
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 32 卷 第 1 號 1995年 2月
 Transactions of the Society of
 Naval Architecture of Korea
 Vol. 32, No. 1, February 1995

두껍고 비대칭인 FRP면재를 갖는 Sandwich 평판의 구조해석

김익태*, 김기성**

A Structural Analysis of Sandwich Plate with Unsymmetrical FRP Thick Faces

by

Ik-Tai Kim* and Ki-Sung Kim**

요 약

선체의 중량을 감소시키기 위한 구조적인 형식중의 하나가 샌드위치 type이고 고속선의 면재는 F.R.P.와 Kevlar/Epoxy를, 심재로는 P.V.C.foam을 많이 사용한다. 본연구에서는 면재의 두께가 두껍고 윗면재와 아랫면재의 두께가 다른 비대칭인 경우에 대하여 Rayleigh-Ritz의 에너지방법으로 해석 하였다. 그리고 얇은 면재와의 비교를 위하여 등방성이고 중립축에 대칭인 평판을 기준하여 굽힘응력, 전단응력, 국부적인 굽힘응력, 막응력효과를 고려한 응력들을 면재2종류와 심재3종류에 대해서 비교하고 해석하였다.

Abstract

The structural behavior of sandwich plates with unsymmetrically thick faces are analysed using Raleigh-Ritz Energy method by comparing the bending stresses, shear stresses, local bending stresses, membrane stresses of skin and core materials including local bending effect. As for sandwich materials, the combination of two types of face materials and three types of core materials are used in the analysis.

발 표 : 1993년도 대한조선학회 추계연구발표회 ('93. 11. 13)

접수일자 : 1994년도 1월 10일, 재접수일자 : 1994년 6월 28일

* 정회원, 홍익대학교 조선해양공학과

** 정회원, 인하대학교 선박해양공학과

1. 서론

샌드위치 복합재료가 중량감소면에서는 많은 장점을 지니고 있지만 단점 중의 하나는 강재에 비해서 치질이 크기때문에 소형구조물을 대상으로 한 분야에서는 많은 진전을 이룩했으나 선박과 같은 대형구조물에 대한 응용이나 개발에서는 타분야에 비해 상당히 뒤지고 있다. 그 이유는 여러가지가 있으나 선박은 충돌이나 좌초 등의 상황을 고려하여 심재는 반듯이 방수이어야 하고 구조물의 구성상 평판 자체도 대형이기 때문에 어려울 수 밖에 없었다. 또한, 국내의 제작기술을 감안하면 공작대상물이 부분 불력을 만들어 조합시키는 조립공정을 사용할 수 없는 상황이어서 손으로 적층시키는 방법에 적절한 일체형의 Mold제작공법을 위한 것이어야 하고 적층면적이 상대적으로 다른분야 보다 넓으므로 경제성을 고려한다면 샌드위치 구조형식을 피할 수 밖에 없다.

특히, 샌드위치 구조형식 자체가 복합재료의 구성이고 선박에서 이용되어지고 있는 대부분의 면재는 F.R.P.와 심재로는 P.V.C. Foam이다. 실제 현장에서 샌드위치 선박을 적층 제작할 때는 Lamina의 방향성을 고려하지는 않았지만 최근의 고속선 제작에는 고강도의 일축방향 Kevlar까지도 사용하기 때문에 면재의 방향성까지도 고려하는 것이 타당하고 F.R.P.면재인 경우는 다른 복합재료에 비하여 경제적인 이점은 많으나 강도와 강성이 비교적 약하기 때문에 면재의 두께증가가 함께 병행하게 된다. 그리고 면재 및 면재와 심재사이의 경계를 접착시키는 수지들이 액상이어서 수직인 면들을 적층시킬 때는 수지가 Gel화 되는 동안 흘러 내리게되고 바닥면에서는 설계시에 얇은 두께의 평판이 제작후에는 두꺼운 면재를 갖는 평판으로 구성되게 된다.

본 연구에서는 두꺼운 면재를 대상으로 한 샌드위치 평판에서 윗면재와 아래면재의 두께를 달리한 경우를 택하여 일반적인 경계조건에 대해서 이론을 해석하였으나 분석을 위하여 선박건조에 많이 쓰이는 면재 3종류와 심재 2종류를 택하고 4변이 단순지지이고 상갑판 선루의 높이인 2.3m를 평판의 기본모델로 하여 Green Sea Force[7]인 25 KPa의 분포하중을 가하였다. 또한, 얇은 면재와의 비교를 위하여 면재의 두께와 중립축으로부터의 거리가 대칭이 되도록 구성하고 면재의 굽힘응력, 전단응력, 심재의 전단응력 및 처짐을 구했다.

