

반복자유망조정에 의한 평면기준점좌표의 결정 Determination of Planimetric Control Coordinates by Repetative] Free Network Adjustments

유복모* · 권현** · 표명영***

Yeu, Bock-Mo · Kwon, Hyun · Pyo, Myung-Young

要 旨

일반적으로 측지망 최적화의 목적은 측지망의 형상과 관측계획의 문제를 해결하기 위한 것이다. 본 연구에서는 측지망의 형상은 일정한 것으로 간주하고, 측지망의 정확도를 향상시키기 위한 조정점의 선택과 조정방법에 관해 고찰해보고자 한다. 국가기준점을 구성하는 측지망의 조정계산은 조정기준점의 선택과 조정방법에 따라 그 결과가 달라질 수 있다. 따라서 본 연구에서는 모든 점을 고정하지 않는 자유망조정 방법에서 조정기준점으로 선택한 기준점좌표를 고정시켜 자유망조정을 반복 수행하는 알고리즘을 소개하고, 조정점으로 사용한 기준점의 오차를 점검하여 오차가 큰 기준점은 미지점으로 간주하고 반복조정하므로써 조정망의 신설점의 좌표를 최적화할 수 있는 방법을 제안하였다. 본 연구의 조정계산 방법을 시뮬레이션 망에 적용한 결과, 조정점으로 선택한 기준점의 성과에 대한 오차를 확인할 수 있었으며, 오차가 큰 조정기준점을 제외하므로써 조정망의 오차를 줄여 신설망의 좌표를 최적화할 수 있음을 알 수 있었다. 따라서 국가기준점망의 순차 조정이나 국가기준점을 이용한 공공측량 등에 이 방법을 적용하므로써 조정망의 정확도를 높힐 수 있을 것으로 사료된다.

Abstract

Generally, the objectives of the geodetic network adjustments are for solving the configuration of geodetic networks and the problem of observation plans. In this study, assuming that the configuration is fixed, for improving the accuracy of geodetic networks, we focus on choosing adjustment control points and adjustment methods. By choosing adjustment control points and adjustment methods, the adjustment result accuracy of national geodetic networks can be different. So, in this study, we introduce the algorithm that use free network adjustment concept to minimize the displacements of new station points but fixing existing control points. Then, using adjustment results, we can check the errors of existing control points. After checking the errors of existing control point, in case of severe error points in existing control points, we change those points into unknown station points and repeat the algorithm to optimize the coordinates of new station points. As applying this algorithm to simulation network, we can check the errors of existing control points. And changing severe error points into unknown station points, we can decrease the errors of network and optimize the coordinates of new station points. From the results of simulation network adjustment, we think that, as applying this algorithm to sequential adjustment of geodetic network and public surveying that using national geodetic network, the accuracy of network adjustments can be improved.

1. 서 론

일반적으로 측지망의 최적화의 목적은 측지망의 형상(network configuration)의 문제와 관측계획

(observation plan), 즉 관측의 정밀도와 신뢰도를 높히는 문제를 해결하는 것이다.¹⁾ 본 연구에서는 측지망의 형상은 일정한 것으로 간주하고 측지망의 정확도를 향상시키기 위한 조정기준점의 선택과 조정방법에 관해 고찰해보고자 한다.

