

# 변량표본추출간격을 이용한 $\bar{x}$ -R 관리도의 연구

## -A study on the $\bar{x}$ -R control chart with variable sampling interval scheme-

이 회 춘\*  
(Lee Hee Choon)

### Abstract

In this design the sampling interval that each sampling time changes according to the value of the previous to sample statistics, sample mean and ranges. The VSI scheme uses large sample if the sample statistics appear near in side the control limits and smaller sample otherwise. The efficiency of the VSI scheme is compare to the FSI. It is shown that VSI control chart improves the confidence of the procedure and performs better than FSI control chart.

### 1. 서론

관리도 기법이란 일정한 시간간격으로 추출된 표본으로부터 얻은 자료를 점을 찍어 가면서 이점들의 위치 또는 움직임의 양상을 미리 정하여진 기준과 비교하여 공정의 이상유무에 대한 판단을 내리며 그 원인을 찾아내는 통계적 기법을 말한다.

관리도에 있어서 최적공정모수를 합리적으로 정하는 것이 중요하므로 공정모수에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며 연구의 결과가 실제상황에 적절한 방법으로 적용될 수 있도록 간단하면서도 효율적인 관리도 개발에 관한 연구가 진행되고 있다.

생산공정에서 이상원인을 가능한한 빨리 탐지하고 후속조치를 취할 수 있으며 공정능력면에서도 효과적으로 공정을 관리하는 것이 중요하며 이러한 과정은 Shewhart, 누적합(cumulative sum: CUSUM), 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average: EWMA), 지수가중이동분산(exponentially weighted moving variance: EWMV) 관리도에 적용, 발전되어 왔다.

관리도를 설계하는데 필요한 모수로서는 관리한계선, 표본추출간격, 표본크기를 들 수 있으며 기존의 관리도 모형에서는 이들 모수가 항상 일정한 값을 가지는 것으로 설계 되었다. 최근에는 공정모수를 변량화하여 이상원인을 빨리 지적할 수 있는 강력한 관리도설계가 연구 대두되었다. 그 예로써 Reynolds 등(1988)에 의해 제안된 변량표본추출간격(variable sampling interval)을 이용한  $\bar{X}$  관리도를 들 수 있다. 변량추출간격은 관리통계량 값에 따라 다음 표본추출까지의 시간간격을 다르게 하는 관리형태를 나타낸다. 즉 통계량이 관리한계선 가까이 나타나면 추출간격을 짧게, 그렇지 않으면 추출간격을 길게하여 관리도의 효율을 증대하자는 것이다. 공정모수중에서 표본크기를 변량화하는 연구는 박창순과 Reynolds(1993)의 변량표본크기(variable sample size)를 이용한  $\bar{X}$ -관리도를 들 수 있으며, 박창순 지선수(1993)는 변량표본크기를 이용한  $\bar{X}$ -R 관리도를 연구하였다. 변량표본크기란 관리통계량의 값에 따라 다음 표본의 크기를 다르게 하는 관리형태로써, 통계량이 관리한계선 가까이 나타나면 다음 표본을 크게, 아니면 작게하여 관리도의 효율을 증대시키는 것이다. 이와같이 표본크기와 추출간격을 변량화하여 관리도의 효율을 증대시키려는 관리형태를 변량추출비율(variable sampling rate)이라 한다. 논리적으로는 관리한계선도 변량화시킬 수 있으나 이에 대한 연구는 아직 발견되지않고 있으며, 실질적으로도 관리한계선의 변량화는 적용상에 상당히 복잡한 문제를 야기시킬 수 있어 회의적이라 할 수 있다. 현재까지 변량추출비율을 이용한 관리형태는 현시점의 통계량의 값에 따라 다음시점의 표본크기나 표본추출간격을 조절하는 형태라 할 수 있다. 이와같은 변량표본추출비율은 관리도 적용상에 기존의 관리형태와 비교할 때 복잡성을 유발할수 있기 때문에 가능한 단순한 형태를 고려해야한다. 예를 들자면 변량표본크기는  $n_1$  또는  $n_2$ , 변량추출간격은  $d_1$  또는  $d_2$ 와 같이 두 종류만을 고려하는 것을 말한다. 이

\* 상지대학교 통계학과

논문에서는 변량추출간격을 이용한  $\bar{X}$ -R(VSI  $\bar{X}$ -R) 관리도에 관한 연구를 하였다.

