보전비용요소를 고려한 정기보전정책의 비용분석모델+
Cost Analysis Model for Periodic Maintenance Policy with Maintenance Cost Factor

김 재 중 *
Kim, Jae Joong
김 원 중 **
Kim, Won Joong

Abstract

This paper is concerned with cost analysis model in periodic maintenance policy. Generally periodic maintenance policy in which item is repaired periodic interval times. And in the article minimal repair is considered. Minimal repair means that if a unit fails, unit is instantaneously restored to same hazard rate curve as before failure. In the paper periodic maintenance policy with minimal repair is as follows; Operating unit is periodically replaced in periodic maintenance time, if a failure occurs between minimal repair and periodic maintenance time, unit is replaced by a new item until the periodic maintenance time comes. Also unit undergoes minimal repair at failures in minimal-repair-for-failure interval. Then total expected cost per unit time is calculated according to scale parameter of failure distribution. Maintenance cost factors are included operating, fixed, minimal repair, periodic maintenance and new item replacement cost. Numerical example is shown in which failure time of system has weibull distribution.

1. 서 론

정기 보전 정책(Periodic Maintenance Policy)은 일정한 시간간격을 정하여 두고 시스템을 구성하고 있는 부품전체를 정기적으로 수리, 정비, 검사를 행하는 보전 방식이다. 점차적으로 시스템의 구성이 정밀하게 되어 모든 부품의 고장 발생시 일정한 시점에서의 수명보전 방식을 선정하여 적용하기에는 보전 비용의 비 경제적인 측면을 내포하고 있으며 정기적으로 일정 시점마다 시스템을 구성하고 있는 부품 전체를 보전하고 일정 정기보전 시점 이내에 부품 고장이 발생시 고장 직전의 동일한 고장율로 복원되는 응급수리를 적용하여 유지하는 방식이 보전비용의 관점에서 경제적이라 할수 있다. 결국 일정 시점에서 정기보전이 적용되어 수리복원되고 정기보전 시점 이전에 고장 발생시 수리후 고장 발생 직전에 동일한 고장률로 복원되는 응급수리를 고려한 정기보전정책을 적용유지하는 것이 현실적이라 할 수 있다.

보전정책의 정비정책은 시스템의 사용시간이 경과함에 따라 수리정책을 수립하여 적용하는 바 기존 연구의 고찰을 살표보면 Barlow와 Proschan[3]은 시스템의 사용시간에 따라 일정기간이 지난후에 보전하는 수명교환 정책과 일정 시점에서 정기적으로 고장 부품의 교환 정책을 다루는 정기교환정책을 제시하였다. Cleroux와 Hanscom[10]은 시스템의 사용시간에 따라 운용비용, 조정비용, 감가비용등 을 고려하여 단위시간당 평균 기대비용을 산출하여 보전비용 분석하였으며 Glasser [12]는 고장분포함수가 증가형고장률 함수가되는 정규분포,감마분포 및 와-

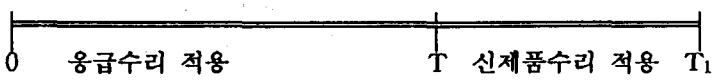
+ 본 논문은 아주대학교 학술연구조성비에 의하여 연구되었음
* 여주전문대학 공업경영과
** 아주대학교 산업공학과

이블분포 일때를 가정하여 수명보전정책의 일반 수학적해를 구하였다. Scheaffer [19]는 시스템의 사용시간에 따라 비용함수의 형태가 증가하는 함수를 고려하여 수명정책을 분석하였으며 Subramanian 과 Wolff [20]는 비용함수를 손실함수형태로 도입하고 단위시간당 평균기대비용을 최소화하는 보전비용분석을 하였다. Barlow와 Hunter[2]는 시스템의 사용중 고장이 발생하였을 때 수리후 고장 직전의 동일한 고장률로 복원되는 응급 수리 모형을 제시하였다. Block, Borges와 Savits[8]는 수명교환 정책 적용시 응급수리의 개념을 적용하여 시스템의 시점을 유한 시점과 무한 시점에서 총기대 비용을 산출하였다. Boland와 Proschan[7]은 정기 보전 정책을 도입하여 응급수리 모형을 시스템 고장 발생시 지수분포와 와이블 분포를 고려하여 사용시점이 유한과 무한 시점일 때 단위 시간당 총비용을 분석하였다. Nakagawa[16][17]은 시스템의 가동 후 일정시점 전에 고장이 발생하거나 교환시점에 도달하면 부품 교체를 실시하고 고장이 일정시점 이후에 발생하였을 경우에는 교체시점까지 상태를 유지하여 교환시점에서 수리하는 일제 교체에서 평균비용을 산출하였고 응급수리를 고려한 수정된 정기보전 정책에서 정기보전기간 시점 전에 고장발생시 보전기간 동안의 기대비용을 산출하였다.
본 연구에서는 시스템이 정기적으로 일정시점에서 정기보전되며 정기보전 시점 이전에의 고장발생시 응급수리가 적용되는 보전정책에서 정기보전 기간동안 발생되는 정기보전비용과 고정비용, 운영비용, 응급수리비용, 신제품 수리비용을 고려한 비용분석모델하에서 단위시간당 총기대 비용을 고장분포 함수의 모수변화에 대한 비용분석을 다룬다.