국가기준점인 측지망의 조정계산은 조정점의 선택과 조정방법에 따라 그 결과가 달라질 수 있다.²⁾ 측지망 조

* 연세대학교 토목공학과 교수

** 일본 동경대학 토목과 연구원

*** 일본 동경대학 토목과 박사과정

정에서 그 적용에서 그 적용이 일반화되고 있는 자유망 조정은 1920년 Moore가 정칙이 아닌 행렬의 존재를 시사하면서 시작되어, 1950년대 Bjerhammer가 최소제곱법의 해에 일반역행렬의 개념을 도입하고, 1955년 Penrose의 일반역행렬의 해법으로 발전하였다.³⁾ 한편, 자유망은 망의 평행이동과 회전에 대한 구속이 필요하므로 1960년 Meissel이 측지망 해법에 관한 연구에서 망의 평행이동과 회전에 대한 구속조건식을 사용하였으며,⁴⁾ 1969년 일본에서도 原田健久에 의해 자유망 조정에 의한 측지측량망 조정의 실용화에 대해 연구되기 시작하였다.⁵⁾ 1972년 Mittermayer가 측지망의 자유망 조정에 관한 논문을 발표함으로써 자유망의 개념은 널리 인식되었으며,⁶⁾ 1987년 Koch는 구속조건식에 의한 방법과 일반역행렬이 측지망에서 등가의 해임을 정리하였다.⁷⁾ 1983년 일본에서는 자유망해법이 공공측량에 적용되고,⁸⁾ 최근에는 조건방정식에 의한 도형조정결과를 자유망에 적용하므로써 일반역행렬을 사용하지 않는 방법이 발표되었다.⁹⁾

국가기준점망의 조정은 각 국의 특성에 맞게 조정법을 적용하고 있으며, 대규모의 측지망에서 측지망을 블록으로 구분하여 조정하므로써 계산시간을 단축하기도 하며, 북아메리카의 측지망 조정(North American Datum 1983=NAD83⁸⁾에서 Helmert blocking 방법의 적용의 예가 있다.¹⁰⁾

최근 우리나라에서도 국가기준점의 정비에 맞춰 1989년 이영진, 이석찬에 의한 국가기준점의 고밀도화를 위한 결합체계,¹¹⁾ 1991년 유복모에 의한 측지기준점 유지관리에 관한 연구¹²⁾ 및 1993년 최재화, 최윤수에 의한 우리나라 정밀측지망의 동시조정¹³⁾ 등 국가기준점의 조정과 결합체계 및 유지관리 등에 관한 연구들이 진행되었다. 그러나 현재 국가기준점이 정비되고 있는 실정이며, 2차 기준점망의 완료까지는 20여년의 세월이 필요한 것으로 예상하고 있으므로 조정 및 결합방법에 대한 더 많은 연구와 신중한 검토가 되어야 할 것으로 사료된다.

본 연구에서는 동시조정방법으로 1차 정밀망을 조정 후 하위망의 조정시 순차적으로 적용할 수 있는 방법으로 상위 기준점망의 조정기준점을 고정한 자유망의 반복조정방법을 제시하고 본 연구자가 작성한 프로그램으로 계산하여 그 적용결과를 분석하므로써 조정

망의 정확도를 향상시킬 수 있음을 보이고자 하였다.

2. 수평측지망의 구속조건과 자유망 조정

관측수 n , 미지변량수 $2m$ 인 고정점을 갖지 않는 수평측지망에서 계수행렬 $A_{n,2m}$ ($\text{rank}=n-c$), 미지변량행렬 $X_{2m,1}$, 관측값행렬 $L_{n,1}$, 잔차행렬 $V_{n,1}$ 로 이루어지는 관측방정식

$$A X + L = V \quad (2-1)$$

은 자유도를 구속하는 구속조건행렬 $C_{c,2m}$ ($\text{rank}=c$)에 의한

$$C X = 0 \quad (2-2)$$

의 구속조건식과 조합한 확대행렬로 구해질 수 있다.

여기서 c 는 최소 필요 구속조건수로서 x 및 y 방향의 평행이동과 회전 및 축척에 대한 4개의 자유도를 구속하게 되며, 행렬 C 와 X 는 각각 다음과 같다.¹⁰⁾

$$C = \begin{pmatrix} P_1 & 0 & P_2 & 0 & \dots & P_m & 0 \\ 0 & P_1 & 0 & P_2 & \dots & 0 & P_m \\ -P_{1y1} & P_{1x1} & -P_{2y2} & P_{2x2} & \dots & -P_{my1} & P_{mx1} \\ P_{1x1} & P_{1y1} & P_{2x2} & P_{2y2} & \dots & P_{mx1} & P_{my1} \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

$$X = [x_1 y_1 x_2 y_2 \dots x_m y_m] \quad (2-4)$$

단, P_1, P_2, \dots, P_m 은 관측값의 경중률이다.

