응급수리를 고려한 정기보전정책의 비용분석
Cost Analysis for Periodic Maintenance Policy with Minimal Repair

김 재 중*
Kim, Jae Joong
김 원 중**
Kim, Won Joong

Abstract

This study is concerned with cost analysis in periodic maintenance policy. Generally periodic maintenance policy in which item is repaired periodic interval times. And in the article minimal repair is considered. Minimal repair means that if a unit fails, unit is instantaneously restored to same hazard rate curve as before failure. In the paper periodic maintenance policy with minimal repair is as follows; Operating unit is periodically replaced in periodic maintenance time, if a failure occurs between minimal repair and periodic maintenance time, unit is replaced by a spare until the periodic time comes. Also unit undergoes minimal repair at failures in minimal-repair-for-failure interval. Then total expected cost per unit time is calculated according to maintenance period and scale parameter of failure distribution. Total cost factors are included operating, fixed, minimal repair, periodic maintenance and replacement cost. Numerical example is shown in which failure time of system has erlang distribution.

1. 서 론

현대의 고도의 산업사회는 생산 시스템이 자동화되고 대형화로 인하여 고장으로 인한 보전비용의 측면에서 경제적 운영이 절실히 요구되고 있으며 시스템의 고장 감소와 보존,기회비용 저하를 위한 중요 보전 정책으로 정기보전 정책이 일반적으로 보전방식으로 실행되고 있다. 정기 보전 정책(Periodic Mainctenance Policy)은 일정한 시간간격을 정하여 두고 시스템을 구성하고 있는 부품전체를 정기적으로 수리, 정비, 검사를 행하는 보전 방식이다.
점차적으로 시스템의 구성이 정밀하게 되어 모든 부품의 고장 발생시 일정한 시점에서의 수명보전 방식을 선정하여 적용하기에는 보전 비용의 비 경제적인 측면을 내포하고 있으며 정기적으로 일정 시점마다 시스템을 구성하고 있는 부품 전체를 보전하여 주고 일정 정기보전 시점 이내에 부품 고장이 발생시 고장 직전의 동일한 고장율로 복원되는 응급수리를 적용하여 유지하는 방식이 보전비용의 관점에서 경제적이라 할수 있다.
결국 일정 시점에서 정기보전이 적용되어 수리복원되고 정기보전 시점 이전에 고장 발생시 수

* 여주전문대학 공업경영과
** 아주대학교 산업공학과

리후 고장 발생 직전에 동일한 고장률로 복원되는 응급수리를 고려한 정기보전정책을 적용유지하는 것이 현실적이라 할 수 있다.
기존 연구의 고찰을 살표보면 Barlow와 Proschan[3]은 시스템의 사용시간에 따라 일정기간이 지난후에 보전하는 수명교환 정책과 일정 시점에서 정기적으로 고장 부품의 교환 정책을 다루는 정기교환정책을 제시하였고 Barlow와 Hunter[2]는 시스템의 사용중 고장이 발생하였을 때 수리후 고장 직전의 동일한 고장률로 복원되는 응급 수리 모형을 제시하였다.
Block, Borges와 Savits[7]는 수명교환 정책 적용시 응급수리의 개념을 적용하여 시스템의 시점을 유한 시점과 무한 시점에서 총기대 비용을 산출하였다.
Boland와 Proschan[6]은 정기 보전 정책을 도입하여 응급수리 모형을 시스템 고장 발생시 지수분포와 와이블 분포를 고려하여 사용 시점이 유한과 무한 시점일때 단위 시간당 총비용을 분석하였다. Nakagawa[14][15]은 시스템의 가동 후 일정시점 전에 고장이 발생하거나 교환시점에 도달하면 부품 교체를 실시하고 고장이 일정시점 이후에 발생하였을 경우에는 교체시점까지 상태를 유지하여 교환시점에서 수리하는 일제 교체에서 평균비용을 산출하였고 응급수리를 고려한 수정된 정기보전 정책에서 정기보전기간 시점 전에 고장발생시 세가지 모형에서 보전기간 동안의 기대비용을 산출하였다.
본 연구에서는 시스템이 정기적으로 일정시점에서 정기보전되며 정기보전 시점 이전에의 고장발생시 응급수리가 적용되는 보전정책에서 정기보전 기간동안 발생되는 보전비용과 고정비용, 운영비용, 교환비용을 포함한 단위시간당 총기대 비용을 정기보전 기간과 고장분포 함수의 모수변화에 대한 비용분석을 다룬다.

