분지한계법을 이용한 기계-부품 그룹형성 최적해법
- Machine-part Grouping Algorithm Using a Branch and Bound Method -

박 수 관*
Park, Soo-Kwan
이 근 희**
Yi, Geun-Heui

Abstract

The grouping of parts into families and machines into cells poses an important problem in the design and planning of the flexible manufacturing system(FMS). This paper proposes a new optimal algorithm of forming machine-part groups to maximize the similarity, based on branching from seed machine and bounding on a completed part. This algorithm is illustrated with numerical example. This algorithm could be applied to the generalized machine-part grouping problem.

1. 서론

유연생산 시스템(FMS)에서는 부품들의 가공이 유사한 기계들로 그룹화된 곳에서 전통적으로 수행된다. 그래서 FMC(Flexible Manufacturing Cells)를 설계하는 주요 단계는 부품을 군으로 그룹화하고 그에 상응하는 기계들을 제조단위로 그룹화하는 것이다. 이러한 그룹별 배치는 한 부품군을 제조하는 데 필요한 공구와 장비들의 그룹화와도 관련된다.

기계-부품 그룹형성(Machine-Part Group Formation : MPGF)에 관련된 개념은 Mitrofanov[16]에 의해 소개되었다. 그의 이 중요한 개념은 1983년도에 간행된 2권의 책에 요약되어 있다. Burbidge[3]와 Ham 등[5]도 GT(Group Technology)에 대한 개념을 발전시킨 선두주자이다. MPGF에 관련된 연구를 크게 분류하면 유사계수(Similarity Coefficient)법, 조합(Permutation)법, 그래프 이론, 수리계획법, 전문가 시스템 이론 등으로 크게 분류할 수 있다.

본 연구에서는 수리계획법에 의한 최적해법을 제시한다. 이에 대한 연구에는 두가지 유형의 모형, 행렬(Matrix) 모형과 정수계획 모형이 있다. 전자의 모형에서는 그룹의 개수와 각 그룹에 속한 원소의 개수를 사람이 결정하고, 후자의 경우에는 그룹화 앨고리듬에 의해 두가지 모두가 결정된다. 전자의 모형에 대한 효과적인 앨고리듬은 McCormic 등[15], Bhat 와 Haupt[2], King[6], Kusiak[8, 9, 10, 11], Kusiac 등[13, 14]와 Faber와 Carter[4] 등에 의해 제시되었다. 후자에 대한 연구로 Kumar 등[7]은 FMS에서 부품들의 최적 그룹형성을 위한 수리적 모형을 제시하였고, Kusiak[12]은 일반화된 GT 모형에 대해 수리적 모형을 제시하였다. 그러나 이들의 연구에서는 효율적인 앨고리듬이 제시되지 못하였다.

본 연구에서는 GT모형을 정수계획으로 모형화 하여 최적해를 구하는 효율적인 앨고리듬을 제시한다. 제시하는 앨고리듬은 Al-Qattan[1]이 제시한 병목공정을 최소로하는 부품 그룹형성을 위한 분지한계법을 이용하여 경제적인 부품의 그룹과 해당 기계 그룹을 결정한다.

* 한양대학교 산업공학과 박사과정
** 한양대학교 산업공학과

2. MPGF를 위한 수리적 모형

GT에 대한 기본 개념은 제조 시스템을 몇 개의 부 시스템(Subsystem)으로 나누는 것이다. 즉, 몇개의 부품 그룹과 그에 상응하는 기계그룹으로 나누는 것이다. 이를 위한 수리적 모형으로 행렬 모형과 정수계획 모형이 있는 데, 먼저 행렬 모형을 다음 예 1을 통해 간략하게 설명한다.

예 1.

$$[a_{ij}] = \begin{array}{c} \text{부품 번호} \\ \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \left|\begin{array}{ccccc} & 1 & & 1 & 1 \\ 1 & & 1 & & \\ & 1 & & 1 & \\ 1 & & 1 & & \end{array}\right| \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ 1 \\ 2 \quad \text{기계 번호} \\ 3 \\ 4 \end{array} \qquad (1)$$

행렬 (1)에서 각 열(Column)은 해당 작업을 수행하는데 필요한 기계의 집합을 나타낸다. 이 기계와 작업들의 집합은 공정계획에 의해 상술된다. 행렬 (1)의 행(Row)과 열(Column)들을 재 배치하면 행렬 (2)와 같다.

$$\begin{array}{cc|ccc|l} \multicolumn{2}{c}{\text{부품 그룹}} & \multicolumn{3}{c}{\text{부품 그룹}} & \\ \multicolumn{2}{c}{1} & \multicolumn{3}{c}{2} & \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & 1 & & & & 2 \quad \text{기계 그룹 1} \\ 1 & 1 & & & & 4 \\ \hline & & 1 & 1 & 1 & 1 \quad \text{기계 그룹 2} \\ & & 1 & 1 & & 3 \end{array} \qquad (2)$$

행렬 (2)에서 두 기계 그룹과 두 부품 그룹이 형성되어 있는 것을 볼 수 있다.

