정규분포  $N(\bar{x}, s^2)$ 을 따른다고 보고  $a_2$ 의 분산  $s_{a_2}^2$ 은 다음 식으로 표시된다.

$$s_{a_2}^2 = s^2 \sum_{i=1}^n a_{2i}^2 = \frac{s^2}{\left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]} \dots\dots\dots (6)$$

식(5)에서  $a_2$ 는 정규분포가 되므로  $a_2$ 의 신뢰구간은 표준정규분포표를 병용하여 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$a_2 - K\mu \frac{s}{\sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}} < A_2$$

$$< a_2 + K\mu \frac{s}{\sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \dots\dots\dots (7)$$

여기서  $K\mu$ 는 표준정규분포표에서 주어진다. 예를 들면  $\mu = 0.025$ 일때  $K\mu = 1.96$ 이다.

다음은  $a_1$ 의 신뢰구간을 구한다.  $a_1$ 의 분산을  $s_{a_1}^2$ 으로 나타내면 식(2)의 관계에서  $s_{a_1}^2$ 은 다음

식으로 표시할 수 있다.

$$s_{a1}^2 = s_x^2 + s_{a2}^2 (\bar{y})^2 = s^2 \left[ \frac{1}{n} + \frac{(\bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \right] \dots\dots\dots (8)$$

식(2)에서  $a_1$ 은 정규분포하므로  $a_1$ 의 신뢰구간은 다음 식으로 된다.

$$a_1 - K\mu s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} < A_1 < a_1 + K\mu s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \dots\dots\dots (9)$$

다음은  $x$ 의 신뢰구간을 구한다. 식(2)를 이용하여 식(1)에서  $a_1$ 을 소거하여 다음식을 얻는다.

$$x = \bar{x} + a_2(y - \bar{y}) \dots\dots\dots (10)$$

이 식에서  $x$ 의 분산  $s_x^2$ 은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$s_x^2 = s_x^2 + s_{a2}^2 (y - \bar{y})^2 = s^2 \left[ \frac{1}{n} + \frac{(y - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \right] \dots\dots\dots (11)$$

식(25)에서  $x$ 는 정규분포가 되므로 신뢰구간은 다음식과 같다.

$$x - K\mu s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(y - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} < X < x + K\mu s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(y - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \dots\dots\dots (12)$$

2.2.2 표준편차  $s$ 가  $y$ 의 함수로서 변화하는 경우  $s$ 를  $y$ 의 함수로 표시하면,

$$s = s(y) \dots\dots\dots (13)$$

앞절에서 이용한 함수로 다음과 같은 일차식을 이용한다.

$$s = a_3 + a_4 y \dots\dots\dots (14)$$

$a_2$ 는 식(3)과 같으므로  $a_2$ 의 분산  $s_{a2}^2$ 은 다음과 같다.

$$s_{a2}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (s_i a_{2i})^2}{\left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]^2} \sum_{i=1}^n [s_i (y_i - \bar{y})]^2 \dots\dots\dots (15)$$

여기서  $s_i \equiv s(y_i)$ 이고 식(29)의 경우에는  $s_i = a_3 + a_4 y_i$ 를 나타낸다.  $s$ 가  $y$ 의 함수인 경우에도  $a_2$ 는 정규분포이며  $a_2$ 의 신뢰구간은 식(31)과 같이 주어진다.

$$a_2 - K\mu \frac{\left[ \sum_{i=1}^n [s_i (y_i - \bar{y})]^2 \right]^{1/2}}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} < A_2$$

$$a_2 + K\mu \frac{\left[ \sum_{i=1}^n [s_i (y_i - \bar{y})]^2 \right]^{1/2}}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \dots\dots\dots (16)$$

앞에서와 같은 순서로  $a_1$ 의 분산,  $x$ 의 분산,  $a_1$ 의 신뢰구간  $x$ 의 신뢰구간을 구하면 각각 다음식과 같다.

$$s_{a1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n s_i^2}{n^2} + \frac{(\bar{y})^2}{\left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]^2} \sum_{i=1}^n [s_i (y_i - \bar{y})]^2 \dots\dots\dots (17)$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n s_i^2}{n^2} + \frac{(y - \bar{y})^2}{\left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]^2} \sum_{i=1}^n [s_i (y_i - \bar{y})]^2 \dots\dots\dots (18)$$

$$a_1 - K\mu s_{a1} < A_1 < a_1 + K\mu s_{a1} \dots\dots\dots (19)$$

$$x - K\mu s_x < X < x + K\mu s_x \dots\dots\dots (20)$$

이와 같이 하여 종래의 최소사승법의 구간 추정으로 이용되는 식들을 최우추정치의 구간추정에 이용할 수 있도록 표시하게 되었다.

