

高次 轉移函數를 利用한 海洋構造物 舉動의 非線形度 決定 Determination of the Degree of Nonlinearity in the Response of Offshore Structures Using Higher Order Transfer Functions

백 인 열*
Paik, In Yeol*

要 旨 : 파하중과 해류하중을 받는 단일 자유도계를 동적 해석하여 비선형 거동을 나타냄을 보이고 고차의 비선형 전이함수를 포함한 모델을 적용하여 그 비선형 차수를 알아낸다. 먼저 구조물에 단일 정현파, 두 파의 합성파 그리고 불규칙파 하중을 차례로 가하면서 각 하중조건마다 세가지 비선형 요인의 효과를 조사한다. 이로부터 단일 자유도계의 공진주파수에서 파의 에너지는 존재하지 않지만 비선형 요인에 의해 응답 성분이 나타남을 보인다. 다음으로 Volterra 급수에 근거한 고차 전이함수(higher order transfer function) 모델을 적용하여 유연한 단일 자유도계의 비선형 거동이 성공적으로 모델화됨을 보이며 또한 비선형성이 2차나 3차로 명백히 나타남을 보인다.

Abstract □ Higher order nonlinear transfer functions are applied to model the nonlinear responses obtained from dynamic analysis of single degree of freedom systems (SDOF) subjected to wave and current loadings. The structural systems are subjected to single harmonic, two wave combination and irregular wave loading. Three different sources of nonlinearities are examined for each of the wave loading condition and it is shown that the nonlinear response appears at the resonance frequencies of the SDOF even when virtually no wave energy exists at those resonance frequencies. Higher order nonlinear transfer functions based on Volterra series representation are used to model the nonlinear responses mainly for the flexible systems and clearly shows the degrees of nonlinearity either as quadratic or cubic.

1. 서 론

심해의 유연한 해양 구조물들은 그 공진주파수가 비록 파의 주파수 영역과는 멀리 떨어져 있다고 하여도 비선형적인 파하중 조건하에서는 구조물의 공진주파수에서 상당한 양의 동적 거동을 보일 수 있다. Volterra 급수에 근거한 2차 전이함수 모델(quadratic transfer function model)은 유연한 해양 구조물이 보이는 이러한 비선형 거동을 모델화하는데 매우 편리한 수단을 제공하여 준다. Kim 등(1987)은 축소된 실험모델로부터 나온 자료를 이용하여 불규칙파에 의한 계류선의 비선형 거동을 이차 전이함수 모델을 이용하여 성공적으로 모델화하였다. 또한 Kim 등(1989)은 축소된 TLP 모델의 실험자료로부터 종방향 운동(surge motion)의 비선형성을 모델화하는데 이차

전이함수를 이용하였다. Donley와 Spanos(1990)는 이전의 통계적 선형화 방법을 확장한 통계적 2차화 방법(statistical quadratization method)를 제안하여 선형화만으로는 나타낼 수 없던 저주파수대의 TLP 종방향 운동을 추측하는데 적용하여 좋은 결과를 얻었다. 이 연구에서 Morison의 식이 사용되었으며 파력은 TLP의 최초위치에서 계산되었고 해류가 함께 가하여졌다.

본 연구에서는 해양 구조물에 미치는 여러 비선형성을 이해하고 특히 유연한 구조물의 동적 거동에 미치는 비선형 효과의 중요성을 인식하는데 중점을 두기 위하여 보다 복잡한 거동을 보이는 구조물에 적용하기 이전 단계로서 단일 자유도계에 선형 파 이론과 모리슨의 파력식을 적용하여 동역학적 해석으로부터 계산되어지는 비선형 응답을 보이며 또한 주

*서울대학교 공과대학 연수연구원 (Department of Civil Engineering, University of Texas at Austin, Texas, USA)

어진 파고를 입력으로 하고 얻어진 응답을 출력으로 하여 비선형 전이함수를 성공적으로 결정할 수 있음을 보인다. 본 연구에서 고려된 비선형 요인으로는 Morison식의 항력항, 해류의 영향 그리고 구조물의 변형된 위치가 고려된 파력계산 등이다. 비선형 효과를 조사하는데 있어서 주안점을 둔 것은 이들 비선형성이 2차 혹은 3차의 특성을 갖는지를 알아내는 것이다. 이를 위하여 단일 정현파와 두 주파수 성분을 갖는 합성파를 차례로 가하여 각 경우마다 새로 생기는 응답의 주파수와 주어진 파 주파수와의 관계를 확인하고 이로부터 많은 주파수 성분을 갖는 불규칙파를 가할 때 생기는 비선형 응답이 전이함수 모델로부터 2차나 3차가 지배적인 것으로 나타남을 뒷받침한다.

2. 단일 정현파 입력

2.1 단일자유도계의 평형방정식

본 연구에서 사용한 단일 자유도계는 질량 m 과 횡방향 강성도 k 를 갖고 있고 그 변위를 y 라고 표시할 때 식 (1)과 같은 평형방정식을 갖는다.

$$m\ddot{y} + ky = C_m \rho_w \frac{\pi D^2}{4} a_{xt} - C_m \rho_w \frac{\pi D^2}{4} \ddot{y}t + \frac{1}{2} C_D \rho_w D t |u - \dot{y}|(u - \dot{y}) \quad (1)$$

이 식에서 우변의 하중항은, 수중에서 진동하는 실

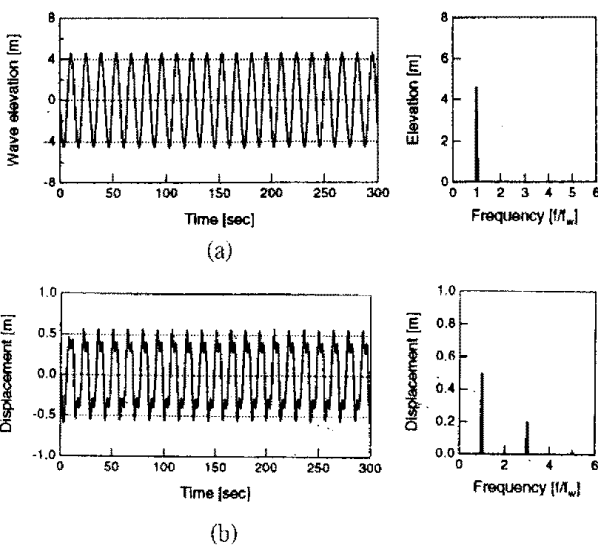


Fig. 1. Drag nonlinearity (a) wave elevation (b) displacement.

