

# 난지도 매립지 일대의 지하수위 분포 추정을 위한 복합 크리깅의 응용

## Application of Cokriging for the Estimation of Groundwater Level Distribution at the Nanjido Waste Landfill Area

정상용(Sang - Yong Chung)\* · 이강근(Kang - Kun Lee)\*\*

**요 약 :** 난지도 매립지의 기저침출수위 분포와 그 주변지역의 지하수위 분포를 추정하기 위해 복합크리깅을 이용하였다. 지하수위 분포는 지형의 변화와 밀접한 관련을 갖고 있어서 지형의 변화가 큰 지역에서 지하수위 분포를 추정할 때에는 지형의 표고 자료도 함께 사용하는 것이 더 좋은 결과를 만들어 낸다. 본 연구에서는 87개의 지하수위 자료와 144개의 표고자료에 대한 반베리오그램을 구하고, 그것의 적합한 모델을 교차타당성 조사에 의해 선정한 후 복합크리깅과 정규크리깅을 이용하여 지하수위 분포도를 만들었다. 2개의 지하수위 등고선도를 비교해보면 지하수위 자료가 많이 확보된 매립장내에서는 큰 차이가 없으나, 지하수위 표본자료가 부족하고 지형의 변화가 큰 지역(등고선도의 좌상단 구역)과 지하수위 표본자료가 부족한 한강 인접지역에서 큰 차이를 보인다. 이 구역들에서 지형의 표고를 고려해볼 때, 복합크리깅에 의한 지하수위 등고선도가 정규크리깅에 의한 지하수위 등고선보다 더 실제에 가까운 것으로 사료된다.

**Abstract :** Cokriging was applied for the estimation of the water levels of the basal leachate and the surrounding groundwater at the Nanjido waste landfill area. When the groundwater level is estimated at the high relief area, it makes a good result to use the data of groundwater level and elevation simultaneously because groundwater level is correlated with topography. This study determined the best semivariogram model of 87 groundwater levels and 144 elevations through cross validation test, and produced the contour maps of groundwater levels using ordinary kriging and universal kriging. Two contour maps don't make big difference at the waste site because this area has a large number of groundwater level data. However, they show big difference at the upper left part of the study area because this area has high relief and a small number of sample data. Their difference is also found at the south area near the Han river. When the topography is considered for the both areas, the contour map of cokriging is thought to be closer to the real groundwater distribution than that of kriging.

### 서 론

난지도 생활폐기물 매립장은 1978년 부터 서울시에서 발생되어온 각종 생활폐기물을 매립해온 국내 최대의 대단위 폐기물 매립지로서 침출수, 유독가스, 악취등 여러가지 문제를 일으키고 있다. 특히 이곳에서 발생하는 침출수는 주변의 지하수와 한강을 오염시키고 있어 난지도 매립지의 안정화가 서울시의 시급한 당면 과제이다.

난지도 매립장의 오염된 지하수(이하 침출수로 명명)는 매립장의 비포화대에 형성되어 있는 응축 및 부유 침출수(floating water layer and vadose perched leachate)와 포화대에 형성되어 있는 기저 침출수(basal leachate)로 분류된다(삼성건설주식회사, 1994). 본 연구에서는 매립장내에서 높은 水頭를 형성하고 있을 것으로 추정되는 기저 침출수위 분포와 매립장 주변 지역

의 지하수위 분포를 파악하기 위해 지구통계학(geostatistics)을 이용하였다.

지구통계학적 방법은 지하수위, 수리상수(수리전도도, 투수량계수, 저류계수등), 오염물질의 농도등 수리지질학과 연관된 자료들을 추정해내는데 중요한 역할을 한다(Neuman, 1984). 특히 지질의 변화가 심해서 수리지질학적 구분이 어려워 수치 해석적인 모델링을 이용하기 어려운 경우에 지구통계학은 수리지질학의 연구에 필요 불가결하다.