2. 가정

두꺼운 면재에 대한 샌드위치 평판의 해석은 beam element에 대해서 Abel과 Popov[1]를 시작으로 Schmit와 Monforton[2] 및 Kolar와 Nemeec[3]등에 의해서 발전되어 오늘에 이르렀으나

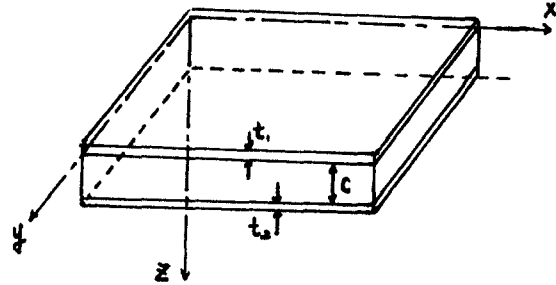


Fig. 1 Sandwich plate with thick unequal faces

발표된 문헌이나 정보는 극히 미미한 실정이고 Fig.1과 같은 두꺼운 면재의 샌드위치 구조해석은 면재자신의 중립축에 대한 굽힘 효과와 면재가 두꺼워지면 심재의 전단에도 영향을 주게 되므로 해석을 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) 면재와 심재의 접착은 완벽하다.
- 2) 면재는 직교이방성이고 심재는 등방성이며, 심재의 두께에 걸쳐서 일정한 전단력을 갖는 antiplane core 이다.
- 3) 심재는 면재에 비해서 굽힘강성이 매우 작기 때문에 심재의 굽힘효과는 무시한다.

3. 샌드위치 구조형식의 이론

3.1 심재의 변위

$$u = -\lambda(z-q) \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$v = -\mu(z-r) \frac{\partial w}{\partial y}$$

Fig.2에서 q는 x방향의 중립축과 면재 및 심재의 접착면 사이까지의 거리이고 r은 Y방향의 중립축과 면재 및 심재의 접착면 사이까지의 거리이다.

또한, λ 와 μ 는 X-, Y-방향에 대해서 면재와 심재의 두께에 대한 구성비율과 재료의 특성치에 따르는 양이고 면재와 심재의 재료 물성치와 두께가 다르지만 기하학적 거동은 함께하므로 이에대한 비율을 나타내는 무차원 양이다.

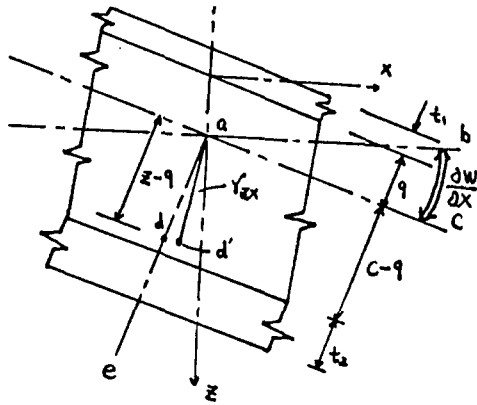


Fig. 2 Section through deflected sandwich plate in the ZX-plane

3.2 면재의 변위

upper face $u = (\lambda q - z) \frac{\partial w}{\partial x}$
 $v = (\mu r - z) \frac{\partial w}{\partial y}$

lower face $u = [\lambda(c-q) + z - c] \frac{\partial w}{\partial x}$
 $v = [\mu(c-r) + z - c] \frac{\partial w}{\partial y}$

3.3 심재의 전단변형도

$\gamma_{zx} = (1-\lambda) \frac{\partial w}{\partial x}$
 $\gamma_{yz} = (1-\mu) \frac{\partial w}{\partial y}$

3.4 윗 면재의 Membrane 변형도

$e_x = (\lambda q + \frac{t_1}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$
 $e_y = (\mu r + \frac{t_1}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$
 $\gamma_{xy} = (\lambda q + \mu r + t_1) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$

3.5 아랫 면재의 Membrane 변형도

$e_x = -[\lambda(c-q) + \frac{t_2}{2}] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$

$e_y = -(\mu(c-r) + \frac{t_2}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$
 $\gamma_{xy} = [\lambda(c-q) + \mu(c-r) + t_2] \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$

3.6 윗 면재의 굽힘변형도

$e_x = -(z + \frac{t_1}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$
 $e_y = -(z + \frac{t_1}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$
 $\gamma_{xy} = -2(z + \frac{t_1}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$

3.7 아랫면재의 굽힘변형도

$e_x = -(z - c - \frac{t_2}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$
 $e_y = -(z - c - \frac{t_2}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$
 $\gamma_{xy} = -2(z - c - \frac{t_2}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$

