

학습 효과를 고려한 생산 로트사이즈 결정에 관한 연구 - The Study of the Production Lot Size with Learning Effects -

남 호 기*
HoKi Nam

Abstract

Previous MRP models were developed without considering learning effects on the determination of the production lot size environment. The only consideration was the setup and inventory holding costs. In this paper the proposed MRP model were developed incorporated the effects of learning. The result of this model show that learning significantly influence the production lot size and total variable cost. The numerical examples have been used to illustrated the impact of proposed model.

1. 서론

MRP의 lot size 결정방법을 다룬 기존의 연구는 생산비용이 일정하다는 조건만을 고려하였다. 즉 생산 lot size는 재고유지 비용과 발주비용의 절충(Trade-off)으로 결정되었다. 일반적으로 제품 하나를 만드는데 소요되는 시간(혹은 비용)은 생산량이 증가되면 감소하는 경향이 있다. 이러한 현상을 학습 효과라고 하며 또한 생산의 중단으로 인한 학습의 망각도 발생하게 된다. 이 논문에서는 생산 lot size 결정시 연속 생산으로 인한 학습효과와 생산 중단으로 인한 학습망각 효과를 생산비용에 반영함으로써 기존모형을 확장 한다.

MRP의 요구량은 기간 초에 즉시접수(instantaneous receipt) 하는데 반해, 이 논문에서는 내부생산을 위한 것이나 외부의 주문일 지라도 최근의 JIT 생산시스템 에서도 볼 수 있는 바와 같이 상호협력 관계가 긴밀해야 한다는 점에서 상품인도 시기가 즉시가 아닌(Non-instantaneous Receipt) 경우를 다룬다.

생산 lot size에 학습효과를 고려한 여러 논문[1,2,3,4,5]이 발표 되었으나 모두 요구량이 일정한(time-invariant)경우를 다루었다. 최근 요구량이 일정하지 않은 경우를 다룬 것으로서 통합 lot size 및 수량할인에 대해서 연구되고 있다.[6,7] 학습곡선의 개념 및 생산의 중단으로 발생하는 학습망각 효과 및 잔존학습 효과에 대해서는 논문[6]에서 인용 되었다.

경제적 생산 lot size 결정시 증분비용 접근법(Incremental Cost Approach)이 사용되었으며, 소개된 모델 효과를 보이기 위해 수치예제를 이용하였다.

* 인천대학교 산업공학과

2. 생산재고 모형

일반적으로 생산 lot size는 그림 1에서 보는 것같이 두 가지로 구분된다. 첫째, lot-for-lot의 경우는 기간별로 정확한 요구량만 생산하는 경우이고, 둘째 lot sizing의 경우는 기간 1 및 기간 2에서 필요한 요구량을 동시에 생산하는 경우를 나타낸다. 그림 1 (b) 경우 기간 1의 요구량을 만족키위해 생산을 완료해서 T_1 시점에서 선적이 되며, 한편 기간 2의 수요량을 충족키 위해 계속해서 생산하여 실제로 T'_1 시점에서 요구량에 대한 생산이 완료 되나 T_2 시점에서 실제로 선적이 이루어진다. lot sizing의 경우는 lot-for-lot의 경우에 비해 많은 재고유지 비용이 발생되나 반면에 발주비용이 절약되는 장점이 있다. 경제적 생산 lot size는 학습효과에 따른 생산비용의 절감, 발주비용의 절감 및 추가되는 재고비용의 절충 (trade-off)으로 결정된다.

