

**論 文**

大韓造船學會論文集  
 第32卷第2號 1995年5月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 32, No. 2, May 1995

**심해 잠수정용 테더 케이블에 관한 연구**

신현경\*, 김덕수\*

**A Study on Tether Cables Used for Deep Submergence Vehicles**

by

H. Shin \* and D.S. Kim \*

**요 약**

본 연구에서는 케이블 비선형 정역학 방정식의 해로서 선박-케이블-잠수체 시스템의 정적모양이 보여지고, 선형 운동 방정식의 진동수영역해석에 의해 고유진동수가 구해진다. 또한 긴 연직케이블의 스내핑 현상을 클리핑 오프(clipping-off) 수치모형으로 이상화하여 극단장력을 계산한다.

**Abstract**

In this paper, a ship-cable-vehicle system's static configuration is shown obtained by solving cable nonlinear statics. Eigenfrequencies of the cable were calculated by the frequency domain analysis application of the linearized cable dynamic equations. Also extreme tensions in a slack-and-snapping long vertical cable were calculated by the clipping-off model.

**1. 서언**

원유 시추와 생산, 심해 파이프 및 케이블 설치, 해저 광물 자원의 채취, 해난 잠수함 승무원들의 구조를 위한 Deep Diving System 등 관련 해양산업 응용을 위하여 21세기에는 5,000m 이상의 수심에 도달할 수 있는 해중 운동체(vehicle)시스템을 필요로 할 것이

다. 이러한 운동체 시스템은 보통 테더(tether)로써 모선에 연결되어 있다.

제어 시스템을 구성하고 시뮬레이션을 하기 위하여 수치해석을 위한 정적모양(static configuration), 고유 진동수, 고유모우드, 동장력, 변위 등의 예측은 필수적이다.

케이블의 비선형 정적 해석 프로그램 개발에 의해

발 표 : 1994년도 대한조선학회 추계연구발표회 ('94. 11. 12)

접수일자 : 1994년 12월 5일, 재접수일자: 1995년 5월 19일

\* 정회원, 울산대학교 조선 및 해양공학과

긴 연직케이블-모션-잠수체 시스템의 정적모양을 계산하고, 선형운동 방정식의 진동수 영역해석 결과로 부터 케이블의 고유진동수를 계산하며, 케이블 파단(failure)의 가장 큰 원인이 되는 스내핑(snapping) 현상의 규명을 위해 Clipping-off 모델을 사용한다.

## 2. 정적 지배방정식

케이블의 미소요소에 작용하는 정적힘들, 일정속도의 해류에 의한 유체 항력과 접선방향의 정장력(static tensile force)의 평형상태를 고려하고 대부분의 해양 응용을 위한 케이블의 운동이 2차원 평면 내에서 이루어진다고 가정하면, 단순화된 다음과 같은 테더 케이블의 2차원 정적 지배 방정식을 얻을 수 있다[1].

$$\begin{aligned} T_{eo} \frac{d\varphi_o}{ds} - (W_o - B_o) \cos \varphi_o + F_{no}(1+e_o) &= 0 \\ \frac{dT_{eo}}{ds} - (W_o - B_o) \sin \varphi_o + F_{to}(1+e_o) &= 0 \\ \frac{dx}{ds} &= (1+e_o) \cos \varphi_o \\ \frac{dy}{ds} &= (1+e_o) \sin \varphi_o \\ e_o &= \frac{T_{eo}}{EA} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} F_{to}(1+e_o) &= -\frac{1}{2}\rho C_t \pi D_o V_{rto} |V_{rto}| (1+\frac{e_o}{2}) \\ F_{no}(1+e_o) &= -\frac{1}{2}\rho C_n D_o V_{rno} |V_{rno}| (1+\frac{e_o}{2}) \\ V_{rto} &= V_t - U_t \quad (V_t, V_{no}, U_t, U_{no}는 예인속도) \\ V_{rno} &= V_n - U_n \quad (U_n은 유속도 등의 일정속도) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{eo} &= T_o + \rho g h \frac{\pi}{4} D^2 \\ A &= \frac{\pi}{4} D^2, \quad A_o = A(1+e_o) \\ A_o &= \frac{\pi}{4} D_o^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$T_{eo}$ 는 유효정장력,  $T_o$ 는 유효장력,  $W_o$ 는 단위길이당 자중,  $B_o$ 는 단위길이당 부력,  $\varphi_o$ 는 경사각,  $e_o$ 는 정적변

형률,  $E$ 는 탄성계수,  $\rho$ 는 유체밀도,  $F_{ne}$ 와  $F_{te}$ 는 항력의 법선방향성분과 접선방향성분,  $U_{no}$ 와  $U_{to}$ 는 균일속도를 갖는 해류의 법선방향성분과 접선방향성분,  $V_{rno}$ 와  $V_{rto}$ 는 균일 예인속도의 법선방향 성분과 접선방향 성분,  $D_o$ 는 변형전 케이블의 직경,  $D$ 는 변형후 케이블의 직경  $C_n$ 과  $C_t$ 는 법선항력계수 및 접선항력계수,  $x$ 와  $y$ 는 직교좌표계상의 위치이다.

케이블의 2차원 정역학 문제는 5개의 미지변수( $T_{eo}$ ,  $\varphi_o, x, z, e_o$ )로 표현되는 5개의 연립상미분방정식을 형성한다. 수치적분을 위해  $y = f(1+e_o) \sin \varphi_o ds =$  수심(water depth)의 조건이 부과되는 Shooting method가 이용되고 있다.

## 3. 동적 지배 방정식

케이블의 정적상태에 고정된 좌표계를 사용하여 복잡하고 긴과정을 거쳐, 물리적 특성을 해치지 않는 범위내에서 고차항들을 무시하고 단순화된 2차원 지배방정식을 유도하면 다음과 같다[2].

$$\begin{aligned} m_o \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{eo}}{\partial s} - T_{eo} \frac{d\varphi_o}{ds} \varphi_1 + [F_t - F_n \varphi_1](1+e) \\ &- F_{to}(1+e_o) + m_{ao} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \varphi_1 - T_{eo} \frac{d\varphi_o}{ds} \varphi_1 \\ (m_o + m_{ao}) \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} &= \frac{dT_{eo}}{ds} \varphi_1 + T_{eo} \frac{\partial \varphi_1}{\partial s} + T_{eo} \frac{d\varphi_o}{ds} \\ &+ (F_t \varphi_1 + F_n)(1+e) - F_{no}(1+e_o) \\ &+ \frac{\partial T_{eo}}{\partial s} \varphi_1 + T_{eo} \frac{\partial \varphi_1}{\partial s} \\ \frac{\partial p}{\partial s} - q \frac{d\varphi_o}{ds} &= (1+e)(-\frac{\varphi_1^2}{2}) + e_1 \\ \frac{\partial q}{\partial s} + p \frac{d\varphi_o}{ds} &= (1+e)\varphi_1 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서

$$\begin{aligned} F_t(1+e) &= -\frac{1}{2}\rho C_t \pi D_o V_r |V_r| (1+\frac{e}{2}) \\ F_n(1+e) &= -\frac{1}{2}\rho C_n D_o V_r |V_r| (1+\frac{e}{2}) \end{aligned} \quad (4)$$

$V_r = V_t - U_t$  ( $V_t, V_n, U_t, U_n$ 은 각각 임의의 순간  $V_r = V_n - U_n$ 의 케이블과 유체입자 속도)

$m_0$ 는 단위길이당 케이블의 질량,  $m_{eo}$ 는 단위길이당 케이블의 부가질량,  $e_0$ 는 정적변형률,  $e_1$ 은 동적변형률,  $T_{eo}$ 는 유효정장력,  $T_{el}$ 은 유효동장력,  $p$ 와  $q$ 는 접선 방향 가진변위 및 법선방향 가진변위이다.