2. 정기보전정책의 모형설명

2.1 보전정책 설정

일정 시점마다 정기적으로 보전 정책을 적용시 일정 시점 마다 보전활동을 수행하는 정기 보전의 정책은 보전 기간동안 발생되는 보전비용 요소의 수립과 보전비용의 요소를 고려하여 보전 기간동안 발생되는 총비용의 산출 및 아울러 단위 시간당 소요되고 필요한 기대비용의 산정이 주요 장기 정책의 수립에 중요점이 되고 있으며 수리 및 교환에 소요되는 보전 비용 분석은 시스템의 전반적인 사용과 운영 측면에서의 필요성이 대두되어 주요 보전 계획에 관심사가 되고 있다.
본 절에서는 신제품의 수리적용 정책에 대한 정기보전정책에서 신제품의 수리적용 정책에서 가동되고 있는 시스템을 시간간격 [0,T]에서 응급수리를 적용하며 고장시점 T_1에서 정기보전수리를 적용한다. 이때 [T, T_1]시점에서는 고장발생시 신제품 수리적용의 정책을 적용한다. 즉 다음과 같은 그림 <2.1>의 정기보전정책의 모형을 설명한다.[17]



[0, T] : 응급수리적용 기간
[T, T_1] : 신제품수리적용 기간
T : 응급수리 시점
T_1 : 정기보전 시점

<Fig. 2.1> Model Description in Maintenance Policy

정기보전기간 T_1동안에 발생되는 시스템의 보전활동을 위하여 일정하게 소요되는 고정비용 요소와 정기보전 기간동안의 수리, 정비, 검사의 활동을 위한 보전 운영비용을 고려하며 고정비용 요소는 보전기간 동안 일정한 상수의 비용으로 투입되며 기대 운영비용은 시스템의 사용시간에 선형적으로 비례하는 비용요소로 가정하며 이때 단위 시간당 발생되는 총비용을 보전비용, 응급수리비용, 신제품의 수리비용, 고정비용및 운영 비용을 보전비용 요소로 하여 비용분석 모델로 제시하여 분석한다.

2.2 가정 및 기호

<u>가 정</u>

(1) 정기보전 시점은 유한하다.
(2) 운영비용 함수는 시간에 선형비례(a + bt) 한다.
(3) 보전기간 동안의 고정비용은 일정한 상수이다.
(4) 수리 보전 시간은 무시할 만큼 작다.
(5) 시스템의 고장률은 연속이며 단조 증가함수이다.
(6) 고장분포 함수는 와이블분포이다.

<u>기 호</u>

$F(t)$: 고장 분포 함수
$h(t)$: 고장률 함수
$H(t)$: 누적 고장률 함수
$H(t, t_1)$: 평균 고장률 함수
$C(T_1)$: 총기대 비용
$C_{mf}(T)$: 응급수리 기대비용
C_r : 정기보전비용
$C_f(T)$: 고정 기대비용
$C_o(T)$: 운영 기대비용
$C_{af}(T)$: 신제품의 수리기대비용
$RL(T, T_1)$: 시점 T의 평균잔여 수명
$ML(T, T_1)$: 시간간격 $[T, T_1]$의 평균 수명
T : 응급수리 시점
T_1 : 정기보전 시점

3. 신제품 수리적용의 비용분석

3.1 수리모델 전개

본절에서는 응급수리 시점T까지 적용하고 $[T, T_1]$의 일정기간동안 신제품의 수리적용 정책의 정기 보전에서 각 비용요소를 고려하여 고장 분포함수의 모수와 보전기간의 변화에 대한 단위시간당 총기대 비용을 분석하며 응급수리시점이 T일때의 보전정책에서 T_1 시점에서 정기보전 수리가 적용될때의 정책으로[17] 적용되어서 단위시간당 총 기대비용을 분석한다. 보전기간 T_1 시점에서의 기대 비용요소를 고려한 총보전기대 비용모델은 다음과 같다.

