

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第 32 卷 第 4 號 1995年 11月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 32, No. 4, November 1995

## 구조물 진동제어를 위한 설계 민감도해석 및 최적설계

이재환\*, 이광한\*\*

### Design Sensitivity Analysis and Optimal Design to Control Forced Harmonic Vibration of Structure

by

J. H. Lee\* and K. H. Lee\*\*

#### 요 약

본 연구에서는 조화기진력이 작용하는 구조물에서 보조변수법을 사용하여 치수설계 민감도가 계산되었다. 제한함수는 구조물의 진동응력이고 설계변수는 막구조의 두께, 보구조의 굽힘관성모멘트, 봉구조의 응력이며 신뢰성있는 민감도값이 계산되었다. 민감도값의 크기와 방향이 plot되어 응력에 민감한 부분이 인지되고 정확도는 유한차분치와 비교되었으며, 또한 계산된 민감도가 사용되어 three-bar 구조물의 제한조건이 만족되고 중량이 최소화되는 최적설계가 수행되었다.

#### Abstract

Sizing design sensitivity analysis of structures subjected to the harmonic vibration is performed using adjoint variable method. Constraint is the stress and sizing design variables are thickness, bending moment of inertia, and cross-sectional area of structures. Accurate sensitivities are computed and plotted sensitivity can be used as a design guidance tool. The accuracy of sensitivities is verified by the finite difference values. Also, optimal design of three-bar structure is performed using the computed sensitivity and feasible direction method while satisfying constraints and obtaining the minimum weight.

---

접수일자: 1995년 2월 27일,      재접수일자: 1995년 8월 2일

\* 정회원, 충남대학교 선박해양공학과

\*\* 학생회원, 충남대학교 선박해양공학과

## 1. 서론

구조물이나 각종 기계류에서 엔진, 프로펠러, 팬 기진력에 의해 조화진동과 소음이 발생하며, 초기설계에서 변위, 가속도 등의 진동특성을 파악하여 적합한 저진동 설계방향을 확립할 필요가 있다. 진동해석에 관한 연구는 다양하여 무진동선 개발을 위한 연구동향이 소개되었다[1]. 또한 수천개 요소의 3차원 선체 진동해석 연구[2] 등이 있다. 이와 같이 근래에는 이상화된 해석기법 외에 유한요소법이 사용되고 있으나 해석결과 만으로는 복잡한 선체구조 설계방향을 정량적으로 결정하기가 어렵다. 질량과 강성도 변화가 진동특성 변화에 어느 정도 영향을 주는가, 즉 시스템의 어떤 설계변수가 민감한가를 인지할 경우 설계방향 결정에 주요한 도구로 적용될 수가 있을 것이다. 적합한 설계 기법이 정착되지 않은 경우에는 설계자의 경험과 인지 그리고 실험모델을 이용한 검증할 수밖에 없으며 따라서 설계에 반영되는 시간(feed back)이 늦어지고 과다한 비용이 요구된다. 이때 진동에 영향을 주는 설계변수가 정의되고 진동응답과의 상관 관계인 민감도가 계산될 경우 이를 기준으로 경제적인 재해석, 설계변경을 시도할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 진동 해석을 위한 유한요소법과 연계되어 보, 판 그리고 복합구조물에 대한 정확하고 효율적인 민감도 계산이 수행되었다.

설계 민감도 해석은 구조물의 거동특성과 설계변수의 상관관계를 나타낸다[3]. 선형문제의 민감도 해석 분야에는 여러 연구가 수행되어 왔다[4-5]. 연속민감도 해석 기법도 유한요소법과 연계되어 큰 규모의 구조문제에 응용되어 왔다[5-6]. 그러나 진동문제에서는 대부분 최적설계에 중점을 두어 민감도 해석은 상세히 논의되지 않고 있다. 일반적 구조설계에 적용되던 진동특성에 관한 감도해석[7] 선체설계에 적용되기 시작하여 선체의 보 모델 감도가 해석적 방법으로[8], 해석가능한 구조계에 대해서는 전달 매트릭스법과 유한요소-전달 매트릭스 방법에 의한 동특성 감도해석이 발표되었다[9,10]. 차량의 경우 대부분의 연구는 선형스프링과 댐퍼를 사용하는 마운트계의 비교적 단순화된 모델에 대한 연구로서 복잡한 구조물에 대한 발표가 별로 없다. 기타 구조물에 대한 민감도 해석으로 프레스에 적용한 연구에서[11], 판 유한요소를 사용하여 강성, 질량 행렬을 구한 후 Taylor 급수의 1차 미분항으로 고유진동수, 고유모우드, 강제진동응답에 대한 민감도가 계산

되었다. 구조중량의 최소화를 기하면서 고유진동수 제한조건을 만족시키는 동특성 최적화에 대한 효율적인 방법도 제안되었다[12].