2. 변량표본추출간격을 이용한  $\bar{X}$ -R 관리도 설계

지금까지 대부분의 모델에서 R 관리도를 사용하는 것을 등한시 하였는데 이는 정보의 손실을 가져올 수 있다. 그러므로 관리도로부터 정보를 효과적으로 얻어내기 위해서는 평균과 산포를 동시에 관리하는 것이 중요하며 평균과 산포를 이용한 관리도 설계에서 공정모수를 정하는 문제가 중요하다.

관찰된 확률표본값은 평균이  $\mu$ 이고 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따른다고 가정한다. k 번째 시점에서 n개가 택해진 표본을  $\underline{X}_k = (X_{k1}, \dots, X_{kn})$ 이라 하자. 또한 단순한 형태를 위해 n개의 관측치가 동시에 택해진다고 가정한다.  $R_k(n) = \max\{X_{k1}, \dots, X_{kn}\} - \min\{X_{k1}, \dots, X_{kn}\}$ 이고  $\bar{X}_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{kj}$ 이라 하면 표준화된

두 통계량을 생각할 수 있다.

$$T_{1k} = \frac{\bar{X}_k - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$$

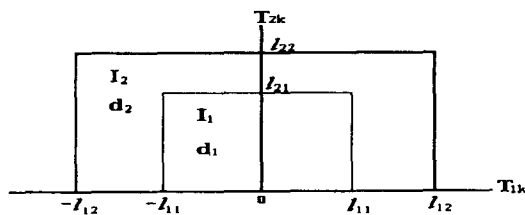
$$= [Z_k + \delta_1] \cdot \delta_2 \quad \dots (2-1)$$

$$T_{2k} = R_k(n) / \sigma_0$$

$$= W_k \cdot \delta_2 \quad \dots (2-2)$$

여기에서  $Z_k$ 는 표준정규확률변수,  $W_k$ 는  $R_k(n)/\sigma$ 의 분포함수를 나타내며  $\mu_0$ 와  $\sigma_0$ 는 평균과 표준편차의 관리값(control value)이다.  $\delta_1 = (\mu - \mu_0) \cdot \sqrt{n} / \sigma$ ,  $\delta_2 = \sigma / \sigma_0$ 이다.

위 두 통계량과 <그림2-1>을 참고로 변량표본추출간격을 사용한 k번째 시점의 표본통계량을 사용하여 다음과 같은 변량표본추출간격을 이용하는 공정관리방법을 제안한다.  $(T_{1k}, T_{2k}) \in I_0$ 이면 공정을 중지한다.  $(T_{1k}, T_{2k}) \in I_1$ 이면 현 공정을 유지하면서  $d_1$  시간 이후에 다음 표본을 추출한다.  $(T_{1k}, T_{2k}) \in I_2$ 이면 공정을 계속하고  $d_2$  시간 이후에 다음 표본을 추출한다. 여기에서  $d_1 > 1 > d_2 > 0$ 이다.



<그림 2-1>. VSI를 이용한  $\bar{X}$ -R 관리도에서 관리한계선과 영역.