린더에 작용되는 파력을 상대 속도를 써서 나타내는 수정 모리슨 식을 이용한 것이다. 하중항 중 첫번째 항은 관성력항이고 두번째 항은 부가 질량항으로 좌변으로 넘겨져 관성항에 더해지고 마지막 항은 항력항으로 내부에 단일자유도계의 속도 \dot{y} 을 포함하고 있다. 입력파의 횡방향 물입자 속도 u 와 가속도 a_x 는 선형파 이론에 근거하여 구하여졌으며 단일 자유도계의 평형방정식(식 (1))은 단계적 수치 적분법 중 하나인 등평균가속도법(constant average acceleration method)을 이용하여 풀었다.

2.2 비선형 항력항의 효과

먼저 단일 정현파를 이용하여 모리슨 식의 항력항이 나타내는 비선형 효과를 알아본다. 이 경우 유체입자의 속도와 가속도항을 단일 자유도계의 최초위치에서 계산함으로써 다른 비선형효과는 제외시켰다. 그림 1에 가해진 단일 정현파의 표고와 단일 자유도계의 응답이 각각 시간대별 및 주파수대에 걸쳐 보여지고 있다. 이 예에서 보면 입력파는 주파수 $f_w = \omega_w / 2\pi$ 에서만 성분을 갖고 있는 단일 정현파이나 그에 대한 단일 자유도계의 응답은 그 주파수 성분이 입력파의 주파수인 f_w 에서 뿐만 아니라 세 배와 다섯 배의 주파수 $3f_w, 5f_w$ 에서도 응답 성분이 생겨났음을 알 수 있다. 그림 2에는 작용 하중항이 관성력항과 항력항으로 구분하여 도시되어 있는데 예상할 수 있는 바와 같이 관성력항에는 f_w 주파수 성분 이외는 없으나 항력항에는 f_w 뿐만 아니라 홀수배의 주파수 성분이 존재하여 항력항이 홀수배 비선형 응답성분의 요인임을 알 수 있다.

응답에 있어서의 홀수배 초정현 성분(super-harmonics)의 존재는 모리슨 식의 항력항에 나타나는 부호를 갖는 제곱형 함수를 급수 전개해 봄으로써도 확인할

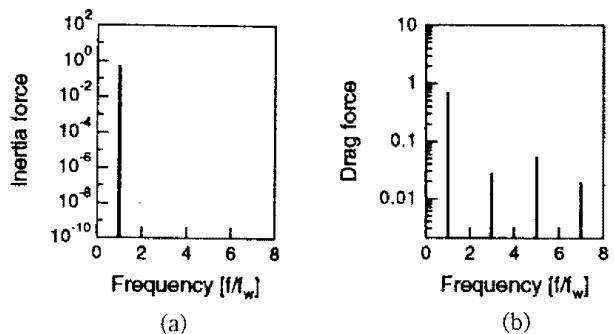


Fig. 2. Drag nonlinearity (a) inertia force (b) drag force.

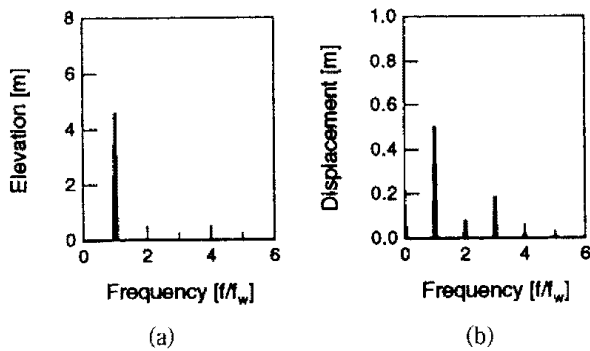


Fig. 3. Current added (a) wave (b) displacement.

수 있다. 단일 정현파 $x(t)=\sin\omega t$ 에 대하여 식 (2)와 같은 모양의 함수를 식 (3)과 같은 Fourier 급수로 나타낸다면

$$f(t)=x(t)|x(t)| \tag{2}$$

$$f(t)=a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \tag{3}$$

이미 알려진 바와 같이 이 급수의 상수들은 다음과 같이 구해진다.

$$a_0=0, a_n=0$$

$$b_n = \begin{cases} 0 & \text{짝수 } n \ (n=0, 2, 4, \dots) \\ \frac{8}{n(2+n)(2-n)\pi} & \text{홀수 } n \ (n=1, 3, 5, \dots) \end{cases}$$

즉 식 (2)는 식 (4)와 같이 나타난다.

$$f(t)=\sin\omega t|\sin\omega t|$$

$$= \frac{8}{3\pi} \sin\omega t - \frac{8}{15\pi} \sin 3\omega t + \frac{8}{105\pi} \sin 5\omega t - \dots \tag{4}$$

그러므로 f_w 주파수만을 갖는 단일 정현파의 작용에 대하여 항력항의 비선형성이 단일자유도계의 응답 성분에서 나타나는 홀수배 주파수 성분의 요인임을 확인할 수 있다.

2.3 해류에 의한 비선형 효과

다음으로 단일 자유도계의 비선형 거동에 미치는 해류의 효과가 모리슨 식의 물입자 속도에 해류 속도가 더하여진 표현으로부터 검증된다. 해류 속도는 상수로 가정하고 단일 정현파의 물 입자 속도 $u(t)$ 에

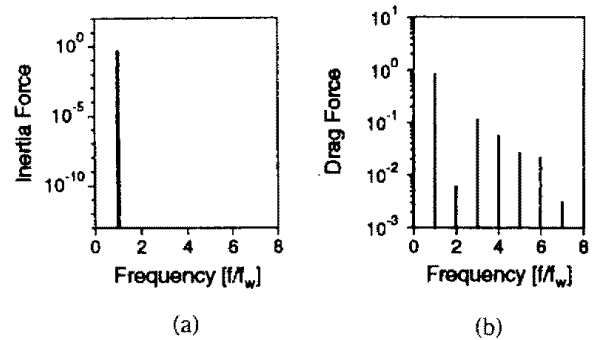


Fig. 4. Current added (a) inertia force (b) drag force.

더하여진다. 여전히 계산은 단일 자유도계의 최초 위치에서 행하여진다.

파의 진행방향과 같은 방향으로 속도 $U_{cur}=0.3$ m/sec를 갖는 해류가 지난 절과 동일한 예제에 더하여졌다. 그 결과가 그림 3에 나타나져 있는데 단일 자유도계의 변위성분을 보면 $f_w, 3f_w, 5f_w \dots$ 에서 뿐만 아니라 이제 해류가 더하여짐으로 인하여 새로이 $0, 2f_w, 4f_w \dots$ 짝수배 주파수에서도 변위 성분을 가짐을 알 수 있다. 이 경우에 있어서 관성력과 항력 성분을 도식해 보면 그림 4와 같으며 예견할 수 있는 바와 같이 관성력 성분은 지난 절과 같으며 항력항은 짝수배의 주파수에서 새로운 성분을 가짐을 알 수 있다.