그리고 거리의 관측값이 존재하는 경우 축척에 대한 구속조건인 행렬 C 의 4번째 행은 필요없게 되어 구속조건수는 3이 된다.

관측방정식(2-1)과 구속조건식(2-2)를 조합한 확대행렬로부터 해는 다음 식으로 구해진다.

$$\begin{bmatrix} X \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T & PA & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A^T PL \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

여기서, k 는 Lagrange의 미정계수이다.

이 구속조건식에 의한 해는 수평측지망의 원점정보를 갖는 조건인 norm 최소형, 즉

$$X^T X = \min \quad (2-6)$$

인 일반역행렬과 등가인 해로서 norm최소형 일반역행렬을 이용한 최소제곱법의 일반해는

$$X = \lim (A^T P A + \delta I)^{-1} A^T P L \quad (2-7)$$

로 구할 수 있으며, 이때의 공분산 행렬은

$$Q_x = (A^T P A + \delta I)^{-1} A^T P A (A^T P A + \delta I)^{-1} \quad (2-8)$$

로 구해진다. 그리고 미지수의 분산은 자유도 $n-2m+c$ 로 부터

$$\sigma_0 = V^T P V / (n-2m+c) \quad (2-9)$$

로 구해진다.¹⁴⁾

3. 조정기준점을 고정한 반복자유망 조정

고정점을 갖지않는 자유망 조정의 결과는 측지망의 모든 점에서 변위가 생기게 되며, 이 변위는 조정점으로 사용하는 기준점의 선택에 의해 조정 결과가 달라질 수 있다. 자유망 조정에서 조정망속에 포함되는 모든 점은 관측의 정밀도를 표시하는 공분산행렬로 부터 조정기준점이나 신설하게 되는 미지점의 구별없이 망의 형상과 관측오차에 의해서만 정밀도가 영향을 받는 것으로 표시되지만 조정좌표는 조정기준점에 의해 결정된다. 이러한 자유망의 특성상 자유망조정의 결과는 신설망의 관측 정밀도가 높다 하더라도 기존망의 관측 정밀도가 낮은 경우 망조정 결과의 정확도를 높이기 힘들게 된다.

기준점의 정확도가 높은 경우는 자유망 조정에 의한 기준점의 오차타원으로부터 관측의 정밀도를 판정할 수 있지만, 관측정밀도보다 기준점 원래 좌표의 오차가 큰 경우는 이 기준점의 오차가 신설점에 영향을 미치게 되고 이 기준점을 고정한 좌표조정은 신설점의 좌표를 최적화한다고 볼 수 없을 것이다.

현재 기설치된 기준점망의 정밀도는 최근의 total station 등의 정밀도 높은 전자파거리측량기의 관측 정밀도보다 낮으며, 자유망 조정에서 관측의 정밀도는 공분산행렬에 의한 관측값의 잔차로 부터 구해지므로 과대오차 또는 착오가 있는 관측값은 쉽게 확인할 수 있기 때문에 전자파거리측량기의 정밀도를 유지하는 관측정밀도를 확보할 수 있다. 이와같이 조정점으로 사용

하게 될 기준점의 정확도가 신설되는 점의 측량 정확도보다 낮은 경우 기준점과 미지점에서 발생하는 변위량을 구분하여 조정하므로써 조정결과를 향상시킬 수 있을 것이다.