공정이 정상일 때 관리통계량( $T_{1k}, T_{2k}$ )이 관리한계영역을 벗어날 확률( $q_1$ )과 공정이 이상상태일 때 ( $T_{1k}, T_{2k}$ )가 관리한계영역을 벗어날 확률( $q_2$ )를 구할 수 있다.

$$q_1 = 1.0 - [ \Phi(l_{12}) - \Phi(-l_{12}) ] \cdot \Psi_n(l_{22}) \quad \dots (2-3)$$

$$q_2 = 1.0 - [ \Phi(1_{12}/\delta_2 - \delta_1) - \Phi(-1_{12}/\delta_2 - \delta_1) ] \cdot \Psi_n(1_{22}/\delta_2) \dots (2-4)$$

공정이 정상상태와 이상상태일 때 관리통계량이  $I_1$  영역에 떨어질 확률은 아래와 같이 각각 계산할 수 있다.

$$p_{11} = [ \Phi(1_{11}) - \Phi(-1_{11}) ] \cdot \Psi_n(1_{21}) \dots (2-5)$$

$$p_{01} = [ \Phi(1_{11}/\delta_2 - \delta_1) - \Phi(-1_{11}/\delta_2 - \delta_1) ] \cdot \Psi_n(1_{21}/\delta_2) \dots (2-6)$$

공정이 정상상태와 이상상태일 때 관리통계량이  $I_2$  영역에 떨어질 확률은 다음과 같이 각각 계산할 수 있다.

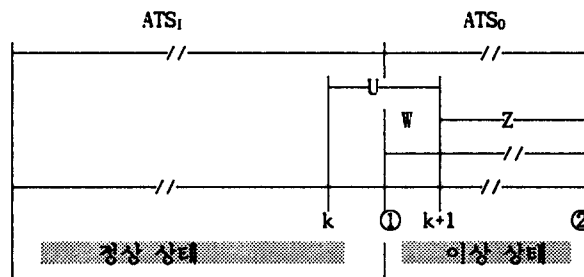
$$p_{12} = [ \Phi(1_{12}) - \Phi(-1_{12}) ] \cdot \Psi_n(1_{22}) - [ \Phi(1_{11}) - \Phi(-1_{11}) ] \cdot \Psi_n(1_{21}) \dots (2-7)$$

$$p_{02} = [ \Phi(1_{12}/\delta_2 - \delta_1) - \Phi(-1_{12}/\delta_2 - \delta_1) ] \cdot \Psi_n(1_{22}/\delta_2) - [ \Phi(1_{11}/\delta_2 - \delta_1) - \Phi(-1_{11}/\delta_2 - \delta_1) ] \cdot \Psi_n(1_{21}/\delta_2) \dots (2-8)$$

윗식에서  $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포의 분포함수를 나타내고  $\Psi_n(\cdot)$ 는  $W_k = R_k(n)/\sigma$ 의 분포함수이다.  $\Phi(\cdot)$ 의 계산은 Abramowitz와 Stegun(1964)에 의해 설명된 알고리즘을 사용한다. 그리고  $R_k(n)$ 는 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포로부터 표본크기가  $n$ 개가 택해질 때의 표본의 범위이다.  $W_k$ 에 관한 분포는 Pearson과 Hartley (1942)가 제안한 식을 그대로 사용하였다.

### 3. ATS 계산 및 공정모수 결정방법

지금까지 관리도의 효율성을 평가할 때 평균런의 길이를 많이 이용하여왔으나 최근에는 공정에 이상원인이 발생된 경우 이상신호를 줄 때까지의 평균시간(average time to signal:ATS)을 사용하여 관리도를 평가한다. <그림 2-2>에서 이상원인이  $k$ 와  $k+1$ 시점에서 발생한다면 공정의 시작에서부터 이상원인이 발생되는 시점 ① 사이를 정상상태로 볼 수 있고 ① 시점과 공정에  $d$ 이상원인을 감지하여 신호를 주는 시점 ② 사이는 이상상태로 볼 수 있다. 따라서 공정에 이상원인이 발생하여 그것을 감지하고 신호를 줄 때까지의 평균시간을 최소화하는 것이 필요하다. 즉 공정에서 이상원인이 발생한 경우  $ATS_0$ 가 가능한 짧을수록 좋다.