초기 설계시 보 모델이나 해석가능한 구조물 진동에 대해서는 이와 같이 해석적 방법이 유효하나 복합선체진동이나 상부구조진동 경우 2~3차원 모델의 유한요소법이 사용됨에 따라 직접 미분법, 보조변수법, 유한차분법 등이 적용될 수 있게 되었다. 즉, 해석가능한 구조계에는 해석적 방법이, 설계변수가 매우 많은 경우에는 보조변수법이, 제한조건식이 많은 경우에는 직접미분법이 유효하며 상기한 방법들이 적용 불가능한 경우엔 유한차분법도 사용된다.

본문에서는 조화기진력(harmonic force)하에서 보조변수법을 적용한 연속법이 사용되어 선형구조물의 응력에 대한 치수 설계 민감도가 계산되었다. 또한 최적설계가 조화하중의 경우에 시도되어 주어진 제한조건들을 만족하며 최소 중량이 계산되었다.

## 2. 조화진동의 연속체 운동방정식

본문에서는 보조변수법을 이용하여 복합구조물(built-up structure)의 기본요소인 봉/보, 막/판 등 구조요소의 강제조화진동에 관한 민감도 해석이 정립되었고 구조물에 대해 민감도 계산이 수행되었다. 진동해석에는 범용 유한요소 코드인, NASTRAN이 사용되었고 강제조화진동시 발생하는 변형 등을 제한조건으로 설계변수는 보의 휨, 비틀 강성도, 막/판의 두께 등이 고려되었다.

### 2.1 에너지 형태의 기본방정식

강제 조화운동시 연속체(continuum structure)의 선형운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$m(x,u)\ddot{z}(x,u,t) + c(x,u)\dot{z}(x,u,t) + k(x,u)z(x,u,t) = F(x,u,t), \quad x \in \Omega, t \geq 0 \quad (1)$$

$m, c, k$ 는 질량, 감쇠, 강성으로 설계변수  $u$ 와 공간좌표  $x$ 의 함수이고  $\Omega$ 는 구조물의 영역(domain)이며 진동응답  $z$ 는  $x, u, t$ 의 음함수가 된다. 운동방정식 식(1)에서 조화운동의 시간  $t$ 를 소거하기 위해 식(2)의 기계임피던스 방법을 도입하면  $x$ 와  $u$ 로 된 운동방정식 식(3)이 유도된다.

$$\begin{aligned} z(x, u, t) &= z(x, u) e^{i\omega t} \\ F(x, u, t) &= f(x, u) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2)$$

식(3)에서 구조응답  $z$ 는 복소수 변위를 나타낸다.

$$\begin{aligned} -\omega^2 m(x, u)z(x, u) + i\omega c(x, u)z(x, u) \\ + k(x, u)z(x, u) = f(x, u) \end{aligned} \quad (3)$$

식(2,3)은 가상변위  $\bar{z}$ 를 사용하여 에너지 형태의 적분함수로 변환이 된다.

$$\begin{aligned} a(z, \bar{z}) = \int \int_{\Omega} [-\omega^2 m(x, u)z + i\omega c(x, u)z \\ + k(x, u)z] \bar{z} d\Omega \end{aligned} \quad (4)$$

$$l(\bar{z}) = \int \int_{\Omega} f(x, u) \bar{z} d\Omega$$

식(4)에서  $\bar{z}$ 는 가상변위  $\bar{z}$ 의 공액복소수변위이고  $l(\bar{z})$ 는 가상일을 의미한다. 구조 감쇠 (structural damping)가 있는 구조물에 대한 기본방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a(z, \bar{z}) &= \int \int_{\Omega} [-\omega^2 m(x, u)z \\ &+ (1+i\phi)k(x, u)z] \bar{z} d\Omega \\ &= \int \int_{\Omega} f(x, u) \bar{z} d\Omega = l(\bar{z}) \end{aligned} \quad (5)$$