이전 절에서와 같이 Fourier 급수 전개를 이용하여 이들 짝수배 조정현 주파수 항들이 나타남을 확인할 수 있다. 즉 식 (5)와 같은 함수

$$f(t)=(\sin\omega t + c)|\sin\omega t + c| \tag{5}$$

에 대하여 Fourier 급수로 전개하였을 때 식 (3)에 나타난 상수를 구해보면 된다. 이전 경우보다는 복잡한 계산과정이 필요하나 예를 들어 $c=0.2$ 에 대하여 식 (6)과 같이 구하여진다.

$$f(t)=(\sin\omega t + 0.2)|\sin\omega t + 0.2|$$

$$= 0.256 + 0.900\sin\omega t - 0.153\sin 3\omega t$$

$$- 0.015\sin 5\omega t - 0.166\cos 2\omega t - 0.031\cos 4\omega t$$

$$- 0.011\cos 6\omega t - \dots \tag{6}$$

이와 같이 항력항의 비선형성에 해류의 속도가 더하여지면 정현파와 결합하여서 홀수배의 주파수 성분과 더불어 새로이 짝수배의 주파수 성분을 만들어 낼 수 있다.

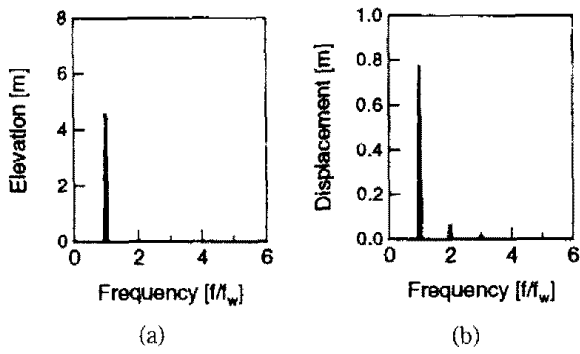


Fig. 5. Displaced position (a) wave (b) displacement.

2.4 이동 위치에 의한 비선형 효과

해석과정에 단일 자유도계의 변형된 위치를 고려해서 작용 파력 계산시 파의 입자 운동학에 관련된 값들을 최초 위치 대신 이동된 위치에서 구한다면 이동위치에 의한 비선형 효과가 나타날 것이다. 이 경우 시간 t, 수평 변위 y(t)지점에서 파의 표고는 식 (7)과 같다.

$$\eta(y,t) = \frac{H}{2} \sin(ky - \omega t) \tag{7}$$

이 식에서 $k=2\pi/L$ 는 파수(wave number)이고 $\omega=2\pi/T=2\pi f$ 는 파의 각 주파수이다.

위의 식에 의한 입력파의 표고와 단일 자유도계의 변위가 그림 5에 보여져 있다. 입력파는 단일 주파수 f 만으로 주어졌으나 진동 중에 있는 단일 자유도계에 접한 위치에서의 파의 표고는 그림 5(a)의 주파수 성분도에서 보여지는 바와 같이 단일 정현파가 아니라 정수배의 주파수에서 성분을 갖고 있음을 알 수 있다. 단일 자유도계의 변위 또한 입력파의 정수배의 주파수에서 변위 성분을 보여준다. 그림 6으로부터 항력항 뿐만 아니라 관성력항도 정수배의 주파수 성분을 가짐을 볼 수 있다. 본 예제의 경우 입력파의 정수배 주파수에서 변위 성분들이 존재함을 뚜렷이 보여주기 위하여 단일 자유도계의 고유 진동수를 $f_0=2f_w$ 즉 파의 주파수의 두배와 일치하도록 하였다. 따라서 고유진동수가 비교적 큰 경성 구조이므로 변위량이 작아 이동위치로 인한 비선형 효과량이 많지 않으나 다음 절들에서 보여줄 유연한 구조물의 경우에는 이동위치의 효과를 보다 뚜렷이 알 수 있다.

식 (7)을 고찰하여 보면 정수배 주파수 성분이 존재함을 알아낼 수 있다. 만일 주파수 ω 를 갖는 정현 파에 의해 단일 자유도계에 식 (8)과 같은 주파수 성분

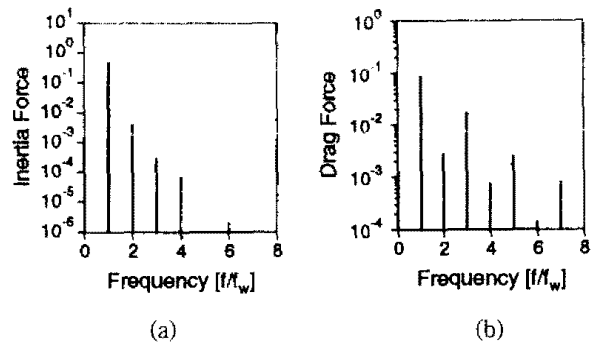


Fig. 6. Displaced position (a) inertia (b) drag force.

ω_1 을 갖는 변위가 발생했다면

$$y(t) = a_1 \sin \omega_1 t \tag{8}$$

식 (8)을 (7)에 대입하고 식을 전개하면 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \eta(t) = & -\frac{H}{2} \sin \omega t + A_1 \sin((\omega_1 + \omega)t) \\ & + A_1 \sin((\omega_1 - \omega)t) \end{aligned} \tag{9}$$

여기에서 A_1 은 a_1 으로 이루어진 상수이고 전개과정에서 $a_1 k$ 의 고차항은 제외되었다(참고 Paik(1994)). 식 (8)과 (9)에서 보면 먼저 선형 효과에 의해 입력파(식 (9))의 주된 주파수 ω 에 대하여 단일 자유도계의 변위(식 (8)) 또한 ω 성분을 갖는다. 이에 식 (8)에서 $\omega_1 = \omega$ 라 한다면 식 (9)로부터 파의 표고는 2ω 와 0 주파수 성분을 갖고 다시 선형관계로부터 단일 자유도계도 또다른 성분 $\omega_1 = 2\omega, 0$ 를 가질 수 있다. 이 과정을 되풀이 한다면 단일 자유도계가 그림 5에서 보여지듯이 이동 위치 고려에 의해 정수배의 주파수에서 변위 성분을 가질 수 있다는 것이 설명되어질 수 있다.

3. 두 주파수 성분을 갖는 합성파의 입력

지난 장에서는 단일 정현파를 가하였을 때 여러 비선형 요인으로 인하여 홀수배 혹은 짝수배의 주파수에서 변위 성분이 나타남을 보였다. 특히 두배와 세배의 주파수에서의 변위 성분이 두드러졌다. 이번에는 두 주파수 성분을 갖는 합성파를 단일 자유도계에 가함으로써 두 주파수의 상호작용으로 새로이 발생할 변위 주파수 성분에 대해 알아본다. 또한 두 주파수만의 합성의 결과로 쉽게 비선형 차수를 알 수 있는 이번 장의 경우에 비선형 전이함수 모델을 적용하여,

전이함수 모델이 비선형 차수를 올바르게 구해냄을 확인함으로써 다음 장에 보일 불규칙파에의 적용을 뒷받침한다.