4. 변형 에너지

탄성체의 변형 에너지에 대한 일반식으로부터 $\sigma_z = 0$ 인 가정조건을 사용하여 여러가지 경계조건에 대한 샌드위치 평판의 변형 에너지식을 다음과 같다.

$$U = \int_v \frac{(E_x e_x^2 + E_y e_y^2 + 2E_y \gamma_{xy} e_x e_y)}{2g} dv + \int_v \frac{(\tau_{xy} \gamma_{xy}^2 + G_{zx} \gamma_{zx}^2)}{2} dv$$

여기서 g 는 $(1 - \nu_x \nu_y)$ 이다.

4.1 심재의 전단변형 에너지

$$U_c = \frac{c}{2} \int_A [G_{zx} (1-\lambda)^2 (\frac{\partial w}{\partial x})^2 + G_{yz} (1-\mu)^2 (\frac{\partial w}{\partial y})^2] dA$$

4.2 윗 면재의 Membrane 변형 에너지

Membrane 응력이나 변형도는 두께 t_1 에 대해서 일정하므로 e_x, e_y, γ_{xy} 만 남고 γ_{zx}, γ_{zy} 는 0 이다.

$$\begin{aligned}
 U_{fm1} = & \frac{t_1}{2g} \int_A [E_x (\lambda q + \frac{t_1}{2})^2 (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})^2 \\
 & + E_y (\mu r + \frac{t_1}{2})^2 (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2 \\
 & + 2 E_x \gamma_y (\lambda q + \frac{t_1}{2}) (\mu r + \frac{t_1}{2}) \times \\
 & \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}] dA \\
 & + \frac{t_1}{2} \int_A G_{xy} (\lambda q + \mu r + t_1)^2 \times \\
 & \quad (\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})^2 dA
 \end{aligned}$$

4.3 아랫 면재의 Membrane 변형에너지

$$\begin{aligned}
 U_{fm2} = & \frac{t_2}{2g} \int_A [E_x (\lambda(c-q) + \frac{t_2}{2})^2 (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})^2 \\
 & + E_y (\mu(c-r) + \frac{t_2}{2})^2 (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2 \\
 & + 2 E_x \gamma_y (\lambda(c-q) + \frac{t_2}{2}) \times \\
 & \quad (\mu(c-r) + \frac{t_2}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}] dA \\
 & + \frac{t_2}{2} \int_A G_{xy} (\lambda(c-q) + \mu(c-r) + t_2)^2 \\
 & \quad (\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})^2 dA
 \end{aligned}$$

4.4 윗 면재의 굽힘 변형 에너지

$$\begin{aligned}
 U_{fb1} = & \frac{t_1^3}{24g} \int_A [E_x (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})^2 + E_y (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2 \\
 & + 2 E_x \gamma_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}] dA \\
 & + \frac{t_1^3}{6} \int_A G_{xy} (\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})^2 dA
 \end{aligned}$$

4.5 아래면재의 굽힘 변형 에너지

$$\begin{aligned}
 U_{fb2} = & \frac{t_2^3}{24g} \int_A [E_x (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})^2 + E_y (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2 \\
 & + 2 E_x \gamma_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}] dA \\
 & + \frac{t_2^3}{6} \int_A G_{xy} (\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})^2 dA
 \end{aligned}$$

4.6 Potential 에너지

단위 면적당 등분포하중 q를 받고 있는 평판의 Potential 에너지는 다음과 같다.

$$V = -q \int_A w dA$$

5. 전체 에너지의 최소화

샌드위치 평판의 처짐을 다음과 같이 가정한다.

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \phi_m(x) \psi_n(y)$$

여기서, $\phi_m(x)$, $\psi_n(y)$ 는 각각 x와 y의 함수이다.

이상에서 표현한 λ , μ , q , r 는 각각 서로 다른 모드의 m,n에 대하여 서로 다른 값을 가진다.

$$\int_A (\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2})^2 \phi_n^2 dA = (i_1)_{mn}$$

$$\int_A \phi_m^2 (\frac{\partial^2 \psi_n}{\partial y^2})^2 dA = (i_2)_{mn}$$

$$\int_A (\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \psi_n) (\phi_m \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial y^2}) dA = (i_3)_{mn}$$

$$\int_A (\frac{\partial \phi_m}{\partial x} \frac{\partial \psi_n}{\partial y})^2 dA = (i_4)_{mn}$$

$$\int_A (\frac{\partial \phi_m}{\partial x})^2 \psi_n^2 dA = (i_5)_{mn}$$

$$\int_A \phi_m^2 (\frac{\partial \psi_n}{\partial y})^2 dA = (i_6)_{mn}$$

$$\int_A \phi_m \psi_n dA = (i_7)_{mn}$$

함수 ϕ 와 ψ 에 대한 적분값인 i_1 에서 부터 i_7 은 각각의 지지조건에 따라서 얻어진다.