유한요소법을 사용하여 연속체 방정식을 이산화할 경우 식(1)은 행렬식으로 표시된다. 본문에서 사용된 dynamic frequency response 방법은 유한요소법으로 이산화된 강성, 질량, 감쇠행렬을 직접 연립 방정식 해법으로 풀어 진동응답을 구하는 방법으로 조화진동시 식(1)은 행렬  $K, M, C$  와 벡터  $z, f$ 와 함께 다음이 된다.

$$[K - \omega^2 M + i\omega C] \{z\} = \{f\} \quad (6)$$

### 3. 치수 민감도 해석

#### 3.1 민감도 해석 변분식

설계변수에는 보의 단면적, 강성도, 판재 두께 등의 치수설계변수(sizing design variable)와 질량의 위치, 형상변화 등에 관한 형상변수, 재료의 물성치 변수 등이 있다. 식(5)에서 진동응답  $z$ 에 대한 치수 설계변수  $u$ 의 변분을 취하면 다음 식이 된다.

$$a(z', \bar{z}) + a'(z, \bar{z}) = l'(\bar{z}) \quad (7)$$

식 (7)의 각항은 다음과 같다.

$$l'(\bar{z}) = \int \int_{\Omega} f \bar{z} \delta u d\Omega \quad (8)$$

$$a'(z, \bar{z}) = \int \int_{\Omega} [-\omega^2 m_u z + i\omega c_u z + k_u z] \bar{z} d\Omega \quad (9)$$

$$a(z', \bar{z}) = \int \int_{\Omega} [-\omega^2 m z' + i\omega c z' + k z'] \bar{z} d\Omega \quad (10)$$

식(9)에서  $a'$ 는 설계변수  $u$ 로 변분한 것으로 질량, 감쇠, 강성에 대한 변분이  $m_u, c_u, z_u$ 로 각각 표시되었다. 상기식에서  $z'$ 는 설계변수  $u$ 의 음함수이고, 식(8)에서 외력이 설계변수의 함수가 아닌 경우 우변은 소멸된다. 식(7)은 다시 아래와 같이 표현된다.

$$a(z', \bar{z}) = l'(\bar{z}) - a'(z, \bar{z}) \quad (11)$$

변위, 응력과 같은 제한함수를 일반식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Psi = \int \int_{\Omega} g(z, \nabla z, u) d\Omega \quad (12)$$

이 제한함수에서 설계변수에 대한 변분을 시도하면 식(13)이 된다.

$$\Psi' = \int \int_{\Omega} (g_z z' + g_{\nabla z} \nabla z' + g_u \delta u) d\Omega \quad (13)$$

이러한 음함수에 대한 미분을 직접 구할 수 없으므로 다음과 같은 보조방정식 식(14)를 이용하게 된다.

$$a(\bar{\lambda}, \lambda) = \int \int_{\Omega} (g_z \bar{\lambda} + g_{\nabla z} \nabla \bar{\lambda}) d\Omega \quad (14)$$

이때 가상보조변위는 임의의 변위로 바뀔 수 있으므로  $z'$ 에 대한 식이 형성된다.

$$a(z', \lambda) = \int_{\Omega} (g_z z' + g_{\nabla z} \nabla z') d\Omega \quad (15)$$

또한 식(11)의 가상변위에 보조변위  $\lambda$ 를 대입하면 식(16)이 된다.

$$a(z', \lambda) = l'(\lambda) - a'(z, \lambda) \quad (16)$$

여기서 식(15)와 (16)의 좌변이 같으므로 다음 식이 성립될수 있다.

$$\int_{\Omega} (g_z z' + g_{\nabla z} \nabla z') d\Omega = l'(\lambda) - a'(z, \lambda) \quad (17)$$

식(17)의 좌변대신 우변항을 식(13)에 대입하면 제한 함수  $\Psi$ 에 관한 변분식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \Psi' &= l'(\lambda) - a'(z, \lambda) + \int_{\Omega} g_u \delta u d\Omega \\ &= \int_{\Omega} f_u \delta u \lambda d\Omega - \int_{\Omega} [-\omega^2 m_u z + i\omega c_u z + k_u z] \lambda \delta u d\Omega + \int_{\Omega} g_u \delta u d\Omega \quad (18) \end{aligned}$$