#### 4. 테더 케이블의 진동수 영역해석

모든 동적변수가 조화운동을 하고 있다면 2차원 케이블의 지배방정식은 Fourier Domain에서 다음과 같아 표시된다.

$$\begin{aligned} -m\omega^2 \tilde{p} &= \frac{d\tilde{T}_1}{ds} - T_{eo} \frac{d\phi_1}{ds} \tilde{\phi}_1 \\ -M\omega^2 \tilde{q} &= \frac{d\phi_0}{ds} \tilde{T}_{el} + T_{eo} \frac{d\tilde{\phi}_1}{ds} + \tilde{\phi}_1 \frac{dT_{eo}}{ds} \\ \frac{d\tilde{p}}{ds} - \tilde{q} \frac{d\phi_0}{ds} &= \tilde{e}_1 = \frac{\tilde{T}_{el}}{EA} \\ \frac{d\tilde{q}}{ds} + \tilde{p} \frac{d\phi_0}{ds} &= \tilde{\phi}_1(1+e_0) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $\tilde{p}$ ,  $\tilde{q}$ ,  $\tilde{T}_{el}$ ,  $\tilde{\phi}_1$ 은 각 동적변수들의 진폭을 의미한다.

예를들면  $p = \tilde{p} \cos \omega t$  와 같다.

케이블에 작용하는 외력에 의한 응답으로서 전달함수(transfer function)는 유한차분법을 사용하여 구해질 수 있다. 식 (5)를 행렬식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 0 & T_{eo} \frac{d\phi_0}{ds} - m\omega^2 & 0 \\ -\frac{d\phi_0}{T_{eo} ds} - \frac{dT_{eo}}{T_{eo} ds} & 0 & -\frac{M\omega^2}{T_{eo}} \\ \frac{1}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & (1+e_0) & -\frac{d\phi_0}{ds} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{T}_{el} \\ \tilde{\phi}_1 \\ \tilde{p} \\ \tilde{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d\tilde{T}_{el}}{ds} \\ \frac{d\tilde{\phi}_1}{ds} \\ \frac{d\tilde{p}}{ds} \\ \frac{d\tilde{q}}{ds} \end{bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)의 행렬식을 간략히  $\mathbf{A}$  와  $\mathbf{y}$  행렬로 표시하면 다음과 같다.

$$\mathbf{A}(s) \mathbf{y}(s) = \frac{dy}{ds} \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{y}_{(s)}^T = [T_1 \ \phi_1 \ p \ q]$

Centered Difference Scheme을 이용하면

$$\mathbf{y}_{i+1} - \frac{\Delta s}{2} \frac{d}{ds} \mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i + \frac{\Delta s}{2} \frac{d}{ds} \mathbf{y}_i + O[(\Delta s)^2]$$

즉

$$\mathbf{y}_{i+1} - \frac{\Delta s}{2} \mathbf{A}_{i+1} \mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i + \frac{\Delta s}{2} \mathbf{A}_i \mathbf{y}_i$$

$$[\mathbf{I} - \frac{\Delta s}{2} \mathbf{A}_{i+1}] \mathbf{y}_{i+1} = [\mathbf{I} + \frac{\Delta s}{2} \mathbf{A}_i] \mathbf{y}_i$$

여기서  $\mathbf{I}$ 는 단위행렬을 뜻한다. 따라서

$$\mathbf{y}_{i+1} = [\mathbf{I} - \frac{\Delta s}{2} \mathbf{A}_{i+1}]^{-1} [\mathbf{I} + \frac{\Delta s}{2} \mathbf{A}_i] \mathbf{y}_i = \mathbf{B}_i \mathbf{y}_i \quad (8)$$

케이블의 양끝단 사이의 관계를 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{B}_1 \mathbf{y}_1$$

$$\mathbf{y}_3 = \mathbf{B}_2 \mathbf{y}_2 = \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_1 \mathbf{y}_1 \quad (9)$$

⋮

$$\mathbf{y}_n = (\prod_{i=1}^{n-1} \mathbf{B}_i) \mathbf{y}_1$$

$$\text{여기서 } \mathbf{y}_n = \begin{bmatrix} \tilde{T}_{top} \\ \tilde{\phi}_{top} \\ \tilde{p}_{top} \\ \tilde{q}_{top} \end{bmatrix} \quad \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{T}_{bot} \\ \tilde{\phi}_{bot} \\ \tilde{p}_{bot} \\ \tilde{q}_{bot} \end{bmatrix}$$

한쪽 끝단이 고정되고 다른 쪽 끝단에 외부가진이 변위의 형태로서 주어진다면 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{T}_{top} \\ \tilde{\phi}_{top} \\ \tilde{p}_{top} \\ \tilde{q}_{top} \end{bmatrix} = \left[ \prod_{i=1}^{n-1} \mathbf{B}_i \right] \begin{bmatrix} \tilde{T}_{bot} \\ \tilde{\phi}_{bot} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{T}_{bot} \\ \tilde{\phi}_{bot} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

위의 관계로부터 2개의 간단한 행렬식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{T}_{\text{top}} \\ \tilde{\phi}_{\text{top}} \end{bmatrix} = [\alpha_{11}] \begin{bmatrix} \tilde{T}_{\text{bot}} \\ \tilde{\phi}_{\text{bot}} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \tilde{p}_{\text{top}} \\ \tilde{q}_{\text{top}} \end{bmatrix} = [\alpha_{21}] \begin{bmatrix} \tilde{T}_{\text{bot}} \\ \tilde{\phi}_{\text{bot}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

이때 고유진동수는 이미 구해진 관계식으로부터 유도될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{p}_{\text{top}} \\ \tilde{q}_{\text{top}} \end{bmatrix} = [\alpha_{21}] \begin{bmatrix} \tilde{T}_{\text{bot}} \\ \tilde{\phi}_{\text{bot}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{p}_{\text{top}} \\ \tilde{q}_{\text{top}} \end{bmatrix} = [0] \text{의 경우 } \begin{bmatrix} \tilde{T}_{\text{bot}} \\ \tilde{\phi}_{\text{bot}} \end{bmatrix} \text{이 유의해를 갖기 위한 조건은 다음과 같다.}$$

$$\det[\alpha_{21}(\omega)] = 0 \quad (12)$$

식(12)의 조건을 만족시키는 고유진동수는 여러 가지 수치해석 방법으로 구해질 수 있다.

## 5. 테더 케이블의 시간 영역 해석

이미 유도된 케이블의 동적거동을 지배하는 방정식의 시간영역해석은 수치해석에 의해 행해질 수 있다. 케이블의 운동을 나타내는 동적변수를 성질이 잘 알려지고 서로 직교하는(known and orthogonal)함수들로 전개함으로써 시간영역에서 시뮬레이션하는 것이 가능할 것이다. 그러한 직교함수로서는 고유진동모드, 삼각함수와 Chebyshev 다항식등 여러가지 있을 수 있다.