지구통계학적 방법중 최선의 선형불편추정자(best linear unbiased estimator)인 크리깅(kriging)은 1960년 말에 개발되어 현재는 자료 유형에 따라 선택할 수 있는 여러가지 종류의 크리깅이 개발되어 있다. 지하수위 자료는 보통 그 변화가 그다지 불규칙하지 않아서 소수의 무작위 분포 지하수위 자료를 이용한 특정 지점에서의 자료 추정에 크리깅이 좋은 역할을 한다. 지하수위 자료는 보통 비정상 확률함수(nonstationary random function)의 특징을 갖기 때문에 정규크리깅(ordinary kriging)

\*부산수산대학교 응용지질학과  
\*\*서울대학교 지질과학과

보다는 만능크리깅(universal kriging)에 의해 더 정밀한 추정치(estimate)가 얻어진다(Jornel and Huijbregts, 1978). Aboufrassi and Mariño(1983)는 지하수위 자료 추정에 보통의 만능크리깅을 이용하였으며, Neuman and Jacobson(1984)은 오차크리깅(residual kriging)을 이용하였고, 정(1993a, b)은 k 계의 고유확률함수(intrinsic random function of order k)와 제한적 최대우도법(restricted maximum likelihood method)을 이용하였다.

난지도 부근의 지형은 변화가 그리 심하지 않으나 생활 폐기물 매립에 의해 형성된 난지도 매립지는 표고가 매우 높아서(매립지 정상 표고: 90~100 m) 이 일대의 지형 변화를 심하게 만든다. 난지도 매립지의 기저 침출수위도 주변지역에 비해 월등히 높게 형성되어 있다(기저 침출수위 분포: 3.8~45.2 m). 따라서 난지도 매립지와 그 부근의 지하수 분포 파악을 위한 지하수위 추정에는 단순히 지하수위 자료만을 이용하는 것보다는 지형적 여건도 고려하여 지하수위 자료를 추정하는 것이 필요하다. Hoeksema et al.(1989)은 지하수면(groundwater table)은 지형의 복제품이라고까지 말하고 지하수위의 추정을 위해 지하수위 자료는 물론 지형의 표고 자료를 이용하였다. 이와같이 2개 이상의 자료를 이용하여 추정치를 생산해내기 위해서는 복합 크리깅(cokriging)이 필요하다. Hoeksema and Kitanidis(1985)와 Aboufrassi and Mariño(1984)는 투수량계수(transmissivity)의 추정을 위해서, Hoeksema et al.(1989)은 지하수면의 추정을 위해서, Carr and McCallister(1985)는 지진강도의 추정을 위해서 복합크리깅을 각각 이용하였다.

### 복합크리깅의 수학적 표현

복합크리깅의 일반적 이론은 Matheron(1971)에 의해 개발되었으며, 복합크리깅의 행렬 공식은 Myers(1982)에 의해서 정리되었다. 확률변수군  $\bar{Z}(x) = [Z_1(x), \dots, Z_n(x)]$ 가 2계의 정상확률함수(second order stationary random function)를 이룰 때, 그 평균은

$$E[\bar{Z}(x)] = [m_1, \dots, m_n] \quad (1)$$

여기서 m은 상수를 뜻한다.

공분산 행렬(covariance matrix)은

$$\bar{C}(h) = E[\bar{Z}(x+h)^T \bar{Z}(x)] \quad (2)$$

여기서 h는 확률변수군들간에 떨어진 거리이며, T는 행렬의 전치를 뜻한다.

선형추정자(linear estimator)군은

$$\bar{Z}^*(x) = \sum_{k=1}^n \bar{Z}(x_k) \gamma_k \quad (3)$$

여기서  $\bar{Z}(x_k)$ 는 확률변수군이며,  $\gamma_k$ 는 가중치군으로  $n \times n$  행렬을 이룬다.

가중치군의 총합은  $n \times n$  단위행렬을 이룬다. 즉

$$\sum_{k=1}^n \gamma_k = I \quad (4)$$

가중치군  $\gamma_k$ 의 충분조건은 불편조건(nonbiased condition)과 최소추정분산(minimum estimation variance)이다. 즉

$$E[\bar{Z}(x) - \bar{Z}^*(x)] = [0, 0, \dots, 0] \quad (5)$$

$$\text{Var}[\bar{Z}(x) - \bar{Z}^*(x)] = \text{minimal} \quad (6)$$

여기서 E는 평균을, Var는 분산을 뜻한다.

Myers(1982)에 의하면 복합크리깅의 조직은 다음과 같이 표현된다.

$$[K][\Gamma] = [M] \quad (7)$$

여기서

$$[K] = \begin{bmatrix} \bar{C}(x_1-x_1) & \dots & \bar{C}(x_1-x_n) & I \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \bar{C}(x_n-x_1) & \dots & \bar{C}(x_n-x_n) & I \\ I & \dots & I & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[\Gamma] = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_n \\ \bar{\mu} \end{bmatrix}, \quad [M] = \begin{bmatrix} \bar{C}(x_1-x) \\ \vdots \\ \bar{C}(x_n-x) \\ I \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $\bar{\mu}$ 는 Lagrange multiplier들이다.