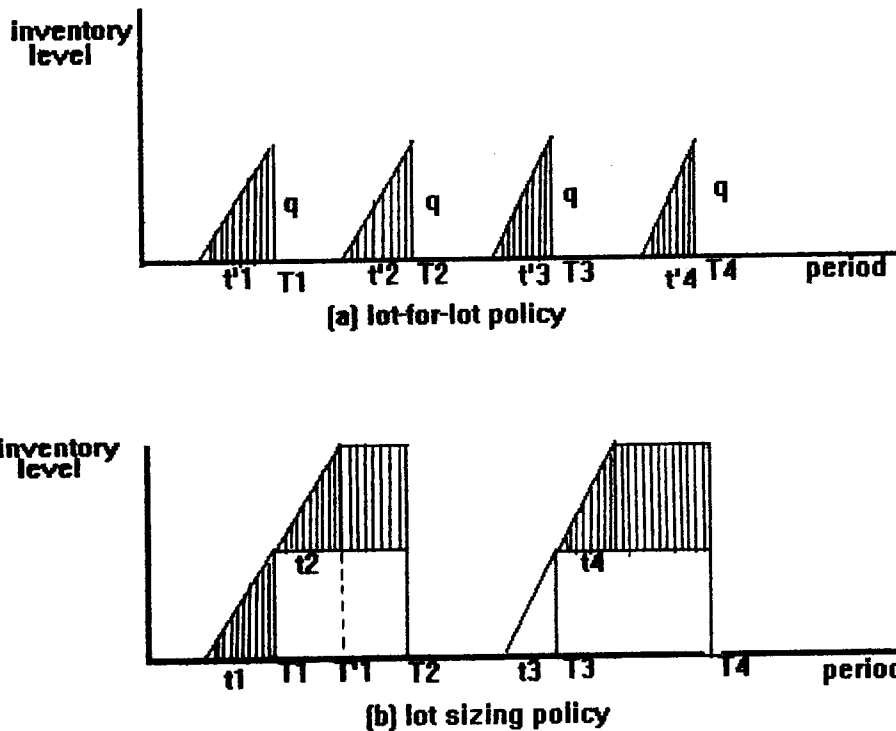


그림 1. 생산 재고 모형

3. 생산 lot size 결정해법

3-1 증분비용 접근법(ICA)

이 논문에서는 생산 lot size 결정시 증분비용 접근법이 사용된다. 이 접근법은 모든 경우에 최적해가 보장되는 것은 아니나, 성능이 우수하고 계산절차가 단순해 실용성이 있다[8].

모든 기간에 요구량이 " 0 " 이 아닌 이상 lot-for-lot의 경우 n개의 setup이 필요하다. setup의 수를 하나 줄이기 위해서는 첫번째 기간의 요구량을 제외하고, 나머지 중 하나의 요구량이 바로앞의 요구량과 함께 연속 생산되어야 한다. n-1개 만큼의 가지 수가 있지만, 그 중에서 선택되는 것은 증분비용이 가장 적은 것이 선택된다. 각 기간별 증분비용의 계산은 아래와 같다.

증분 비용 = 발주비용의 절약 + 생산비용의 절약 - 추가 재고유지 비용
 만약 증분비용이 최소의 음수이면, setup n에서 n-1 변경시 가장 비용절감이 최대이며 이것이 개선된 생산으로 간주한다. 따라서 개선된 생산의 총비용 = 기존 생산시 발생하는 총비용 + 증분비용
 $TCM(n-1) = TCM(n) + IC;$

다음 단계는 같은 방법으로 setup을 n-2, n-3 ... 1 까지 줄여 나간다 그러나 setup을 줄일수 있는 조건은 증분비용이 음수이어야 한다. 만약 최소증분 비용이 양수 값일 경우, 현재 생산 lot size가 최적이다.