기준점의 좌표와 관측값으로부터 신설점의 초기좌표를 계산하여 모든 점을 고정시키지 않는 자유망 조정을 1회 실행하면, 기준점과 신설점 모두에서 초기 좌표와는 다른 조정된 좌표가 계산될 것이다. 이 조정된 좌표의 초기 좌표로부터의 변위벡터는 기준점의 좌표값에 관측정밀도보다 큰 오차가 포함되어 있다고 가정하면 기준점에서의 변위벡터는 신설점에서의 변위벡터보다 크게 될 것이고, 신설점의 좌표는 미지의 값이기 때문에 자유망 조정 결과 최상의 상태로 조정되었다고 할 수 있을 것이다. 이 자유망 조정의 결과인 조정된 값을 사용하여, 조정기준점으로 사용한 기준점의 좌표는 원래의 값으로(조정되기 전의 좌표) 고정시키고 다시한번 자유망 조정을 실행하면 신설점의 좌표는 앞에서 조정된 좌표와의 변위벡터가 더욱 줄어들 것이다. 이 과정을 반복하는 자유망 조정에 의해 신설점의 변위벡터를 최소화시킬 수 있을 것이다.

이것을 수식으로 표시하여 보면 기준점 상의 변위벡터(Δ_i)와 신설되는 미지점에서의 변위벡터(Δ_j)로 나누어서 그 각각의 제곱의 합을 최소로 하는

$$\sum A^2 + A^2 = \min \quad (3-1)$$

으로부터 반복자유망 조정계산에 의해 미지점의 변위벡터량을 최소화, 즉 0에 가깝게 접근시킬 수 있다.

$$\sum A^2 = 0 \quad (3-2)$$

이것에 의해 식(3-1)은 결국 조정기준점에서의 변위벡터만 남게되고 조정계산은 결국 조정기준점에서 변위벡터를 최소로 하는

$$\sum A^2 = \min \quad (3-3)$$

의 조건하에서 이루어지게 된다.

위와 같은 방법으로 신설점의 변위벡터를 0으로 하고, 기준점의 변위 벡터를 최소화시키며 기준점의 변위 벡터량을 확인할 수 있는 이 조정 계산의 흐름을 표시하면 그림 1과 같다.

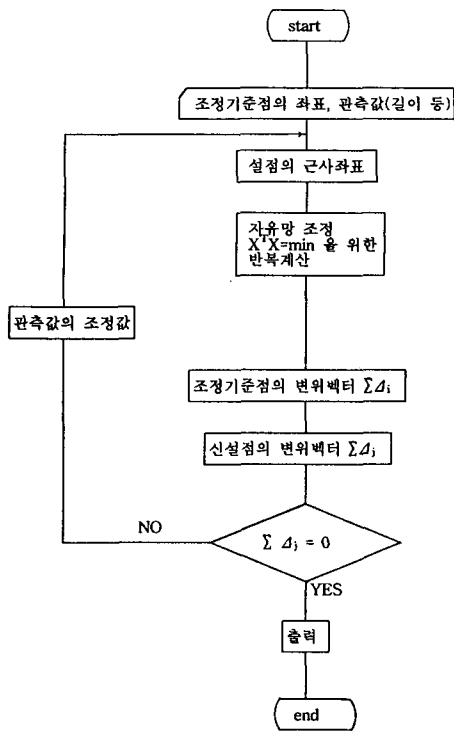


그림 1. 반복자유망조정의 흐름도

4. 계산적용 및 분석

자유망 해의 반복조정계산을 위한 조정망은 측점은 27점, 관측변은 약 300 m 내외의 64변으로 이루어진 삼변망으로 오차가 없는 경우의 좌표로부터 시뮬레이션 망을 구성하였다. 조정점으로 선점된 기준점의 오차와 관측오차를 변화시키면서 관측정밀도를 분석하기 위한 오차타원과 측점의 변위벡터로부터 조정결과를 비교 분석하였다.

거리관측의 오차는 전자파거리측량기의 일반적인 오차수준인 $5\text{ mm} \pm 5 \times D \text{ ppm}$ (D 는 관측거리로 km 단위)를 적용하여 5~10 mm의 정밀도로 적용하였으며, 조정기준점은 7점을 선점하여 1 cm에서 20 cm까지 변화시켜 조정계산 결과를 비교 분석하였다.