$$C(T_1) = C_m(T) + C_a H(T, T_1) + C_r + Cf(T_1) + C_o(T_1) \quad (3.1)$$

이때 고장분포함수가 와이블분포함수 일때를 가정하여 총비용함수의 각비용요소의 기대비용을 산출해 보면 다음과 같다. 먼저 응급수리 기대비용[17]은 고장률함수와 신뢰도함수[6]의 곱으로 표현되며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_m(T) &= \int_0^T C_m(t)\,h(t)\,dt \\ &= C_m \int_0^T \frac{e^{-H(T)}}{\overline{F(t)}}\,dF(t) \\ &= C_m F(T) \end{aligned} \quad (3.2)$$

응급수리적용 후 시간간격 [T, T_1]에서 발생되는 고장에 대한 신제품의 수리의 기대비용은[17] 고장분포함수의 평균고장함수 H(T, T_1)와 수리비용으로 다음의 수식으로 나타난다.

$$\begin{aligned} C_a H(T, T_1) &= C_a \frac{F(T_1) - F(T)}{\overline{F(T)}} \\ &= C_a \left(1 - \frac{\overline{F(T_1)}}{\overline{F(T)}}\right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

정기보전 시점에서 응급수리를 적용하여 시점T 시점에서 정기보전시점 T_1 까지의 평균잔여 수명은 시간간격 [T, T_1]에서의 평균수명에서 신뢰도함수의 비율로 나타나며 다음과 같이 산출된다. 이때 단위시간당 보전의 기대비용은 각 비용요소의 기대비용에서 응급수리 시점에서 평균잔여 수명의 비율로서 나타난다.[17]

$$\begin{aligned} U(T_1) &= \frac{C(T_1)}{(T + RL(T, T_1))} \\ &= \frac{C(T_1)}{\left(T + \frac{ML(T, T_1)}{\overline{F(T)}}\right)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

단, $ML(T, T_1) = \int_T^{T_1} \overline{F(t)}\,dt$ 이다.

보전기간T_1 동안의 운영비용이 선형적으로 비례하는 것을 가정할 때 기대 운영비용과 고정기대비용은 보전기간동안 일정하게 발생할 때 다음과 같이 나타나며 기대 비용은 다음과 같다.

$$C_o(T_1)+C_f(T_1)= C_oE(a+bt) +C_f$$

$$= C_o(a+b\int_0^{T_1}\lambda\beta t^{\beta}e^{-\lambda t^{\beta}}dt) +C_f \qquad (3.5)$$

$$= C_o(a+b\lambda^{-\frac{1}{\beta}}\Gamma(1+\beta^{-1})) +C_f$$

단, $\Gamma(n)= \int_0^{\infty}x^{n-1}e^{-x}dx$

시스템의 보전기간 시간 T_1동안 발생하는 단위시간당 보전비용을 산출하기 위한 각 비용요소를 모델화하면 응급수리비용, 정기보전비용, 신제품의 교환비용, 운영비용 및 고정비용을 포함하는 총기대 비용식은 다음과 같이 나타난다.

$$C(T_1)=C_mF(T)+C_a(1-\frac{\overline{F(T_1)}}{\overline{F(T)}})+C_a(a+b\lambda^{-\frac{1}{\beta}}\Gamma(1+\beta^{-1}))+C_r+C_f \qquad (3.6)$$

3.2 수치예제 및 분석

단위 시간당 총기대 비용을 산출하기 위하여 다음 예제를 통하여 분석한다.