### 3.2 봉/보 설계요소

구조물을 형성하는 기본 설계요소인 봉/보와 막/판에 대해 에너지 형태의 기본 방법식을 유도한 후, 이의 변분을 취하여 민감도 식을 유도한다. 봉 구조는 굽힘(bending)이 없으므로 치수변수로 단면치수(높이, 반경 등)를 고려할 수 있고 보인 경우는 단면치수와 각 방향의 굽힘강성 이차모멘트, 비틀 이차모멘트 등이 고려된다. 구조감쇠가 있는 경우, 회전관성과 전단변형을 무시하였을때 기본방정식은 다음과 같으며 봉/보에 대해서는 여기서 굽힘과 비틀영향이 제외되어야 한다.

$$\begin{aligned} a(z, \bar{z}) &= \int_0^L -\omega^2 \rho (Az \bar{z} + Jz_4 \bar{z}_4) dx \\ &+ (1 + i\varphi) \int_0^L (EAz_{1,1} \bar{z}_{1,1} + EI_3 z_{2,11} \bar{z}_{2,11} \\ &+ EI_2 z_{3,11} \bar{z}_{3,11} + GJz_{4,1} \bar{z}_{4,1}) dx \\ &= l(\bar{z}) \quad (19) \end{aligned}$$

식 (19)에서  $I_2$ 와  $I_3$  는 굽힘 이차 모멘트,  $J$ 는

비틀모멘트,  $z_4, z_{4,1}$ 는  $x$ 축에 대한 회전변위 및  $x$ 축에 대한 미분을 나타낸다. 식(19)의 변분식을 유도하여 식(18)에 대입한 후 제한함수인 변위, 응력에 대한 민감도를 계산한다.

### 3.3 막/판 설계요소

막과 판 요소는 구조해석시 굽힘의 존재여부에 의해 결정되며 치수설계변수로 판의 두께  $t$ 를 고려할 수 있다. 에너지 형태의 기본방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a(z, \bar{z}) &= \int_A -\omega^2 \rho z \bar{z} dA \\ &+ (1 + i\varphi) \int_A [t \sum_{i,j=1}^2 \sigma^{ij}(v) \varepsilon^{ij}(\bar{v}) \\ &+ \frac{t^3}{12} \sum_{i,j=1}^2 \sigma^{ij}(z_3) \varepsilon^{ij}(z_3)] dA \\ &= \int_A \sum_{i=1}^3 f_i \bar{z}_i dA \quad (20) \end{aligned}$$

여기서 평면변위  $v = [z_1, z_2]^T$  이고  $z_3$ 는 측면변위를 나타낸다. 막 요소인 경우는 평면변위의 에너지 부분만 포함이 된다. 식(20)에서 설계변수인 판 두께  $t$ 에 대해 일차변분을 취한 후, 식(18)에 대입하여 제한함수에 대한 민감도를 계산한다.

## 4. 민감도 계산 및 고찰

### 4.1 응력민감도 계산

본 연구의 조화진동해석은 MSC/NASTRAN의 direct frequency response method가 사용되었으며 민감도 계산은 PC에서 수행되었다. 각 예제에서  $\Psi'$ 는 변위, 응력등의 제한함수에 대한 각 설계변수의 민감도이며  $\psi'$ 는 설계민감도를 이용하여 구한 제한함수의 변화예상량이다. 민감도의 정확도는  $\psi' / \Delta \Psi$ 로 비교되는데 이는 변화예상량과 유한요소 재해석에 의한 유한차분 결과의 백분율로써 100%인 경우는 민감도와 유한차분 결과가 일치함을 의미한다. 이때  $\Delta \Psi = [\Psi(u + \delta u) - \Psi(u - \delta u)] / 2$ 로써 유한 차분법으로 계산된 민감도 값이며  $\Psi(u + \delta u)$ 는 모든 변수가 1% 증가된,  $\Psi(u - \delta u)$ 는 1% 감소된 구조해석 결과이다.  $\Psi' / \Delta \Psi$ 가 100% 임은 연속법에 의한 민감도가 유한차분법 결과와 일치함을 의미한다. 민감도 해석에 의한 새로운 구조의 응답은 다음과 같이 계산된다.

$$\Psi_{new} = \Psi_{old} + \Psi' * \delta t \tag{21}$$

부재의 응력을 제한함수로 하여 다음과 같은 예제들의 치수 설계 민감도 해석이 수행되었다.