조정계산에 앞서 자유망 조정계산에서는 기준점에 오차가 있더라도 공분산 행렬에 의해 기준점 오차와는 상관없이 관측정밀도를 확인할 수 있으므로 관측상에 기준 이상의 오차가 있는 경우 재측하여 망 전체의 관측정밀도가 고르게 분포하는 정밀도 높은 관측상태로

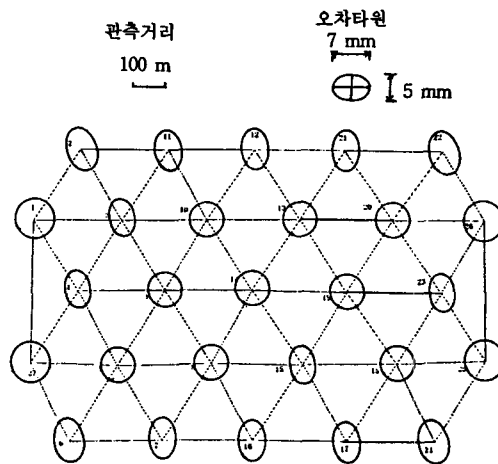


그림 2. 자유망조정에서의 오차타원

조정할 수 있다. 본 연구에서도 자유망의 일반적인 오차 형태인 망의 주변보다 망의 중심쪽의 오차타원이 작은 분포를 보이는 그림 2과 같은 오차타원으로 이루어지는 단위경중률의 표준편차 약 6 mm인 관측값으로 조정을 실시하였다.

그림 2에서는 조정원점 상에 오차가 있더라도 기준점과 미지점의 구별없이 관측정밀도에 따라서 고른 오차분포로 조정됨을 알 수 있다. 그러나 이 경우 관측정밀도는 1점1방향 고정 등의 고정망과는 달리 작은 크기의 오차타원이 자유망조정 결과 전체체에 걸쳐 분포되지만 실제의 위치와의 변화량은 알 수 없다. 이 실제의 위치라는 것은 미지점에서는 알 수 없으나 조정기준점은 좌표가 존재하는 점이므로 조정기준점의 좌표를 고정시키면서 자유망조정을 반복 실행하는 본 연구의 방법으로 조정하면 초기 좌표와 조정좌표와의 차이인 변위벡터를 알 수 있게 된다. 따라서 이 방법으로 기준점에 오차가 각각 다르게 포함되어 있는 7점으로 선점하여 조정할 경우 그림 3과 같은 변위벡터가 생김을 알 수 있다.

그림 3의 기준점의 변위량은 오차가 존재하는 기준점의 초기 입력좌표와 조정된 좌표를 비교한 것으로서 기준점 상에서의 오차를 확인할 수 있음을 알 수 있다. 그리고 기준점에서의 변위벡터를 초기의 오차있는 좌표가 아닌 오차가 없는 참값으로 가정한 좌표로부터의 이동량으로 표시하고, 미지점 역시 참값으로 가정한 점