<u>수 치 예 제</u>

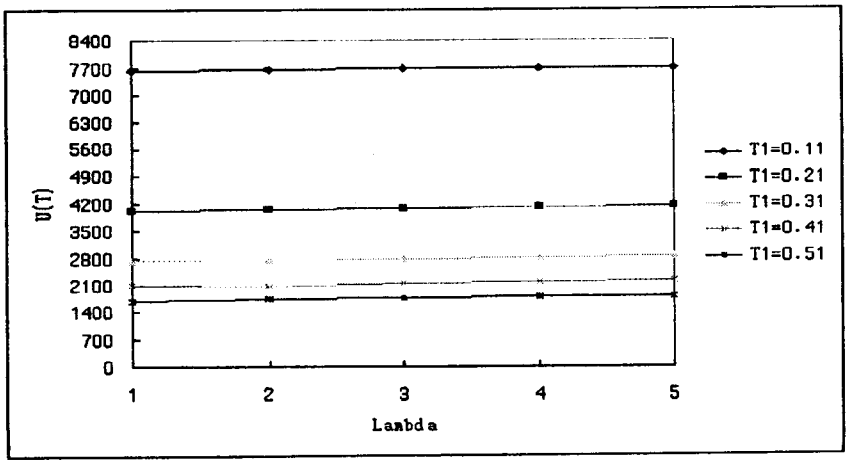
정기보전의 시점이 T_1에서 보전기간 동안 응급수리 적용의 비용 100$과 응급수리 시점 T에서 정기보전 기간 까지의 기간이 0.01년 T, 신제품에 대한 교환비용 280$, 정기보전시점 T_1에서 보전비용 450$, 보전 기간동안의 고정 비용 150$이며 운영비용 240$이며 a=1, b=0일때의 단위 시간당 기대 비용을 구하며 고장분포 함수는 고장률함수가 증가형 형태이고 형상모수와 척도모수를 갖는와이블분포의 형상모수가 2로 가정하였다.

분포함수의 척도모수에 대한 응급수리시점 T와 정기보전기간 T_1의 변화에 대하여 정기보전기간이 증대될 때 보전 비용 요소의 계산과 각 비용요소의 기대비용을 산출하여 총 기대 비용 함수 $C(T_1)$와 단위시간당 기대비용 $U(T_1)$ 산출의 결과가 표 3.1 에 보전기간의 증대에 따른 총기대 비용과 단위 시간당 비용을 분석한다. 단위시간당 보전비용은 동일 보전 기간 내에서 고장 분포함수의 척도 모수가 증가 변화함에 따라 총기대 비용은 증가 형태로 나타나며 고장 분포함수의 척도 모수가 일정할 때 보전기간 T_1이 늘어남에 따라서 총 기대 비용은 증가 형태로 산출되며 이때 단위 시간당 기대비용은 감소형태로 나타난다. 또한 일정 보전 기간에서 보전 시간이 증대함 으로써 단위 시간당 보전비용의 감소의 폭이 작아지며 총비용은 증대 하는 형태로 산출된다.

<Table 3.1> Total Expected Maintenance Cost per Unit Time

Lambda	T	T_1	$C(T_1)$	$U(T_1)$
1	0.10	0.11	841.58	7651.47
1	0.20	0.21	845.07	4024.52
1	0.30	0.31	850.31	2743.20
1	0.40	0.41	857.04	2090.56
1	0.50	0.51	864.93	1696.11
2	0.10	0.11	843.15	7666.47
2	0.20	0.21	849.97	4048.28
2	0.30	0.31	859.87	2774.30
2	0.40	0.41	871.88	2126.93
2	0.50	0.51	884.95	1735.42
3	0.10	0.11	844.71	7681.38
3	0.20	0.21	854.73	4071.32
3	0.30	0.31	868.74	2803.15
3	0.40	0.41	884.84	2158.57
3	0.50	0.51	901.12	1766.77
4	0.10	0.11	846.26	7696.18
4	0.20	0.21	859.34	4093.65
4	0.30	0.31	876.98	2829.89
4	0.40	0.41	896.20	2185.90
4	0.50	0.51	914.30	1791.00
5	0.10	0.11	847.80	7710.90
5	0.20	0.21	863.81	4115.29
5	0.30	0.31	884.65	2854.60
5	0.40	0.41	906.18	2209.07
5	0.50	0.51	925.14	1807.92

분포함수의 척도모수에 변화에 대한 각 보전 기간에서의 단위 시간당 기대비용 U(T)의 그래프가 그림 3.1과 같이 나타나는 바 척도모수 증가에 대하여 단위시간당 기대비용은 감소의 형태로 나타나며 보전 기간 보전시점 T_1가 늘어남에 따라 단위 시간당의 기대비용은 감소의 형태로 분석된다.