<그림 2-2> k번째 이상원인 발생시 주기설정

<그림 2-1>과 <그림 2-2>를 참고로 하여 공정이 정상상태일 때 신호까지의 평균표본수( $ANSS_i$ )와 공정이 이상상태일 때 신호까지의 평균 표본수( $ANSS_0$ )는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$ANSS_i = 1/q_1 \dots (3-9)$$

$$ANSS_0 = 1/q_2 \dots (3-10)$$

신호까지의 시간을  $TS$ 로 한다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$TS = W + Z$$

$$= W + \sum_{i=1}^{\text{신호까지의 표본수}-1} i \text{번째 표본이 택하기 전에 이용된 표본추출간격}$$

$$= W + \sum_{i=1}^{M-1} R_i \dots (3-11)$$

신호까지 표본수(M)가 상수이고  $R_1, R_2, \dots, R_{M-1}$ 이 독립이라면 Wald등식을 이용하여 ATS는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{ATS} &= E(\text{TS}) \\ &= E(W) + E\left(\sum_{i=1}^{M-1} R_i\right) \\ &= E(W) + (EM-1) \cdot E(R_i) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3-12)$$

$E(W)$ ,  $EM$ 와  $E(R_i)$ 을 각각 구해보자. 두개의 영역만을 고려한 상황에서  $p_j = \Pr[ d(T_{1k}, T_{2k})=d_j ] = \Pr[ (T_{1k}, T_{2k}) \in I_j ]$ ,  $j=1,2$ 이면,

$$\begin{aligned} E(R_i) &= \sum_{j=1}^2 (j\text{번째 표본추출간격}) \cdot \frac{\text{통계량이 영역 } I_j \text{에 떨어질 확률}}{\text{통계량이 관리한계선안에 떨어질 확률}} \\ &= \sum_{j=1}^2 d_j \cdot \frac{p_j}{1-q} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3-13)$$

이다. 공정에서 이상원인이 발생하여 신호를 줄 때까지 표본수  $M$ 은 모수가  $q$ 인 기하분포를 하므로

$$EM = \frac{1}{q} \quad \dots\dots\dots (3-14)$$

이다. 이상원인이  $k$ 와  $k+1$ 사이에서 발생할 경우  $W$ 는 이간격에서 균등분포를 따른다고 가정한다. 여기에서  $W$ 는 시간에 의존하는 함수임을 알 수 있다. 따라서  $f_{w|u}(w|u) = \frac{1}{u}, 0 \leq w \leq u$ ,

$P(U=d_j) = \frac{d_j \cdot p_{Uj}}{\sum_{j=1}^2 d_j \cdot p_{Uj}}$  와 같이 쓸 수 있으며 이를 이용하면  $E(W)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E(W) = \frac{\sum_{j=1}^2 d_j^2 \cdot p_{Uj}}{2 \cdot \sum_{j=1}^2 d_j \cdot p_{Uj}} \quad \dots\dots\dots(3-15).$$

그러므로 (3-13), (3-14), (3-15)식을 (3-12)식에 대입하면  $\text{ATS}_0$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{ATS}_0 = \frac{\sum_{j=1}^2 d_j^2 \cdot p_{Uj}}{2 \cdot \sum_{j=1}^2 d_j \cdot p_{Uj}} + \frac{\sum_{j=1}^2 d_j \cdot p_{0j}}{q_2} \quad \dots\dots\dots (3-16)$$

Reynolds 등(1988)은  $1.0 \leq d_1 \leq 2.0, 0.1 \leq d_2 \leq 0.9$ 인 제약조건을 주고  $d_1, d_2$ 의 최적값을 찾는 것이 합리적임을 제시했다. 이는  $d_2$ 를 정할 실제적용면에서 고정표본추출간격에서 택한 1단위시간보다는 1/10정도 빠르게 택하는 것이 경제적이다. 또한  $d_1$ 이 크다면 공정의 큰변화에서 많은 문제점이 발생되기 때문에 경험적으로 2.0 이하에서 고려된다. 이 논문에서도 위의 제약조건을 사용하였다.