일련의 수행된 연구[1][3]에 의하면 전개를 위한 직교함수로서의 고유모드의 사용은 케이블에 존재할 수 있는 탄성진행파(elastic travelling wave)의 거동이 있는 경우에는 많은 수의 고유모드를 사용하여야 함으로 삼각함수, 또는 Chebyshev 다항식등을 사용하는 방법을 권하고 있다. 물론 Bessel 함수의 사용도 가능하다. 이 연구에서는 경계조건의 충분한 충족을 기할 수 있는 불균일구간(nonuniform interval)을 사용하는 Chebyshev 다항식을 이용할 것이다.

### 5. 1 Chebyshev 다항식을 사용하는 스펙트럴 방법

방정식  $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + n^2y = 0$  는 nth Chebyshev 다항식  $y = T_n(x)$ 에 의해 만족되어진다. 이때에 n은 0 또는 양의 정수이고 다음의 결과를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1, \quad T_1(x) = x, \quad T_2(x) = 2x^2 - 1 \\ T_3(x) &= 4x^3 - 3x, \dots, \quad T_n(x) = \cos(n \cos^{-1} x) \end{aligned} \quad (13)$$

스펙트럴 방법(spectral method)은 미분방정식의 해를 잘 알려진 직교함수로 나타내고자 하는 것으로 최근에 많이 사용되고 있다. 즉 주어진 미분방정식의 동적변수와 그것들의 도함수등이 직교함수들에 의해 다음과 같이 전개되고 그때의 전개 계수(expansion coefficients)를 구함으로써 해를 완성하고자 하는 것이다.

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(x) \varphi_n(t)$$

여기서  $U_n(x)$  : 직교함수

$\varphi_n(t)$  : 전개계수

### 5. 2 단순화된 선형2차원 지배방정식

케이블의 동적거동을 시간영역해석에 의해 연구하기 위해 가장 단순화된 선형 2차원 지배 방정식을 택하여 스펙트럴 방법을 적용하고자 한다. 물론 비선형 항들의 포함이 최종적으로 다루져야 할 것이다.

$$\begin{aligned} m \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{e1}}{\partial s} - T_{eo} \frac{d\varphi_0}{ds} \varphi_1 + F_{t1} \\ M \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} &= \frac{d\varphi_0}{ds} T_{e1} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial s} T_{eo} + \frac{dT_{eo}}{ds} \varphi_1 + F_{n1} \\ \frac{\partial p}{\partial s} - q \frac{d\varphi_0}{ds} &= \frac{T_{e1}}{EA} \\ \frac{\partial q}{\partial s} + p \frac{d\varphi_0}{ds} &= \varphi_1(1 + e_0) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $F_{n1}$ 과  $F_{t1}$ 은 각각 비선형유체항력을 나타낸다.

### 5. 3 Collocation 방법에 근거한 스펙트럴 방법의 응용

무차원 동적 변수  $p'$ ,  $q'$ ,  $T_{e1}'$ 과  $\varphi_1$ 의 근사해(trial solution)는 다음처럼 표시된다.

$$p'(s', t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) T_n(s')$$

$$\begin{aligned} q'(s', t) &= \sum_{n=0}^{\infty} q_n(t) T_n(s') \\ T'_{e1}(s', t) &= \sum_{n=0}^{\infty} t_n(t) T_n(s') \\ \varphi_1(s', t) &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) T_n(s') \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $s' = \frac{s}{L/2} - 1 (-1 \leq s' \leq 1)$ ,  $p' = p / D_0$ ,  $q' = q / D_0$ 이며  $L$ 는 케이블길이,  $D_0$ 는 케이블의 직경이다.

모두  $4(N+2)$ 개의 미지 전개계수가 있고 이것들을 결정하기 위해  $4(N+2)$ 개의 조건들이 필요되어진다.

Collocation 방법에 근거한 조건식들을 구하기 위해  $N$ 개의 collocation점과 2개의 양 끝단 경계점에 방정식(14)와 경계조건을 부과한다.

수치해석에 의한 해의 풀이를 위해 Newmark's method를 이용하면  $p_n, q_n, t_n$ 과  $a_n$ 의 미지전개계수를 구할 수 있는 행렬방정식을 얻게된다.

#### 5. 4 비선형 시간 영역 해석

(5.2)절에서 사용한 불균일 구간을 사용하는 Chebyshev 다항식이 마찬가지로 사용되어지고 (5.3) 절에서 제시한 collocation 방법에 근거한 스펙트럴 방법을 응용하여 비선형항을 포함한 식 (3)에 대한 시간 영역 해석이 가능하다.

#### 6. 긴 연직 케이블의 스내핑 현상 연구

단순한 수평 케이블 운동 방정식(simplified cable dynamic equation)을 사용한 스내핑 케이블의 연구가 이미 수행된 바 있다[4]. 그러나 이때의 가정은 탄성파가 생기지 않는 quasi-static stretch 조건이었으며 또한 축방향 변위보다 법선방향 변위가 훨씬 큰 값을 갖는 경우이었고, 현재의 연직 케이블에는 직접 적용하기 어렵다.

따라서 케이블 전체의 길이에 따라 동장력의 변화가 적기 때문에 일정한 동장력으로 가정한 수평케이블의 가정과는 달리, 케이블의 자중에의한 영향으로 이미 상단부와 하단부의 정장력이 상당히 차이가 있는 긴 연직 케이블(Table 1 참조)의 스내핑 해석에서는, 비선형 지배 방정식(3)을 변형없이 사용한다.

##### 6. 1 수치해석 모델 : Clipping-off 모델

아주 거친 해상에서 큰 동장력 증폭(dynamic ten-

sion amplification)에 의한 음의 큰 동장력은 케이블의 양의 정장력을 초과할 수 있고, 따라서 전체장력은 영 또는 음이 될 수 있다. 이로인해 케이블은 처짐(slack)상태에 놓이게 되며, 빠른 속도로 뒤따르는 양의 큰 장력 상태로의 변환은 케이블의 파괴 또는 피로 수명에 심각한 영향을 끼치게 된다.

Slack-and-snapping 케이블의 모델을 형성하기 위해 다음의 가정을 한다. 양의 자중을 갖는 케이블의 한 부분에서 전체장력이 음의 값을 갖게되면, 그 전체장력이 양의 값을 다시 가질 때 까지 좌굴변형이 일어나고, 좌굴변형의 상당히 짧은 지속 기간 때문에 케이블의 동적 거동은 단지 관성력과 유체항력의 평형에 의해 지배된다.

즉 음의 큰 전체장력은 실제로는 짧은 지속시간을 갖는 좌굴변형으로 인해 사실상 항상 0의 값으로 유지될 수 있다. 관성력, 중력과 유체항력의 동적 평형상태에서 케이블의 자유낙하(free fall)가 일어나며 이러한 좌굴의 역할은 곧 다음과 같은 clipping-off model로 이상화될 수 있고 이에 따른 수치해석 프로그램이 개발된다.