### 2.2 우도구간 추정법에 의한 평가법

확률 변수를  $x$ , 확률밀도함수를  $p(x)$ , 우도함수를  $L$ 로 표시하고  $p(x)$ 가 정규분포인 경우에 대해 식을 전개한다. 우도함수  $L$ 은 식(21)으로 표시할 수 있다.

$$L = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi} s_i} \exp \left[ -\frac{(x_i - \mu_1)^2}{2s_i^2} \right] \right\} \dots\dots (21)$$

여기서  $s_i$ 는 표준편차,  $\mu_1$ 는 평균을 나타낸다. 또 다음식과 같은  $X$ 와  $Z$ 를 도입한다.

$$X_i = \frac{x_i - \mu_1}{s_i} \dots\dots\dots (22)$$

$$Z = \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(x_i - \mu_1)}{s_i} \right]^2 \dots\dots\dots (23)$$

$X$ 는 식(24)의 표준정규분포를 따르며  $Z$ 는 식(25)의 분포를 따른다.

$$p_x(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{x^2}{2} \right] \dots\dots\dots (24)$$

$$p_z(Z) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} Z^{(n/2)-1} \exp \left[ -\frac{Z}{2} \right], Z \geq 0 \dots\dots\dots (25)$$

식(21)의 우도함수 L을 X와 Z로 표시하면,

$$L = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{X_i^2}{2} \right] \right\}$$

$$= \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right]^n \exp \left[ -\frac{1}{2} Z \right] \dots\dots\dots (26)$$

Z의 확률밀도 함수가 식(25)와 같이 표시되고 L이 식(26)과 같이 Z의 함수로 표시된 경우 L의 확률밀도함수 q(L)은,

$$q(L) = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)} \{-2 \ln[(\sqrt{2\pi})^n L]\}^{(n/2)-1},$$

$$\left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right]^n \geq L \geq 0 \dots\dots\dots (27)$$

여기서 새로운 변수  $\ell$ '을 다음과 같이 도입한다.

$$\ell = (\sqrt{2\pi})^n L \dots\dots\dots (28)$$

$\ell$ 의 확률밀도함수  $q_1(\ell)$ 은 다음과 같다.

$$q_1(\ell) = \frac{1}{\Gamma(n/2)} \left[ \ln \frac{1}{\ell} \right]^{(n/2)-1}$$

$$1 \geq \ell \geq 0 \dots\dots\dots (29)$$

위 식의  $\ell$ 의 범위가  $1 \geq \ell \geq 0$ 의 범위로 고정되어 있으므로 사용하기가 편리하다.

L에 대해  $\ell$ 을 도입한 것과 같이 Z에 대해  $z = Z/n$ 로 정의되는 변수  $z$ 를 도입한다. 4개의 변수  $\ell, L, z, Z$ 의 기대치와 분산은 다음과 같이 된다.

$$E[\ell] \equiv \ell_{mean} = (1/2)^{n/2} \dots\dots\dots (30)$$

$$E[L] \equiv L_{mean} = 1/(2\sqrt{\pi})^n \dots\dots\dots (31)$$

$$E[z] \equiv z_{mean} = 1 \dots\dots\dots (32)$$

$$E[Z] \equiv Z_{mean} = n \dots\dots\dots (33)$$

$$E[(\ell - \ell_{mean})^2] \equiv \sigma_\ell^2 = [(1/3)^{n/2} - (1/2)^n] \dots\dots\dots (34)$$