2. 가정 및 기호

가 정

(1) 정기보전 시점은 T는 유한하다.
(2) 시간 간격 $[T_0,T]$에서 고장 발생시 대체품으로 교환되며 정기 보전 시점 까지 운영한다.
(3) 운영비용 함수는 시간에 선형비례(a + bt) 한다.
(4) 보전기간 동안의 고정비용은 일정한 상수이다.
(5) 대체품의 고장은 서로 독립이며 부품과 같은 기능을 한다.
(6) 수리 보전 시간은 무시할 만큼 작다.
(7) 시스템의 고장률은 연속이며 단조 증가함수이다.

기 호

F(t) : 고장 분포 함수
Fn(t) : F의 n차 convolution
h(t) : 고장률 함수
H(t) : 누적 고장률 함수
N(t) : 시간 t까지의 고장회수
Ψ(z,t) : N(t)의 p.g.f
M(t) : E(N(t))
U(T) : 단위 시간당 총기대 비용

C(T) : 총기대 비용
Cmf(T) : 응급수리 기대비용
Cr : 정기보전 비용
Cs(T) : 대체품의 교환 기대비용
Cf(T) : 고정 기대비용
Co(T) : 운영 기대비용
T_0 : 응급 수리 시점
T : 정기보전 시점

3. 정기보전정책

일정 시점마다 정기적으로 보전 정책을 적용시 일정 시점 마다 보전활동을 수행하는 정 기 보전의 정책은 보전 기간동안 발생되는 제 보전비용 요소의 수립과 제 보전비용의 요소를 고려하여 보전 기간동안 발생되는 총비용의 산출과 아울러 단위 시간당 소요되고 필요한 기대비용의 산정이 주요 장기 정책의 수립에 중요점이 되고 있으며 수리 및 교환에 소요되는 보전 비용 분석은 시스템의 전반적인 사용과 운영 측면에서 필요성이 주요 보전 계획에 관심사가 되고 있다.
본절에서는 다음과 같은 정기 보전 정책에서 각 비용요소를 고려하여 고장 분포함수의 모수와 보전기간의 변화에 대한 단위 시간당 총기대 비용을 분석한다.
시스템의 가동되고 있는 부품은 정기보전 시점T에서 매 주기 마다 정기 보전되며 응급 수리시점 T_0와 정기보전 기간 T 사이에서 고장 발생시 대체품으로 교환되며 정기보전 시점까지 운영된다. 또한 시간 간격[0, T_0]에서 부품 고장시 고장 발생직전시 시스템의 고장률로 수리, 복원되는 응급수리를 적용한다.[15] 또한 정기보전 기간 T 동안에 발생되는 시스템의 보전활동을 위하여 일정하게 소요되는 고정비용 요소와 정기보전 기간동안의 수리, 정비, 검사의 활동을 위한 보전 운영비용을 고려하며 고정비용 요소는 보전기간 동안 일정한 상수의 비용으로 투입되며 기대 운영비용은 시스템의 사용시간에 선형적으로 비례하는 비용요소로 가정하며 이때 단위 시간당 발생되는 총비용을 보전비용, 응급수리비용, 대체품의 교환비용, 고정비용및 운영 비용을 포함하여 분석한다.