공정에서 평균으로 인한 변화( $\delta_1$ )를 0.0, 0.25, 0.5, 1.0 으로, 분산으로 인한 변화( $\delta_2$ )를 1.0, 2.0, 3.0 으로 하고 이들  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 의 조합으로 아래표와

평균으로 인한 변화( $\delta_1$ )	0.0	0.25	0.5	1.0	0.0	0.25	0.5	1.0	0.0	0.25	0.5	1.0
분산으로 인한 변화( $\delta_2$ )	1.0	1.0	1.0	1.0	2.0	2.0	2.0	2.0	3.0	3.0	3.0	3.0
SS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

같이 이상원인의 변화의 크기(SS)를 순서적으로 대응시켜 결과를 본다. Saniga(1977)는  $\bar{X}$ -R 관리도에 서 표본크기를 5,  $\bar{X}$  관리도의 관리한계선을 3.0으로 R 관리도의 관리한계선을 5.4로 할 것을 제안하였다. 본 논문에서는 Saniga가 제안한 관리한계선을 이용한다. 즉  $l_{12}=3.0$ ,  $l_{22}=5.4$ 를 이용한다. 공정변화(SS)가 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11로 변화에 따라 표본크기(n)가 3, 5, 10인 경우에  $d_1$ 와  $d_2$ 의 범위를  $1.0 \leq d_1 \leq 2.0$ 와  $0.1 \leq d_2 \leq 0.9$ 로 주고 각각의 경우에  $ATS_0$ 를 계산하여  $ATS_0$ 가 최소가 되는 모수값(관리한계선( $l_{11}$ ,  $l_{21}$ ), 표본추출간격( $d_1$ ,  $d_2$ ))을 찾는다. 또한 고정표본추출간격을 이용할 때, 즉  $d_1 = d_2 = 1$ 인 경우의 신호까지 평균시간과 비교하여 효율이 얼마나 개선되는지를 알아본다.

#### 4. 결론

부록 <표 1>-<표 3>의 결과로부터 변량표본추출간격을 이용한 관리도 설계가 1시간 간격으로 표본을 추출하는 고정표본추출간격을 이용하는 것보다 신호까지의 평균시간을 공정변화에 따라 1.7에서 54% 가량 줄일 수 있음을 확인했다. 표에서 \*는 공정변화에 따라 효율이 가장 높은 것을 나타낸 것이다.

평균과 분산을 감지하는  $\bar{X}$ -R 관리도에서 분산으로 인한 변화( $\delta_2$ )가 없을 때, 즉 평균에 의해서만 공정변화가 발생될 때  $l_{21}=l_{22}$ 가 된다는 것을 확인할 수 있다. 그리고 이 경우에는 Reynolds 등(1989)에 의해 제안된 것처럼  $d_1=1.9$ ,  $d_2=0.1$ 로 하여 관리도를 설계하는 것이 가장 합리적이며 또한 표본크기에 영향을 크게 받지 않음을 알 수 있다.

표본(n)의 크기가 크면(n=10) 관리도 효율이 오히려 떨어진다는 것을 알 수 있으며, 평균과 분산이 모두 변하는 공정에서 표본추출간격비( $d_1/d_2$ )가 크도록 설계된 VSI 관리도가 효과적임을 알 수 있다. 평균변화가 클수록  $\bar{X}$  관리도의 관리한계선은 조금씩 줄어들고 R 관리도의 관리한계선은 약간씩 늘어난다.

결론적으로 이 논문에서 제시한 변량표본추출간격을 이용한  $\bar{X}$ -R 관리도에서 평균과 분산이 모두 변할 경우,  $1.0 \leq d_1 \leq 2.0$ ,  $0.1 \leq d_2 \leq 0.9$ 인 제약조건을 주었을 때 이상원인을 가장 빠르게 지적할 수 있는 효율적인 관리도는 n=5,  $d_1=1.1$ ,  $d_2=0.1$ 로 설계하는 것이 우수하다는 것이 확인되었다. 즉 한시점에서 5개의 관측치를 택하고 작은 표본추출간격( $d_2$ )은 10분, 큰 표본추출간격( $d_1$ )은 1시간 10분으로 정하여 VSI  $\bar{X}$ -R 관리도를 설계하는 것이 합리적임을 제시한다.