전체 에너지 $T = U + V$ 이고 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T = & U_c + U_{fm1} + U_{fm2} + U_{fb1} + U_{fb2} + V_1 + V_2 \\
 = & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [a_{mn}^2 f(\lambda_{mn}, \mu_{mn}, \lambda_{mn} q_{mn}, \mu_{mn} r_{mn}) \\
 & - q a_{mn} (i_7)_{mn}]
 \end{aligned}$$

수식의 생략을 위하여 다음과 같이 다시쓰면,

$$(b_1)_{mn} = \frac{E_x}{g} (i_1)_{mn}, \quad (b_2)_{mn} = \frac{E_y}{g} (i_2)_{mn}$$

$$(b_3)_{mn} = \frac{E_x \gamma_y}{g} (i_3)_{mn}, \quad (b_4)_{mn} = G_{xy} (i_4)_{mn}$$

$$(b_5)_{mn} = G_{zx} (i_5)_{mn}, \quad (b_6)_{mn} = G_{yz} (i_6)_{mn}$$

전체 에너지의 최소화를 위해서 조건식을 정리하면,

$$\begin{aligned}
 f(\lambda_{mn}, \mu_{mn}, \lambda_{mn}q_{mn}, \mu_{mn}r_{mn}) = & \\
 & \frac{c}{2} [(1-\lambda)^2 b_5 + (1-\mu)^2 b_6] \\
 & + \frac{t_1}{2} [(\lambda q + \frac{t_1}{2})^2 b_1 + (\mu r + \frac{t_1}{2})^2 b_2 \\
 & + 2(\frac{\lambda q + t_1}{2})(\mu r + \frac{t_1}{2}) b_3 \\
 & + (\lambda q + \mu r + t_1)^2 b_4] \\
 & + \frac{t_2}{2} (\mu c - \mu r + \frac{t_2}{2}) b_3 \\
 & + (\lambda c - \lambda q + \mu c - \mu r + t_2)^2 b_4] \\
 & + \frac{t_1^3}{24} [b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4] \\
 & + \frac{t_2^3}{24} [b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4]
 \end{aligned}$$

위식의 전체에너지
 (T)_{mn} = f(λ_{mn}, μ_{mn}, λ_{mn}q_{mn}, μ_{mn}r_{mn})
 을 λ_{mn}, μ_{mn}, λ_{mn}q_{mn}, μ_{mn}r_{mn} 으로 최소화시키면

$$\begin{aligned}
 & f(\lambda_{mn}, \mu_{mn}, \lambda_{mn}q_{mn}, \mu_{mn}r_{mn}) \\
 & = f(x_1, x_2, x_3, x_4) \\
 & = \sum c_{ij} x_i^2 + 2 \sum_{j>i} c_{ij} x_i x_j + 2 \sum c_i x_i + c_0
 \end{aligned}$$

이고 i, j = 1, 2, 3, 4 이며 x₁ = λ_{mn},
 x₂ = μ_{mn}, x₃ = λ_{mn}q_{mn}, x₄ = μ_{mn}r_{mn} 이다.

위식을 x₁, x₂, x₃, x₄ 로 편미분하고 0
 으로 놓으면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial x_1} &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 + c_{14}x_4 + c_1 = 0 \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial x_2} &= c_{12}x_1 + c_{22}x_2 + c_{23}x_3 + c_{24}x_4 + c_2 = 0 \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial x_3} &= c_{13}x_1 + c_{23}x_2 + c_{33}x_3 + c_{34}x_4 + c_3 = 0 \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial x_4} &= c_{14}x_1 + c_{24}x_2 + c_{34}x_3 + c_{44}x_4 + c_4 = 0
 \end{aligned}$$

x₁, x₂, x₃, x₄ 에 대해서 정리하면,
 $\sum c_{ij} x_i^2 + 2 \sum_{j>i} c_{ij} x_i x_j + \sum c_i x_i = 0$ 이다.
 f(λ_{mn}, μ_{mn}, λ_{mn}q_{mn}, μ_{mn}r_{mn}) 을 다시 정리하면,
 f(λ_{mn}, μ_{mn}, λ_{mn}q_{mn}, μ_{mn}r_{mn})_{min} = c₀ + ∑ c_i x_i

이다. 이상의 해는

$$\begin{aligned}
 x_1 &= -\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \\
 x_3 &= \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad x_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta} \text{ 이고}
 \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} c_1 & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_2 & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_3 & c_{23} & c_{33} & c_{34} \\ c_4 & c_{24} & c_{34} & c_{44} \end{vmatrix}$$

이다.