이상에서 보인 행렬 모형은 다음과 같은 두 가지의 결점이 있다.

(1) 행과 열의 수가 많을 경우 행렬로 표현하기가 어렵다.

(2) 많은 경우에 있어서 대각선 형의 그룹화된 행렬을 구하기가 어렵다.

첫 번째 결점을 피하기 위하여 정수계획 모형이 고려되었다[12]. 정수계획 모형과 행렬 모형의 차이는 부품 그룹의 개수를 결정하는 방법에 있다. 서론에서 거론한 바와 같이 행렬 모형에서는 모형 수립 후에 결정되고 반면에 정수계획 모형에서는 모형 수립 전에 결정된다.

정수계획 모형을 보이기 전에 모형에서 사용되는 기호를 정의하면 다음과 같다.

n : 부품의 개수

m : 기계의 대수

s_{ij} : 부품 i와 부품 j 사이의 유이도

(모든 $i, j=1, \cdots, n$에 대해 $s_{ij} \geq 0$이고 모든 $i = j = 1, \cdots, n$에 대해 $s_{ij}=0$),

$$s_{ij} = \sum_{k=1}^{m} \delta(a_{ik},\ a_{jk}) \qquad (3)$$

여기서 $\delta(a_{ik}, a_{jk}) = \begin{cases} 1 & a_{ik} = a_{jk}\text{이면,} \\ 0 & \text{그외의 경우} \end{cases}$

여기서 a_{ik} 와 a_{jk} 는 다음과 같은 0-1 백터의 원소이다.

$P_i = [a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{ik}, \cdots, a_{im}]$, $P_i = [a_{i1}, a_{i2}, \cdots, \cdots, a_{jm}]$

p 필요한 부품 그룹의 개수

총 유이도의 합을 최대로 하는 정수계획 수리모형은 다음과 같다[12].

(M1)
$$\max \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} s_{ij}\, x_{ij} \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, \cdots, n \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{jj} = p \tag{6}$$

$$x_{ij} \le x_{jj}, \qquad i = 1, \cdots, n, \qquad j = 1, \cdots, n \tag{7}$$

$$x_{ij} = 0, 1, \qquad i = 1, \cdots, n, \qquad j = 1, \cdots, n \tag{8}$$

식 (M1)에서 결정변수 x_{ij}는 부품 i가 부품 그룹 j에 속하면 1이고 그렇지 않으면 0이다. 제약식 (5)는 각 부품이 정확히 한 부품 그룹에만 속하도록 한다. 제약식 (6)은 필요한 부품 그룹의 개수에 대한 제약이다. 제약식 (7)은 부품 그룹 j가 형성되었을 때 부품 i가 그 부품 그룹에 속하도록 한다. 마지막 제약식 (8)은 정수해에 대한 제약이다. 다음 예를 통하여 모형 M1을 설명하면 다음과 같다.

예 2.

앞에서 보인 부품과 기계의 그룹 개수 p=2로 형성되는 행렬 (1)을 보기로 이용한다. 먼저 유이도 s_{ij}의 행렬을 구하면 다음과 같다.

$$[s_{ij}] = \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 0 & 5 \end{array} \tag{9}$$

행렬 (9)을 이용하여 식 M1을 풀면 다음과 같은 해가 구해진다: $x_{11}^*=1$, $x_{31}^*=1$ 그리고 $x_{24}^*=1$, $x_{44}^*=1$, $x_{54}^*=1$.

방정식 (3)에 있는 결정변수 x_{ij}의 정의에 의해 다음과 같이 두 가지 부품 그룹이 형성된다.

부품 그룹 1 = {1, 3}

부품 그룹 2 = {2, 4, 5}

이상의 두 부품 그룹에 상응하는 기계 그룹을 행렬 (1)에서 구하면 다음과 같다.

기계 그룹 1 = {2, 4}
기계 그룹 2 = {1, 3}
정수계획에 의해 구한 위의 해는 대각선 행렬 (2)에 표시된 해와 동일하다는 것을 쉽게 알 수 있다.

부품의 개수와 기계의 대수가 많아지면 일반적인 정수계획에 의해 최적해를 구하기가 어려워 진다. 본 연구에서는 분지한계법을 이용하여 보다 효율적으로 최적해를 구할 수 있는 해법을 다음 장에서 제시한다.