#### 참 고 문 헌

- (1). Abramowitz M. and Stegun I. A., *Handbook of mathematical function*, Dover Publication, New York, 1964.
- (2). Macgregor J. F. and Harris T. J., *The exponentially weighted moving variance*, J.Q.T. Vol 25, no 2, pp 101-118, 1993.
- (3). Montgomery D. C., *Introduction to Statistical Quality Control Chart*, New Yprk, John Wiley&Sons, 1985.
- (4). Ng C. H. and Case K. E., *Development and evaluation of control chart using exponentially weighted moving average*, J.Q.T. vol 21, no 4, pp 242-250, 1989.
- (5). Ji S. S., *An economic design of  $\bar{X}$ -R Chart with variable sampling size scheme*, Ph. D. thesis, Chung-Ang University, Korea, 1993.
- (6). Park C. S. and Reynolds Jr. M. R., *An economic design of control chart with variable sample size scheme*, Sequential analysis, pp 00 - 00, 1993.
- (7). Pearson E. S. and Hartley H. O., *The probability integral of the range in samples of n observation from a normal population*, Biometrika, vol 32, pp 301 - 310, 1942.
- (8). Reynolds Jr. M. R., Amin R. W., Arnolds J. C and Nachlas J. A.,  *$\bar{X}$  charts with variable sampling interval*, Technometrics, vol 30, no 2, pp 181 - 192, 1988.

- (9). Saniga E. M., *Joint economic design of  $\bar{X}$ -R control chart*, management science, vol 24, no 4, pp 420 - 431, 1988.
- (10). Saniga E. M., *Joint statistical design of  $\bar{X}$  and R control chart*, J.Q.T, vol 23, no 2, pp 11 - 124, 1991.

부록 <표 1>. n=3일 때 ATS값

SS	1 11	1 21	d 2	d 1	ATS		비고
					VSI	FSI	
0	2.529	2.961	0.1	1.1	323.35	323.34	
	1.239	1.916	0.1	1.9	323.35	323.34	
	1.930	3.068	0.3	1.1	323.35	323.34	
	1.104	1.820	0.3	1.9	323.35	323.34	
1	1.639	5.400	0.1	1.1	250.60	253.20	
	0.673	5.400	0.1	1.9	247.36	253.20	*
	1.531	5.400	0.3	1.1	250.87	253.20	
	0.580	5.400	0.3	1.9	248.45	253.20	
2	1.639	5.400	0.1	1.1	148.38	146.32	
	0.673	5.400	0.1	1.9	133.40	146.32	*
	1.531	5.400	0.3	1.1	141.00	146.32	
	0.577	5.400	0.3	1.9	135.80	146.32	
3	1.639	5.400	0.1	1.1	36.46	43.16	
	0.673	5.400	0.1	1.9	30.32	43.16	*
	1.531	5.400	0.3	1.1	37.24	43.16	
	0.577	5.400	0.3	1.9	32.73	43.16	
4	2.100	3.13	0.1	1.1	2.223	3.98	
	1.251	1.907	0.1	1.9	1.946	3.98	*
	2.008	3.003	0.3	1.1	2.434	3.98	
	1.161	1.773	0.3	1.9	2.251	3.98	
5	2.09	3.144	0.1	1.1	2.124	3.82	
	1.243	1.914	0.1	1.9	1.881	3.82	*
	1.998	3.010	0.3	1.1	2.325	3.82	
	1.154	1.779	0.3	1.9	2.167	3.82	
6	2.05	3.169	0.1	1.1	1.874	3.415	
	1.222	1.930	0.1	1.9	1.718	3.415	*
	1.967	3.035	0.3	1.1	2.050	3.415	
	1.133	1.795	0.3	1.9	1.957	3.415	
7	1.972	3.524	0.1	1.1	1.287	2.451	
	1.155	1.991	0.1	1.9	1.344	2.451	*
	1.881	3.118	0.3	1.1	1.401	2.451	
	1.069	1.852	0.3	1.9	1.463	2.451	
8	2.098	3.138	0.1	1.1	0.836	1.673	
	1.250	1.908	0.1	1.9	1.075	1.673	*
	2.084	3.006	0.3	1.1	0.897	1.673	
	1.161	1.773	0.3	1.9	1.091	1.673	
9	2.093	3.142	0.1	1.1	0.825	1.649	
	1.247	1.911	0.1	1.9	1.068	1.649	*
	1.998	3.010	0.3	1.1	0.883	1.649	
	1.157	1.776	0.3	1.9	1.080	1.649	
10	2.08	3.151	0.1	1.1	0.794	1.583	
	1.239	1.917	0.1	1.9	1.049	1.583	*
	1.988	3.018	0.3	1.1	0.846	1.583	
	1.149	1.782	0.3	1.9	1.052	1.583	
11	2.038	3.187	0.1	1.1	0.706	1.391	
	1.208	1.942	0.1	1.9	0.997	1.391	*
	1.947	3.025	0.3	1.1	0.739	1.391	
	1.122	1.804	0.3	1.9	0.970	1.391	