3.1 비선형 전이함수 모델

비선형 시스템의 응답은 Volterra(1959)에 의해 정의된 급수로 나타낼 수 있는데 이를 주파수 영역에서 삼차항까지 쓰면 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned}
 Y(f_m) &= Y_1(f_m) + Y_2(f_m) + Y_3(f_m) \\
 &= H_1(f_m)X(f_m) + \sum_{i+j=m} H_2(f_i, f_j)X(f_i)X(f_j) \\
 &\quad + \sum_{i+j+k=m} H_3(f_i, f_j, f_k)X(f_i)X(f_j)X(f_k) = \underline{X}^t \underline{H}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

일정 입력 $X(f)$ 에 대하여 비선형 시스템의 응답 $Y(f)$ 가 알려져 있을 때 시스템의 선형 및 2, 3차 비선형 전이함수(transfer function) \underline{H} 는 Kim 등(1987)이 2차 비선형 모델에 적용하여 구한 바와 같이 식 (11)로 구할 수 있다.

$$\underline{H} = \{ \langle X^* X^t \rangle \}^{-1} \langle X^* Y(f_m) \rangle \tag{11}$$

Nam(1990)은 이를 3차비선형 모델로 확장하였다. 비선형 시스템에 대한 전이함수가 구해지면 이를 주어진 입력 $X(f)$ 에 곱하여 모델의 응답 $Y(f)$ 를 얻은 뒤 비선형 시스템이 입력 $X(f)$ 에 대하여 보인 실제 응답 $Y(f)$ 와 비교해 봄으로써 전이함수 모델의 적합성을 알아볼 수 있다. 모델응답의 파워를 실제응답의 파워로 나눈 값을 주파수대에 걸쳐 나타낸 것을 모델의 일관성도 스펙트럼(coherency spectrum)이라고 하며 그 값이 1에 가까울수록 모델이 실제 시스템을 잘 나타낸다고 할 수 있다. 특히 일관성도 스펙트럼에는 선형, 2차 비선형, 3차 비선형 항의 개별 일관성도가 분리되어 나타나 있어 각 주파수대에서 응답이 나타내는 주된 비선형 차수를 알아볼 수 있다.

3.2 비선형 항력항의 효과

파의 표고가 두 주파수 f_1, f_2 에서 성분을 갖는 식 (12)와 같은 합성파

$$\eta(t) = \frac{1}{2} H_1 \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + \frac{1}{2} H_2 \cos(2\pi f_2 t + \phi_2) \tag{12}$$

에 대하여 단일 정현파 경우에서의 세 배 주파수에 해당하는 합성 주파수 $2f_1 \pm f_2$ 또는 $2f_2 \pm f_1$ 주파수에

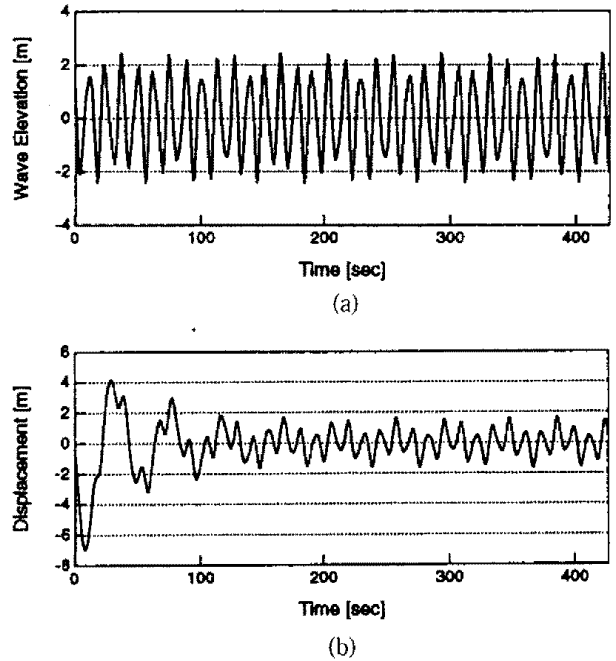
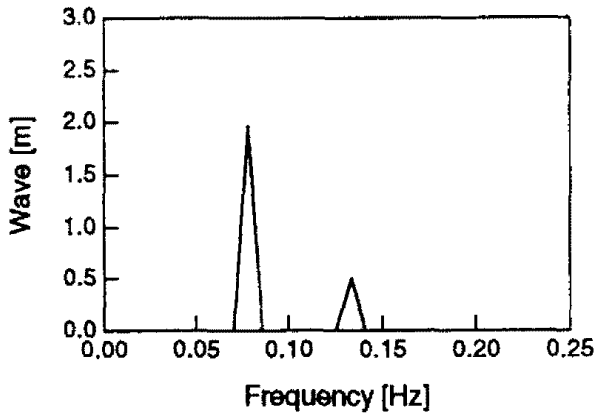


Fig. 7. Combination wave and drag nonlinearity (a) wave (b) displacement.

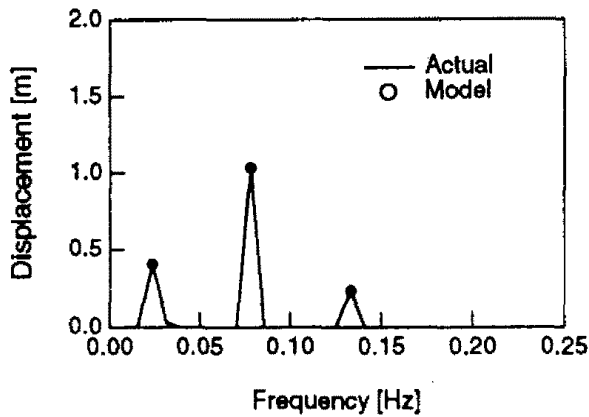
서의 응답성분의 생성을 예견하면서 이 중 비교적 큰 변위량을 보이는 유연한 단일자유도계의 고유진동수에 일치할 수 있는 $2f_1 - f_2$ 또는 $2f_2 - f_1$ 주파수의 생성에 중점을 둔다.

그림 7에 고유진동수 0.023 Hz를 갖는 유연한 단일자유도계의 예에 대하여 시간에 따른 입력파의 표고와 단일 자유도계의 변위가 도시되었다. Fourier 변환을 적용하여 자유진동 성분이 사라진 이후인 안정상태의 변위의 주파수 성분을 구하여 파의 주파수 성분과 더불어 그림 8에 도시하였다. 그림 8(b)로부터 단일 자유도계의 변위 성분이 파의 주파수대인 $f_1 = 0.078$ Hz, $f_2 = 0.13$ Hz에서 뿐 아니라 $2f_1 - f_2 = 0.023$ Hz에서 뚜렷하게 나타남을 알 수 있다. 항력항의 비선형성에 의해서 이 저주파수 변위 성분 뿐 아니라 $3f_1$ 과 $3f_2$ 의 고주파수 응답 성분도 나타날 가능성이 있으나 본 예제의 단일 자유도계의 고유진동수에서 너무 멀리 떨어져 있어 이들 고주파수 성분은 미소하다.