추정분산(estimate)을 나타내는 식(6)을 공분산을 이용하여 표현하면

$$\sigma_k^2 = T_r \bar{C}(0) - T_r \left[ \sum_{j=1}^n \bar{C}(x-x_j) \gamma_j \right] - T_r \bar{\mu} \quad (10)$$

여기서  $T_r$ 은 trace를 뜻한다.

### 실험 자료

난지도 매립지 일대의 지하수위 분포를 추정하기 위해 복합 크리깅에 이용된 자료는 지하수위와 표고자료이다. 지하수위 자료는 매립지내와 주변에 침출수 조사를 위해 개발한 관측정에서 측정된 28개의 자료와 매립지 주변 지역(상암동, 덕은동) 일대의 가정용 우물들에서 측정된 18개의 자료와 매립지에서 수행된 비저항 수직탐사(삼성건설 주식회사, 1994)결과 추정된 28개의 기저 침출수의 수위자료이다. 또한 자료수를 늘리기 위

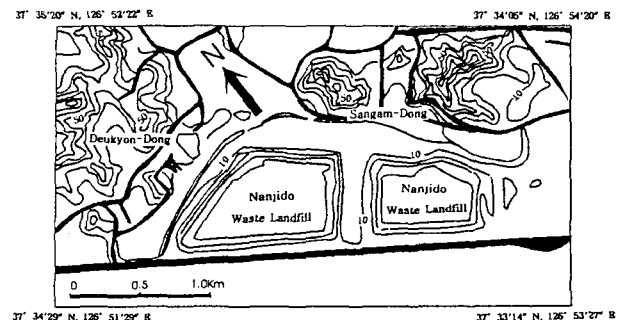


Figure 1. Study area of the Nanjido waste landfill.

해 매립장 주변의 셋강에서 측정된 13개의 수위자료가 포함되어 실험에 이용된 총 지하수위 자료는 87개이다. Figure 1은 연구지역의 지형을 보여주며, 그 규모는 약 3,600 m×2,000 m이다. Figure 2에 실험에 이용된 지하수위 자료의 위치와 값들이 표시되어 있다.

표고자료는 지하수위가 측정된 지점의 표고 44개와 지하수위가 측정되지 않았지만 우물이 위치하는 지점의 표고 7개, 셋강의 표고 13개, 전기비저항 수직탐사가 수행된 지점의 표고 30개, 그리고 지형도상에서 읽어진 표고 50개로서 모두 총 144개의 자료가 이용되었다. Figure 3에 실험에 이용된 표고 자료의 위치와 값들이 표시되어 있다.

복합크리깅의 큰 장점은 한 자료의 수가 다른 자료의 수보다 적다할지라도 그 자료들간의 상관관계를 이용해서 부족한 자료의 값들을 추정해 내는 것이다(Carr et al., 1985). 따라서 본 연구에서는 지하수위와 표고와의 상관관계를 이용하여 지하수위가 측정되지 못했던 지점에서 값들을 추정해 내었다. 지하수위 자료와 표고 자료의 통계치는 Table 1에 있다.

실험에 이용되는 지하수위 자료와 표고 자료의 분포가 정규분포(normal distribution)를 이루는지 여부를 판단하기 위해 Kolomogorov-Smirnov test(Davis, 1986)를 한 결과 모두 부적합 판정을 받았다. 두 가지 자료를 대수변환(log transformation) 또는 제곱근변환(square-root transformation)을 시켜도 모두 정규분포를 이루지 못하였다. 보통 대수변환된 지하수위 자료는 정규분포(Dowd, 1982)를 이루지만, 난지도에서 획득한 지하수위 자료는 매립지내의 지하수위와 주변지역의 지하수위가 너무 차이가 나기 때문에 정규분포를 이루지 못하는 것

으로 보인다. 그러나 크리깅은 최선의 선형 불편 추정자이므로 크리깅에 이용되는 자료는 반드시 정규분포를 이룰 필요는 없다(U.S.EPA, 1990). 따라서 본 연구에서는 원래의 지하수위 자료와 표고 자료를 그대로 실험에 이용하였다.