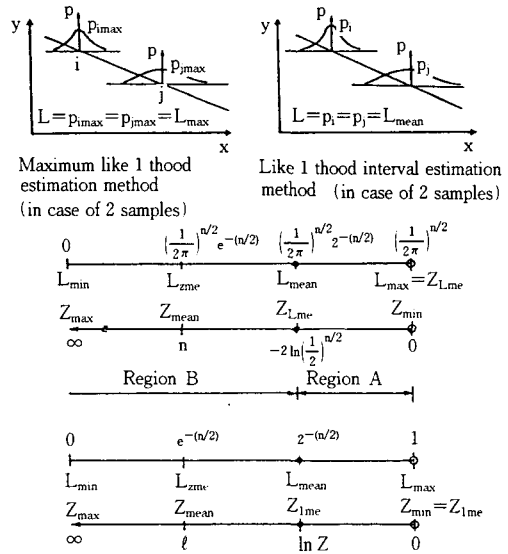
$$E[L - L_{mean}]^2 \equiv \sigma_L^2 = (1/2\pi)^n \sigma_\ell^2 \dots\dots\dots (35)$$

$$E[(z - z_{mean})^2] \equiv \sigma_z^2 = 2/n \dots\dots\dots (36)$$

$$E[(Z - Z_{mean})^2] \equiv \sigma_Z^2 = 2n \dots\dots\dots (37)$$

4 종류의 변수  $\ell, L, z, Z$ 의 관계를 Fig. 1에 표시한다. 또 식(27)를 정규모집단의 우도분포라고 하고 식(29)를 정규모집단의 표준 우도분포라고 한다.

최우추정법은  $L_1 = L_{max}$ (L의 최대치)로 접근하는 모수를 점추정하는 방법이지만 우도함수 L은 확률분포한다고 보면 최우추정법은 구속이 너무 강하여 확률적개념의 자연스러운 평가라고는 보기



- Objective point 50(%) interval estimate of like 1 thood interval estimation method
- Objective point for maximum like 1 thood estimation method

Fig. 1 Explanation of likelihood interval estimation method

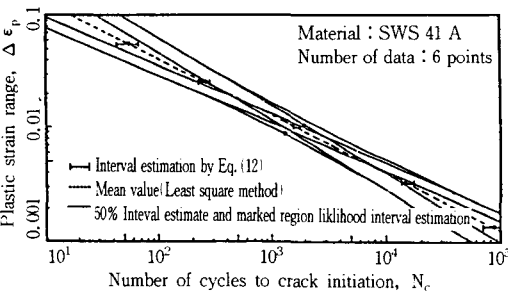


Fig. 2 Evaluation of a small sample fatigue data (50% interval estimate)

어렵다. 최우추정법에 대응하여 확률적으로 보다 자연스러운 방법은 L의 기대치  $L_{mean}$ 에 최근접하도록 모수를 추정하는 방법일 것으로 생각된다. Fig. 2~5에 최우추정법의 목표치를 ○표시로 나타내고 본연구 방법에서  $L_{mean}$ 을 목표치로 했을 때 ●표시로 나타냈다. 본연구방법의 특징의 하나는 L의 분포에 대하여 적당하게 위험수준을 정하여

그값을 목표치로하여 평가하는 것이 가능하다는 것 즉 구간추정이 같은 사고 방식으로 가능하다는 것이다.

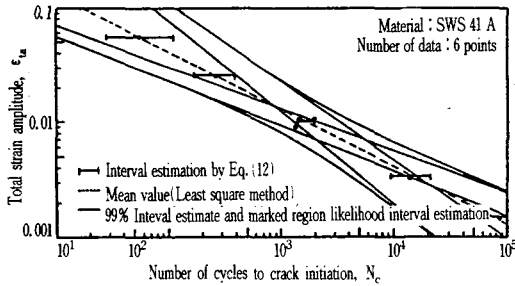


Fig. 3 Evaluation of a small sample fatigue data (99% interval estimate)

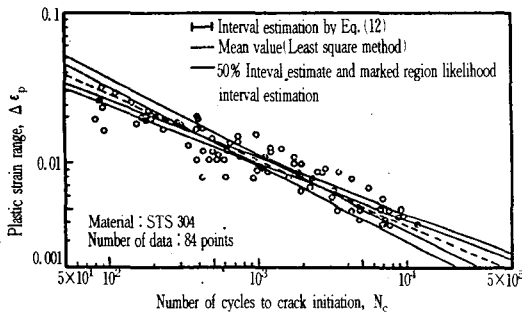


Fig. 4 Evaluation of a large sample fatigue data (50% interval estimate)