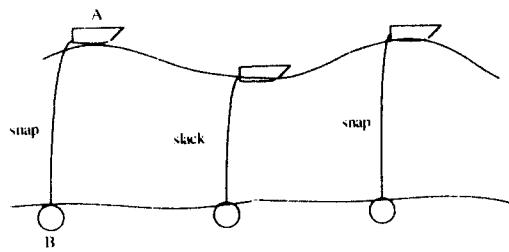
$$\begin{aligned} m_o \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= -\frac{dT_{eo}}{ds} + F'_p + m_{ao} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \varphi_1 \\ M \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} &= -T_{eo} \frac{d\varphi_o}{ds} + F'_q \\ T_{e1} &= -T_{eo} \\ \frac{\partial q}{\partial s} + p \frac{d\varphi_o}{ds} &= \varphi_1 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } F'_p &= (F_t - F_n \varphi_1)(1 + e) - F_{to}(1 + e_o) \\ F'_q &= (F_t \varphi_1 + F_n)(1 + e) - F_{no}(1 + e_o) \end{aligned}$$

이러한 clipping-off 모델은 때때로 불안정한 수치해석 결과를 낳을 수도 있음으로 많은 주의가 요구된다.

#### 7. 응용

긴 연직 케이블을 사용하는 구조 시스템(salvage and lift system)이나 모선-케이블-잠수체 시스템에서 파랑 또는 바람에 의한 모선의 운동이, 잠수체나 케이블 끝에 연결된 물체에 의해 신속하게 뒤따르지 못한다. 이 때 케이블은 Fig. 1과 같이 slack-and-snapping 현상을 경험할 수 있다. 따라서 다음의 가정



**Fig. 1 Occurrence of tether snapping due to the relative motion between an underwater vehicle and a ship**

들하에 모선-케이블-잠수체 시스템을 해석하였다.

가정 : 잠수체 B는 A의 운동만큼 신속하게 같은 크기로 반응하지 못한다.

- 1) 잠수체가 고정된 위치에 놓여있다.
- 2) 큰 동장력을 야기할 수 있는 주요 가진원이 모선의 케이블 축 방향 운동에 의한다.

Table 1에 있는 케이블의 제원을 사용하여 정적해석과 진동수 영역해석을 수행하였다. Yoerger, et al.의 실해역 실험에 의하면 유체항력계수  $C_n$ 의 값이 2.2 ~ 2.4에 이르며 수심에 따라 다른 값을 보여주고 있다. 이 연구에서는 단지  $C_n$ 으로서 2.2를 사용하였다[5].

Fig. 2의 모선-케이블-잠수정 시스템에서 모선의 속도가 0.441 m/s의 균일 속도이고, 잠수체의 물속 하중은 16687 N이며 잠수체의 수심은 1190.8 m이다.

1차 고유진동수는 0.3993 rad/sec로 계산되어졌고, 케이블의 정적 모양은 수직선에 가까운 경사각을 보여주고 있다. 모선에서의 경사각은 약 73.7°이고, 잠수체에서는 79.4°를 보여준다. 상세한 결과는 Table 1과 Fig. 3에 주어진다.

본 절에서 사용한 모선-케이블-잠수체 시스템을 이용하여 비선형 시간 영역 수치 해석을 수행하였다.

$$\text{축 방향 가진 변위(axial excitation amplitude)} = 0.692 \text{ m}$$

$$\text{가진 진동수} = 1 \text{ Hz}$$

$$\text{항력 계수} : C_n = 2.2, C_t = 0.05$$

1 Hz의 진동수와 케이블 지름의 40배를 진폭으로 하는 축 방향 가진 변위가 Fig. 2의 케이블-모선-잠수체 시스템에 가해졌을 때, 동적거동 응답이 Fig. 4에

**Table 1 Static analysis results and eigenfrequencies**

OUTPUT OF STATIC ANALYSIS	
NUMBER OF SEGMENTS	= 1
TOTAL LENGTH OF THE CABLE	= 1225.000 M
CHARACTERISTICS OF THE CABLE	
SEGMENT NUMBER 1	
COORDINATES	= 0. M - 1225.000 M
LENGTH SEGMENT	= 1225.000 M
MASS PER UNIT LENGTH	= 1.030000 KG/M
ADDED MASS PER UNIT LENGTH	= 0.2408160 KG/M
WEIGHT PER UNIT LENGTH	= 7.742000 N/M
DIAMETER	= 0.1730000E-01 M
EA	= 0.1116540E+08 N
BREAKING TENSION	= 150000.0 N
STATIC DATA INPUT	
NUMBER OF DISCRETIZATION POINTS	= 101
DEPTH	= 1190.800 (M)
CONSTANT CURRENT PROFILE	
CURRENT VELOCITY AT THE SURFACE	= -0.44100(M/S)
NORMAL DRAGCOEFFICIENT	= 2.20000
TANGENTIAL DRAG COEFFICIENT	= 0.05000
LINE CAN LAY ON THE BOTTOM	
SUMMARY OF STATIC RESULTS	
N AT THE TOP	= 26196.900 (N)
TENSION AT THE BOTTOM	= 16976.000 (N)
ANGLE AT THE TOP	= 73.654 (DEGREES)
ANGLE AT THE BOTTOM	= 79.413 (DEGREES)
X FORCE AT THE TOP	= 7372.653 (N) (ON THE CABLE)
X FORCE AT THE BOTTOM	= -3119.110 (N) (ON THE CABLE)
Z FORCE AT THE TOP	= 25138.051 (N) (ON THE CABLE)
Z FORCE AT THE BOTTOM	= -16686.992 (N) (ON THE CABLE)
X COORDINATE BOTTOM END	= -295.29401(M)
Z COORDINATE BOTTOM END	= -1190.80005(M)
ANALYSIS OF MAXIMUM TENSION IN SEGMENTS	
SEGMENT NUMBER	= 1
LOCATION OF MAXIMUM TENSION	= 1225.0000 (M)
MAXIMUM TENSION IN SEGMENT	= 26196.90 (M)
BREAKING TENSION OF SEGMENT	= 150000.0 (M)
RATIO OF MAXIMUM AND BREAKING TENSION	= 0.1746460
INPUT PARAMETERS IN EIGENFREQUENCY ROOT FINDING	
LOWER BOUND FREQUENCY	= 0.000 (rad/sec)
HIGHER BOUND FREQUENCY	= 4.000 (rad/sec)
FREQUENCY INCREMENT	= 0.100 (rad/sec)
ERROR BOUND FOR EIGENFREQUENCIES	= 0.00001
THE MAXIMUM ITERATION NUMBER	= 15
THE MAXIMUM NUMBER OF EIGENFREQUENCIES WANTED	= 12
EIGENFREQUENCIES	
1 EIGENFREQUENCY	= 0.3993469 rad/sec
2 EIGENFREQUENCY	= 0.6669922 rad/sec
3 EIGENFREQUENCY	= 1.0013002 rad/sec
4 EIGENFREQUENCY	= 1.3310061 rad/sec
5 EIGENFREQUENCY	= 1.6653141 rad/sec

배의 속도 = 0.4410 m/s  
 잠수체 물속하중 = 16687 N  
 $C_n = 2.2$

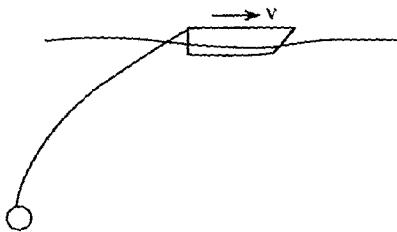


Fig. 2 Ship-tether-underwater vehicle system[5]

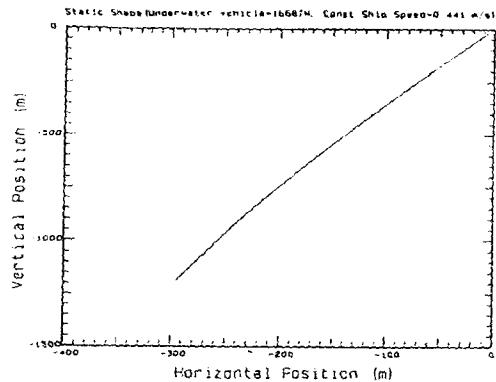


Fig. 3 Static configuration of ship-tether-underwater vehicle (Different scales in both axes)

서 보여진다.