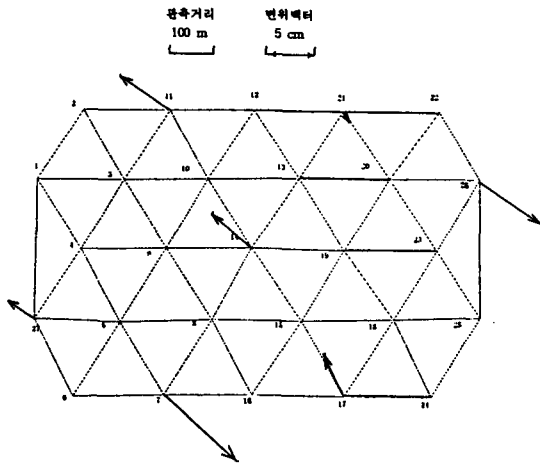


그림 3. 기준점에서의 변위벡터

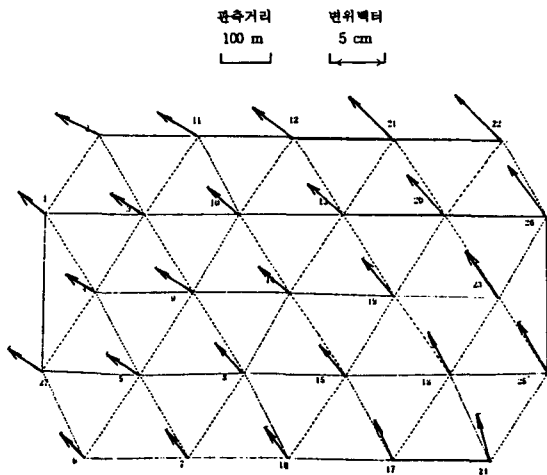


그림 4. 기준점 7점인 경우의 참값과의 변위벡터

과의 변위벡터로 나타내보면 그림 3과 같으며 이 때의 망전체 평균 변위량은 0.090 m 이었다.

그림 4에서 보는 바와 같이 기준점 역시 관측값이 정확할 때 참값으로 접근해감을 알 수 있고, 이 방법의 하단 망전체의 모든점이 최량의 상태로 조정된다고 할 수 있을 것이다. 여기서 기준점 좌표에 의한 영향을 살펴보기 위해 가장 큰 변위벡터가 발생한 기준점 11번 점을 제외시키고 조정기준점을 6점으로 하여 조정하였다. 다시 이 조정 결과를 보고 26번 점을 제외한 후 조정계산을 하는 순서로 기준점 상에서의 오차량이 크게 발생하는 기준점이 있는 경우 차례로 제외하여 순차적

표 1. 기준점의 초기오차와 변위벡터량(m)

점수 번호	7점		6점		5점		4점	
	초기오차	변위량	초기오차	변위량	초기오차	변위량	초기오차	변위량
1	0.010	0.059	0.010	0.047	0.010	0.025	0.010	0.014
7	0.030	0.133	0.030	0.115	0.030	0.061	0.030	0.017
11	0.200	0.216	*	*	*	*	*	*
14	0.030	0.120	0.030	0.077	0.030	0.044	0.030	0.014
17	0.100	0.023	0.100	0.033	0.100	0.096	*	*
21	0.010	0.097	0.010	0.073	0.010	0.033	0.010	0.011
26	0.020	0.160	0.020	0.163	*	*	*	*

*: 조정기준점에서 제외

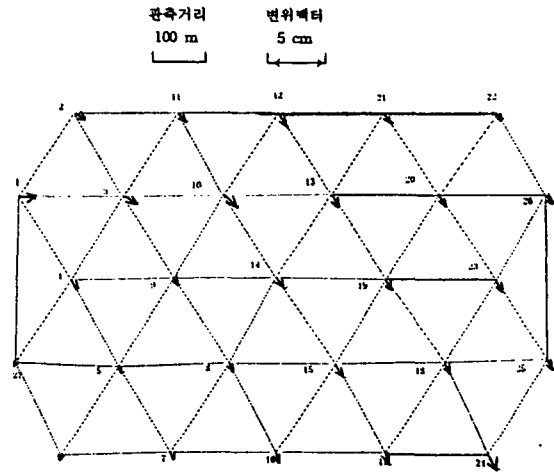


그림 5. 기준점 4점인 경우의 참값과의 변위벡터

으로 적용해보았다. 그 결과는 표 1과 같이 기준점에서의 변위량이 변화하고 있다.

표 1에서 알 수 있는 것 처럼 관측값의 정확도가 높은 경우, 기준점에서의 변위량은 기준점의 초기 오차량과 거의 같은 오차량이 발생하므로, 오차량이 상대적으로 큰 3점은 변위벡터량으로 부터 쉽게 제외시킬 수 있다. 오차가 큰 기준점을 제외시키고 조정하므로써 망전체의 정확도 어떻게 향상되는지를 보기 위해 기준점과 미지점에서 모두 오차가 없는 것으로 가정한 참값과의 변위를 표시하면 그림 5와 같다.