**실험자료의 베리오그램(Variogram)과 교차타당성 시험(Cross Validation Test)**

**실험자료의 베리오그램**

표본자료의 공간분포 특성을 파악하기 위해 베리오그램이 이용된다. 베리오그램의 계산에는 다음의 방정식이 이용되었다. 즉

$$2\gamma_k(h) = E\{\sum [\bar{Z}_k(x+h) - \bar{Z}_k(x)]^2\} \quad (11)$$

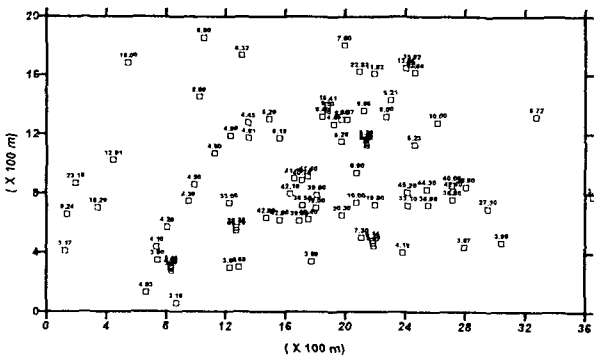
여기서 h는 자료군들 사이의 떨어진 거리를 뜻하며,  $\gamma(h)$ 는 반베리오그램(semivariogram)이 된다.

복합크리깅에서는 2개 이상의 자료가 이용되므로, 그 자료들간의 교차베리오그램(cross-variogram)이 필요하다. 교차베리오그램의 계산공식은

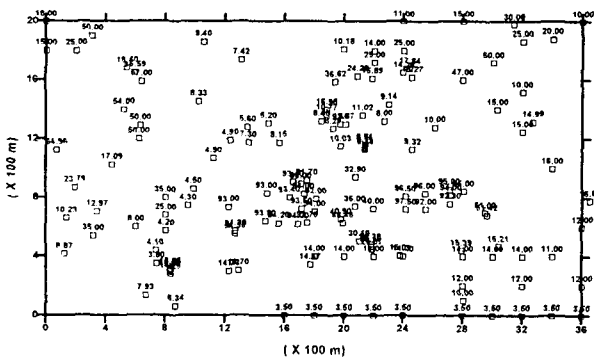
$$2\gamma_{kk}(h) = E\{\sum [\bar{Z}_k(x+h) - \bar{Z}_k(x)][\bar{Z}_k(x+h) - \bar{Z}_k(x)]\} \quad (12)$$

**Table 1.** Sample statistics of water level and elevation.

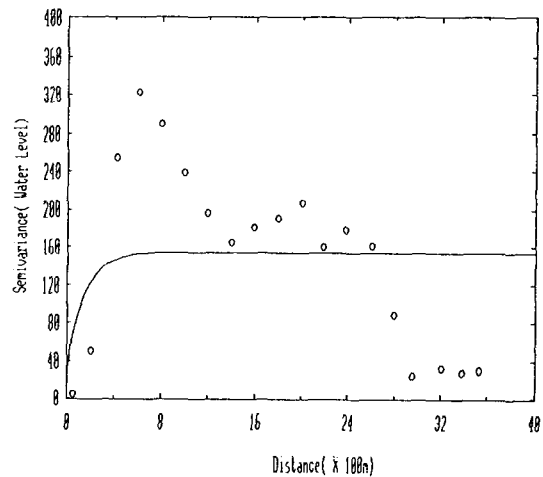
| Statistics         | Water Level | Elevation |
|--------------------|-------------|-----------|
| No. of Data        | 87          | 144       |
| Mean               | 16.17       | 30.60     |
| Median             | 8.40        | 15.0      |
| Standard Deviation | 14.72       | 30.81     |
| Variance           | 216.46      | 949.18    |
| Skewness           | 0.87        | 1.293     |
| Kurtosis           | 2.02        | 3.070     |
| Minimum Value      | 3.17        | 3.80      |
| Maximum Value      | 45.20       | 97.50     |



**Figure 2.** Distribution of water level sample data.



**Figure 3.** Distribution of elevation sample data.



**Figure 4.** Selected semivariogram model of water level sample data.

난지도 지하수위와 표고자료의 반베리오그램은 안정되지 못하고 거리가 증가함에 따라 감소하는 경향을 보인다(Figure 4, 5, 6). 이 불안정한 반베리오그램을 나타낼 수 있는 모델은 구할 수 없다. 반베리오그램이 거리에 따라 증가하는 경우에는 일반적인 공분산(generalized covariance)을 이용하는 만능크리깅이 정규크리깅 보다 정밀한 추정치들을 만들어 낼 수 있다. 그러나 난지도 자료와 같이 거리의 증가에 따라 반베리오그램이 감소하는 경우에는 보통 정규크리깅을 이용한다. 정규크리깅에 이용되고 있는 반베리오그램 모델은 지수형 모델(exponential model), 구상형 모델(spherical model) 그리고 가우시안 모델(Gaussian model)이다.