정상상태에서 최대 동장력은 케이블의 하단부에서 나타나고, 최소 동장력은 케이블의 상단부에서 발생하며, 이때 전체장력은 0에 가깝게 되고 케이블은 slack 상태에 가까워진다(Table 2).

Fig. 4에서 볼 수 있듯이, 기하학적 비선형등에 의한 비선형 항들의 영향으로, 정상상태에서 한 주기 동안의 동장력 곡선의 모양이 케이블의 중앙부와 하단부에서 비대칭성을 갖고 있다. 한편 가진 변위 진폭을 30D로 줄이고 가진 진동수를 2 Hz로 증가시킨 경우에도 중앙부 동장력의 증가를 제외하고는 거의 같은 결과를 보여주고 있다(Fig. 5).

스네핑 현상에 의한 전체장력의 증가를 관찰하기 위하여 진폭을 40D, 진동수를 2Hz로 하는 축방향 가진을 가하였다. Fig. 6에서 케이블의 상단부와 하단부에서 상당히 큰 음의 동장력을 볼 수 있고, 상단부의 전체장력이 정장력의 3배에 이르는 것을 Table 3과 Fig. 7에서 알 수 있다.

또한 가진 진동수와 가진 진폭의 변화에 따른 케이

Table 2 Extreme values of dynamic tension of a tether (x 10000 N )

Excitation	Cable		Top		Middle		Bottom	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
40 D, 1 Hz	1.573	-2.239	0.907	-0.773	2.056	-1.047		
30 D, 2 Hz	1.532	-2.296	1.430	-1.369	2.073	-1.160		

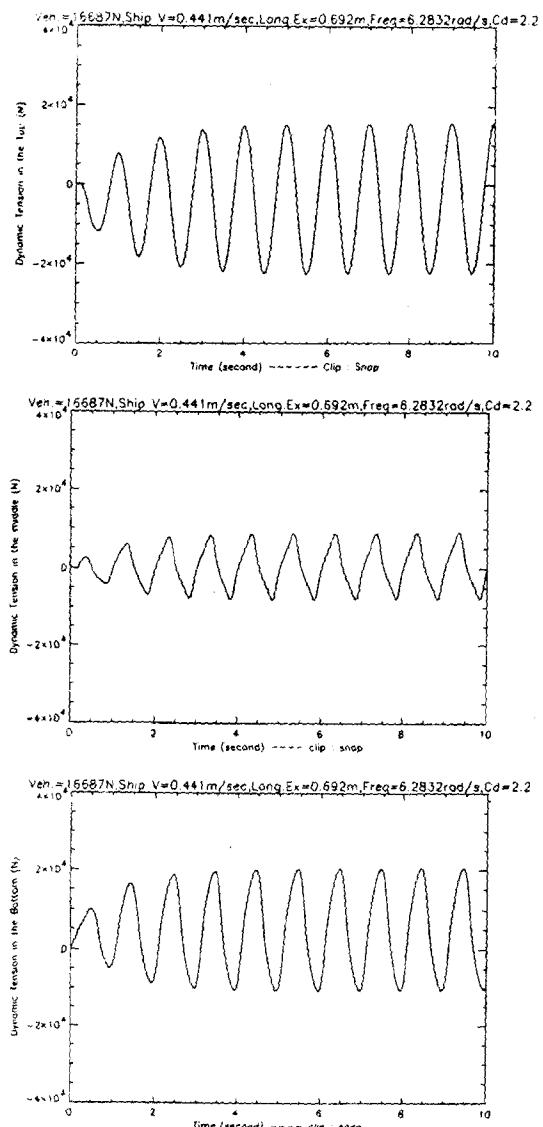
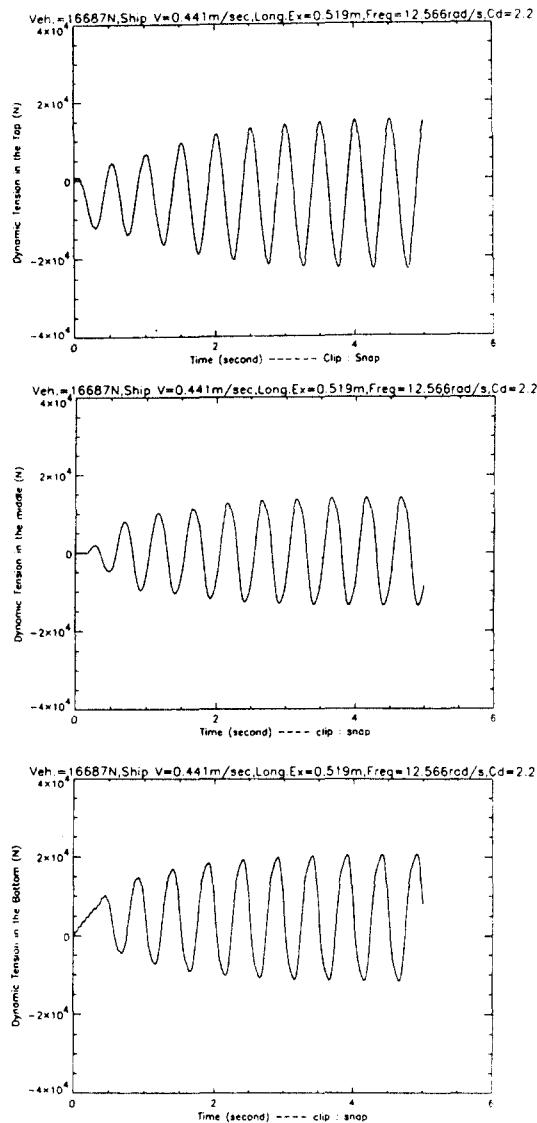


Fig. 4 Dynamic tension of a tether in axial excitation of 1Hz frequency and amplitude equal to 40 diameters

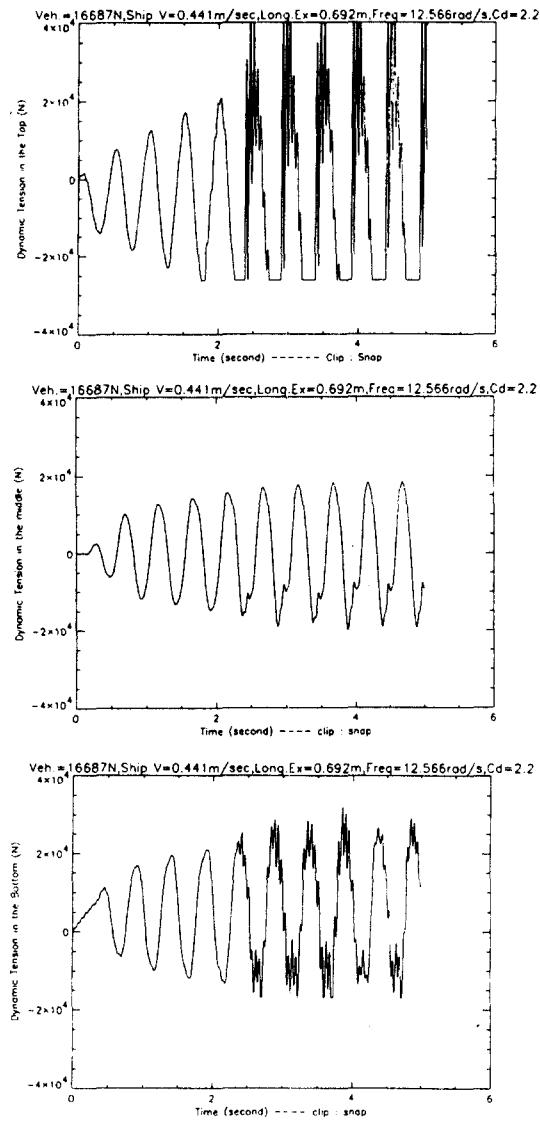
**Table 3 Extreme values of dynamic tension of a snapping tether ( $\times 10000$  N)**

