

자동창고 설계를 위한 최적화 모델 및 해법에 관한 연구

- A Solution Procedure for Designing Automated Storage/Retrieval Systems -

나 윤 균*
Na, Yoon Kyoon

Abstract

A cost minimization model for designing AS/RS (Automated Storage/Retrieval Systems) has been developed under the S/R (Storage/Retrieval) machine throughput rate and total storage capacity requirements. The objective function includes S/R machine cost, storage rack cost, and interface conveyor cost. Since the model is a nonlinear integer programming problem which is very hard to solve with large problem size, the model is simplified using previous research results to be solved exactly and a simultion procedure is combined to verify that throughput rate requirements are satisfied.

1. 서론

지난 수 년간 산업계에서의 자동창고의 도입 및 이용은 괄목할만한 증가 추세를 보이고 있으며, 저장 및 반출의 신속성과 능률성 등의 장점 때문에 창고의 자동화는 가속화되고 있다. 그러나 자동창고는 투자비용이 많이 들고 미래 환경의 변화에 대응하는 유연성이 부족하기 때문에 성공적인 시스템의 수행을 위해서는 초기 단계의 시스템 설계가 매우 중요하게 된다.

자동창고는 일반적으로 일련의 저장통로들로 구성되어 있으며, 각 저장통로는 하나의 S/R (저장/반출) 기계에 의해 운용된다. 각 통로는 물건을 저장하는 저장칸으로 이루어져 있으며 S/R 기계는 저장칸에 물건을 저장하거나 저장칸으로 부터 물건을 반출하는 일을 수행한다. 자동창고는 또한 하나 이상의 입출고 스테이션이 존재하여 이를 통해서 저장될 물건이 창고로 입고되고 반출된 물건이 출고가 된다. 이러한 입출고 스테이션을 P&D(Pick-and-Deposit) 스테이션이라 부른다. P&D 스테이션들은 콘베이어 시스템 또는 무인 운반 시스템(Automated Guided Vehicles)과 같은 자동운반 시스템과 접속되는 것이 일반적이다.

S/R 기계의 운용 방법은 크게 단일명령 사이클과 이중명령 사이클의 두 가지로 대별된다. 단일명령 사이클은 한 번의 사이클에 저장이나 반출중 한 가지만을 수행하며, 이중명령 사이클은 한 번의 사이클에 저장과 반출을 수행하는 방법이다. 일반적으로는 단일명령 사이클 방식이 광범위하게 사용되고 있으며 [Goetschalckx and Ratliff (8)], one-way 운행시간이 전체 사이클 시간의 약 70%를 차지한다고 [Graves et al. (9)] 알려져 있다.

자동창고의 도입 단계에서는 미래의 확장성을 고려한 총저장 능력이 결정된 후에 경제적 타당성 분석이 선행되어야 하며 비용 산출을 위해서는 자동창고의 설계가 먼저 이루어져야 한다. 자동창고 설계에 있어서 총비용의 최소화를 위한 최적화 모델은 목적함수에 포함되는 비용 요소들과 결정 변수들에 따라 다양한 모델들이 제시되고 있다. Hausman et al.[11]은 자동창고 시스템이 운용되는 방법과 장점들을 묘사하고 있으며, Graves et al.[9]은 장기적 처리량을 증가시키기 위한 최적 정책들을 개발했다. Bozer and White[6]는 S/R 기계 운행시간 모델을 제시하고 있다. Karasawa et al. [12]은 각 저장통로당 한

* 수원대학교 산업공학과

대의 전담 S/R 기계가 단일명령하에 작업을 수행한다는 가정하에 저장칸의 비용, S/R 기계 비용, 토지 및 건축비용을 최소화하는 모델을 제시하였다. Ashayeri et al. [1]은 각 저장통로당 한 대의 S/R 기계 가정을 완화하여 한 대의 S/R 기계가 두 개 이상의 저장통로를 담당할 수 있게 하였으며, 또한 이중명령 수행을 가정하였다. Rosenblatt et al. [16]은 역시 통로당 한 대의 S/R 기계의 가정을 완화한 단일명령 수행하에서 최적화 방법과 시뮬레이션 방법을 병행한 해법을 제시하고 있다. Na[13]는 저장모듈 크기를 결정하는 방법을 제시하고 있다.