3-2 기호및 일반식

생산 lot size를 결정하기 위해 아래 알고리즘이 사용되나 기존의 학습곡선 이론에서 추출된 방정식 및 기호를 나열하면

c_1 : 전 기간에 결합된 요구량의 숫자

c_2 : 현재 기간에 결합된 요구량의 숫자

Φ : $j - c_1 - 1$

Γ : $j - c_1$

δ : $j - c_1 + 1$

ϵ : $j + c_2 - 1$

$$A_1: \alpha \sum_{j=1}^{\Phi} q_j$$

$$A_2: \alpha \sum_{j=1}^{i-1} q_j$$

EHC_j : 기간 j에서 추가되는 재고유지 비용

PS_j : 기간 j에서 생산비용 절감

$$\text{lot-for-lot 생산시 총 비용; } TCM(n) = nSCM + \sum_{j=1}^n (\frac{1}{2} q_j t_j HCM) + Kt_j \quad (1)$$

where n = 기간 수, SCM = 발주비용, HCM = 재고유지 비용, K = 시간을 금액으로 환산하는 상수, q_j = j 기간의 요구량

$$t_j = Y_1 [(q_j + \alpha \sum_{i=1}^{j-1} q_i)^{1-b} - (\alpha \sum_{i=1}^{j-1} q_i)^{1-b}] \quad (2)$$

논문 [2] 방정식 (3)과 동일함.

$$t_k = Y_1 [(\sum_{i=r}^k q_i + A_1)^{1-b} - (\sum_{i=r}^k q_i - q_k + A_1)^{1-b}] \quad (3)$$

where $k = j, j+1, \dots, \epsilon$

$$t'_k = Y_1 [(\sum_{i=j}^k q_i + A_2)^{1-b} - (\sum_{i=j}^k q_i - q_k + A_2)^{1-b}] \quad (4)$$

where $k = j, j+1, \dots, \epsilon$

$$EHC_j = \sum_{k=j}^{\epsilon} [(T_j - T_r - \sum_{i=\delta}^k t_i + \frac{1}{2} t_k - \sum_{i=j+1}^k t'_i - \frac{1}{2} t'_k)] q_k HCM \quad (5)$$

$$PS_j = K \sum_{k=j}^{\epsilon} (t_k - t'_k) \quad (6)$$

3-3. 알고리즘

- 1단계. 각 기간별 요구량을 파악하고 각 기간에 숫자 1 을 할당한다.
- 2단계. 각 기간별 요구량에 대해서 생산시간및 lot-for-lot 생산시 발생하는 비용을 방정식 (1), (2)로 각각 계산한다.
- 3단계. 첫 기간과 요구량이 없는 기간의 증분비용에는 큰 숫자 L을 할당한다.
- 4단계. 각 기간의 증분비용을 계산한다.

$$IC_j = -SCM + PS_j + EHC_j$$

- 방정식 (3)을 이용해서 개선 생산시간을 구한다.
- 방정식 (4)을 이용해서 기존 생산시간을 구한다.
- 방정식 (5)을 이용해서 추가되는 재고유지 비용을 구한다.
- 생산비용 절감(PSj)을 방정식 (6)을 이용해서 구한다.

첫째 iteration에서는 기간 2 에서 n 까지 계산을 반복 해야 하지만 두번째 iteration 부터는 전 iteration에서 최소 비용증분이 발생된 전,후 기간에서만 계산이 반복된다

- 5단계. 최소 증분비용을 찾는다.
 - 6단계. 만약 모든 증분비용이 "0" 보다 크거나 같을 경우 알고리즘을 종결한다.
 - 7단계. 요구량을 결합하고 (setup을 하나 줄이고), 총 비용을 계산하고 3단계로 되돌아 간다.
- 총비용; $TCM(n-1) = TCM(n) + IC_j$

4. 예제

논문[5]의 예제에서 사용한 계수와 동일하나, 생산비용의 절감효과를 현격히 나타내기 위해서, 초기 제품 단가를 \$ 5에서 \$ 9.35로 변경했으며 나머지 계수는 아래와 같다.

총요구량 $R = 1,000$ units, cost/hour $K = \$5/\text{hour}$, 학습계수 $b = .152$
 learning retention = 10%, 초기 단위생산 시간 = 1.87 시간, 발주비용 $SCM = \$50/\text{setup}$,
 재고유지 비용 $HCM = \$ 10/\text{year/unit}$, 기간별 요구량 $q_j = 100$ units .