**봉구조 응력 민감도**

Fig. 1의 three-bar 봉구조에서 각 요소에 생기는 축응력은 다음과 같다

$$\Psi = \int g(\sigma) dx = \int_0^L E z_{1,1} m_p dx \tag{22}$$

여기서  $m_p$ 는 Dirac-delta함수인데 식(22)의 평균응력을 의미한다. 식(19)와 식(22)를 치수설계변수인 단면적 A로 변분하여 민감도식(18)에 대입하며, 외력에 대한 변분은 설계변수에 종속되지 않으므로 소멸된다. 치수설계변수를 각 요소의 단면적으로 할 때, 응력에 관해 계산된 민감도가 Table 1에 있으며, 정확도는 유한차분 결과와 비교하였다. Table 1에서 외력의 크기  $F=20,000$  lb이고 가진력의 진동수는 5, 6Hz이다. 1번 요소의 응력에 대해 세개 요소의 민감도가 계산된 후 합쳐져 변화예상량  $\psi'$ 가 되고, 설계변수 1% 증가, 감소시의 유한차분 결과  $\Delta\Psi$ 와 비교되었다. 결과는 100%로 유한차분의 결과와 일치한다.

**보구조 응력 민감도**

Fig. 2와 같은 보에 발생하는 응력은 x축 방향 인장/수축 응력과 y, z축 방향 굽힘응력으로 구성되어 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi &= \int g(\sigma) dx \\ &= \int_0^L E(z_{1,1} - \frac{h}{2} z_{3,11} - \frac{b}{2} z_{2,11}) m_p dx \end{aligned} \tag{23}$$

식(18)은 식(19)와 식(23)이 설계변수인  $I_3$ 로 변분되어 성립한다. 하중 크기가 100 lb이고 진동수가 5, 6Hz, 구조물 치수단위는 in 이며 5개 요소로 된 강구조에서 하중이 y축 방향으로 작용할 때, y축 방향의 굽힘응력이 존재한다. 요소 1번의 응력에 대해 설계변수를 각 요소의 굽힘관성모멘트  $I_3$ 로 하여

민감도 해석을 수행하였고, Table 2에 민감도  $\psi'$ 는 유한차분 결과  $\Delta\Psi$ 와 비교하여 좋은 결과가 얻어졌다.

**막구조 응력 민감도**

선박구조설계에서 많은 경우 판에 발생하는 평면응력이 일부 국부적 굽힘응력보다 주요한 제한조건으로 간주되고 있다. 이러한 평면응력에 대해 판두께의 민감성이 3절에서 제시된 연속법으로 계산되었다. Fig. 3의 강부재는 100개의 막요소로 구성되었고 두께는 0.1 in 이며 요소의 응력성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma^{11} &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial z_1}{\partial x} + \nu \frac{\partial z_2}{\partial y} \right) \\ \sigma^{22} &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \left( \nu \frac{\partial z_1}{\partial x} + \frac{\partial z_2}{\partial y} \right) \\ \sigma^{12} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{\partial z_2}{\partial x} + \frac{\partial z_1}{\partial y} \right) \end{aligned} \tag{24}$$

이 경우도 식(20)과 식(24)를 설계변수인 두께로 변분하여 민감도식(18)이 성립한다. 크기 100,000 lb인 x방향 외력이 작용할 때 응력  $\sigma^{11}$  값이 제일 크므로 이에 대한 민감도 계산이 수행되었다. 요소 1번에 대해 판두께 t를 설계변수로 하여 계산된 민감도 결과가 Table 3에 있으며 설계변수 1% 변화에 대한 유한차분 결과와 일치함을 알 수 있다. Table 3의  $\psi'$ 는 Fig. 4에 나타난 각 요소의 민감도에 설계변분치  $\delta t = 0.01t$ 를 곱한 후 모두 합한 값이다. 이 값의 의미는 현재 1번 응력이 약 0.22317E3일때 설계변수인 두께를 1% 증가하면 응력이 -0.223E1만큼 감소하고 두께를 1% 감소시키면 0.223E1만큼 증가한다. 두께를 1%증가 시켰을 때의 새로운 응력은 식(21)에 의해 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Psi_{new} &= \Psi_{old} + \left( \sum_{i=1}^{100} \Psi' * \delta t \right) \\ &= 0.22317E3 - 0.223E1 \\ &= 220.94 \end{aligned} \tag{25}$$

유한요소 1번에 대해 전체 유한요소의 민감도 값이 Fig. 4에 있으며 경계쪽으로 갈수록 설계변수인 두께의 영향력이 큰 것을 알 수 있다.