3. 기계-부품 그룹 형성을 위한 최적해법

기계-부품 그룹 형성을 위한 기존의 연구[12]에서는 정수계획 모형은 제시되었으나 효율적인 해법이 제시되지 않았다. 제시한 모형을 일반 정수계획법으로 해를 구하였다. 본 연구에서는 분지한계법을 이용하여 문제의 특성에 적합한 최적해법을 제시한다. 제시하는 최적해법에서 사용하는 기호는 다음과 같다.

N : 부품 개수
M : 기계 대수
K : 부품 그룹 또는 기계 그룹의 개수
C(k) : k 번째 기계 그룹
F(k) : k 번째 부품 그룹
P_i : i 번째 부품, i = 1, 2, ···· , N
M_j : j 번째 기계, j = 1, 2, ···· , M
T_j : 기계 j에서 가공될 부품의 개수
{AM} : 모든 기계의 집합
{AP} : 모든 부품의 집합

본 연구에서 제시하는 최적해법의 각 단계는 다음과 같다.

[기계-부품 그룹 형성을 위한 최적해법: A1]

단계 0. [초기화]
- k = 1
- 모든 부품을 집합 {AP}에 포함시키고, 모든 기계를 집합 {AM}에 포함시킨다.
- C(k) = {}, F(k) = {}

단계 1. [초기 교점 선택]
- T_i 값이 가장 적은 기계를 초기 교점(Ms)으로 한다.
- C(k) = {Ms}

단계 2. [초기 교점에서 분지]
- 기계 Ms에서 방문 가능한 모든 부품으로 분지한다.
- 분지된 모든 부품을 집합 F(k)에 포함시킨다.

단계 3. [부품에서 기계로 분지]
- 필요한 기계로 분지한다. 이때, C(k)에 포함된 부품으로 분지는 금한다.
- 더 이상 필요한 기계가 없는 부품에서는 분지를 멈춘다.
- 분지된 기계를 C(k)에 포함시킨다.

단계 4. [기계에서 부품으로 분지]
- 필요로 하는 부품으로 분지한다. 이때, F(k)에 포함된 부품으로 분지는 금한다.
- 더 이상 필요로 하는 부품이 없는 기계에서는 분지를 멈춘다.
- 분지된 부품을 F(k)에 포함시킨다.

단계 5. [분지 가능성 확인]

· 더 이상의 분지가 불가능하면 다음 단계로 간다.
· 그렇지 않으면 단계 3으로 간다.

단계 6. [끝냄]
· 집합 {AM}에서 C(k)에 속한 모든 기계들을 제거한다.
· 집합 {AP}에서 F(k)에 속한 모든 부품들을 제거한다.
· 집합 {AM}와 집합 {AP}가 공 지합이면 끝낸다.
· 그렇지 않으면 k = k + 1로 두고 단계 1로 간다.

단계 1에서 T_j 값이 가장 적은 기계를 초기 분지점으로 선택한 이유는 가능한 기계-부품 그룹을 빠르게 형성하기 위해서 이다. 각 부품이 필요로 하는 기계의 대수를 T_j 값으로 두고 초기 분지점을 T_j 값이 최소인 부품으로 해도 동일하다.

앞에서 보인 행렬 (1)을 이용하여 이상의 해법의 실행과정을 보이면 다음 예 3과 같다.

예 3.

행렬 (1)에서 초기 부품 집합 {AP}, 기계 집합 {AM} 그리고 T_j는 다음과 같다.
{AP} = {1, 2, 3, 4, 5}, {AM} = {1, 2, 3, 4}, $[T_j]$ = [3, 2, 2, 2]

[해법 A1]

단계 0. k = 1, C(1) = F(1) = {}

단계 1. T_j 값이 최소인 기계를 초기 교점으로 선택한다. 해당 기계가 M2, M3 그리고 M4이므로 이 중 임의로 하나를 선택한다. 기계 M2를 초기 교점으로 선택한다. C(1) = {2}

단계 2. 기계 M2에서 부품 P1과 P3으로 분지한다. 분지된 부품들을 F(1)에 포함하면 F(1) = {1, 3}이 된다.

단계 3. 부품 P1과 P3에서 필요한 기계로 분지한다. 부품 P1에서는 기계 M2와 M4로 분지가 가능하나 기계 M2는 C(1)에 포함되어 있으므로 M4로만 분지한다. 따라서 C(1) = {2, 4}가 된다. 다음, 부품 P3에서는 기계 M2와 M4로 분지가 가능하나 모두 C(1)에 포함된 기계이므로 분지를 중단한다.

단계 4. 기계 M4에서 분지한다. 부품 P1과 P3로 분지가 가능하나 모두 F(1)에 포함되어 있으므로 분지를 중지한다.

단계 5. 더 이상 분지 가능한 교점이 없으므로 다음 단계로 간다.