단위 시간당의 총기대 비용은 다음과 같다.

$$U(T) = \frac{\text{정기보전기간의 총기대비용}}{\text{정기보전기간}}$$

정기보전 기간당 총기대 비용식을 시간 간격 [0, T_0]에서 응급수리에 대한 기대비용 은 비용함수[6]가 신뢰도 함수로 가정하여 비용요소로 하고 고장 분포 함수를 erlang 분포로 가정하면 응급수리 비용 함수와 고장 분포함수의 고장률 함수 h(t)의 곱으로 표현되며 응급수리 적용 기간 T_0 까지의 적분으로 나타나는 바 다음(3.1)식으로 나타난다.

$$C_{mf}(T) = \int_0^{T_0} C_m(t)h(t)d(t)$$

$$= C_m \int_0^{T_0} \frac{e^{-H(T_0)}}{\overline{F(t)}} dF(t)$$

$$= C_m(1 - \sum_{k=0}^{\beta-1} (\lambda T_0)^k \frac{e^{-\lambda T_0}}{k!}) \qquad \ldots\ldots\ldots(3.1)$$

시스템의 고장분포함수가 λ, β 의 모수를 갖는 고장률 함수가 증가 형태인 erlang 분포를 따르고 $T_1, T_2, T_3, T_4, \ldots\ldots\ldots\ldots T_n$ 을 n번째 고장이 발생한 시간간격을 나타내는 확률변수라 할 때 시간간격 [0,t]의 평균 고장회수를 구하면 Renewal Counting Process에 의하여 다음식으로 나타난다.[16]

$$S_n = T_1 + T_2 + T_3 \quad \ldots\ldots \quad + T_n \text{이라두면}$$

$$P_r(S_n = t) = \lambda \frac{(\lambda t)^{n\beta-1}}{(n\beta-1)!} e^{-\lambda t} \quad \text{되며}$$

$$F_n(t) = 1 - \sum_{r=0}^{n\beta-1} \frac{(\lambda t)^r}{r!} e^{-\lambda t} \quad \text{이므로}$$

$$P_r(N(t) = n) = F_n(t) - F_{n+1}(t)$$

$$= \sum_{r=n\beta}^{(n+1)\beta-1} \frac{(\lambda t)^r}{r!} e^{-\lambda t}$$

이다.

$$G(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} z^{n-1} F_n(t) \quad \text{로 정의하면}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} z^{n-1} \int_0^t \frac{\lambda(\lambda t)^{n\beta-1}}{(n\beta-1)!} e^{-\lambda t} dt$$

$$= y^{1-\beta} \int_0^t \lambda e^{-\lambda t} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda ty)^{n\beta-1}}{(n\beta-1)!} \right) dt$$

$$= y^{1-\beta} \int_0^t \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{\beta} \sum_{r=0}^{\beta-1} \varepsilon^r e^{\lambda ty\varepsilon^r} dt \quad (\text{단, } y^\beta = z, \; u = \lambda ty)$$

$$= y^{1-\beta} \frac{1}{\beta} \sum_{r=0}^{\beta-1} \frac{\varepsilon^r}{1 - y\varepsilon^r} (1 - \exp(-\lambda t(1 - y\varepsilon^r))) \quad \text{이며}$$

이때 probability generating function 은 다음과 같이 산출된다.

$$\Psi(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n P_r[\; N(t) = n]$$

$$= 1 + (z-1) G(z, t)$$

$$= 1 + \left(\frac{z-1}{z} \right) \frac{1}{\beta} \sum_{r=0}^{\beta-1} \frac{z^{\frac{1}{\beta}} \varepsilon^r}{1 - z^{\frac{1}{\beta}} \varepsilon^r} (1 - \exp(-\lambda t(1 - z^{\frac{1}{\beta}} \varepsilon^r)))$$

그러므로 시간간격 [0,t] 사이의 평균 고장회수 E(N(t))는

$$M(t) = \frac{\lambda t}{\beta} + \frac{1}{\beta} \sum_{r=1}^{\beta-1} \frac{\varepsilon^r}{1 - \varepsilon^r} (1 - \exp(-\lambda t(1 - \varepsilon^r)))$$

단, $\varepsilon = \exp\left(\frac{2\pi \iota}{\beta}\right)$ 이다.