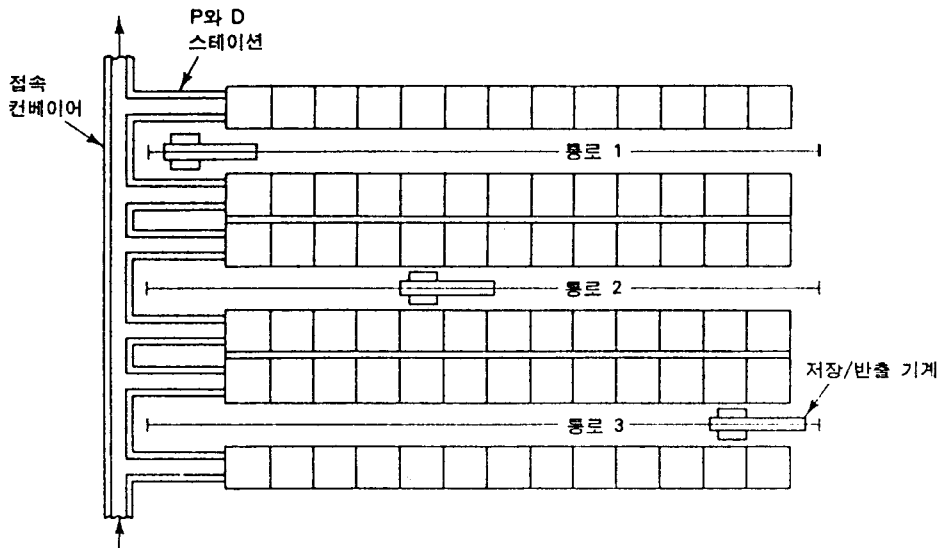
그러나 지금까지의 모델들은 작업처리량의 조건을 이미 확정된 정적인 양으로 처리함으로써 S/R 기계가 수행할 수 있는 작업처리 시간이 각 저장통로당 설치되는 저장칸의 수에 의존한다는 사실을 간과하고 있다. 따라서 본 연구에서는 S/R 기계의 작업처리 시간과 저장모듈의 크기와의 의존관계를 고려하여, 단위시간당 요구되는 작업처리량의 조건을 만족시키면서 S/R 기계 비용, 컨베이어 비용, 저장칸 설치 비용을 최소화하는 비선형 정수계획 모델을 수립하고, 그 해법을 제시하였다. 또한 제시된 해법에 의해 얻어진 최적해를 가지고 자동창고 성능의 중요한 측정 척도인 단위시간당 처리 주문의 수, S/R 기계의 평균 주문 수행시간, 주문의 평균 지체대기시간을 만족시키는지를 검증하기 위한 실제 동적인 상황하에서의 시뮬레이션 모델의 수립 및 수행과정을 추가한 방법을 제시하고 있다.

2. 가정 및 표기

본 연구에서 고려되는 자동창고 시스템은 모든 팸릿과 저장칸들이 같은 크기를 갖는 단위하물 AS/RS 시스템을 대상으로 하고 있으며 다음과 같은 특성들을 가정한다.

- o. 각 저장통로는 한 대의 S/R 기계에 의해 전담된다.
- o. 통로에서 P&D 스테이션은 저장 모듈의 좌하단 구석에 위치한다.
- o. S/R 기계의 수평, 수직 운행 속도는 일정하며 수평 및 수직으로 동시에 이동한다.
- o. 모듈에서의 저장 및 반출 위치는 임의적이다.
- o. 단위 시간당 저장 및 반출 요구는 일정하며 알려져있다.
- o. 접속컨베이어가 저장통로 및 작업장을 연결하고 있다.

이와같은 자동창고의 모형을 그림1에서 볼 수 있다.



[그림1] 단위하물 자동창고 시스템

본 연구에서 사용되는 수학적 표기는 다음과 같다.