부록 <표 2>. n=5일 때 ATS의 값.

SS	1 11	1 21	d 2	d 1	ATS		비고
					VSI	FSI	
0	1.747	4.232	0.1	1.1	252.39	252.38	
	1.430	2.454	0.1	1.9	252.39	252.38	
	2.140	3.496	0.3	1.1	252.39	252.38	
	1.366	2.315	0.3	1.9	252.39	252.38	
1	1.641	5.400	0.1	1.1	205.42	207.55	
	0.674	5.400	0.1	1.9	202.77	207.55	*
	1.533	5.400	0.3	1.1	205.64	207.55	
	0.578	5.400	0.3	1.9	203.65	207.55	
2	1.641	5.400	0.1	1.1	124.60	129.86	
	0.672	5.400	0.1	1.9	118.40	129.86	*
	1.533	5.400	0.3	1.1	125.15	129.86	
	0.578	5.400	0.3	1.9	120.53	129.86	
3	1.641	5.400	0.1	1.1	35.18	41.63	
	0.672	5.400	0.1	1.9	29.25	41.63	*
	1.533	5.400	0.3	1.1	35.93	41.63	
	0.578	5.400	0.3	1.9	31.58	41.63	
4	2.292	3.594	0.1	1.1	1.230	2.473	*
	1.489	2.248	0.1	1.9	1.265	2.473	
	2.203	3.470	0.3	1.1	1.359	2.473	
	1.406	2.299	0.3	1.9	1.407	2.473	
5	2.277	3.600	0.1	1.1	1.204	2.423	*
	1.479	2.433	0.1	1.9	1.251	2.423	
	2.188	3.475	0.3	1.1	1.328	2.423	
	1.395	2.303	0.3	1.9	1.385	2.423	
6	2.237	3.616	0.1	1.1	1.133	2.287	*
	1.450	2.445	0.1	1.9	1.211	2.287	
	2.150	3.491	0.3	1.1	1.246	2.287	
	1.367	2.315	0.3	1.9	1.326	2.287	
7	2.126	3.674	0.1	1.1	0.928	1.891	*
	1.359	2.490	0.1	1.9	1.101	1.891	
	2.040	3.549	0.3	1.1	1.009	1.891	
	1.229	2.358	0.3	1.9	1.157	1.891	
8	2.280	3.598	0.1	1.1	0.628	1.248	*
	1.489	2.428	0.1	1.9	0.947	1.248	
	2.192	3.474	0.3	1.1	0.650	1.248	
	1.406	2.299	0.3	1.9	0.902	1.248	
9	2.275	3.600	0.1	1.1	0.625	1.242	*
	1.479	2.433	0.1	1.9	0.946	1.242	
	2.188	3.475	0.3	1.1	0.646	1.242	
	1.395	2.303	0.3	1.9	0.899	1.242	
10	2.258	3.607	0.1	1.1	0.619	1.223	*
	1.470	2.436	0.1	1.9	0.942	1.223	
	2.171	3.482	0.3	1.1	0.637	1.223	
	1.387	2.306	0.3	1.9	0.892	1.223	
11	2.205	3.631	0.1	1.1	0.597	1.161	*
	1.430	2.454	0.1	1.9	0.931	1.161	
	2.118	3.506	0.3	1.1	0.608	1.161	
	1.348	2.323	0.3	1.9	0.870	1.161	