< Figure 3.1 > Unit Time Total Maintenance Cost with Scale Parameter

3.3 결과 검증

총 보전 비용함수의 식에 대하여 보전기간 T_1에 대하여 도함수를 이용하여 검증하며기는 총 비용식을 구성하고 있는 기대비용 항목에 대한 보전 비용함수식의 각 항의 성질을 살펴보기로 한다. 총 기대비용식 (3.6)에서 결정변수 T_1에 대한 기대비용은 신제품의 수리기대비용으로 미분함수는 다음과 같다.

$$Hd(T_1) = d\,C(T_1)/dT_1$$

$$= C_a\,\lambda\beta T_1^{\beta-1}\,\frac{e^{-\lambda T_1^{\beta}}}{e^{-\lambda T^{\beta}}}$$

$$= C_a\,\lambda\beta T_1^{\beta-1}\,e^{-\lambda T_1^{\beta}+\lambda T^{\beta}} > 0$$

왜냐하면 $T_1 > T$ 이므로 $T^{\beta} - T_1^{\beta} < 0$ 이고 지수함수 $\exp(\lambda(T^{\beta} - T_1^{\beta}))$은 와이블 분포함수의 형상모수와 척도모수가 양의 실수이므로 보전기간의 시점 T_1 ,T가 변화함에 대하여 $0 < \exp(\lambda(T^{\beta} - T_1^{\beta})) < 1$ 이다. 그러므로 총 기대비용식은 일정고정의 상수와
증가함수의 형태로 구성되므로 단조증가함을 알수있다.
수치예제의 비용분석을 통하여 각 기대비용의 함수의 형태를 검토 분석한다. 일반적으로 함수의 형태는 단조증가, 단조감소형태로 나타나는 바 결정변수 T_1에 대하여 1차 도함수를 산출하여 본 연구의 결과 검토를 위한 1차 미분함수를 $Hd(T_1)$로 표시하면 다음과 같다.

$$Hd(T_1) = d\,C(T_1)/dT_1$$
$$= d\,CaH(T_1,T)/\,dT_1$$

결정변수 보전기간 T_1에 대한 신제품의 수리기대비용 $CaH(T_1,T)$에 대하여 각 미분하여 보면 다음과 같이 표시된다.

$$d\,CaH(T_1,T)/\,dT_1 = Ca\ 2\lambda(\exp(-\lambda T_1^2)(\exp(\lambda T^2)) > 0$$

신제품의 교환기대비용의 함수는 T_1에 대하여 단조증가 한다. 왜냐하면 $T_1 > T$ 이고 $\exp(-\lambda T_1^2) > 0$ 이며 기대비용의 함수는 T_1에 대하여 단조증가함수임을 알수 있다. 또한 단위 시간당 기대보전비용의 P(T)을 계산하기 위한 F(t)의 적분함수의 값은 Maclaurin 급수를 적용하여 5차항까지의 계산으로 근사값을 산정하며 이때 급수전개식은 아래와 같다.

$$e^{-\lambda t^{\beta}} = \sum_{n=0}^{\infty}(-\lambda t^{\beta})^n/n!$$

표 3.2에 기대비용과 단위시간당 총 보전비용과 총기대비용의 결과가 시뮬레이션을 통하여 산출 되었다. 고장분포함수의 척도모수 lambda = 3 일 때 정기보전기간 T_1의 변화가 $0.11 < T_1 < 0.40$ 이며 응급수리 시점이 T = 0.10 일때 단위시간당 보전기대비용과 총보전기대비용을 산출하였다. 총 보전기대비용 $C(T_1)$는 증가하며 단위시간당 총보전비용$C(T_1)/\,T$는 T_1가 증가함에 따라 단조감소함을 알수있다.

<Table 3.2> Results of Numerical Example

T_1	$CaH(T,T_1)$	T	$C(T_1)$	$U(T_1)$
0.11	1.76	0.10	844.71	7681.38
0.12	3.67	0.10	846.63	7062.73
0.13	5.74	0.10	848.69	6543.25
0.14	7.95	0.10	850.90	6101.37
0.15	10.31	0.10	853.26	5721.38
0.16	12.80	0.10	855.76	5391.50
0.17	15.43	0.10	858.39	5102.79
0.18	18.20	0.10	861.15	4848.30
0.19	21.09	0.10	864.04	4622.56
0.20	24.10	0.10	867.05	4421.21
0.21	27.23	0.10	870.18	4240.73
0.22	30.47	0.10	873.42	4078.23
0.23	33.81	0.10	876.77	3931.34
0.24	37.26	0.10	880.22	3798.09
0.25	40.80	0.10	883.76	3776.82
0.26	44.43	0.10	887.39	3566.12
0.27	48.15	0.10	891.11	3464.80
0.28	51.94	0.10	894.90	3371.85
0.29	55.81	0.10	898.77	3286.38
0.30	59.74	0.10	902.70	3207.63
0.31	63.74	0.10	906.69	3134.93
0.32	67.79	0.10	910.74	3067.71
0.33	71.89	0.10	914.84	3005.46
0.34	76.03	0.10	918.98	2947.72
0.35	80.21	0.10	923.16	2894.10
0.36	84.42	0.10	927.37	2844.23
0.37	88.65	0.10	931.61	2797.81
0.38	92.91	0.10	935.87	2754.56
0.39	97.18	0.10	940.14	2714.20
0.40	239.89	0.10	944.42	2676.52