- 단계 1. 각 기간별 요구량 100 units와 숫자 1을 할당한다.
- 단계 2. 각 기간별 요구량에 대한 생산시간및 총비용을 방정식 (1), (2)로 구한다.

$$t_1 = 1.87 * (100)^{.848} = 92.86, \quad t_2 = 1.87 * [(100 + .1 * 100)^{.848} - (.1 * 100)^{.848}] = 87.5$$

같은방법으로

$$t_3 = 84.67 \quad t_4 = 82.55 \quad t_5 = 80.83 \quad t_6 = 79.38 \quad t_7 = 78.12 \quad t_8 = 77.01 \quad t_9 = 76.01 \quad t_{10} = 75.11$$

$$TCM(10) = 10 * 50 + \sum_{j=1}^{10} [(\frac{1}{2} * 100 * t_j * .0048) + 5 * t_j] = 4766$$

단계 3. $IC_1 = L$

단계 4. 기간 2에서의 증분비용은

- 방정식 (3)을 이용한 개선 생산시간

$$t_2 = 1.87 [(\sum_{i=1}^2 q_i)^{.848} - (\sum_{i=1}^1 q_i - q_2)^{.848}] = 74.29$$

- 방정식 (4)을 이용한 기존 생산시간

$$t'_2 = 1.87 [(100 + 10)^{.848} - (100 - 100 + 10)^{.848}] = 87.50$$

- 방정식 (5)을 이용한 추가 재고유지 비용

$$EHC_2 = (T_2 - T_1 - t_2 + \frac{1}{2} t_2 - \frac{1}{2} t'_2) * 100 * .0048 = 61.01$$

- 방정식 (6)을 이용한 생산비용 절감

$$PS_2 = 5 * (74.29 - 87.50) = - 66.06$$

where $j = i = 2, c_1 = 1, c_2 = 1, \phi = 0, \Gamma = 1, \delta = 2, \varepsilon = 2, A_1 = 0, A_2 = 10,$

$$T_1 = 208 \text{ hrs}, T_2 = 416 \text{ hrs}$$

- 증분 비용은 $IC_2 = -50 - 66 + 61 = -55$

같은 방법으로, $IC_3 = -44, IC_4 = -36, IC_5 = -30, IC_6 = -25, IC_7 = -22,$

$$IC_8 = -18, IC_9 = -15, IC_{10} = -13$$

단계 5. 최소 증분비용은 $IC_2 = -55$ 이다.

단계 6. 음수 증분비용이 존재한다.

단계 7. setup을 하나 줄여 9개로 되며, 생산 lot size는 각 기간별로 200, 0, 100, 100, 100,

100, 100, 100, 100, 100로 변화된다. 그때 총 비용은

$$TCM(9) = TCM(10) + IC_2 = 4766 - 55 = 4711.$$

단계 3. $IC_2 = L$

단계 4. 기간 3에서의 증분비용은

- 방정식 (3)을 이용한 개선 생산시간

$$t_3 = 1.87 [(\sum_{i=1}^3 q_i)^{.848} - (\sum_{i=1}^3 q_i - q_3)^{.848}] = 68.59$$

- 방정식 (4)을 이용한 기존 생산시간

$$t'_3 = 1.87 [(100 + 20)^{.848} - (100 - 100 + 20)^{.848}] = 84.67$$

- 방정식 (5)을 이용한 추가 재고유지비용

$$EHC_3 = (T_3 - T_1 - (t_2 + t_3) + \frac{1}{2} t_3 - \frac{1}{2} t'_3) * 100 * .0048 = 133.56$$

- 방정식 (6)을 이용한 생산비용 절감

$$PS_3 = 5 * (68.59 - 84.67) = - 80.40$$

where $j = i = 3, c_1 = 2, c_2 = 1, \phi = 0, \Gamma = 1, \delta = 2, \varepsilon = 3, A_1 = 0, A_2 = 20,$

$$T_1 = 208 \text{ hrs}, T_3 = 614 \text{ hrs}$$

- 증분 비용은 $IC_3 = -50 - 80.40 + 133.56 = -3$

표 1.에서 보면 2번째 iteration의 증분비용은 첫번째 iteration의 전,후 기간을 제외 하고는 변동이 없다. 이것이 계산과정을 단순하게 해준다.