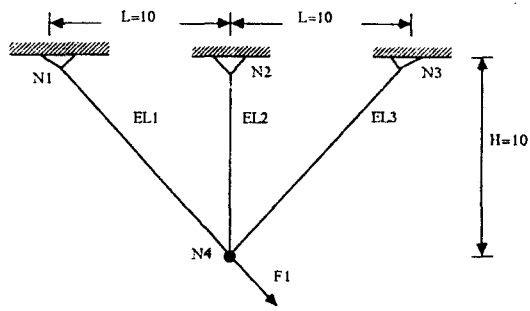


Fig. 1 Three-bar truss structure

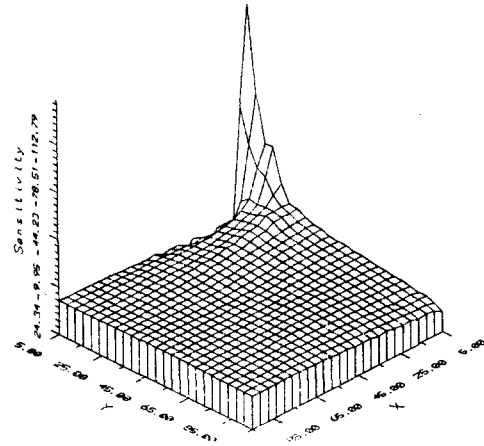


Fig. 4 Plot of stress design sensitivity of membrane

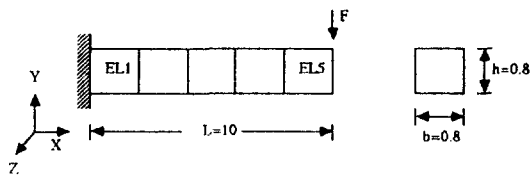


Fig. 2 Simple beam structure

Table 1 Design sensitivity of stress of three-bar

Hz	EL No	$\Psi(u - \delta u)$	$\Psi(u + \delta u)$	$\Delta\Psi$	$\phi'$	$\frac{\phi'}{\Delta\Psi}$ (%)
5.0	1	0.150E+5	0.147E+5	-0.148E+3	-0.148E+3	100.1
6.0	1	0.151E+5	0.147E+5	-0.148E+3	-0.148E+3	100.1

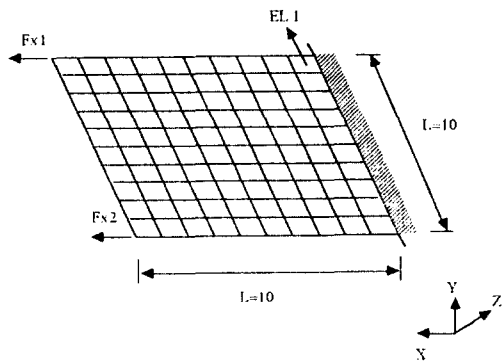


Fig. 3 Membrane structure

Table 2 Design sensitivity of stress of simple beam

Hz	EL No	$\Psi(u - \delta u)$	$\Psi(u + \delta u)$	$\Delta\Psi$	$\phi'$	$\frac{\phi'}{\Delta\Psi}$ (%)
5.0	1	0.106E+5	0.104E+5	-0.110E+3	-0.109E+3	99.6
6.0	1	0.106E+5	0.104E+5	-0.110E+3	-0.109E+3	99.6

Table 3 Design sensitivity of stress of membrane

Hz	EL No	$\Psi(u - \delta u)$	$\Psi(u + \delta u)$	$\Delta\Psi$	$\psi'$	$\frac{\psi'}{\Delta\Psi}$ (%)
5.0	1	0.225E+3	0.229E+3	-0.223E+1	-0.223E+1	99.6
6.0	1	0.225E+3	0.221E+3	-0.223E+1	-0.223E+1	99.9

### 5. Truss 최적설계

Fig. 1에 있는 three-bar 강구조 문제는 구조최적화의 기본적 예제로 사용되는 것으로 정적하중에 대한 결과 [13,15]는 많이 있으나, 본 문에서는 외력이 조화진동인 경우에 대해 본문에서 계산된 민감도가 설계방향결정에 사용되는 최적설계가 시도되었다.