R : S/R 기계의 대수

L : S/R 기계가 전담하는 저장 모듈의 길이

- H : S/R 기계가 전담하는 저장 모듈의 높이
- W : 저장통로의 넓이
- C_S : S/R 기계의 한 대당 비용
- C_Q : 콘베이어의 단위당 비용
- C_R : 저장칸 한 개당 건축 비용
- V_v : S/R 기계의 수직 운행 속도
- V_h : S/R 기계의 수평 운행 속도
- n_v : 수직 저장칸의 수
- n_h : 수평 저장칸의 수
- d_v : 저장칸의 높이
- d_h : 저장칸의 길이
- d_w : 저장칸의 깊이
- l₁, l₂ : 창고의 최소, 최대 허용 길이
- h₁, h₂ : 창고의 최소, 최대 허용 높이
- w₁, w₂ : 창고의 최소, 최대 허용 넓이
- N : 총소요 저장칸의 수
- T_{RQ} : S/R 기계에 요구되는 평균 사이클 시간
- T_{PD} : 물건을 꺼내거나 집어 넣는데 소요되는 시간
- T_{SC} : 단일명령 사이클 평균소요시간
- T_{DC} : 이중명령 사이클 평균소요시간

Bozer and White[5]는 단일명령 사이클 및 이중명령 사이클에 소요되는 평균 시간을 다음과 같이 산출하였다.

$$\begin{aligned}
 t_v &= L/V_v \\
 t_h &= H/V_h \\
 T &= \max(t_h, t_v) \\
 Q &= \min(t_h/T, t_w/T) \\
 T_{SC} &= T(Q^2+1) + 2T_{PD} \\
 T_{DC} &= T(4/3+0.5Q^2-Q^3/30) + 4T_{PD}
 \end{aligned}$$

3. 최적화 모델

자동창고의 설치 비용은 S/R 기계 비용, 콘베이어 비용, 창고 저장칸 설치 비용을 포함하며, 제약조건으로는 S/R 기계의 평균 작업처리 시간, 총소요 저장칸의 수, 그리고 창고의 길이, 넓이, 높이를 포함한다. 자동창고의 설계를 위해서는 전체 필요한 저장칸의 숫자가 산출되어야 하며 또한 각 S/R 기계의 평균 작업처리 시간이 설정되어야만 한다. 설비 비용의 최소화를 위해서는 S/R 기계에 요구되는 작업 능력내에서 S/R 기계의 숫자를 최소화하고 또한 입출 연계 콘베이어의 길이를 단축함으로써 비용을 절감할 수 있다. S/R 기계의 작업 능력은 기계가 담당하는 저장 모듈의 높이 및 길이의 함수로 표시된다. 최적화 모델의 목적함수 및 제약조건 식들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P : & \text{Minimize } C_S \cdot R + C_Q \cdot (W+2d_w)R + C_R(n_h \cdot n_v)(2R) \\
 & \text{subject to} \\
 & 2(n_h \cdot n_v)R \geq N \quad (1) \\
 & T(Q^2+1)+2T_{PD} \leq T_{RQ} \quad (2) \\
 & h_1 \leq n_h \cdot d_h \leq h_2 \quad (3) \\
 & l_1 \leq n_v \cdot d_v \leq l_2 \quad (4) \\
 & w_1 \leq R \cdot (W+2d_w) \leq w_2 \quad (5) \\
 & n_h, n_v, R : \text{자연수}
 \end{aligned}$$

목적함수는 S/R 기계 비용, 콘베이어 비용, 창고 저장칸 비용을 포함한 총비용을 최소화하는 것이 되며, 제약조건 (1)식은 창고의 저장칸 수는 저장용량 요구조건을 충족시키기 위한 것이며, 제약조건 (2)식은 S/R 기계의 평균 사이클 타임이 주어진 요구시간 T_{RQ} 보다 작아야 한다는 것을 나타낸다. 이중명령 사이클의 경우에는 $T(4/3+0.5Q^2-Q^3/30) + 4T_{PD} \leq T_{RQ}$ 의 식을 사용한다. 제약조건식 (3),(4),(5)는 각각 자동창고의 높이, 길이, 넓이의 최소 및 최대 허용치를 규정한다.