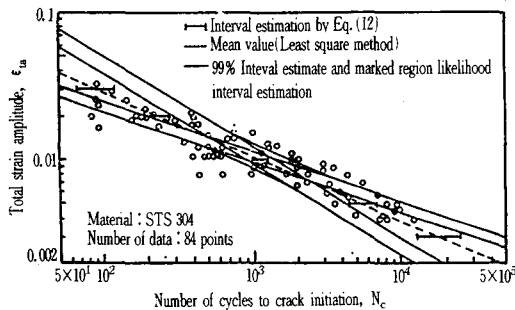


Fig. 5 Evaluation of a large sample fatigue data (99% interval estimate)

$l$ 의 분포함수  $Q_1(l)$ 을 구하면 다음과 같이 된다.

$$Q_1(l) = \int_0^l q_1(l) dl = l \sum_{r=0}^m (-1)^{r+m} \frac{(\ln l)^{m-r}}{(m-r)!} \dots\dots (38)$$

여기서  $m = \frac{n}{2} - 1$ 이다.

$l=0$ 과  $l=1$ 일때의 위험수준을  $\alpha_0, \alpha_1$ 라고 하고 이에 대응하는  $l$ 을 각각  $l_{\alpha_0}, l_{\alpha_1}$ 라고 하면 다음식으로 구할 수 있다.

$$l_{\alpha_0} \sum_{r=0}^m (-1)^{r+m} \frac{(\ln l_{\alpha_0})^{m-r}}{(m-r)!} = \alpha_0 \dots\dots (39)$$

$$l_{\alpha_1} \sum_{r=0}^m (-1)^{r+m} \frac{(\ln l_{\alpha_1})^{m-r}}{(m-r)!} = \alpha_1 \dots\dots (40)$$

$\alpha_1$ 은 데이터의 흠어짐이 예상외로 작고 대부분 결정사상적으로 나타나는 경우에 대한 평가수준을 주는 것으로서 Fig. 1에 나타내는 영역 A로서  $\bigcirc$  표시 근방에  $L$ 의 표본치가 나타났다고 보는 것에 대한 비적합성을 지적하는 의미를 갖지만 실용적으로 별로 중요하지 않고 단지 이와같은 경우의 최우추정법에 대한 잘못을 지적하는 의미를 나타내는 것이다.

실용적으로 중요한 역할을 하는 것은  $\alpha_0$ 이며 Fig. 1에서 영역 B에 해당하며  $L=0$ 쪽에  $L$ 의 표본치가 나타난 경우에 scattering을 크게 잡는 것에 대한 위험수준을 나타내는 것으로서 종래의 구간추정에 상당한다.

소수표본인 경우 우도구간추정법이 갖는 의미를 지금까지 서술해 왔지만(점추정에 대해) 구간추정에 비해 우도구간추정법이 강력한 방법이라는 것을 알 수 있다.

즉, 일반적으로 해석하면 우도를 구하여 기대치에 접근시키는 것이 우도 구간추정법의 점추정이고  $l_{\alpha_0}$ 에 접근시키는 것이 우도구간추정법의 구간추정이 된다.

보다 구체적으로 우도구간 추정법에 의하여 모수를 추정하는 방법에 대하여 기술하고자 한다.

최우추정법의 경우에는 모수  $\theta_i$ (또는 모수를 정의하는 인자  $a_j$ )의 추정에 대하여  $L_{max}$ 에 접근시킬 목적으로 다음과 같은 극치조건을 이용한다.

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} = 0 \text{ 또는 } \frac{\partial L}{\partial a_j} = 0 \dots\dots (41)$$

그러나 우도구간 추정법에서는 L의 임의값  $\bar{L}$ 과 같게 됨으로 식(56)과 같은 극치 조작은 하지 않고 다음과 같은 조건을 이용한다.

$$L = \bar{L} \dots \dots \dots (42)$$

L을 이용하여 식을 전개하면 복잡하게 되므로 대신 Z를 이용하여 검토한다. L에 대응하는 Z를 \*Z로 표시하면 우도구간추정법의 조건식은 다음 식으로 된다.

$$Z = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(x_i - \mu_1)}{s_i} \right]^2 = \bar{Z} \dots \dots \dots (43)$$

표준편차  $s_i$ 는 기지라고 한다. 평균치  $\mu$ 는 변수 y의 함수라고 한다.