반베리오그램의 모델 유형에 따른 방정식은 다음과 같다. 지수형 모델의 반베리오그램 방정식은

$$\gamma(h) = CO + C[1 - \exp(-\frac{h}{r})] \quad (h < r) \quad (13)$$

$$\gamma(h) = Sill \quad (h > r) \quad (14)$$

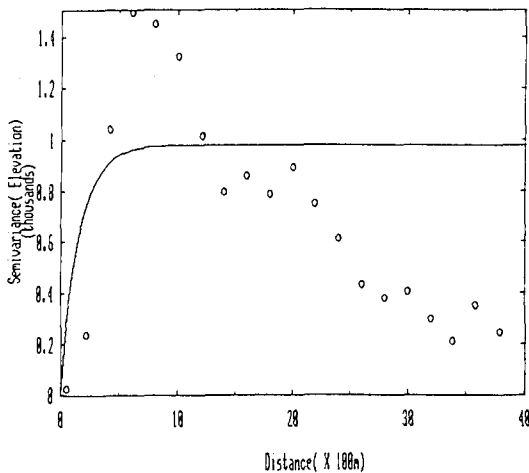


Figure 5. Selected semivariogram model of elevation sample data.

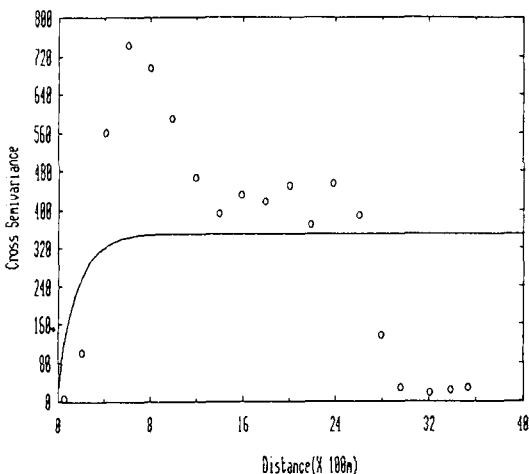


Figure 6. Selected cross-semivariogram model of water level and elevation sample data.

구상형 모델의 반베리오그램 방정식은

$$\gamma(h) = CO + C[\frac{3}{2} \frac{h}{r} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{r^3}] \quad (h < r) \quad (15)$$

$$\gamma(h) = Sill \quad (h > r) \quad (16)$$

가우시안 모델의 반베리오그램 방정식은

$$\gamma(h) = CO + C[1 - \exp(-\frac{h^2}{r^2})] \quad (h < r) \quad (17)$$

$$\gamma(h) = Sill \quad (h > r) \quad (18)$$

여기서 CO는 nugget, C는 sill-nugget, r은 range, h는 자료들간의 거리이다.

본 연구에서는 지하수위 자료와 표고 자료들의 반베리오그램 모델을 결정하기 위해 지수형 모델과 구상형 모델이 이용되었으며, 반베리오그램 상수들은 비선형 최소자승법(nonlinear least squares method)에 의해 산출되었다. Table 2에 지하수위와 표고 자료의 반베리오그램 모델 종류에 따른 상수들이 있다.

교차타당성 시험(Cross Validation Test)

각 자료에 대한 variogram 모델의 적합성을 판단하기 위해 교차타당성 조사가 필요하다. 아주 간단한 방법은 음대수우도(negative log likelihood)를 계산하여 판단(Russo and Jury, 1987a, b)하는 것이지만 본 연구에서는 Davis(1987)의 교차타당성 방법을 이용하여 감소오차(reduced error)를 계산하였다. 감소오차는

$$RE = \frac{\bar{Z}(x) - \bar{Z}^*(x)}{\sqrt{\sigma_k^2}} \quad (19)$$

여기서  $\sigma_k^2$ 는 추정분산 또는 크리깅 분산이라고 한다.