이상의 결과를 종합하면,

$$\begin{aligned}
 f(\lambda_{mn}, \mu_{mn}, \lambda_{mn}q_{mn}, \mu_{mn}r_{mn})_{\min} \\
 = c_0 - \frac{1}{\Delta} \sum c_i \Delta_i \text{ 이고,}
 \end{aligned}$$

c₀, c_i, c_{ij}의 값은 첨자 mn을 생략하고 다음
 과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= \frac{c}{2} b_5 + \frac{c^2 t_2}{2} (b_1 + b_4) \\
 c_{22} &= \frac{c}{2} b_6 + \frac{c^2 t_2}{2} (b_2 + b_4) \\
 c_{33} &= \frac{t_1}{2} (b_1 + b_4) + \frac{t_2}{2} (b_1 + b_4) \\
 c_{44} &= \frac{t_1}{2} (b_2 + b_4) + \frac{t_2}{2} (b_2 + b_4) \\
 2c_{12} &= c^2 t_2 (b_3 + b_4) \\
 2c_{13} &= -c t_2 (b_1 + b_4) \\
 2c_{14} &= -c t_2 (b_3 + b_4) \\
 2c_{23} &= -c t_2 (b_3 + b_4) \\
 2c_{24} &= -c t_2 (b_2 + b_4) \\
 2c_{34} &= t_1 (b_3 + b_4) + t_2 (b_3 + b_4) \\
 2c_1 &= -c b_5 + \frac{c t_2^2}{2} (b_1 + b_3 + 2b_4) \\
 2c_2 &= -c b_6 + \frac{c t_2^2}{2} (b_2 + b_3 + 2b_4)
 \end{aligned}$$

$$2c_3 = \frac{t_1^2}{2}(b_1 + b_3 + 2b_4) - \frac{t_2^2}{2}(b_1 + b_3 + 2b_4)$$

$$2c_4 = \frac{t_1^2}{2}(b_2 + b_3 + 2b_4) - \frac{t_2^2}{2}(b_2 + b_3 + 2b_4)$$

$$c_0 = \frac{c}{2}(b_5 + b_6) - \frac{t_1^3}{8}(b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4) + \frac{t_2^3}{8}(b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4) + \frac{t_1^3}{24}(b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4) + \frac{t_2^3}{24}(b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4)$$

전체에너지를 표현식을 다시 나타내면,

$$(T) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ a_{mn}^2 f_{\min}(\lambda_{mn}, \mu_{mn}, \lambda_{mn}q_{mn}, \mu_{mn}r_{mn}) - qa_{mn}(i_7)_{mn} \}$$

$$a_{mn} = \frac{q(i_7)_{mn}}{2f_{\min}(\lambda_{mn}, \mu_{mn}, \lambda_{mn}q_{mn}, \mu_{mn}r_{mn})_{\min}}$$

6. 면재와 심재가 등방성이고 단순지지인 경우

심재와 면재가 등방성이므로 $G_{yz} = G_{zx} = G$ 이고 $E_x = E_y = E$; $G_{xy} = \frac{E}{2(1 + \nu)}$; $g = 1 - \nu^2$ 이다.

단순지지에 적절한 처짐함수를 나타내면,

$$\phi_m(x) = \sin \frac{m\pi x}{a}, \quad \phi_n(y) = \sin \frac{n\pi y}{b}$$

이고 중립축에 대해서 두개의 면재가 대칭이라면 $q = r = \frac{c}{2}$ 이고 $\lambda = \mu$ 이다.

$$(b_1)_{mn} = \frac{E}{g} \pi^4 \frac{m^4}{a^4} \frac{ab}{4}$$

$$(b_2)_{mn} = \frac{E}{g} \pi^4 \frac{n^4}{b^4} \frac{ab}{4}$$

$$(b_3)_{mn} = \frac{E\nu}{g} \pi^4 \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \frac{ab}{4}$$

$$(b_4)_{mn} = \frac{E(1-\nu)}{2g} \pi^4 \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \frac{ab}{4}$$

$$(b_5)_{mn} = G\pi^2 \frac{m^2}{a^2} \frac{ab}{4}$$

$$(b_6)_{mn} = G\pi^2 \frac{n^2}{b^2} \frac{ab}{4}$$

전체에너지를 다시 표현하면,

$$f(\lambda_{mn}) = c_{11}\lambda_{mn}^2 + 2c_1\lambda_{mn} + c_0$$

여기서

$$c_{11} = \frac{c}{2}(b_5 + b_6) + \frac{c^2 t}{4}(b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4)$$

$$c_1 = -\frac{c}{2}(b_5 + b_6) + \frac{ct^2}{4}(b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4)$$

$$c_0 = \frac{c}{2}(b_5 + b_6) + \frac{t^2}{3}(b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4)$$