부록 <표 3>. n=10일 때 ATS의 값.

SS	1 11	1 21	d 2	d 1	ATS		비 고
					VSI	FSI	
0	1.668	5.185	0.1	1.1	126.12	126.12	
	1.624	3.133	0.1	1.9	126.12	126.12	
	2.396	4.065	0.3	1.1	126.12	126.12	
	1.591	3.003	0.3	1.9	126.12	126.12	
1	1.650	5.400	0.1	1.1	112.72	113.87	*
	0.673	5.400	0.1	1.9	111.26	113.87	
	1.543	5.400	0.3	1.1	112.84	113.87	
	0.578	5.400	0.3	1.9	111.74	113.87	
2	1.650	5.400	0.1	1.1	82.38	85.82	*
	0.673	5.400	0.1	1.9	78.27	85.82	
	1.531	5.400	0.3	1.1	82.74	85.82	
	0.579	5.400	0.3	1.9	79.67	85.82	
3	1.650	5.400	0.1	1.1	30.34	35.83	*
	0.673	5.400	0.1	1.9	25.22	35.83	
	1.543	5.400	0.3	1.1	30.97	35.83	
	0.578	5.400	0.3	1.9	27.21	35.83	
4	2.529	4.166	0.1	1.1	0.695	1.413	*
	1.787	3.096	0.1	1.9	0.970	1.413	
	2.450	4.055	0.3	1.1	0.733	1.413	
	1.716	2.976	0.3	1.9	0.954	1.413	
5	2.510	4.170	0.1	1.1	0.692	1.405	*
	1.783	3.097	0.1	1.9	0.968	1.405	
	2.430	4.059	0.3	1.1	0.729	1.405	
	1.706	2.977	0.3	1.9	0.951	1.405	
6	2.462	4.179	0.1	1.1	0.682	1.381	*
	1.745	3.104	0.1	1.9	0.964	1.381	
	2.384	4.067	0.3	1.1	0.716	1.381	
	1.664	2.986	0.3	1.9	0.943	1.381	
7	2.327	4.212	0.1	1.1	0.649	1.300	*
	1.626	3.132	0.1	1.9	0.949	1.300	
	2.249	4.101	0.3	1.1	0.675	1.300	
	1.551	3.013	0.3	1.9	0.915	1.300	
8	2.529	4.166	0.1	1.1	0.552	1.028	*
	1.787	3.096	0.1	1.9	0.908	1.028	
	2.450	4.055	0.3	1.1	0.546	1.028	
	1.716	2.976	0.3	1.9	0.824	1.028	
9	2.510	4.170	0.1	1.1	0.552	1.027	*
	1.783	3.097	0.1	1.9	0.908	1.027	
	2.430	4.059	0.3	1.1	0.546	1.027	
	1.706	2.977	0.3	1.9	0.824	1.027	
10	2.462	4.179	0.1	1.1	0.551	1.025	*
	1.745	3.104	0.1	1.9	0.908	1.025	
	2.384	4.067	0.3	1.1	0.545	1.025	
	1.664	2.986	0.3	1.9	0.823	1.025	
11	2.420	4.187	0.1	1.1	0.549	1.019	*
	1.626	3.132	0.1	1.9	0.907	1.019	
	2.346	4.076	0.3	1.1	0.543	1.019	
	1.551	3.013	0.3	1.9	0.821	1.019	