응급수리 시점 T_0와 정기 보전기간 T사이의 시간 간격에서 고장이 발생할 때 시스템의 부품과 동일한 기능을 하는 대체품은 시간간격 [To,T]에서 가동되며 정기보전 시점 T까지 운영되며 이때 대체품의 교환 기대비용[15]은 다음 식(3.2)으로 된다.

$$C_s(T) = \frac{C_s}{F(T_0)}[\ \int_{T_0}^{T} \frac{\lambda(T-t)}{\beta}\, dF(t)\ +$$

$$\frac{1}{\beta}\int_{T_0}^{T} \sum_{r=1}^{\beta-1} \frac{\varepsilon^r}{1-\varepsilon^r}(1-\exp(-\lambda(T-t)(1-\varepsilon^r)))dF(t)]\ \ \ldots\ldots(3.2)$$

보전기간 동안 발생하는 운용비용은 시간 t 에 대하여 선형적 (a + bt)으로 비례하는 함수로 가정하고 고정 비용함수는 정기 보전기간 마다 일정상수로 발생할때 기대 운영비용과 고정비용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
C_o(T)+C_f(T) &= C_oE(a+bt)\ +C_f \\
&= C_o[\ a+b\int_0^T (\lambda t)^{\beta}\frac{e^{-\lambda t}}{(\beta-1)!}\,dt]\ \ +C_f \\
&= C_o[\ a+\frac{b}{\lambda(\beta-1)!}(-(\lambda T)^{\beta}e^{-\lambda T}+\beta G(\beta-1))]\ \ +C_f \\
&= C_o[\ a+\frac{b\beta}{\lambda}]\ \ +C_f \qquad \ldots\ldots\ldots(3.3)
\end{aligned}$$

단, $G(\beta) = \int_0^T \lambda e^{-\lambda t}(\lambda t)^{\beta}\, dt$

시스템의 보전기간 시간 T동안 발생하는 단위시간당 보전비용을 산출하기 위한 각 비용요소를 고려하면 응급수리비용, 정기보전비용, 대체품의교환비용, 운영비용 및 고정비용을 포함하는 총기대 비용식은 (3.4)로 나타난다.

$$\begin{aligned}
C(T) = C_mF(T_0) &+ \frac{C_s}{F(T_0)}[\ \frac{\lambda T}{\beta}(F(T)-F(T_0)) - \int_{T_0}^{T}\lambda(\lambda t)^{\beta}\frac{e^{-\lambda t}}{\beta!}\,dt \\
&+\frac{1}{\beta}\int_{T_0}^{T}\sum_{r=1}^{\beta-1}\frac{\varepsilon^r}{1-\varepsilon^r}(1-\exp(-\lambda(T-t)(1-\varepsilon^r)))dF(t)]\ \ +C_o[\ a \\
&+b\int_0^T(\lambda t)^{\beta}\frac{e^{-\lambda t}}{(\beta-1)!}\,dt]\ \ +\ C_f\ +\ C_r \qquad \ldots\ldots\ldots(3.4)
\end{aligned}$$

4. 비용분석

단위 시간당 총기대 비용을 산출하기 위하여 다음 예제를 통하여 분석한다.

수 치 예 제

정기보전 기간T가 주어지고 보전 주기 동안 응급수리 적용의 비용 250$과 응급수리 시점 To에서 정기보전 기간 까지의 기간이 2개월 T, 대체품에 대한 교환비용 450$, 시간 간격 T에서 보전비용 600$, 보전 기간동안의 고정 비용 450$이며 운영비용 500$이며 a=0, b=1일때의 단위 시간당 기대 비용을 구하며 고장분포 함수는 $\beta=2$ 일때 erlang분포로 가정하였다.