단계 6. F(1)과 C(1)을 {AP}와 {AM}에서 제거한다. 즉, {AP} = {2, 4, 5}이고 {AM} = {1, 3}이 된다. k = 2로 두고 단계 1로 간다.

단계 1. T_j 값이 최소인 기계는 기계 M1과 M3 중에서 M3이므로 M3을 초기 교점으로 선택한다. C(2) = {3}

단계 2. 기계 M3에서 부품 P2와 P4로 분지한다. F(2) = {2, 4}

단계 3. 부품 P2에서 M1으로 분지한다. C(2) = {1, 3}
부품 P4에서는 분지를 중지한다.

단계 4. 기계 M1에서 부품 P5로 분지한다. F(2) = {2, 4, 5}

단계 5. 더 이상 분지 가능한 교점이 없으므로 다음 단계로 간다.

단계 6. 집합 {AM}와 집합 {AP}가 공 지합이므로 끝낸다.

이상의 과정에서 구해진 기계 그룹과 그에 상응하는 부품 그룹은 다음과 같다.
C(1) = {2, 4}, C(2) = {1, 3}, F(1) = {1, 3}, F(2) = {2, 4, 5}

이 결과는 정수계획법에 의해 구해진 결과와 동일하다는 것을 쉽게 알 수 있다.

4. 결론

기계-부품 그룹 형성(MPGF) 문제는 정수계획 문제이다. 그래서 부품의 개수와 기계의 대수가 많아지면 대규모 정수계획 문제가 되어 풀기가 어려워 진다. 따라서 이에 대한 효율적인 해법이 필요하다.

본 논문에서는 기계-부품 그룹 형성(MPGF) 문제에 대한 최적해법을 제시하였다. 제시한 해법은 분지한계법을 이용하여 유이도가 최대인 기계-부품 그룹을 형성하는 새로운 해법이다. 이 해법은 일반화된 MPGF 문제 즉, 하나의 부품을 가공하는데 두 가지 이상의 가공방법이 가능한 문제에도 응용할 수 있도록 계속적인 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

[1] Al-Qattan, I., "Designing Flexible Manufacturing Cells using a Branch and Bound Method," Int. J. Prod. Res., Vol. 28, No 2, pp. 325-336,1990.

[2] Bhat, M. V., and Haupt, A., "An Efficient Clustering Algorithm," I.E.E. E. Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 6, P. 61, 1979.

[3] Burbridge, J. L., The Introduction of Group Technology, Halsted Press and John Wiley, New York, 1975.

[4] Faber, Z., and Carter, M. W., A New Graph Theory Apporach to Forming Machine Cells in Cellular Production Systems, in Flexible Manufacturing Systems:Methods and Studies, North-Holland, Amsterdam, pp. 301-318, 1986.

[5] Ham, I., Hitomi, K., and Yoshida, T., Group Technoloty, Kluwer-Nijhoff Publishing, Boston MA, 1985.

[6] King, J. R., "Machine-Component Group Formation in Production Flow Analysis," International Journal of Production Research, Vol. 18, pp. 213. 1980.

[7] Kumar, R. K., Kusiak, A., and Vannelli, A., "Grouping of Part and Com- ponents in FMS," Europ. J. Prod. Res, Vol. 24, pp. 387-97, 1984.

[8] Kusiak, A., "Part Families Selection Model for Flexible Manufacturing Systems," Proceedings of the 1983 Annual Industrial Engineering Con- ference, Louisville, Kentucky, pp. 575-580, 1983.

[9] Kusiak, A., "Flexible Manufacturing Systems: a Structural Approach," Int. J. of Prod. Res., Vol. 23, p. 1057, 1985.

[10] Kusiak, A., b, "Integer Programming Approach to Process Planning," International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 1, p. 73, 1985.

[11] Kusiak, A., c, "The Part Families Problem in Flexible Manufacturing Systems," Annals of Operations Research, Vol. 3, p. 279, 1985.

[12] Kusiak, A., "The Generalized Group Technology Concept," Int. J. Prod. Res, Vol. 24, No. 4, pp. 561-9, 1987.

[13] Kusiak, A., Kumar, K. R., and Vannelli, A., "Grouping Problem in Scheduling Flexible Manufacturing Systems," Robotica, Vol. 3, p. 245, 1985.

[14] Kusiak, A., Vannelli, A., and Kumar, K.R., "Clustering Algorithms: Models and Algorithms," Working paper No. 85, Department of Industrial Engineering, University of Toronto, Ontario, Canada, 1985.

[15] McCormick, W. T., Schweitzer, P. J., and White, T. W., "Problem Decom- position and Data Reorganization by Clustering Technique," Operations Research, Vol. 20, p. 993, 1972.

[16] Mitrofanov, S. P., Group Technology in Industry, Vol. 1 and Vol. 2, Mashinostroienie, Leningrad, USSR, 1983.