선정된 모델이 가장 적합하다면 감소오차의 평균(mean reduced error)이 0에 가까워야 하고, 감소 오차의 표준편차(standard

Table 2. Semivariogram parameters of the Nanjido data.

| Variable \ Parameter      | Nugget | Range(m) | Sill  | Model       |
|---------------------------|--------|----------|-------|-------------|
| Water Level               | 30.6   | 150      | 155.0 | exponential |
|                           | 0.0    | 473      | 156.8 | spherical   |
| Elevation                 | 100.8  | 153      | 712.7 | exponential |
|                           | 0.0    | 498      | 727.6 | spherical   |
| Water Level/<br>Elevation | 19.3   | 167      | 350.5 | exponential |
|                           | 0.0    | 484      | 356.5 | spherical   |

Table 3. Selected semivariogram parameters of the Nanjido data.

| Variable \ Parameter  | Nugget | Range(m) | Sill  | Model       |
|-----------------------|--------|----------|-------|-------------|
| Water Level           | 30.6   | 150      | 155.0 | exponential |
| Elevation             | 0.39   | 153      | 977.9 | exponential |
| Water Level/Elevation | 19.3   | 167      | 350.5 | exponential |

deviation of reduced error)가 1.0에 가까워야 한다(Davis, 1987; Solow, 1990). 교차타당성 조사결과에 따라 적합 모델로 선정된 semivariogram의 상수들이 Table 3에 있고, 각 자료별로 선정된 반베리오그램 모델이 Figure 4, 5 와 6에 있다.

### 지하수위 자료추정

선정된 semivariogram 모델을 이용하여 복합크리깅과 정규크리깅에 의해 격자상으로 지하수위 자료를 추정하였다. 이용된 프로그램은 미국 EPA(U.S. Environmental Protection Agency, 1990)에서 폐기물 관리를 위해 개발한 지구통계학 소프트웨어 GEO-PACK version 1.0이다. 자료추정의 격자 규모는 .37(행)×21(열)로서 행과 열의 간격은 각각 100 m 이며, 총 777지점에서 추정치가 만들어졌다. 난지도 매립장내에서의 등고선 변화를 정밀하게 파악하기 위해 자료추정 간격을 조밀하게 하였다. 임의의 지점에서의 자료추정을 위해 이용되는 이웃의 자료수(No. of Neighbourhood)는 정규크리깅의 경우 보통 8~10 개(Kafritas and Bras,1981)이지만, 본 연구에서는 6 개를 이용하였다. 그 이유는 난지도 매립장에서의 지하수위 표본자료가 주변지역과 큰 차이를 보이고 있어서 이웃의 자료수를 크게 할 경우 매립장의 추정 지하수위 자료가 영향을 받아 작아지는 것을 피하기 위해서였다.

복합크리깅은 87개의 지하수위 자료와 144개의 표고 자료를 이용하였으며, 정규크리깅은 87개의 지하수위 자료만을 이용하였다. Figure 7은 복합크리깅에 의한 지하수위 등고선도이고,

Figure 8은 정규크리깅에 의한 지하수위 등고선도이다.

### 토의 및 결론

Figure 7 과 Figure 8 의 등고선도를 비교해볼 때 매립장내에서의 등고선 분포는 큰 차이가 없다. 그 이유는 매립장 내에는 많은 지하수위 자료가 확보되어 있어서 정규크리깅도 좋은 추정치들을 만들 수 있었기 때문이다. 그러나 주변지역에서의 등고선 분포는 차이를 보인다. 특히 지하수위 표본자료가 부족하고 지형의 변화가 큰 지역(등고선도의 좌상단 구역)에서 복합크리깅과 정규크리깅에 의해 추정된 지하수위는 큰 차이를 보인다. 등고선도의 좌상단 지역에서 복합크리깅에 의해 추정된 지하수위 분포는 해발 8.0~34.1 m이고, 정규크리깅에 의해 추정된 지하수위 분포는 해발 8.0~23.2 m 로서 낮은 편이다. 이 지역 지형의 고도가 대략 10~80 m인 것을 고려한다면, 이 지역의 지하수위 등고선도는 복합크리깅에 의한 것이 실제의 지하수 분포에 더 가까운 것으로 판단된다. 또한 2개의 등고선도를 한강변에 인접한 조사지역 남쪽에서 비교해보면 4 m 높이의 지하수위 등고선 분포가 큰 차이를 보이는데, 지형적인 여건을 고려해 볼 때 복합크리깅으로 만들어진 등고선이 더 적합한 것으로 보인다.