#### 5.1 최적화 문제

이 구조는 요소 1번과 3번의 단면적이 동일한 제한조건을 갖고(A1=A3), 설계변수는 각 요소의 단면적이다. 최적화 문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

- 목적 함수 : 최소 중량

$$OBJ = \sqrt{2}A1 + \sqrt{2}A3 + A2 \text{ ( in}^2 \text{)}$$

- 제한 함수 : 요소의 응력

$$0 < \sigma_i < 20,000 \text{ lb/ in}^2 \quad i = 1, 2$$

- 설계 변수 : 요소의 단면적

$$0.01 < A1 = A3 \text{ , } A2 < 10 \text{ in}^2$$

- 초기값

$$A1 = A2 = A3 = 1 \text{ in}^2$$

- 외력

$$F_1 = 20,000e^{i\omega t} \text{ lb, } \omega = 2\pi f$$

- 외력 주기  $\omega_d = 5\text{Hz}$

#### 5.2 최적화 알고리즘

본 예제에 사용된 최적화 알고리즘은 Zoutendijk [14,15]에 의해 제안된 Feasible Direction 방법이다. 이 방법은 목적함수의 감소를 유지하며 feasible 점에서 개선된 feasible 점으로 나가는 알고리즘이다. (Fig.5) 개선된 설계방향은 LP(Linear Programming)에 의해 찾아지고 부등제한함수를 위주로하며, 등제한함수에는 벌칙항을 사용하였으나, 개선된 방법이 근래에 사용되고 있다.

$$\text{Max. } \beta \tag{25}$$

subject to

$$\nabla f \cdot d^T + \beta \leq 0 \tag{26}$$

$$\nabla g^i \cdot d + \theta_i \beta \leq 0, \text{ for } i \in I_2, \theta_i \geq 0 \tag{27}$$

$$-1 \leq d_i \leq 1 \tag{28}$$

push-off factor 인  $\theta_i = 0$ 인 경우는 jth 제한함수의 접선방향으로 나아가고(즉 등제한 함수 경우)  $\theta_i$ 가 큰 값 일때는 제한함수와 설계방향사이 각도가 크게 나가므로 비선형성이 높은 함수에 적합하다. 문제는  $\theta_i$ 를 결정하는데 어려움이 있어서 사용자의 경험이 필요하다.  $\beta > 0$ 인 경우는 개선된 feasible 점을 찾았음을,  $\beta = 0$ 은 K-T (Kuhn-Tucker) 조건을 만족함을 의미한다. One-dimensional serch에는 polynomial interpolation 방법이 사용되었다. LP인 Simplex 방법으로 탐색방향  $a$ 가 찾아지므로 계산시간이 과다한 문제가 있으나 제한함수가 있는 비선형 공학문제에 많이 사용되고 있으며 최근에는 infeasible 영역에서도 출발하는 Modified Feasible Direction 방법도 사용되고 있다. Three-bar 문제의 경우는 시작점이 feasible 영역내인 기본문제이므로 Feasible Direction 방법이 사용되었다.

#### 5.3 최적화 결과

Fig. 1의 truss 구조물에서 단면적 A1=A3이므로 A1과 A2를 설계변수로 구조물의 중량을 최소화하는 truss의 단면적을 결정하였다. 설계방향(serch direction)의 결정에는 본문에서 계산된 설계민감도

가 사용되었으며, 목적함수의 값과 이를 최소화하는 설계변수의 계산결과는 Table 4에 보이는 바와 같이 3회 반복에 의해 최적화에 도달했으며 (즉, 민감도 해석은 3회) One-dimensional 탐색은 8회이고 이 최소값은 국부최소점(local optimum)에 해당된다. 설계변수와 중량변화는 Fig. 6에 나타나 있다.

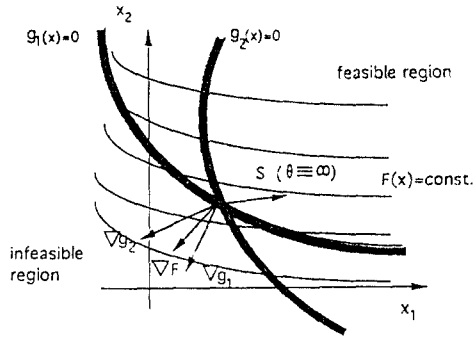


Fig. 5 Feasible direction

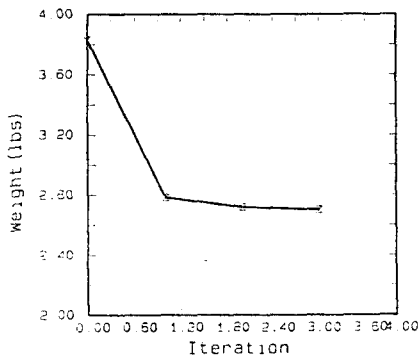
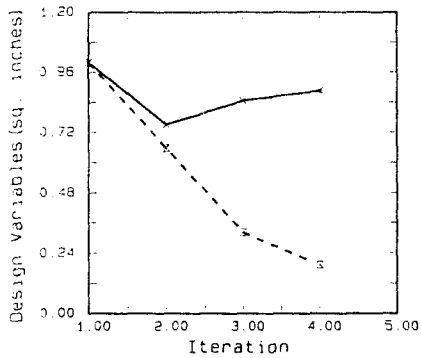