비선형 전이함수가 구하여지고 그림 8(b)에 비선형 전이함수 모델로 재현된 변위값이 실제 변위 성분과 비교되어 그려졌다. 비선형 모델의 적합성은 실제 변위 파워에 대한 비선형 모델로 재현된 변위파워의 비로 정의되는 일관성도 스펙트럼으로 나타낼 수 있다. 그림 9에 나타내진 바와 같이 총일관성도 값은



(a)



(b)

Fig. 8. Frequency component for Fig. 7 (a) wave (b) displacement.

세 주파수에 걸쳐 모두 1로서 비선형 모델이 실제 변위를 완벽히 재현했음을 알 수 있다. 또한 저주파수에서의 변위 성분은 비선형모델의 삼차항으로부터 나왔음을 보여주고 나머지 두 입력파의 주파수에서 변위 성분은 선형항으로부터 재현되었음을 보여준다. 즉 식 (10)에서 보인 삼차 비선형 이전함수 모델로부터 저주파수 $f_m=0.023$ Hz에서의 모델 변위 성분 $Y(f_m)$ 은 모두 삼차항 $Y_3(f_m)$ 에서 비롯되었는데 왜냐하면 일차항 $Y_1(f_m)$ 은 입력파 성분 $X(f_m)$ 이 0이고 이차항 $Y_2(f_m)$ 도 주어진 f_1 과 f_2 의 조합으로는 f_m 을 만들 수 없어 존재하지 않고 반면에 삼차항은 $f_i=f_1$, $f_j=f_1$ 과 $f_k=-f_2$ 일 때 $f_1+f_j+f_k=f_m$ 으로 한 항이 존재하기 때문이다. 한편 입력파의 주파수대인 f_1 과 f_2 에서는 변위성분이 모두 선형항으로부터 재현될 수 있다.

3.3 해류에 의한 비선형 효과

해류가 단일 정현파 하중에 첨가된 때는 두 배

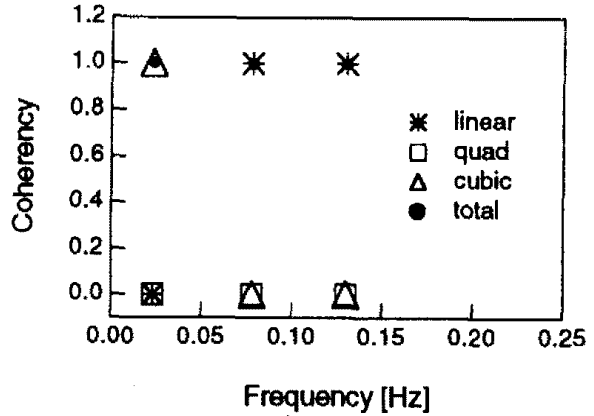
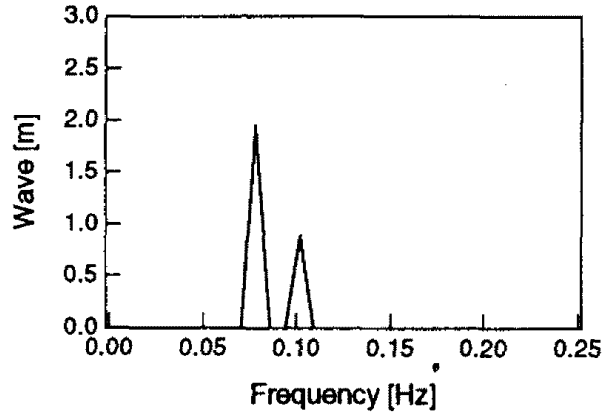
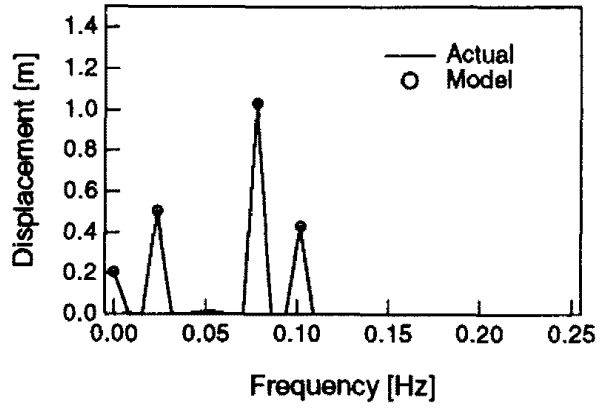


Fig. 9. Coherency spectrum for Fig. 8.



(a)



(b)

Fig. 10. Current added (a) combination wave (b) displacement.

주파수인 $2f_1$ 형의 주파수로 $f_1 \pm f_2$ 혹은 $f_2 \pm f_1$ 를 들 수가 있으며 특히 저주파수 응답 성분 즉 차액 주파수 (difference frequency) f_2-f_1 에서의 변위의 생성을 알아본다. 그림 10에 고유 주파수 0.023 Hz를 갖는 단일 자유도계에 해류 속도 0.15 m/sec가 첨가되었을 경

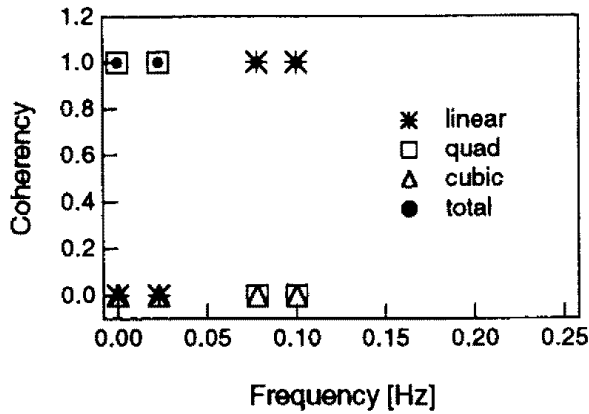


Fig. 11. Coherency spectrum for Fig. 10.

우의 변위 성분이 합성파의 성분과 더불어 도시되었다. 그림 10(b)에 보인 바와 같이 단일 자유도계는 f_1 과 f_2 에서 뿐만 아니라 0과 $f_2-f_1=0.023$ Hz에서 상당한 크기의 변위 성분을 갖는다. 이 그림에서 첫 두 주파수 성분은 해류의 첨가에 따라 발생하였고 나중 들은 파의 주파수에서의 변위 성분으로 선형 성분이다. 주파수 $2f_1-f_2=0.055$ Hz에서도 응답 성분이 존재하나 단일 자유도계의 고유진동수에서 벗어나 그 값이 미소하다.