추정된 지하수위 분포를 입체적으로 보기위해 3 차원 표면도(3-D surface map)를 작성하였다. 복합크리깅에 의한 표면도가 Figure 9에 있으며 정규크리깅에 의한 표면도가 Figure 10에 있다. 3차원 표면도에서도 등고선도와 같이 좌측상단의 지형적 변화가 큰 지역에서 지하수위 분포가 큰 차이를 보이며, 다른 지역에서는 정규크리깅과 복합크리깅에 의한 지하수위 분포가 큰

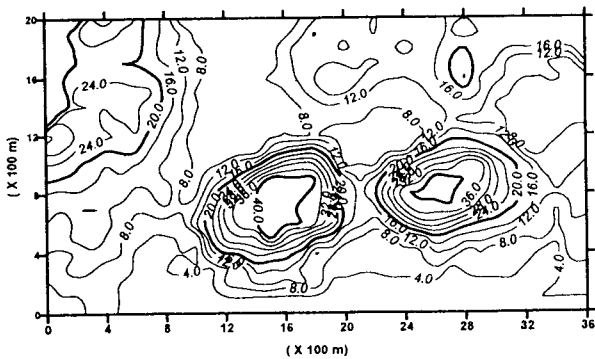


Figure 7. Contour map of cokrigged water levels at the Nanjido waste landfill area.

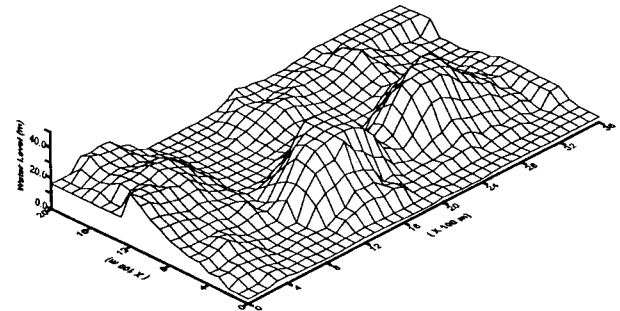


Figure 9. Surface map of cokrigged water levels at the Nanjido waste landfill area.

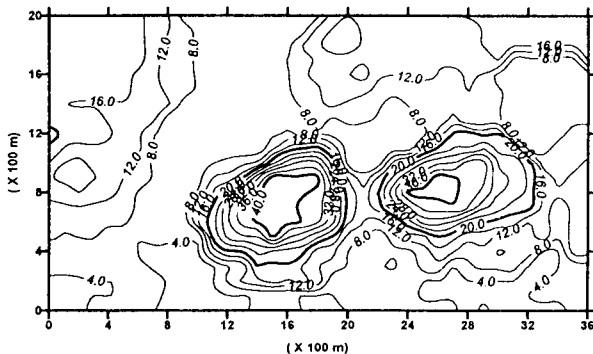


Figure 8. Contour map of krigged water levels at the Nanjido waste landfill area.

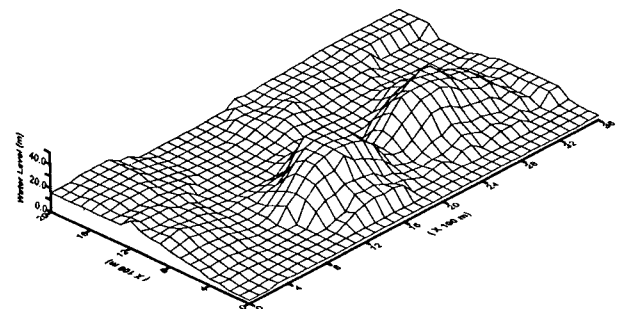


Figure 10. Surface map of krigged water levels at the Nanjido waste landfill area.

차이를 보이지는 않는다.

크리깅은 최선의 불편선형 추정자이므로 최소한의 오차를 갖고 추정치들을 만들어낸다. 따라서 크리깅에 의해 만들어지는 분포도들은 복잡한 변화를 나타낼 수 없고 부드러운 변화만을 보여준다(Journel and Huijbregts, 1978). 일반적으로 지하수위 분포는 부드러운 변화의 특징을 갖으므로 지하수위 분포를 추정할 때, 정규크리깅이나 만능크리깅을 이용하면 좋은 결과를 얻는다. 그러나 난지도 지역과 같이 인위적인 지형적 변화가 큰 곳에서는 지하수위 자료만을 이용하여 분포도를 작성하는 것보다는 지형적인 여건도 고려할 수 있는 복합크리깅을 이용하는 것이 더 정밀한 지하수위 분포도를 만들어 낼 수 있다. 결론적으로 복합크리깅의 장점이 난지도 매립지 일대의 지하수위 분포 추정에서 입증되었다.