간략하게 표현하면,

$$b_5 + b_6 = \frac{\pi^2}{b^2} \frac{Gab}{4} \Omega$$

$$b_1 + b_2 + 2b_3 + 4b_4 = \frac{\pi^4}{b^4} \frac{G}{g} \frac{ab}{4} \Omega$$

$$\Omega = m^2 \frac{b^2}{a^2} + n^2$$

$$f(\lambda_{mn})_{\min} = \frac{\pi^4 E d^2 t a}{16 g b^3} \left\{ \frac{1}{1 + \rho \Omega} + \frac{t^2}{3 d^2} \right\}$$

$$\text{여기서, } \rho = \frac{\pi^2}{b^2} \frac{E}{G} \frac{ct}{2g}$$

$$\lambda_{mn} = \frac{1 - \frac{t}{c} \rho \Omega}{1 + \rho \Omega}$$

$$a_{mn} = \frac{16 q b^4}{\pi^6 m n D^2} \frac{\xi}{\Omega^2} \quad (m, n = 1, 3, 5, \dots)$$

$$\frac{1}{\xi} = \left[\frac{1}{1 + \rho \Omega} + \frac{t^2}{3 d^2} \right]$$

6.1 처짐

$$w = \frac{q b^4}{D^2} \alpha_1$$

6.2 면재의 Membrane 응력

$$\sigma_x = \frac{qb^2}{dt}(a_3 + \nu a_4)$$

$$\sigma_y = \frac{qb^2}{dt}(a_4 + \nu a_3)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{qb^2}{dt}(1-\nu)a_5$$

6.3 심재의 전단응력

$$\tau_{zx} = -\frac{qb}{d} a_6$$

$$\tau_{yz} = -\frac{qb}{d} a_7$$

6.4 면재의 극부굽힘 응력

$$\sigma_x = \frac{3qb^2}{t^2}(a_8 + \nu a_9)$$

$$\sigma_y = \frac{3qb^2}{t^2}(a_9 + \nu a_8)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{3qb^2}{t^2}(1-\nu)a_{10}$$

샌드위치 평판의 가로-세로 비 ($\frac{a}{b}$)와 $\frac{t}{b}$ 및 ρ 의 향으로 무차원화 시켜서 표현하면 다음과 같다.

$$a_1 = \frac{16}{\pi^6} \sum \sum \frac{\xi}{mn\Omega^2} (-1)^{\frac{(m-1)}{2}} (-1)^{\frac{(n-1)}{2}}$$

$$a_3 = \frac{16}{\pi^4} \sum \sum \frac{\xi}{\Omega^2(1+\rho\Omega)} \frac{m}{n} \frac{b^2}{a^2} \times (-1)^{\frac{(m-1)}{2}} (-1)^{\frac{(n-1)}{2}}$$

$$a_4 = \frac{16}{\pi^4} \sum \sum \frac{\xi}{\Omega^2(1+\rho\Omega)} \frac{m}{n} \times (-1)^{\frac{(m-1)}{2}} (-1)^{\frac{(n-1)}{2}}$$

$$a_5 = \frac{16}{\pi^4} \sum \sum \frac{\xi}{\Omega^2(1+\rho\Omega)} \frac{b}{a}$$

$$a_6 = \frac{16}{\pi^3} \sum \sum \frac{\xi}{\Omega(1+\rho\Omega)} \frac{1}{n} \frac{b}{a} (-1)^{\frac{(n-1)}{2}}$$

$$a_7 = \frac{16}{\pi^3} \sum \sum \frac{\xi}{\Omega(1+\rho\Omega)} \frac{1}{m} (-1)^{\frac{(m-1)}{2}}$$

$$a_8 = \frac{16}{\pi^4} \frac{t^2}{3d^2} \times \sum \sum \frac{\xi}{\Omega^2} \frac{m}{n} \frac{b^2}{a^2} (-1)^{\frac{(m-1)}{2}} (-1)^{\frac{(n-1)}{2}}$$

$$a_9 = \frac{16}{\pi^4} \frac{t^2}{3d^2} \times \sum \sum \frac{\xi}{\Omega^2} \frac{n}{m} (-1)^{\frac{(m-1)}{2}} (-1)^{\frac{(n-1)}{2}}$$

$$a_{10} = \frac{16}{\pi^4} \frac{t^2}{3d^2} \sum \sum \frac{\xi}{\Omega^2} \frac{b}{a}$$

m,n = 1, 3, 5, ... 이다.