예를 들어 피로데이터에서는 x가 반복수의 대수치, y는 응력 또는 변형률의 범위의 대수치,  $\mu_1$ 는 표본치( $x_i, y_i$ )의  $y_i$  수준에서의 x의 평균치를 말한다.

$$\mu = a_1 + a_2 y \dots \dots \dots (44)$$

이 경우 미지상수는  $a_1, a_2$ 이고 조건식은 식(43)이므로  $\mu$ 는 어떤 일정한 y에 대하여 범위를 가지게 된다. 식(44)를 식(43)에 대입하여  $a_2$ 에 대해 정리하면 아래와 같이 된다.

$$A a_2^2 + 2B a_2 + C = 0 \dots \dots \dots (45)$$

$$\text{여기서 } A = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_i}{s_i} \right]^2 \dots \dots \dots (46)$$

$$B = b_1 + a_1 b_2 \dots \dots \dots (47)$$

$$b_1 = - \sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{s_i^2} \dots \dots \dots (48)$$

$$b_2 = - \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{s_i^2} \dots \dots \dots (49)$$

$$C = - \bar{Z} + a_1^2 C_1 + a_1 C_2 + C_3 \dots \dots \dots (50)$$

$$C_1 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2} \dots \dots \dots (51)$$

$$C_2 = - 2 \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{s_i^2} \dots \dots \dots (52)$$

$$C_3 = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{s_i^2} \dots \dots \dots (53)$$

따라서  $a_2$ 는

$$a_2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - AC}}{A} \dots \dots \dots (54)$$

식(55)에서  $a_2$ 가 실수이기 위해서는 판별식  $D = B^2 - AC$ 가  $D \geq 0$ 이어야 한다.

$$D = (b_1 + a_1 b_2)^2 - A(-\bar{Z} + a_1^2 C_1 + a_1 C_2 + C_3) \geq 0 \dots \dots \dots (55)$$

$a_1$ 에 대해 정리하면,

$$(b_2^2 - A_1 C_1) a_1^2 + (2b_1 b_2 - AC_2) a_1 + (b_1^2 + A\bar{Z} - AC_3) \geq 0 \dots \dots \dots (56)$$

등식에 대해  $a_1$ 을 구하면

$$a_1 = \frac{-2b_1 b_2 - AC_2 \pm \sqrt{(2b_1 b_2 - AC_2)^2 - 4(b_2^2 - A_1 C_1)(b_1^2 + A\bar{Z} - AC_3)}}{2(b_2^2 - A_1 C_1)} \dots \dots \dots (57)$$

식(57)에서  $a_1$ 이 실근을 가지는 범위를 구하여 식(44)를 대입하면 미지모수  $\mu$ 를 구할 수 있다.

### 3. 결과 및 고찰

우도구간 추정법을 실제 피로데이터의 평가에 적용한 예를 살펴보기로 한다. 평가는 2종류의 실험결과에 대해 수행하였다.

첫째 예는 SWS 41 A 재료를 이용하여 변형률제어의 피로시험결과( $\Delta \epsilon_p - N_c$  관계)에 적용한 것을 Fig. 2, Fig. 3에 평가결과를 표시한다. 본 적용예는 소수표본데이터에 대한 예이며 Fig. 2은 50%의 신뢰구간, Fig. 3는 99%의 신뢰구간을 구한 것이고 표준편차는  $\Delta \epsilon_p$ 의 수준에 관계없이  $s = 0.22$ 를 이용했다. 그림에서 ● 표시부분이 신뢰구간을 나타내는 점에서 해가 존재하는 부분이며 바깥쪽 포락선의 안쪽의 모든영역이 신뢰구간속에 포함된다. 점선은 최소사승법에 의해 평균치를 구한 것이다. 또 최소사승법에 대한 구간추정을 식(56)(표준편차  $s$ 가 기지이면서 일정치인 경우)을 이용한 결과를 |—| 표시로 나타냈다.

$$x - K\mu s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(y - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} < X < x + K\mu s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \dots \dots \dots (58)$$

여기서  $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n$ 이고  $n$ 은 표본수,  $K\mu$ 는 위험수준에 따라 표준 정규분포에서 결정되는 값이다.

두번째 예는 STS 304의 박판굽힘과 인장피로데이터(84점<sup>4)</sup>)을 평가한 결과를 Fig. 4와 Fig. 5에 표시했다. 이 경우는 다수표본 데이터에 대한 적용예이다. Fig. 4은 50%의 신뢰구간이고 Fig. 5는 99%의 신뢰구간을 표시한다. 소수표본과 다수표본의 경우에 대해 공통된 사항을 2가지로 요약할 수 있다.