비선형 전이함수들이 구하여졌고 그림 10(b)에 덧붙여 나타난 바와 같이 전이함수 모델이 실제 변위를 정확하게 재현하였다. 그림 11에는 일관성도 스펙트럼이 도시되었는데 해류의 첨가로 인한 f_2-f_1 에서의 변위 성분과 주파수 0에서의 변위 성분이 비선형모델의 이차항으로부터 재현되었음을 보여준다.

3.4 이동위치에 의한 비선형 효과

파의 운동학에 관련된 값들이 단일 자유도계의 변동된 위치에 따라서 계산되어질 때는 그림 12(b)에 도시된 바와 같이 차액 주파수 $f_2-f_1=0.023$ Hz가 단일 자유도계의 고유진동수와 일치할 때 상당한 크기의 변위 성분이 발생할 수 있음을 알 수 있다. 비선형 전이함수 모델로 재현한 변위 성분이 그림 12(b)에 덧붙여져 도시되었으며 그림 13에 보인 모델의 일관성도 스펙트럼으로부터 차액주파수 f_2-f_1 에서의 변위 성분은 입력파 성분의 2차 합성에 기인함을 알 수 있다. 부가적으로 0주파수 성분은 2차항에 의해 또 $2f_1-f_2=0.055$ Hz 주파수에서의 변위 성분은 3차항에 의해 재현되었음을 알 수 있다.

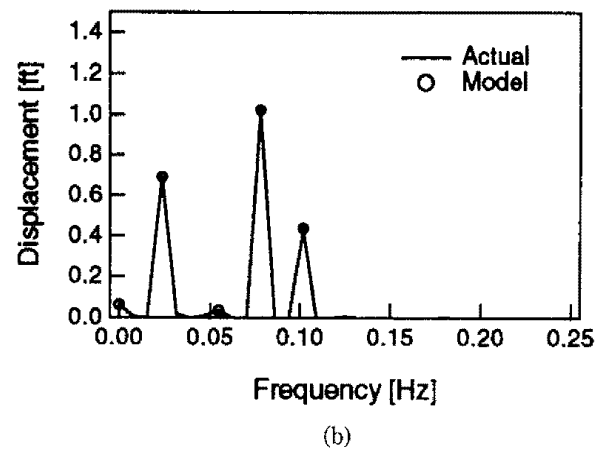
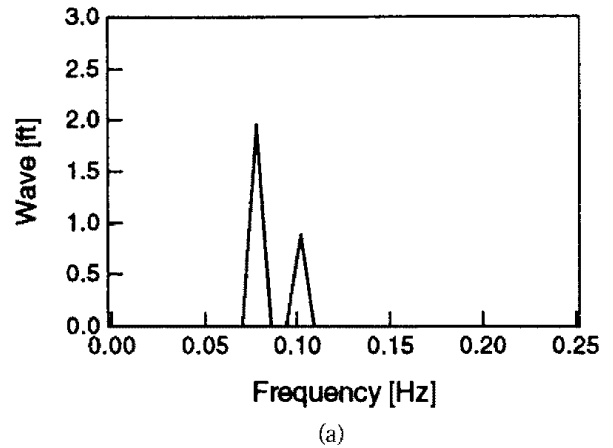


Fig. 12. Displaced position (a) combination wave (b) displacement.

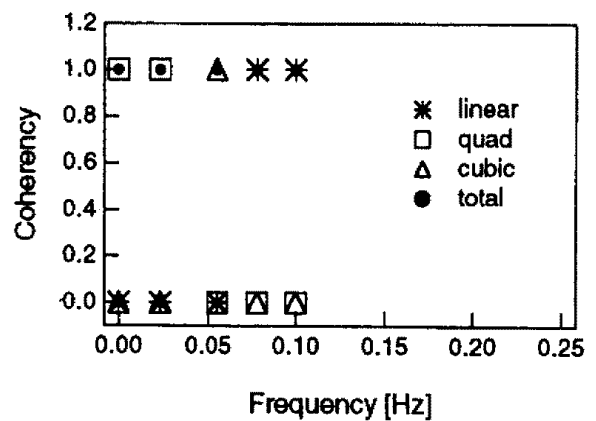


Fig. 13. Coherency spectrum for Fig. 12.

4. 불규칙파의 입력

4.1 불규칙파의 생성

본 연구에 쓰인 불규칙파는 식 (13)에 나타난 바와 같으며 JONSWAP형의 파 스펙트럼으로부터 얻어지는 파고 성분 H_n 과 무작위로 추출된 위상각 ϕ_n 을 가진

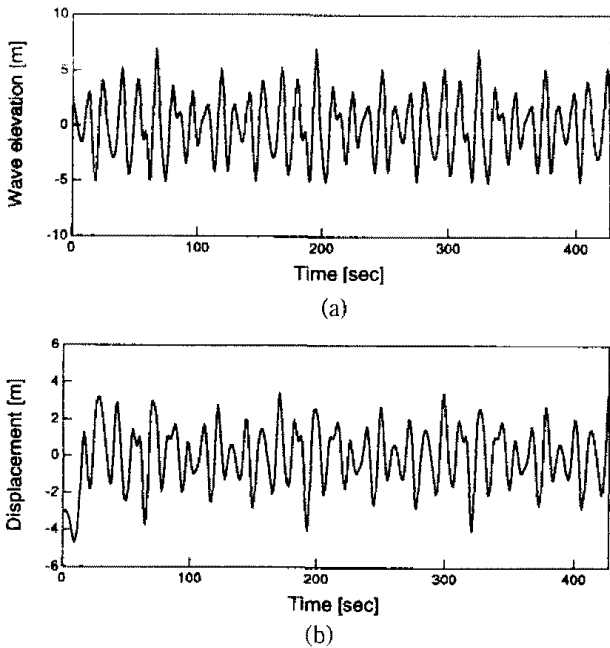


Fig. 14. Irregular wave and drag nonlinearity (a) wave (b) displacement.

여러 주파수 성분의 정현파들을 선형으로 합하여 생성되었다.