7. 계산 결과 및 고찰

Table 1 Mechanical Properties of Faces

Materials	E _f (bend) (GPa)	density (g/cm ³)	ν _f	V _f
Chopped Strand Mat/Polyester	5.53	1.54	0.32	0.200
Woven Roving /Polyester	13.95	2.60	0.25	0.350
Kevlar 49 /Epoxy	18.40	1.30	0.35	0.386

E_c : Young's modulus of core
ν_c : Poisson's ratio of core
G_c : Shear Modulus of core

Table 2 Mechanical Properties of Core

Materials	E _c (MPa)	density (g/cm ³)	ν _c	G _c (MPa)
PolyVinyl Chloride	55.16	0.100	0.1	27.58
Divinycell (H100)	105.0	0.100	0.1	40.00

E_c : Young's modulus of core
ν_c : Poisson's ratio of core
G_c : Shear Modulus of core

Table 1에서 면재의 물성치중 V_f는 섬유 volume fraction이고 E_f는 면재의 굽힘 탄성계수이고 Table 2는 심재의 재료물성치이다.

Table 3과 Table 4 및 Fig.3은 가로와 세로의 길이가 230cm인 면재와 심재의 두께를 얇은 면재

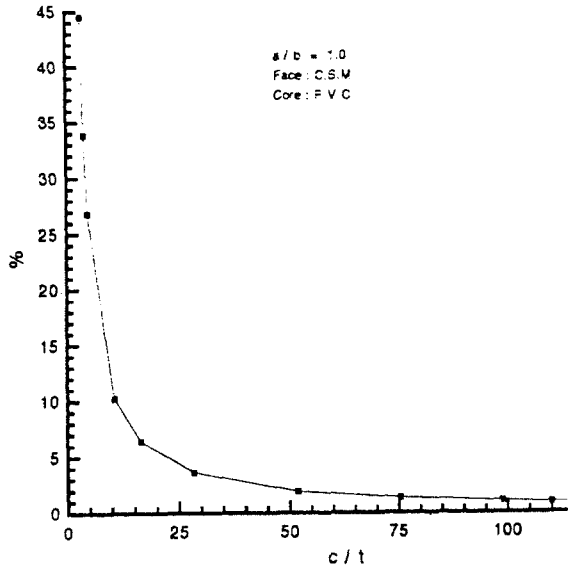


Fig. 3 Ratio of local bending stress according to c/t

와 두꺼운 면재의 기준인 $c/t=4.77$ 과 얇은 면재와 매우 얇은 면재의 기준인 $c/t=99$ 를 등분하고 각각 면재의 두께를 c/t 가 3.3과 130까지 확장하여 얇은 면재와 두꺼운 면재의 이론을 적용시켰다. Table 4에서 $(\sigma_b)_{local}$ 과 $(\sigma_b)_{direct}$ 는 각각 국부굽힘응력과 굽힘응력을 나타내고 있고 굽힘응력은 c/t 가 130부터 28.33까지는 거의 같은 값이고 4.77이하에서부터 차이를 보이고있다. 즉,국부굽힘응력 $(\sigma_b)_{local}$ 이 두꺼운 면재의 해석에서는 포함되고 있으나 c/t 가 130부터 28.33까지는 굽힘응력의 값은 높은데 반하여 국부굽힘응력값이 상대적으로 작기 때문에 국부적인 굽힘의 효과가 나타나지 않고 있다. 이와는 반대로 c/t 가 4.77에서는 굽힘응력과 국부굽힘응력과의 백분율이 4.77을 기준으로 크게 증가하고 있으므로 4.77이하에서는 국부굽힘의 영향을 받아서 얇은면재와 두꺼운 면재사이의 계산값에 차이가 나타나고 있다.이러한 결과의 세부적인 추정을 위해서 Fig.3에 나타냈다. Table 3은 3종류의 면재와 2종류의 심재를 조합해서 $a/b=1.0$ 이고 면재와 심재의 두께는 $c/t=4.77$ 의 경계인 5cm와 1.04cm로 했을때 σ_b 와 $(\sigma_b)_m$ 및 $(\sigma_b)_L$ 은 각각 면재의 굽힘응력과 membrane효과를 포함한 응력, 면재자신의 축에 대한 국부굽힘응력이고 $(\tau_{xy})_d$ 와 $(\tau_{xy})_L$ 은 XY평면에서의 전단응력과 국부적인 전단응력이며 (τ_c) 는 심재의 YZ,XZ평면에서의 전단응력이다. 여기서 Kevlar의 경우 면재의 $(\tau_{xy})_d$ 와 $(\tau_{xy})_L$ 은 각각 3.56MPa과 2.76MPa인데 반하여 심재

의 (τ_c) 는 0.30MPa이다. 이것은 면재의 두께가 두꺼워지면 심재의 전단에도 영향을 주고있는 결과이다. 그리고 처짐항의 백분율은 길이 230 cm에 대한 처짐량의 비율이다.