Fig. 6 Three bar baseline optimization results

Table 4 Design Variable and Object Function History

Design variable I.D.	Initial value	1	2	3
1	1.0	0.7513	0.8472	0.8868
2	1.0	0.6573	0.3220	0.1938
3	1.0	0.7513	0.8472	0.8868
Object function (weight)	3.8284	2.7825	2.7185	2.7021

### 6. 결 언

(1) 범용화된 유한요소법(NASTRAN)과 연결되어 조화진동 구조해석 후, 여러 구조의 응력에 대해 치수설계변수의 민감도가 계산되었다. 경계조건이나 하중상태에 관계없이 유한요소법으로 조화진동해석을 하고 그 결과를 사용하여 민감도가 계산되므로 기타 복합 구조물에 대한 민감도 해석이 가능하다.

(2) 1차 변분으로 계산된 정확한 민감도는 유한요소해석 없이 설계변수의 변화에 대한 구조물의 응답의 변화를 정량적으로 예측할 수 있고, Plot 된 민감도를 이용하여 재설계 방향을 결정할 수 있다.

(3) 본문에서 계산된 민감도를 활용하여 주로 정적구조물에 대해 수행되던 최적설계가 조화진동 구조물에 대해 수행되었다. 설계변수는 truss의 단면적, 목적함수는 중량, 제한함수는 응력인 비선형 제한함수의 최적화가 Feasible Direction 방법으로 수행되었다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심연구과제 No. 921-0900-028-2 결과입니다. 지원해 주신 과학재단 관계분들께 감사를 드립니다.

### 참 고 문 헌

- [1] 선박진동·소음 제어지침, 한국선급, 1991.
- [2] 정균양, 박진화, "4400 TEU 컨테이너 운반선의 진동특성 분석", 선박구조연구회 논문집, 1992.
- [3] 이재환, "설계민감도 해석", 대한조선학회지, 제 28권 제3호, 1991, 9.



- [4] Adelman, H. M. and Haftka, R. T., "Sensitivity Analysis for Discrete Structural Systems," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 5, pp. 814-831, 1986, 5.
- [5] Haug, E. J., Choi, K. K., and Komkov, V., *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, Academic press, New York, 1986.
- [6] J. H. Lee, "Design Sensitivity Analysis of Large Scale Structure", *Proceedings of the Korea-Japan Joint Seminar*, pp. 157-168, 1992, 5.
- [7] 허주호, "동특성 민감도 합성법과 그 응용", 대한조선학회 논문집, 제29권 제2호, 1992, 5.
- [8] 허영철, 정태영, 김극천, "선체 저차고유진동수의 감도", 대한조선학회 논문집, 제28권 제 1호, 1991, 4.
- [9] 조대승, 김극천, "전단 매트릭스법 및 유한요소 전단 매트릭스 결합방법에 의한 구조계의 동특성 감도해석", 대한조선학회 논문집, 제29권 제1호, 1992, 3.
- [10] 조대승, 전단 매트릭스법 및 유한요소-전단 매트릭스 결합방법에 의한 구조계의 동특성 감도 해석", 서울대학교 공대 박사학위논문, 1991.
- [11] 박석주, 오재웅, Nagamatsa Akio, "감도해석 기법에 의한 구조물의 진동특성의 최적화에 관한 연구", 한국소음진동공학회, '91추계학술대회논문집, 1991, 11.
- [12] 김병현, 정태영, 김극천, "진동수 구속조건을 갖는 대형구조계의 효율적 동특성 최적화방법", 대한조선학회 논문집, 제31권, 제2호, 1994, 5.
- [13] Kirsch Uri, *Optimum Structural Design*, McGraw-Hill, NY, 1981.
- [14] Lee, J., *An Interactive Procedure for Numerical Design Optimization*, Master Thesis, NJIT, 1983.
- [15] Arora, J. S. *Optimum Design*, McGraw-Hill NY, 1989.