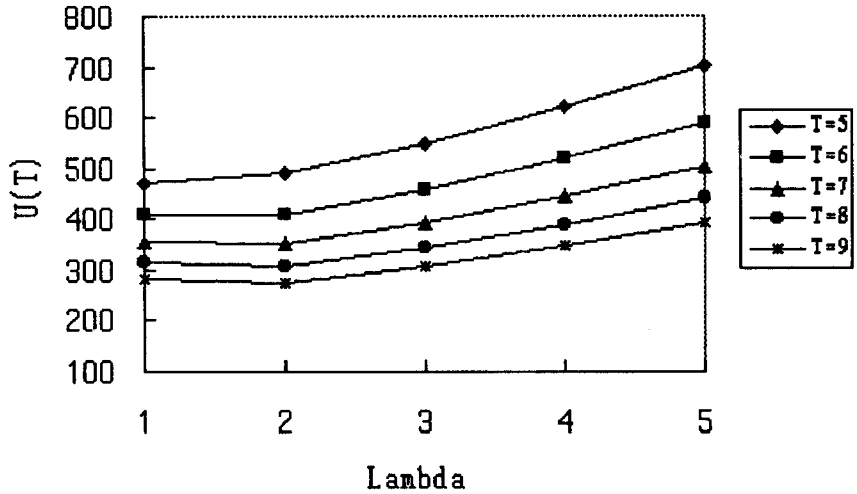
고장분포 함수의 척도모수에 변화에 대하여 정기보전 기간이 증대될 때 보전비용 요소의 계산과 각 비용요소의 기대비용을 산출하여 분포함수의 척도 모수에서 총 기대 비용 함수 C(T)와 보전기간 T에 대한 단위시간당 기대비용 U(T) 산출의 결과가 표 4.1 에 고장분포 함수의 척도 모수별 보전기간의 증대에 따른 총기대 비용과 단위 시간당 비용이 분석된다.

<Table 4.1> Total Expected Maintenance Cost per Unit Time

Lambda	To	T	C(T)	U(T)
1	3	5	2347.73	469.55
1	4	6	2444.02	407.34
1	5	7	2493.61	356.23
1	6	8	2518.45	314.81
1	7	9	2530.88	281.21
2	3	5	2444.97	488.99
2	4	6	2456.19	409.37
2	5	7	2461.19	351.60
2	6	8	2464.20	308.03
2	7	9	2466.33	274.04
3	3	5	2738.28	547.66
3	4	6	2743.73	457.29
3	5	7	2746.97	392.42
3	6	8	2749.17	343.65
3	7	9	2750.78	305.64
4	3	5	3111.13	622.23
4	4	6	3115.27	519.21
4	5	7	3117.82	445.40
4	6	8	3119.56	389.95
4	7	9	3120.82	346.76
5	3	5	3516.23	703.25
5	4	6	3519.66	586.61
5	5	7	3521.77	503.11
5	6	8	3523.18	440.40
5	7	9	3528.69	392.08

단위시간당 보전비용은 동일 보전 기간 내에서 고장 분포함수의 척도 모수가 증가 변화 함에 따라 총기대 비용은 증가 형태로 나타나며 고장 분포함수의 척도 모수가 일정할 때 보전

기간 T가 늘어남에 따라서 기대비용 요소의 총비용은 증가 형태로 산출되며 이때 단위 시간당 기대비용은 감소형태로 나타난다. 또한 일정 보전 기간에서 보전 시간이 증대함 으로써 단위 시간당 보전비용의 감소의 폭이 작아지며 총비용은 증대 하는 형태로 산출된다.