## 사 사

본 연구는 1994년도 교육부 기초과학 육성 연구비의 지원에 의해서 이루어졌다. 연구비를 지원해준 교육부에 감사하고, 아울러 본 연구에 필요한 자료를 제공해준 삼성건설 주식회사와 GEOPACK(version 1.0) 소프트웨어를 제공해준 미국 EPA에 감사한다.

## 참고문헌

- 삼성건설주식회사, 1994, 난지도 매립지 안정화 기본설계, 수리지질연구조사 보고서, 498pp.
- 정상용, 1993a, 지하수위 분포 모델링을 위한 UNIVERSAL KRIGING의 응용, 1. k계의 고유 확률함수, 지질공학회지, 3(1), p.39-49.
- 정상용, 1993b, 지하수위 분포 모델링을 위한 UNIVERSAL KRIGING의 응용, 2. 제한적 최대 偶度法, 지질공학회지, 3(1), p. 51-61.
- Aboufirassi, M., and Mariño, M.A., 1983, Kriging of water levels in the Souss Aquifer, Morocco, *Mathematical Geology*, 15(4), p. 537-551.
- Aboufirassi, M., and Mariño, M.A., 1984, Cokriging of aquifer transmissivities from field measurements of transmissivity and specific capacity, *Mathematical Geology*, 16(1), p. 19-35.
- Carr, J.R., Myers, D.E. and Glass, C.E., 1985, Cokriging-A computer program, *Computer & Geosciences*, 11(2), p. 111-127.
- Carr, J.R., and McCallister, P.G., 1985, An application of cokriging for estimation of tripartite earthquake response spectra, *Mathematical Geology*, 17(5), p.527-545.
- Davis, C.J., 1986, *Statistics and data analysis in geology*, 2nd edition, John Wiley & Sons, 646 pp.
- Davis, B.M., 1987, Uses and abuses of cross validation in geostatistics, *Mathematical Geology*, 19(3), p. 241-248.
- Dowd, P.A., 1982, Lognormal kriging-The general case, *Mathematical Geology*, 14(5), p. 475-499.
- Hoeksema, R.J., and Kitanidis, P. K., 1985, Comparison of Gaussian conditional mean and kriging estimation in the geostatistical solution of the inverse problem, *Water Resources Research*, 21(6) p. 825-836.
- Hoeksema, R.J., Clapp, R.B., Thomas, A.L., Hunley, A.E.; Farrow, N.D., and Dearstone, K.C., 1989, Cokriging model for estimation of water table elevation, *Water Resources Research*, 25(3), p. 429-438.
- Journel, A.G., and Huijbregts, CH.J., 1978, *Mining geostatistics*, Academic Press, 600p.
- Kafritas J., and Bras, R.L., 1981, *The practice of kriging*, Ralph M. Parsons Laboratory, Dept. of Civil Engineering, MIT Technical Report No. 263.
- Matheron, G., 1971, *The theory of regionalized variables and its applications*, Centre de Geostatistique, Fontainebleau, France.
- Myers, D.E., 1982, Matrix formulation of co-kriging, *Mathematical Geology*, 14(3), p. 249-257.
- Neuman, S.P., 1984, Role of geostatistics in subsurface hydrology, *Geostatistics for Natural Resources Characterization, Parts 2*, edited by G. Verly et al., p. 287-816.
- Neuman, S.P., and Jacobson, E., 1984, Analysis of nonintrinsic spatial variability by residual kriging with application to regional groundwater levels, *Mathematical Geology*, 16(1), p. 19-35.
- Russo, R., and Jury, W., 1987, A theoretical study of the estimation of the correlation scale in spatially variable fields, 1. Stationary Fields, *Water Resources Research*, 23(7), p.1257-1268.
- Russo, R., and Jury, W., 1987, A theoretical study of the estimation of the correlation scale in spatially variable Fields, 2. Nonstationary Fields, *Water Resources Research*, 23(7), p.1269-1279.
- Solow, A.R., 1990, Geostatistical cross-validation: A cautionary note, *Mathematical Geology*, 22(6), p. 637-639.
- U.S. EPA, 1990, *Geostatistics for waste management: A user's manual for the GEOPACK(Version 1.0)*, Geostatistical Software System, 70p.