4. 해법

모델 P는 비선형 정수계획 문제로서 문제 크기가 클 경우에는 최적해를 구하는 것이 매우 어렵기 때문에 다음과 같은 연구 결과를 이용하여 해결을 모색한다. 일반적으로 저장하는 물품의 무게, 공장 설비의 구조 등에 의해 저장 모듈의 높이는 제한될 수 밖에 없으며 허용되는 최대 높이에서 총비용이 최소화된다는 것이 알려져 있다 (Rosenblatt et al. [10]). 따라서 저장모듈의 높이를 허용되는 최대 높이로 고정하면 결정변수는 S/R 기계의 댓수 R과 수평 저장칸 수 n_1 로 줄어들게 된다. 제약조건식 (2)에서 Q는 t_h 와 t_v 의 값에 따라 좌우되므로 $t_h \geq t_v$ 인 경우와 $t_h \leq t_v$ 인 경우의 두 가지로 나누어 생각하기로 한다.

(i) $t_h \geq t_v$ 인 경우

$Q=t_v/t_h$ 가 되며, 모델 P는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P1 : \text{Minimize } & C_S \cdot R + C_Q \cdot (W+2d_w)R + C_R(n_h \cdot n_1)(2R) \\ \text{subject to } & \\ & 2(n_h \cdot n_1)R \geq N \\ & (n_1 d_1)^2 + (t_h)^2 (V_v)^2 + (2T_{PD}-T_{RQ})(V_v)^2 (t_h) \leq 0 \\ & n_1 d_1 / V_h \geq n_h d_h / V_v \\ & l_1 \leq n_1 \cdot d_1 \leq l_2 \\ & w_1 \leq R \cdot (W+2d_w) \leq w_2 \\ & n_1, R : \text{자연수} \end{aligned}$$

(ii) $t_h \leq t_v$ 인 경우

$Q=t_h/t_v$ 가 되며, 모델 P는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P2 : \text{Minimize } & C_S \cdot R + C_Q \cdot (W+2d_w)R + C_R(n_h \cdot n_1)(2R) \\ \text{subject to } & \\ & 2(n_h \cdot n_1)R \geq N \\ & (n_1 / V_v)^2 + (n_1 / V_v) (2T_{PD}-T_{RQ}) + (t_h)^2 \leq 0 \\ & n_1 d_1 / V_h \leq n_h d_h / V_v \\ & l_1 \leq n_1 \cdot d_1 \leq l_2 \\ & w_1 \leq R \cdot (W+2d_w) \leq w_2 \\ & n_1, R : \text{자연수} \end{aligned}$$

모델 P1, P2에서 목적함수를 최소화하는 n_1 의 최적해는 각각 2,3,4 번째 제약조건을 만족하는 최대의 자연수에 의해 결정되며 R의 최적해는 첫 번째 제약조건을 만족하는 최소의 자연수가 된다.

자동창고의 성능은 단위시간당 처리되는 주문의 수, S/R 기계의 평균 주문 수행시간, 주문의 평균 지체대기 시간 등으로 측정될 수 있으며 이들은 창고의 크기 및 운용방법에 의해 영향을 받게 된다. 여기서 제시된 최적화 모델로부터 얻은 최적해는 단위시간당 평균처리속도를 만족시키는 해이며, 따라서 실제 입출고 주문이 일정시간에 집중되는 경우에는 주문의 지체대기시간이 길어져서 서비스수준을 만족시키지 못할 수도 있다. 이와같은 경우에 대비하여 최적화모델로부터 얻은 창고의 모형을 가지고 시뮬레이션 모델을 수립하여 실제 동적인 상황에서의 자동창고의 일의 처리 능력을 시험하는 것이 필요하게 되며, 이를 위하여 다음과 같은 해법이 제시된다.

- (단계 1) 주어진 입력 데이터에 의해 최적화 모델을 수립하여 최적해 n_l, n_h, R 을 구한다.
 해가 존재하지 않으면 창고의 허용 길이, 넓이, 높이의 수치를 조정한다.
- (단계 2) n_l, n_h, R 의 값을 갖는 자동창고의 시뮬레이션 모델을 수립하여 동적인 상황에서의 주문의 지체시간 등의 서비스수준을 분석한다.
- (단계 3) 단계 2의 결과가 만족할만한 수준인 경우에는 현재의 해를 수용한다.
 그렇지 않으면 수평저장칸의 수 n_l 을 1만큼 감소하여 단계 2로 돌아간다.