< Figure 4.1 > Total Expected Cost per Unit Time

분포함수의 척도모수에 변화에 대한 각 보전 기간에서의 단위 시간당 기대비용 U(T)의 그래프가 그림 4.1과 같이 나타나는 바 척도모수 증가에 대하여 각 비용곡선은 증가의 형태로 나타나며 보전 기간 T가 늘어남에 따라 단위 시간당의 기대비용은 감소의 형태로 나타나며 보전기간 T가 일정한 단위 증가할 때 단위 시간당의 기대비용 U(T)의 감소 폭은 작게 분석된다.

5. 결 론

정기 보전정책에서 응급수리모형을 적용하여 보전기간동안에 발생되는 비용요소를 고려하여 보전기간 동안에 발생되는 비용요소를 고려하여 단위시간당 기대비용을 산출하여 분석하였다. 일정 시간간격 마다 정기보전의 수리활동을 실행하며 시스템 이 운영될 때에 응급수리 시점까지의 응급수리를 적용하며 응급수리 시점 이후에서 정기보전 시점 까지의 고장발생시 대체품으로 교환하는 보전정책에서 보전 기간 동안에 발생되는 각 비용요소를 고려하여 고장 분포함수의 기대비용을 산출 하였다. 추후 보전기간 시점 내에서 실시되는 수리, 교환 정책별로 비용요소를 적용하여 단위시간 동안의 기대비용과 총 기대비용의 분석이 연구과제라 할수있다.

참 고 문 헌

[1] Abdel-Hameed, M.S., Cinlar, E. and Quinn, J. Reliability Theory and Models, Academic Press, 1984.
[2] Barlow, R. E. and Hunter, L. C., " Optimum Preventive Maintenance Policies," Operations Research, Vol. 8, pp.90-100, 1960.
[3] Barlow, R. E. and Proschan, R., Mathematical Theory of Reliability, Wiley, 1965.
[4] Beichelt, F., " A Replacement Policy Based on Limits for Repair Cost Rate," IEEE Trans. Reila., Vol. R-31, No. 4, pp.401-403, 1982.
[5] Beichelt, F. and Fischer, K., " General Failure Model Applied to Preventive Maintenance Policies," IEEE Trans. Reila., Vol. R-29, No. 1, pp.39-41, 1980.
[6] Boland, P. J., "Periodic Replacement When Minimal Repair Costs Vary With Time," Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 29, No. 4, pp.541-546, 1982.
[7] Boland, P. J. and Proschan, F., " Periodic Replacement with Increasing Minimal Repair Costs at Failure," Operations Research, Vol. 30, No. 6, pp. 1183-1190, 1982.
[8] Block, H. W., Borges, W. S. and Savits, T. H., " A General Age Replacement Model with Minimal Repair," Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 35, pp.365-372, 1988.
[9] Cleroux, R., Dubuc, S. and Tilquin, C., "The Age Replacement Problem with Minimal Repair and Random Repair Costs", Operations Research, Vol. 27, No.6, pp1158-1167, 1979.
[10] Cox, D. R., Miller H. D., The Theory Stochastic Processes, Chapman and Hall, 1977.
[11] Jardine, A. K. S. Maintenance, Replacement and Reliabilty, Wiley, 1973.
[12] Karlin, S. and Taylor, H. M. A First Course in Stochastic Processes, Academic Press, 1975.
[13] Karlin, S. and Taylor, H. M. An Introduction to Stochastic Modeling, Academic Press, 1984.
[14] Nakagawa, T., " A Modified Block Replacement with Two Variables," IEEE Trans. Relia., Vol. R-31, No. 4, pp. 398-400., 1982.
[15] Nakagawa, T., " Modified Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure , " IEEE Trans. Relia., Vol. R-30, No. 2, pp.165-168, 1981.
[16] Parzen, E., Stochastic Processes, Holden Day, 1962.
[17] 윤 덕 균, 한국형 TPM 시스템, 법경 출판사, 1993.