- 1) 재래의 구간추정은 본추정법과 비교할때 위험

들의 추정결과를 나타낸다.

2) 본 추정법에 의한 교점으로 구한 2점(다이아몬드형)을 지나는 직선(다이아몬드형의 대각선)과 최소자승법에 의한 해(점선)이 일치한다.

본 예와 같이 표준편차가 일정한 경우에는 최우 추정법은 최소자승법과 일치하지만 본 추정법도 위험수준  $\alpha_0$ 를 더욱 크게 잡아  $\alpha_1$ 을 아주작게 택하면 최소자승법의 해에 접근한다.

1)의 결과는 아주 중요한 결과이며 본추정법의 결과가 실용상 어떻게 이용하여야 할 것인가를 검토할 필요가 있다고 본다. 또 1)의 결과의 경향은 특히 소수표본데이터의 평가에 대해 효과가 클 것으로 기대된다. 2)의 결과에 대해 자세한 이론적 증명은 할 수 없지만 추정할 수 있는 사실은 최우 추정법이 본 추정법의 특별한 경우라고 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

모수에 대응하는 표본의 수가 확률분포하는 것을 이용하여 구간추정을 한다. 본 연구에서는 우도에 주목하여 우도가 확률 분포하는 것을 이용하여 데이터 평가를 시도해 보고자 하였다. 우도구간 추정법을 실제 피로데이터의 평가에 적용하는 것을 시도하고 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 소수표본의 평가에 대해 강력한 추정법이라고 볼 수 있는 우도구간추정법을 제시했다. 본 추정법은 확률변수라는 견지에서 구한 방법이며 통계적으로도 타당성있는 방법이다.
- 2) 검토결과 종래의 구간추정법은 본연구방법에 비하여 위험쪽의 추정을 하고 있음을 알 수 있다.
- 3) 최우 추정법은 본 추정법의 특별한 경우이며 우도구간 추정법에 포함된다고 볼 수 있다.
- 4) 소수표본 데이터의 평가에는 특히 구간추정이 필요하지만 본 추정법은 소수표본 데이터의 평가에 효과가 기대된다.

#### 참 고 문 헌

- 1) 西島敏, 増田千利, S45C 材の確率疲労特性, 材料, Vol. 22, No. 243, pp. 49~55, 1973.
- 2) 西島敏, 2種の鋼における 確率疲労特性のチャージ間比較, 材料, Vol. 25, No. 268, pp. 53~60, 1976.
- 3) 西島敏, 阿部孝行, SCM 3, SNCM 8, SUS 403 調質鋼の確率疲労特性, 材料, Vol. 280, pp. 50~55, 1977.
- 4) 西島敏, 竹内悦男, 溶接構造用 SM 50 A 鋼の確率疲労特性, 材料, Vol. 27, No. 300, pp. 70~75, 1978.
- 5) 金屬材料 疲労強度の設計資料. I, 日本機械學會.
- 6) 西島敏, 疲労試験 データの統計的整理, 材料, Vol. 29, No. 316, pp. 24~29, 1980.
- 7) 西島敏, 少標本疲労 データの統計解析, 日本機械學會論文集(A編), Vol. 46, No. 412, pp. 1303~1313, 1980.
- 8) 西島敏, 石井明, JIS 調質炭素鋼, Cr-Mo鋼の確率疲労特性, 材料, Vol. 33, No. 364, pp. 2~7, 1984.
- 9) 西島敏, 石井明, S-N 試験 データの折れ線近似による パラメータ表示および解析, 材料, Vol. 34, No. 378, pp. 86~92, 1985.
- 10) 金屬材料 疲労強度の設計資料. IV, 日本機械學會.
- 11) 藤井進, 中川隆夫, 橋本和彦, 疲労壽命推定への ベイズ論の應用, 日本造船學會論文集(A編), Vol. 45, No. 393, pp. 516~522, 1979.
- 12) 飯田, 外 3人, 歪制御抵, サイクル疲労における平均歪の影響, 日本造船學會論文集, 127號, pp. 215~225. May, 1970.
- 13) T. Udoguchi, et al., Fatigue Characteristics of Type 303 Stainless Steel Thin Plate for LNG in Ground Storage Tanks, Fourth International Conference Pressure Vessel Technology, Vol. 1, pp. 231~239. May, 1980.