단계 5. 최소 증분비용은 $IC_4 = -36$

단계 6. 음수 증분비용이 존재한다.

단계 7. setup을 하나 더 줄여 8개로 되며, 생산 lot size는 각 기간별로 200, 0, 200, 0, 100,

100, 100, 100, 100, 100로 변화된다. 그때 총 비용은

$$TCM(8) = TCM(9) + IC_4 = 4711 - 36 = 4675.$$

증분비용이 양수 값이 나올 때까지 알고리즘을 계속하면 표 1.와 같은 결과가 나온다.

5. 결론

MRP의 lot size 결정방법을 다룬 기존의 연구는 재고유지 비용과 발주비용의 절충으로 결정되었으나, 본 논문에서는 학습효과를 생산비용에 반영하여 확장모형을 다룬다. 학습효과로 생산시간이 단축되면 이것으로 인해 생산비용 및 재고유지 비용이 감소되므로 생산 lot size 결정시 학습효과가 중요한 역할을 한다. 본 논문에서는 학습효과로 인한 생산 lot size 및 총비용이 현격히 차이가 남을 알수 있었다.

Iteration	기 간	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	총비용
1	q_i	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	4766
	IC_j	L	-55*	-44	-36	-30	-25	-22	-18	-15	-13	
2	q_i	200	0	100	100	100	100	100	100	100	100	4711
	IC_j	L	L	-3	-36*	-30	-25	-22	-18	-15	-13	
3	q_i	200	0	200	0	100	100	100	100	100	100	4675
	IC_j	L	L	91	L	18	-25*	-22	-18	-15	-13	
4	q_i	200	0	200	0	200	0	100	100	100	100	4650
	IC_j	L	L	91	L	120	L	28	-18*	-15	-13	
5	q_i	200	0	200	0	200	0	200	0	100	100	4632
	IC_j	L	L	91	L	120	L	134	L	36	-13*	
6	q_i	200	0	200	0	200	0	200	0	200	0	4619
	IC_j	L	L	91	L	120	L	134	L	145	L	

표 1. 생산 lot size 및 총 비용

참 고 문 헌

- [1]. J. C. Fisk and D. Ballou. "Production Lot Sizing Under a Learning Effect" AIIE Trans. 14, 257-264 (1982).
- [2]. E. C. Keachie and R. J. Fontana "Effects of Learning on Optimal Lot Size" Management Science. 13, 102-108 (1966).
- [3]. T. L. Smunt and T. E. Morton "The Effects of Learning on Optimal Lot Sizes: Further Developments on the Single Product Case ". AIIE Trans. 17, 33-37 (1985).
- [4]. B. C. Sparadlin and D. A. Pierce "Production Scheduling Under a Learning Effect by Dynamic Programming" Journal of Industrial Engineering. 18, 219-222 (1967).
- [5]. G. Adler and R. Nanda. "The Effects of Learning on Optimal Lot Size Determination Single Product Case" AIIE Trans. 6, 14-20 (1974)
- [6]. R. Nanda and H. Nam "Quantity Discounts Using A Joint Lot Size Model Under Learning Effects- Single Buyer Case" Computer and Industrial Engineering. 22, 211-221 (1992)
- [7]. R. Nanda and H. Nam "Quantity Discounts Using A Joint Lot Size Model Under Learning Effects- Multiple Buyer Case" Computer and Industrial Engineering. 24, 487-494 (1993)
- [8]. M. M. NAIDU and H. Singh. "Further Investigations on the performance of incremental cost approach for Lot Sizing for Material Requirement Planning Systems" Int. J. Prodn Res. 25, 1241-1246 (1987)