Table. 3 Comparison of the results for combined materials

단위: Mpa

구분	C. S. M		W. R		Kevlar	
	PVC	Div-Cell	PVC	Div-Cell	PVC	Div-Cell
σ_b	9.87	9.99	8.83	9.10	9.14	9.56
$(\sigma_b)_m$	10.25 (3.7%)	10.25 (2.5%)	9.68 (8.8%)	9.69 (6.1%)	10.44 (12.5%)	10.45 (8.5%)
$(\sigma_b)_L$	2.08	1.98	2.38	2.16	2.87	2.55
$(\tau_{xy})_d$	5.04	5.23	4.68	5.13	3.56	4.09
$(\tau_{xy})_L$	1.71	1.54	2.68	2.27	2.76	2.29
$(\tau_m)_c$	0.31	0.31	0.30	0.30	0.99	0.30
Displ't (cm)	2.87 (1.30%)	2.72 (1.18%)	1.46 (0.64%)	1.32 (0.57%)	1.17 (0.51%)	1.03 (0.45%)
Weight (kg/m ²)	37.19	37.19	59.34	59.34	32.17	32.17

Table. 4 Comparison of bending stress for thin & thick theory

단위: Mpa

C/T	$(\sigma_b)_{direct}$		$(\sigma_b)_{local}$
	Thin	Thick	Thick
130.00	349.8	349.8	2.677 (0.77%)
110.00	294.9	294.9	2.677 (0.90%)
99.00	259.9	259.9	2.676 (1.03%)
75.44	200.3	200.2	2.675 (1.34%)
51.88	139.8	139.7	2.674 (1.91%)
28.33	73.5	73.3	2.669 (3.64%)
4.77	10.6	9.5	2.546 (26.80%)
4.00	8.6	7.4	2.503 (33.82%)
3.30	6.9	5.5	2.446 (44.47%)

8. 결론

두꺼운 면재에 대한 샌드위치 평판의 구조거동을 해석한 결과 면재자신축에 대한 국부굽힘효과는 c/t 가 4.77을 기준으로 급격히 증가하고 4.77이하에서는 전체굽힘의 25 %이상을 차지한다. 이결과는 c/t 가 4.77이상일 때는 면재의 국부굽힘효과를 고려한 두꺼운 면재의 식을 사용하여야하고 상대적으로 심재의 전단은 면재가 두꺼워졌기 때문에 심재의 전단효과가 감소한다.

후 기

이 논문은 1992년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며 관계자 여러분께 깊은 감사를 표합니다.

참 고 문 헌

- [1] Abel, J.F., and Popov, E.P., "Static and Dynamic Finite Element Analysis of Sandwich Structures," *Proc. Conf. Matrix Meth. Struct. Mech.*, Wright-Patterson A.F.B., Ohio, 213-245P. 1969.
- [2] Monforton, G.R., "Stiffness Matrix for Sandwich Beams with Thick Anisotropic Laminated Faces," *Comp. and Struc.*, Vol.10, pp. 547-551. 1979.
- [3] Kolar, V., and Nemeč, I., "The Efficient Finite Element Analysis of Rectangular and Skew Laminated Plate", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol.7, pp309-323 . 1973
- [4] Allen, H.G., *Analysis and design of Structural Sandwich Panels*, Pergamon Press, 1969.
- [5] Hancox, N.L., *Fiber Composite Hybrid Materials*, Applied Science Publishers Ltd, 1981.
- [6] Det Norske Veritas, *Tentative Rules for Classification of High Speed and Light Craft*, Part3, 1991.
- [7] Smith, C. S., and Chalmers, D. W., "Design of Ship Superstructures in Fiber Reinforced Plastic," *The Royal Institution of Naval Arch.* Apr., 16, 1986.
- [8] 김기성, 김익태, 김윤영., "고정지지된 sandwich 평판의 최적설계에 관한 연구", 대한조선학회 논문집, 제29권, 제2호, 1992.