그림 5에서 기준점과 미지점에서 모두 비슷한 변위량이 있음을 보이며 전체 평균 변위량은 0.020 m이었던

표 2. 기준점 3점과 2점인 경우의 기준점에서의 변위량(m)

점수 번호	3점		2점	
	초기오차	변위량	초기오차	변위량
1	0.010	0.012	0.010	0.012
14	0.030	0.020	*	*
21	0.010	0.005	0.010	0.010

*: 조정기준점에서 제외

다. 이것은 그림 4과 비교해볼 때 기준점의 오차가 망 전체에 분포되고, 오차가 큰 기준점을 제외시키고 조정하므로써 망 전체의 정확도를 크게 향상시킬 수 있음을 알 수 있다. 그리고 표 1에서 4점의 기준점에서 발생한 변위량은 상대적으로 거의 차이가 없으며, 이것은 기준점의 오차량이 크지 않으므로 해서 기준점 오차 및 관측오차가 모든 지점에 전파된 결과로 사료된다.

그러나 본 적용망은 오차량을 가정하여 알고 있는 값이므로 4점의 기준점 중 변위량이 큰 7점과 14번 점을 차례로 배제하여 조정한 기준점 3점인 경우와 기준점 2점인 경우의 기준점에서의 변위량은 표 3와 같다.

표 2에서 보는 것 처럼 기준점을 1cm의 오차량으로 가정한 1번 점과 21점 점 2점 만을 사용하여 조정한 결과 기준점에서의 변위량이 최소가 되며, 또한 참값과의 평균 변위량도 0.012 m까지 줄일 수 있었다. 그러나 2점 만을 조정기준점으로 사용하는 경우와 같이 기준점의 수가 적을 때에는 기준점의 오차가 그 양과 방향이 비슷하면 기준점에서의 변위벡터는 작더라도 망은 전체적으로 기준점의 오차방향으로 이동하여 조정망 전체에 확인할 수 없는 오차가 커짐에 주의하여야 하고, 따라서 실제의 경우는 기준점의 수를 수십점 이상 사용하여 이러한 문제가 발생하지 않도록 해야 할 것이다.

또한 조정기준점에서의 오차량을 알 수 없는 실제 망에서는 변위량의 상대적인 차이가 미소한 4점을 기준점으로 한 경우에서 오차가 있는 기준점으로 17점을 결정하기가 쉽지 않다. 기준점의 수가 많고, 상대적인 오차의 차이가 작은 경우에 기준점의 변위량은 관측오차의 영향으로 그 절대량만으로 평가하기는 어려우므로 기준점에서의 변위량이 기준점의 평가시 알 수 있는 오차 범위 내에 포함된다면 조정을 완료하여도 무방할 것으로 사료된다.

예를 들면 우리나라의 경우 연구 결과 현재의 국가기

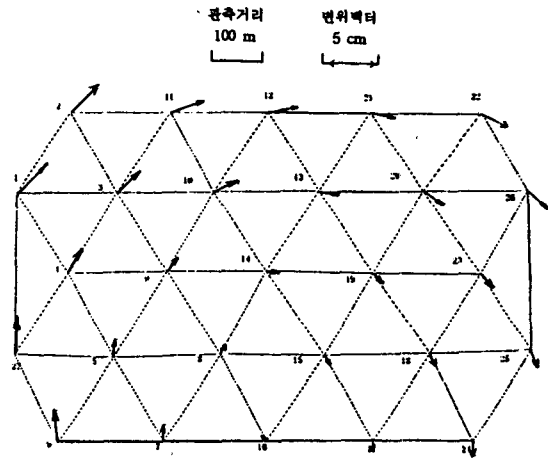


그림 6. 기준점 오차가 10 cm인 경우의 참값으로부터의 변위벡터

준점망의 정확도를 0.100 m 또는 0.108 m 정도로 평가하고 있으므로, ^{11,13)} 이 기준점을 이용한 하위 기준점망의 순차조정시 기준점에서의 변위벡터량이 약 10 cm 이내로 표시되면 조정을 완료할 수 있을 것이다. 본 실험망에서 기준점에서의 오차량이 약 10 cm 인 4점을 조정기준점으로 선정하여 조정계산한 결과 그림 6와 같은 참값으로부터의 변위벡터량을 얻을 수 있었다.