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} H_n \cos(k_n x - 2\pi f_n t + \phi_n) \quad (13)$$

f_n 주파수에 해당하는 파고 H_n 은 파 스펙트럼 $S(f_n)$ 으로부터 식 (14)와 같이 구하여진다.

$$H_n = 2\sqrt{2S(f_n)\Delta f} \quad (14)$$

여기에 쓰인 파스펙트럼은 식 (15)와 같이 표시되는 JONSWAP형 스펙트럼이다.

$$S_n(f) = \frac{5}{16} \frac{H_s^2 f_0^4}{f^5} \exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{f_0}{f}\right)^4\right] \gamma^{\exp[-(f-f_0)^2/2\sigma^2 f_0^2]} \quad (15)$$

4.2 비선형 항력항의 효과

그림 14(a)는 주파수 0.047 Hz 이상에서 파고 성분을 갖는 불규칙파의 표고를 보여주고 그림 14(b)는 고유 진동수 0.023 Hz를 갖는 단일 자유도계의 변위를 나타낸다. 이들을 Fourier 변환하여 200세트에 대해 평균을 취한 입력파와 안정상태의 변위에 대한 스펙트럼이 그림 15에 주어졌다. 그림 15(b)의 변위 스펙트럼에는 단일 자유도계의 고유 진동수 부근 주파수대에서 그림 15(a)의 입력파고 스펙트럼에는 존재하지

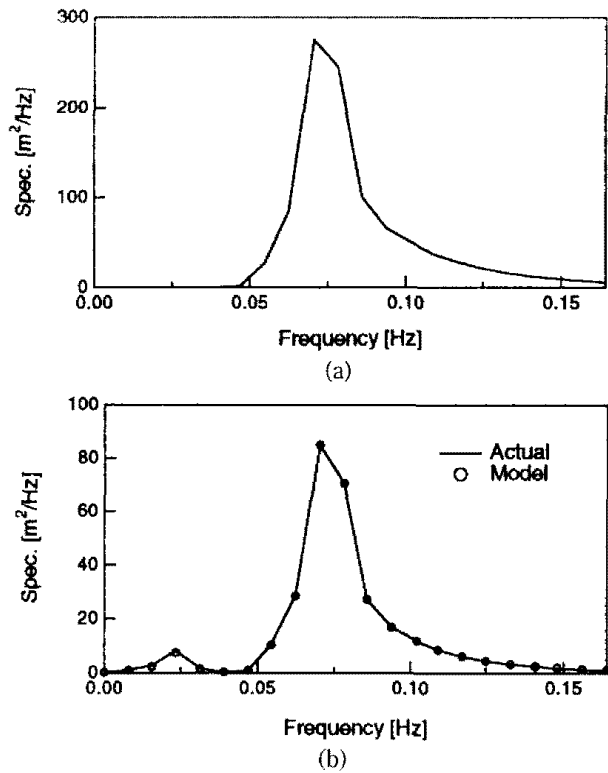


Fig. 15. Spectrum for Fig. 14. (a) irregular wave (b) displacement.

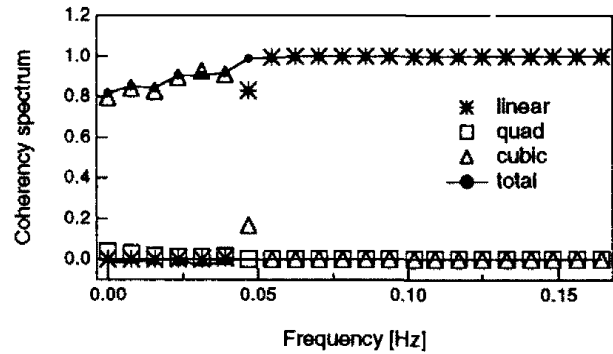
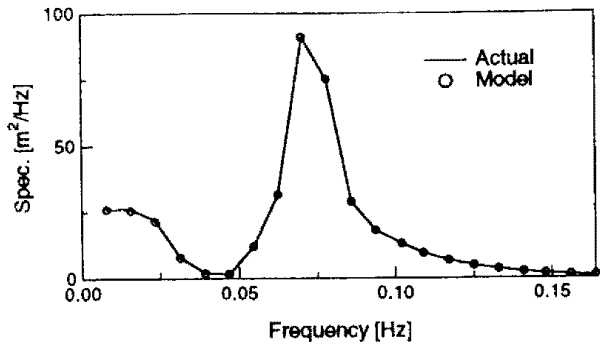


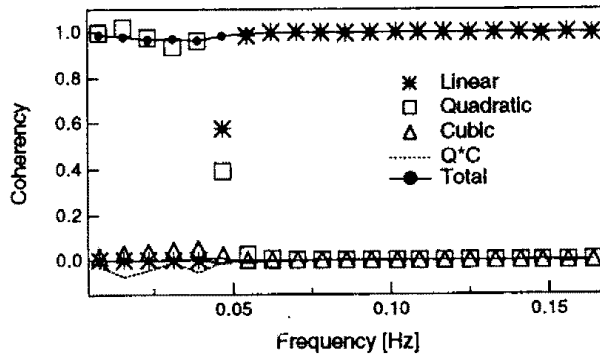
Fig. 16. Coherency spectrum for Fig. 15.

않던 주파수 성분이 나타남을 알 수 있다. 이 저주파수 성분은 항력항의 비선형 효과로부터 기인한다.

비선형 전이 함수모형을 이용하여 재현한 변위 스펙트럼이 그림 15(b)에 실제 변위와 비교되어 나타나 있는데 전 주파수 영역에서 잘 들어맞으며 특히 저주파수 영역의 비선형 변위 성분도 제대로 재현되었음을 알 수 있다. 그림 16의 일관성도 스펙트럼에 나타난 일관성도 합계 값이 1에 가까운 것으로부터 이 사실을 확인할 수 있으며 또한 저주파수 영역에서의 비선형도가 3차임을, 즉 입력파의 세 주파수

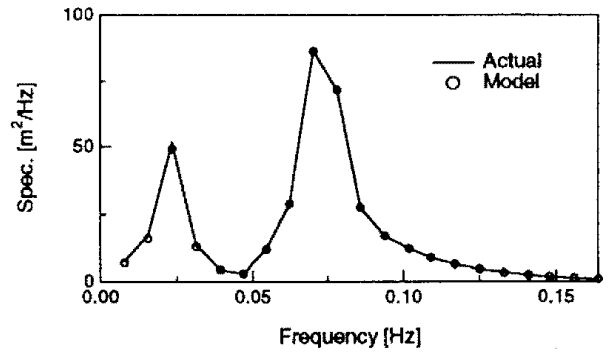


(a)

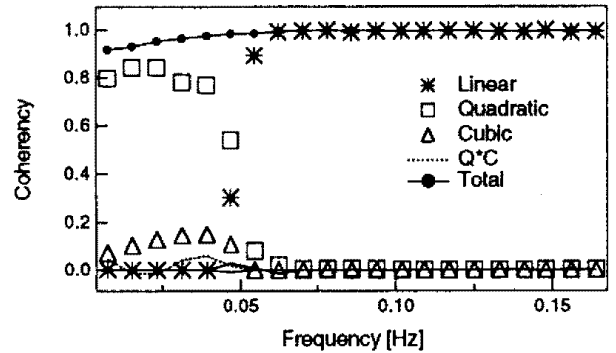


(b)

Fig. 17. Current $U_{cur}=0.91$ m/sec added (a) displacement (b) coherency.