Excitation	Cable	Top		Middle		Bottom	
		max.	min.	max.	min.	max.	min.
40 D, 2 Hz		5.088	-2.620	1.840	-1.948	2.326	-1.698
정장력		2.6196		2.1612		1.6976	

**Fig. 5 Dynamic tension of a tether in axial excitation of 2Hz frequency and amplitude equal to 30 diameters**

불의 스내핑 현상 특성이 연구되어졌고, 그 결과가 다음의 Tables 4, 5, 6과 Figures 8 ~ 13에서 주어진다.

Fig. 9에서 보는 바와 같이 40D의 가진의 경우, 1.1 Hz 부근에서 음의 큰 동력장에 의한 스내핑 현상이 일어나며 곧 큰 동장력을 야기한다. 그러나 이보다 높은 주파수 영역에서는 동장력이 줄어들고 다시 2

**Fig. 6 Dynamic tension of a tether in axial excitation of 2Hz frequency and amplitude equal to 40 diameters**

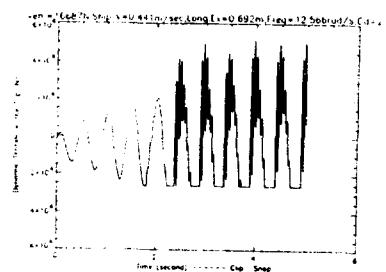


Fig. 7 Enlarged Fig. 6(a)

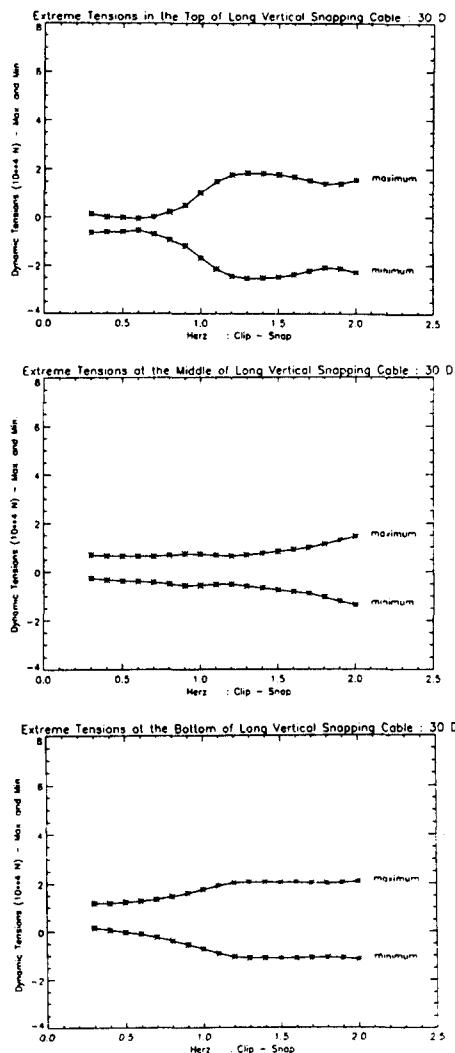
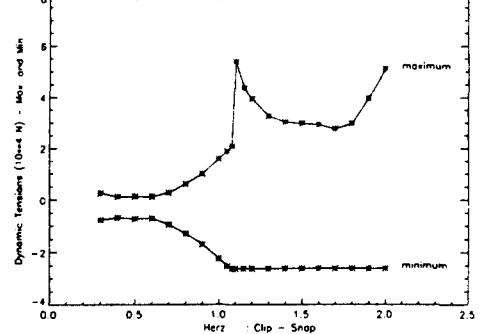
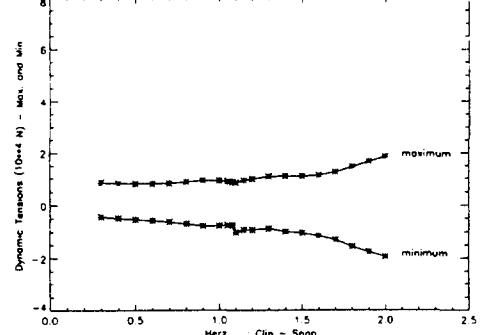


Fig. 8 Extreme dynamic tensions at the top, the middle, the bottom of a tether in axial excitation of amplitude equal to 30 diameters (No snapping)

Extreme Tensions in the Top of Long Vertical Snapping Cable : 40 D



Extreme Tensions at the Middle of Long Vertical Snapping Cable : 40 D



Extreme Tensions at the Bottom of Long Vertical Snapping Cable : 40 D

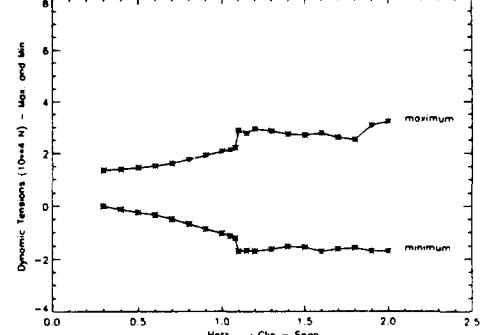


Fig. 9 Extreme dynamic tensions at the top, the middle, the bottom of a tether in axial excitation of amplitude equal to 40 diameters (Snapping Occurrence near 1.1Hz)

Hz에 이르러 증가현상을 다시 볼 수 있다. 이것은 이미 Suhara 등에 의해 chain의 계류력 시험에서 관찰된 바 있다[6].