이 경우에도 조정기준점에서의 변위량은 초기 기준점 오차량과 비슷하지만 전체점은 참값과의 편차량이 약 0.039 m로 기준점 오차량보다 작게 향상된 최적의 조정 상태가 됨을 알 수 있다. 그리고 기준점의 좌표는 경우에 따라서 초기의 성과를 그대로 유지할 수도 있고, 새롭게 향상된 성과로 변화시킬 수도 있을 것이다.

5. 결 론

기준점 좌표를 고정시킨 반복 자유망 조정을 시뮬레이션 망에서 적용해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 자유망 조정의 공분산행렬로부터 확인된 높은 정밀도의 관측값을 사용하여 반복자유망 조정을 실행하므로써 조정점으로 선택된 기준점의 오차량을 확인할 수 있었으며, 오차량이 상대적으로 큰 기준점을 조정점으로 사용하지 않고 미지점으로 취급하므로써 망 전체의 정확도를 높일 수 있었다.

2. 본 조정방법은 관측정밀도 및 조정성고가 오차타원 및 기준점에서의 변위 벡터로부터 확인될 수 있으

므로 국가기준점의 순차 조정이나 기준점을 이용한 공
공측량 등에 이용하므로써 상위 등급의 기준점의 오차
점검과 함께 신설점의 정확도를 높힐 수 있을 것으로
사료된다.

참고문헌

1. Kuang S. L., "Second-order Design: Shooting for Maximum Reliability", J. of Surveying Engineering (ASCE), 119(3), 1993, pp. 102-110.
2. Nickerson B. G., W. R. Knight, A. Voon, and R. Caldwell, "Horizontal Geodetic Network Densification", The Candian Surveyor, 40(1), 1986, pp. 13-22.
3. Rao C. R. & Mitra S. K., Generalized inverse of matrices and its application, John Wiley & Sons, New York, 1971.
4. Meissl P., "Zusammenfassung and Ausbau der inneren Fehlertheorie eines Punkthanfens, In: Rinner R., Killian K., Meissel P.(eds), Beitrage Zur Theorie der Geodatischen Netze in Raum, DGK, A61, 1969, pp. 8-21.
5. 原田健久, "測地測量網平均 프로그램의改良", 測地學會誌, 14, 1969, pp.156-158.
6. Mittermayer E., "a Generalization of the Least squares method for the Adjustment of free network, Bull. Geodesiq, 104, 1972, pp. 139-157.
7. Koch K. R., Parameters Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models, Springer-Verg, Berlin, 1987.
8. 原田健久, "アリ-ネット解法による 都市基準点測量", APA, No. 24, 1983, pp. 213-222.
9. 森忠次, 町田憲一, "平面測量網の 圖形調整結果を用いた Free Networkの 解法", 土木學會論文集, 449(4), 1992, pp. 213-222.
10. 中根勝見, 測量 データの 3次元 處理, 東洋書店, 東京, 1994.
11. 李榮鎮, 李石贊, "국가기준점망의 고밀도화를 위한 결합 체계", 한국측지학회, 7(2), 1989, pp. 27-34.
12. 유복모, 측지기준점의 유지관리에 관한 연구, 국립지리원, 1991.
13. 최재화, 최윤수, "우리나라 精密測地網의 同時調整", 大韓土木學會論文集, 13(1), 1993, pp. 151-159.
14. 日本測量協會, 測量の 數學的基礎 現代測量學 第1卷, 日本測量協會, 東京, 1983.