(a)



(b)

Fig. 19. Displaced position (a) displacement (b) coherency spectrum.

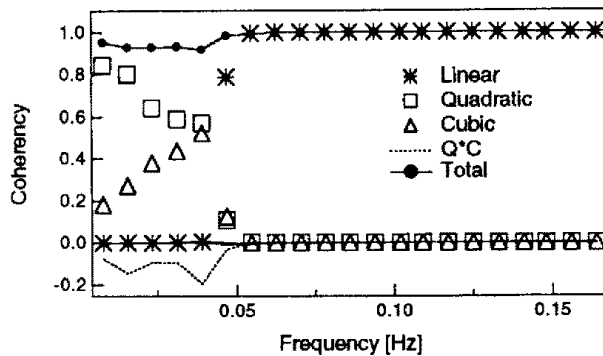


Fig. 18. Coherency spectrum for $U_{cur}=0.3$ m/sec.

성분과 관련지어짐을 나타낸다. 이 결과는 단일 정현파 입력의 경우에 $3f_1$ 항이 특히 두드러지게 나타났으며 두 합성파 입력의 경우 $2f_1-f_2$ 항이 나타난 것과 일관된 결과라 할 수 있다.

4.3 해류의 영향에 의한 비선형 효과

해류 속도 $U_{cur}=0.91$ m/sec가 더하여졌을 경우의 단일 자유도계 평균 변위 스펙트럼이 그림 17(a)에 나타나 있다. 조류와 비선형 항력항의 조합으로 인해

저주파수영역에서 변위성분이 생성되었다. 또한 비선형 전이함수 모델에 의해 재현된 변위 스펙트럼이 실제 변위 스펙트럼과 비교되어 도시되어 있으며 그림 17(b)의 일관성도 스펙트럼에서 보이는 바와 같이 저주파수 영역에서 비선형 모델의 총 일관성도는 거의 1에 가까우며 저주파수 성분은 대부분 모델의 2차항으로부터 재현되었다는 것은 알 수 있다. 이는 해류가 없던 경우의 저주파수 비선형성이 3차이었던 결과와 대조적이다. 입력파의 주파수 영역에서의 변위는 여전히 선형이다.

보다 작은 해류 속도 $U_{cur}=0.3$ m/sec를 가한 경우에 대한 일관성도 스펙트럼이 그림 18에 참고로 도시되었다. 저주파수 영역의 일관성도를 보면 일부는 2차 효과 또 일부는 3차 효과에 기인함을 보여준다. 이전 절의 항력항만을 고려한 경우를 해류 속도 $U_{cur}=0$ m/sec인 경우로 볼 때, 단일 자유도계의 저주파수 변위성분의 비선형도는 해류속도가 작을 때는 3차이다가 해류속도가 커짐에 따라 점차 2차가 우세해 짐을 알 수 있다.

4.4 이동위치에 의한 비선형 효과

마지막으로, 불규칙파를 가하여 파의 동하중이 각 시간 단계에서 단일 자유도계의 변형된 위치를 따라 가파 계산되도록 하여 구한 변위 스펙트럼이 그림 19(a)에 주어졌다. 고유 진동수 0.023 Hz에서 절정을 갖는 상당한 양의 비선형 거동을 저주파수 영역에서 보여주고 있다.

비선형 전이함수 모델로 재현한 모델 변위값이 그림 19(a)에 작은 원으로 나타나 있다. 전 주파수 영역에서 실제 변위와 거의 차이가 없으며 이는 그림 19(a)의 일관성도 스펙트럼에서 총 일관성도 값이 거의 1인 것으로부터도 확인된다. 일관성도 스펙트럼은 또한 저주파수 영역에서의 비선형 성분의 대부분이 입력파 성분의 2차 조합과 연관되어진다는 것을 보여준다. 입력파의 주파수 영역에서는 입력파 성분과 선형관 계로 변위가 재현될 수 있음을 보여준다.

5. 결 론

단일 정현파의 작용하에서 파력이 최초위치에서 계산될 때 단일 자유도계의 고유진동수가 정현파 주파수의 홀수배 특히 3배 주파수에 가까울 때 비선형 효과가 크게 나타난다. 파력이 변형된 위치에서 계산될 때는 이외에 짝수배 주파수 특히 2배 주파수에 고유 진동수가 가까울 때 비선형 효과가 크게 나타난다.

두 주파수 성분을 갖는 합성파의 작용하에서는 파력이 최초위치에서 계산될 때 단일 자유도계의 고유진동수가 합성파의 한 주파수의 2배와 나머지 주파수의 합과 차로 된 주파수에 가까울 때 비선형 효과가 크게 나타난다. 파력이 변형된 위치에서 계산될 때는 이외에 합성파의 두 주파수 사이의 합과 차로 된 주파수에 고유 진동수가 가까울 때 비선형 효과가 크게

나타난다.

불규칙파의 작용하에서는 비록 단일 자유도계의 고유 진동수가 불규칙파의 주파수 범위를 크게 벗어나 있지만 그 고유 진동수에서 매우 큰 반응을 보여준다. 고차 전이함수 모델을 적용하여 비선형 차수를 알아낼 수 있는데 파력이 최초 위치에서 계산될 때 그 비선형도는 3차이었다. 해류가 첨가됨에 따라 2차항 성분이 나타났으며 해류 속도가 증가함에 따라 2차항의 중요성이 증가했다. 파력이 변형된 위치에서 계산될 때는 저주파수 영역의 고유진동수에서의 비선형 거동은 2차의 성격을 가진다.

참고문헌

Brigham, E.O., 1988. *The fast fourier transform and its applications*, Prentice Hall, New Jersey.
 Chakrabarti, S.K., 1987. *Hydrodynamics of offshore structures*, Computational Mechanics Publications, Boston.
 Donley, M.G. and Spanos, P.D., 1990. Dynamic analysis of non-linear structures by the method of statical quadratization. Lecture Notes in Engineering, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
 Kim, K.I., Powers, E.J., Ritz, C.P., Miksad, R.W., Fischer, F.J., 1987. Modeling of the nonlinear drift oscillations of moored vessels subject to non-Gaussian random sea-wave excitation. *Journal of Oceanic Engineering*, IEEE, OE-12.
 Kim, S.B., Powers, E.J., Miksad, R.W., Fischer, F.J. and Hong, J.Y., 1989. Nonlinear system coherence analysis of the surge response of tension leg platforms subject to non-Gaussian irregular seas. *Eighth International Conference of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*.
 Nam, S.W., 1990. Application of higher-order spectral analysis to nonlinear system identification, Ph.D. Dissertation, University of Texas at Austin, December.
 Paik, I., 1994. Nonlinear dynamic behavior of offshore structures. Ph.D. Dissertation, University of Texas at Austin.
 Volterra, V., 1959. *Theory of functionals and of integral and integro-differential equations*, Dover Publications, New York.