## 8. 결 론

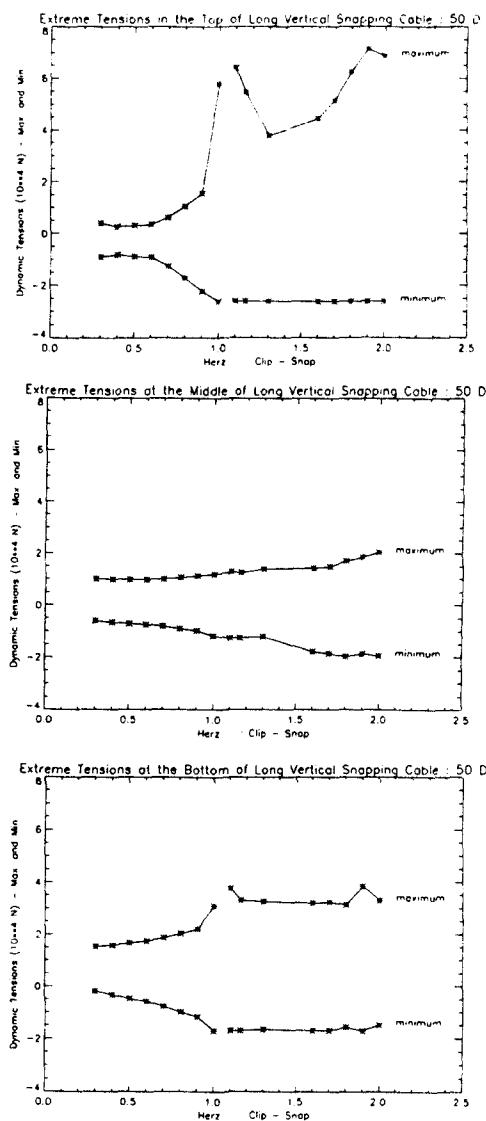


Fig. 10 Extreme dynamic tensions at the top, the middle, the bottom of a tether in axial excitation of amplitude equal to 50 diameters(Snapping Occurrence-near 1.1Hz)

케이블의 비선형 정적 해석 프로그램 개발에 의해  
긴 연직케이블-모선-잠수체 시스템의 정적모양을 계산  
하였고, 선형운동 방정식의 진동수 영역해석 결과로  
부터 케이블의 고유진동수를 계산하였다.

케이블 파단의 가장 큰 원인이 되는 스내핑(snap-  
ping) 현상의 규명을 위해 Clipping-off 모델을 사용  
하는 수치해석 프로그램을 완성하였다. 매우 큰 음의

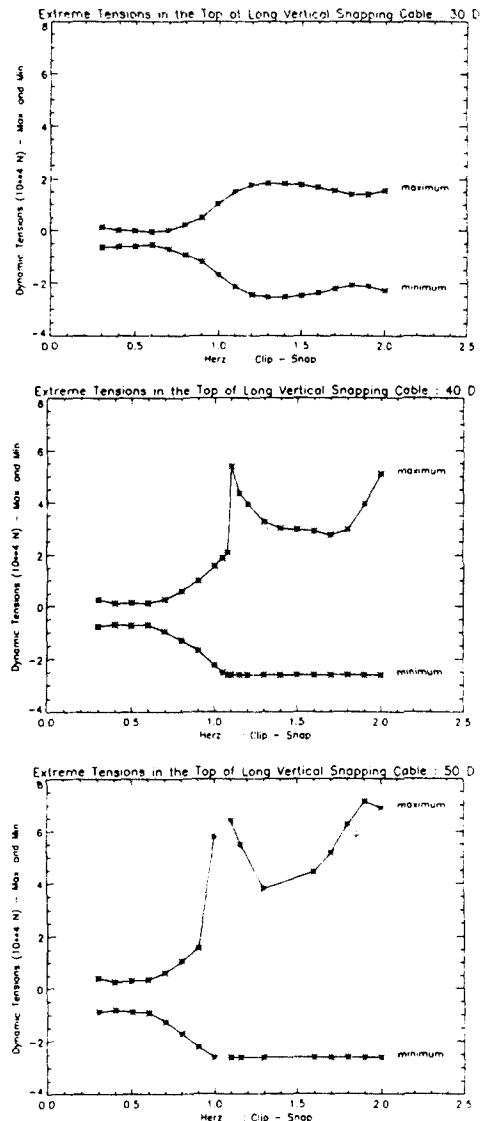


Fig. 11 Extreme dynamic tensions at the top, in axial ex-  
citation of the three different amplitudes of 30D,  
40D and 50D

동장력 발생으로 전체장력이 음이 되는 Slack-and-s-  
napping 현상을 위한 시뮬레이션이 가능해져 테더 케  
이블의 설계가 용이해졌다.

잠수정의 안전과 승무원의 생명, 고가의 장비 및 귀  
중한 자료의 안전한 회수는 테더 케이블의 훌륭한 성  
능(performance)에 달려 있음을 유의해야 할 때, 케  
이블의 설계 및 해석은 해중운동체 시스템 설계 단계

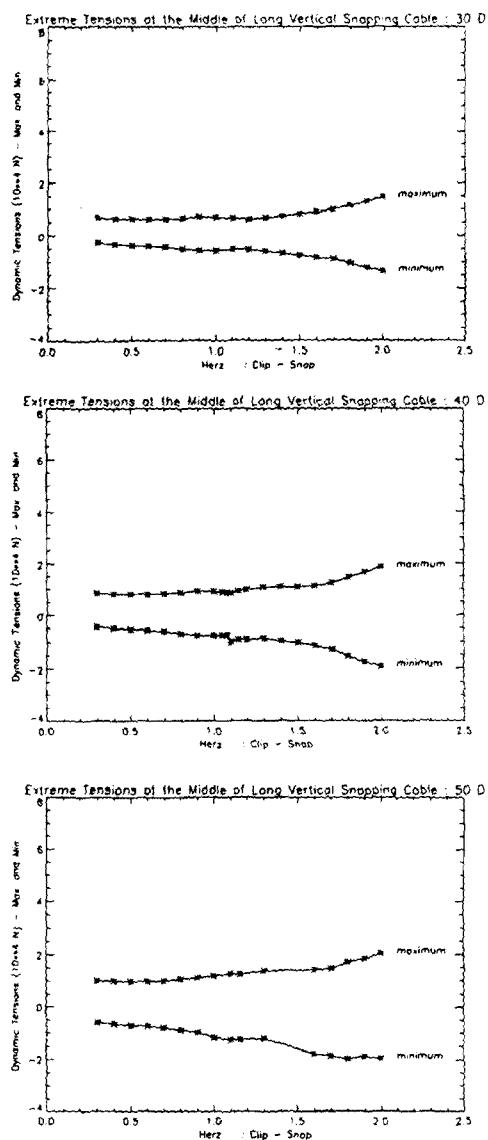


Fig. 12 Extreme dynamic tensions at the middle in axial excitation of the three different amplitudes of 30D, 40D and 50D

에서 매우 중요하게 다루어져야 할 부분이다.

### 후기

이 논문은 1991년 1993년도 한국과학재단 육성지 정과제연구 관리번호 KOSEF 91-07-03-2의 일부이며 동재단에 깊은 감사를 드린다.

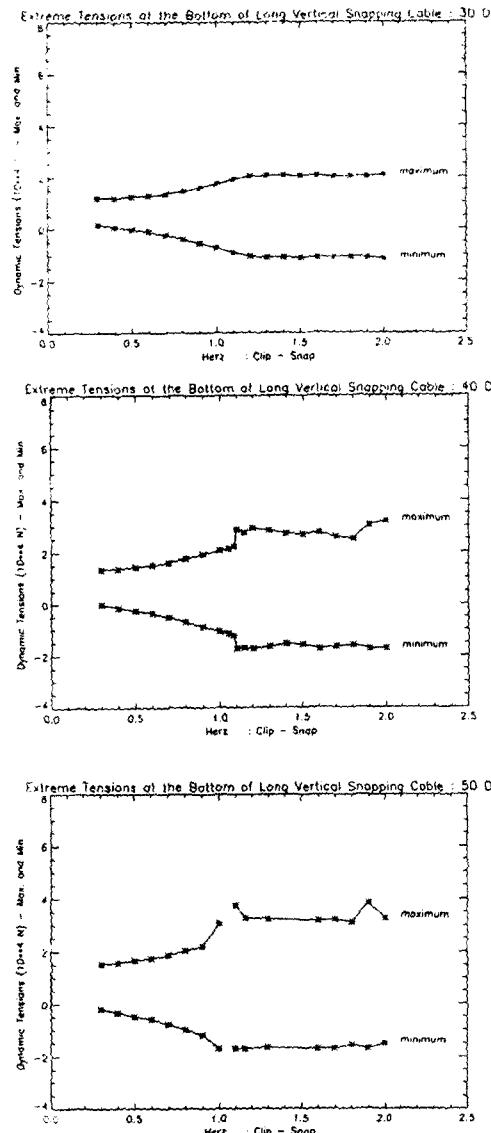


Fig. 13 Extreme dynamic tensions at the bottom in axial excitation of the three different amplitudes of 30D, 40D and 50D