4. 결 론

정기 보전정책에서 응급수리모형을 적용하여 보전기간동안에 발생되는 비용요소를 고려하여 보전기간 동안에 발생되는 비용요소를 고려하여 단위시간당 기대비용을 산출하여 분석하였다. 일정시간간격 마다 정기보전의 수리활동을 실행하며 시스템이 운영될 때에 응급수리 시점 까지의 응급수리를 적용하며 응급수리 시점 이후에서 정기보전 시점 까지의 고장발생시 신제품으로 교환하는 보전정책에서 보전 기간 동안에 발생되는 각 비용요소를 고려하여 고장 분포함수의 기대비용을 산출 하였다. 추후 보전기간 시점 내에서 실시되는 수리, 교환 정책별로 비용요소를 적용하여 단위시간 동안의 기대비용과 총 기대비용의 분석이 연구과제라 할수있다.

참고 문헌

[1] Abdel-Hameed, M.S., Cinlar, E. and Quinn, J. Reliability Theory and Models,

Academic Press, 1984.
[2] Barlow, R. E. and Hunter, L. C., " Optimum Preventive Maintenance Policies," Operations Research, Vol. 8, pp.90-100, 1960.
[3] Barlow, R. E. and Proschan, R., Mathematical Theory of Reliability, Wiley, 1965.
[4] Beichelt, F., " A Replacement Policy Based on Limits for Repair Cost Rate," IEEE Trans. Reila., Vol. R-31, No. 4, pp.401-403, 1982.
[5] Beichelt, F. and Fischer, K., " General Failure Model Applied to Preventive Maintenance Policies," IEEE Trans. Reila., Vol. R-29, No. 1, pp.39-41, 1980.
[6] Boland, P. J., "Periodic Replacement When Minimal Repair Costs Vary With Time," Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 29, No. 4, pp.541-546, 1982.
[7] Boland, P. J. and Proschan, F., " Periodic Replacement with Increasing Minimal Repair Costs at Failure," Operations Research, Vol. 30, No. 6, pp. 1183-1190, 1982.
[8] Block, H. W., Borges, W. S. and Savits, T. H., " A General Age Replacement Model with Minimal Repair," Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 35, pp.365-372, 1988.
[9] Cleroux, R., Dubuc, S. and Tilquin, C., "The Age Replacement Problem with Minimal Repair and Random Repair Costs", Operations Research, Vol. 27, No.6, pp1158-1167, 1979.
[10] Cleroux, R., and Hanscom, M., "Age Replacement with Adjustment and Depreciation Costs and Interest Charges", Vol. 16, No. 2, pp235-239, 1974.
[11] Cox, D. R., Miller H. D., The Theory of Stochastic Processes, Chapman and Hall, 1977.
[12] Glasser, G. J., " The Age Replacement Problem , " Technometrics, Vol. 9, No. 1, pp83-91.1967.
[13] Jardine, A. K. S. Maintenance, Replacement and Reliabilty, Wiley, 1973.
[14] Karlin, S. and Taylor, H. M. A First Course in Stochastic Processes, Academic Press, 1975.
[15] Karlin, S. and Taylor, H. M. An Introduction to Stochastic Modeling, Academic Press, 1984.
[16] Nakagawa, T., " A Modified Block Replacement with Two Variables," IEEE Trans. Relia., Vol. R-31, No. 4, pp. 398-400., 1982.
[17] Nakagawa, T., " Modified Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure , " IEEE Trans. Relia., Vol. R-30, No. 2, pp.165-168, 1981.
[18] Parzen, E., Stochastic Processes, Holden Day, 1962.
[19] Scheaffer, R.L., "Optimum Age Replacement Policies with Increasing Cost Factor, " Techometrics, Vol. 13, No. 1, pp139-144. 1971.
[20] Subramanian, R. and Wolffs, M.R., "Age Replacement In Simple Systems with Increasing Loss Functions, " IEEE Trans. Relia., Vol. R-25, No. 1, pp32-34. 1976.