5. 결론

본 연구에서는 자동창고의 설계에 있어서 S/R 기계 비용, 저장칸 설치 비용, 콘베이어 비용을 포함하는 총비용을 최소화하기 위한 최적화 모델을 총저장 능력이 확정되고 단위시간당 요구되는 작업처리량을 만족시키는 제약조건하에서 수립하였다. 비선형 정수계획법의 해법의 난해성으로 말미암아 최적의 높이가 허용되는 최대 높이에서 결정된다는 사실을 이용하여 최적해를 구하였으며, 실제 동적인 상황에서의 주문의 처리에 대한 지체대기시간을 자동창고의 시뮬레이션 수행에 의하여 검증하는 단계를 거치는 해법을 제시하였다.

參 考 文 獻

1. Ashayeri, J., Gelders, L. F., and Van Looy, P. M., "A Simulation Package for Automated Warehouses," *Material Flow*, 1, 189-198(1983).
2. Azadivar, F., "Maximization of the Throughput of a Computerized Automated Warehousing System under System Constraints," *Int. J. Prod. Res.*, 24, 3, 551-566 (1986).
3. Bafna, K. M., and Reed, R., "An Analytical Approach to Design of High-Rise Stacker Crane Warehouse Systems," *Journal of Industrial Engineering*, 4, 10, 8-14 (October 1972).
4. Bassan, Y., Roll, Y., and Rosenblatt, M. J., "Internal Layout Design of a Warehouse," *AIIE Transactions*, 12, 4, 317-322 (1980).
5. Bozer, Y.A., and White, J.A., "Travel-Time Models for Automated Storage/Retrieval Systems," *IIE Trans.*, 16, 329-338(1984).
6. Bozer, Y.A., and White, J.A., "Design and Performance Models for End-of-Aisle Order Picking Systems," *Management Sci.*, 36, 852-866(1990).
7. Elsayed, E., A., "Algorithms for Optimal Material Handling in Automatic Warehousing Systems," *Int. J. Prod. Res.*, 21, 4, 579-586 (1983).
8. Goetschlackx, M., and Ratliff, H. D., "Shared Storage Policies Based on the Duration Stay of Unit Loads," *Working Paper, School of I&S.E., Georgia Institute of Technology, Atlanta, Ga*(1990).
9. Graves, S.C., Hausman, W.H., and Schwarz, L.B., "Storage Retrieval Interleaving in Automatic Warehousing Systems," *Management Sci.*, 23, 935-945(1977).
10. Han, M.H., McGinnis, L.F., Shieh, J.S., and White, J.A., "Sequencing Retrievals from Automated Storage/Retrieval Systems," *IIE Trans.*, 19, 56-66(1987).
11. Hausman, W.H., Schwarz, L.B., and Graves, S.C., "Optimal Storage Assignment in Automatic Warehousing Systems," *Management Sci.*, 22, 629-638(1976).
12. Karasawa, Y., Nakayama, H., and Dohi, S., "Trade-off Analysis for Optimal Design of Automated Warehouses," *Int. J. Systems Science*, 11, 5, 567-576(1980).
13. Na, Y. K., "A Study on the Storage Module Size Decision Model," *J. of Inst. of Industrial Technology, The Univ. of Suwon*, 8, 55-59(1993).
14. Perry, R., F., Hoover, S., V., and Freeman, D., R., "An Optimun-seeking Approach to the Design of Automated Storage/Retrieval Systems," *Proceedings of the 1984 Winter Simulation Conference*, 349-354.
15. Rosenblatt, M. J., and Eynan, A., "Deriving the Optimal Boundaries for Class-Based Automatic

- Storage/Retrieval Systems," *Management Sci.*, 35, 12, 1519-1524 (1989).
16. Rosenblatt, M. J., Roll, Y., and Zyser, V., "A Combined Optimization and Simulation Approach for Designing AS/RS," *IIE Trans.*, 25, 1, 40-50(1993).
 17. Tompkins, J.A., and White, J.A., *Facilities Planning*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1984.