### 참고문헌

- [1] Blieck, A., "Dynamic Analysis of Span Cables", Ph. D thesis, MIT, 1984
- [2] Shin, H., "Nonlinear Cable Dynamics", Ph. D thesis, MIT, 1987
- [3] Burgess, J. J., "Natural modes and Im-

**Table 4 Extreme values of dynamic tensions (x 10000 N) : 30 D**

Hz	freq. (rad/sec)	Top		Middle		Bottom	
		max.	min.	max.	min.	max.	min.
0.1	0.628	0.446	-0.469	0.912	-0.025	1.382	0.441
0.2	1.257	0.256	-0.608	0.753	-0.191	1.282	0.264
0.3	1.885	0.130	-0.643	0.682	-0.277	1.180	0.159
0.4	2.513	0.009	-0.330	0.648	-0.604	1.182	0.060
0.5	3.142	-0.024	-0.606	0.632	-0.372	1.225	-0.031
0.6	3.770	-0.061	-0.548	0.625	-0.400	1.268	-0.099
0.7	4.398	-0.003	-0.701	0.625	-0.444	1.335	-0.235
0.8	5.027	0.213	-0.931	0.661	-0.500	1.449	-0.390
0.9	5.655	0.484	-1.198	0.716	-0.574	1.584	-0.546
1.0	6.283	1.007	-1.696	0.702	-0.567	1.738	-0.724
1.1	6.912	1.473	-2.159	0.662	-0.527	1.905	-0.913
1.2	7.540	1.747	-2.450	0.630	-0.525	2.019	-1.050
1.3	8.168	1.826	-2.541	0.671	-0.593	2.054	-1.101
1.4	8.796	1.813	-2.538	0.738	-0.674	2.052	-1.104
1.5	9.425	1.761	-2.496	0.807	-0.752	2.046	-1.110
1.6	10.053	1.659	-2.389	0.882	-0.826	2.040	-1.107
1.7	10.681	1.519	-2.240	0.965	-0.904	2.025	-1.096
1.8	11.310	1.375	-2.100	1.118	-1.047	2.010	-1.085
1.9	11.938	1.389	-2.132	1.287	-1.222	2.029	-1.106
2.0	12.566	1.532	-2.296	1.430	-1.369	2.073	-1.160

**Table 5 Extreme values of dynamic tensions (x 10000 N) : 40 D**

Hz	freq. (rad/sec)	Top		Middle		Bottom	
		max.	min.	max.	min.	max.	min.
0.1	0.628	0.599	-0.625	1.068	-0.184	1.539	0.281
0.2	1.257	0.401	-0.755	0.911	-0.352	1.395	0.099
0.3	1.885	0.259	-0.772	0.843	-0.439	1.353	-0.014
0.4	2.513	0.119	-0.695	0.812	-0.495	1.376	-0.139
0.5	3.142	0.125	-0.736	0.801	-0.544	1.446	-0.254
0.6	3.770	0.113	-0.714	0.797	-0.573	1.501	-0.341
0.7	4.398	0.265	-0.951	0.807	-0.627	1.601	-0.505
0.8	5.027	0.286	-1.290	0.860	-0.702	1.746	-0.691
0.9	5.655	0.986	-1.678	0.920	-0.781	1.906	-0.878
1.0	6.283	1.573	-2.239	0.907	-0.773	2.056	-1.047
1.1	6.912	5.388	-2.620	0.839	-1.023	2.878	-1.698
1.2	7.540	3.948	-2.620	0.966	-0.929	2.929	-1.698
1.3	8.168	3.257	-2.620	1.066	-0.881	2.838	-1.631
1.4	8.796	3.023	-2.260	1.076	-0.989	2.710	-1.520
1.5	9.425	2.972	-2.620	1.077	-1.037	2.680	-1.554
1.6	10.053	2.920	-2.620	1.118	-1.150	2.756	-1.708
1.7	10.681	2.761	-2.620	1.238	-1.293	2.591	-1.625
1.8	11.310	2.954	-2.620	1.446	-1.569	2.058	-1.585
1.9	11.938	3.944	-2.620	1.651	-1.766	3.063	-1.698
2.0	12.566	5.088	-2.620	1.840	-1.948	2.326	-1.698

**Table 6 Extreme values of dynamic tensions (x 10000 N) : 50 D**

Hz	freq. (rad/sec)	Top		Middle		Bottom	
		max.	min.	max.	min.	max.	min.
0.1	0.628	0.751	-0.783	1.223	-0.345	1.697	0.118
0.2	1.257	0.545	-0.902	1.069	-0.513	1.558	-0.066
0.3	1.885	0.386	-0.900	1.003	-0.601	1.527	-0.188
0.4	2.513	0.255	-0.818	0.975	-0.661	1.572	-0.339
0.5	3.142	0.295	-0.888	0.971	-0.715	1.665	-0.478
0.6	3.770	0.332	-0.928	0.971	-0.747	1.738	-0.585
0.7	4.398	0.597	-1.267	0.990	-0.812	1.865	-0.776
0.8	5.027	1.041	-1.727	1.057	-0.903	2.036	-0.986
0.9	5.655	1.550	-2.228	1.117	-0.980	2.201	-1.181
1.0	6.283	5.771	-2.620	1.183	-1.172	3.078	-1.698
1.1	6.912	6.394	-2.620	1.269	-1.257	3.742	-1.698
1.2	7.540						
1.3	8.168	3.779	-2.620	1.379	-1.210	3.251	-1.661
1.4	8.796						
1.5	9.425						
1.6	10.053	4.428	-2.620	1.411	-1.787	3.193	-1.698
1.7	10.681	5.156	-2.620	1.475	-1.860	3.221	-1.698
1.8	11.310	6.241	-2.620	1.692	-1.978	3.130	-1.578
1.9	11.938	7.126	-2.620	1.846	-1.866	3.842	-1.698
2.0	12.566	6.870	-2.620	2.032	-1.954	3.279	-1.500

pulsive Motions of a Horizontal Shallow Sag Cable", Ph. D thesis, MIT, 1985

- [4] 신현경, "스내핑 케이블의 극단장력의 해석기법 개발-매개변수연구", 대한조선학회논문집 제29권 제4호, 1992
- [5] Yoerger D.R., Grosenbaugh M.A., Triantafyllou M.S. and Burgess J.J., "Drag Forces and Flow-included Vibrations of Long Vertical Tow Cable - Part I : Steady State Towing Conditions.", Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol 113, May 1991.
- [6] Suhara T., Koterayama W., Tasai F., Hiyama H., Sao K. and Watanabe K., "Dynamic Behavior and Tension of Oscillating Mooring Chain", OTC 4053, the 13th Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May, 1981