

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第 32 卷 第 1 號 1995年 2月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architecture of Korea  
 Vol. 32, No. 1, February 1995

## 수중충격하중을 받는 선체구조의 충격 및 파손 해석

정기태\*, 김경수\*\*, 김영복\*\*\*

### The Shock and Fracture Analysis of Ship Structure Subject to Underwater Shock Loading

by

Kie-Tae Chung\*, Kyung-Su Kim\*\* and Young-Bok Kim\*\*\*

#### 요 약

수중폭발을 받게 되는 해군 함정이나 충격하중을 받게 되는 초고속선의 구조에 대한 내충격 파손해석을 거시해석(global or macro analysis)과 미시해석(fine or micro analysis)의 두 단계로 나누어 수행하였다. 거시해석은 이중근사기법(DAA : Doubly Asymptotic Approximation)을 이용하였다. 심한 충격하중을 받는 구조는 주로 세 가지 파괴모드를 나타내는데 이는 충격후기에 주로 나타나는 동소성좌굴(Dynamic plastic buckling)에 기인하는 소성대변형과 충격초기에 주로 나타나는 인장 파괴(Tensile tearing failure)와 횡전단파괴(Transverse shear failure)가 있다.

본 논문의 미시해석에서는 잠수구조의 종보강재에 충격압력이 가해진 경우에 대하여 응력파(stress wave)의 파급과 이 응력파와 균열과의 상호작용에 의한 동적응력강도계수  $K_I(t)$ 을 계산함으로써 인장 파괴모드(Tensile tearing failure mode)해석을 수행하였다.

특히, 동적응력강도계수  $K_I(t)$ 의 계산에 있어서 실험적 방법으로 널리 사용되는 shadow optical method of caustic로부터 개발된 numerical caustic method를 사용하였다. 본 논문의 충격파손해석 수치예로서 해석모델을 완전잠수주상체로 잡고 거시해석을 수행한 후 이로부터 구한 충격압력을 입력자료로 하여 종보강재에 대하여 미시해석을 수행하였다.

#### Abstract

The shock fracture analysis for the structures of navy vessels subject to underwater

---

발 표 : 1994년도 대한조선학회 추계연구발표회(1994. 11. 12)

접수일자 : 1994년 12월 12일, 재접수일자 : 1995년 1월 25일

\* 정회원, 충남대학교 선박해양공학과

\*\* 정회원, 인하대학교 선박해양공학과

\*\*\* 정회원, (사)한국선급 기술연구소

explosions or of high speed vessels frequently subject to impact loads has been carried out in two steps such as the global or macro analysis and the fine or micro analysis. In the macro analysis, Doubly Asymptotic Approximation(DAA) has been applied.

The three main failure modes of structure members subject to strong shock loading are late time fracture mode such as plastic large deformation mainly due to dynamic plastic buckling, and the early time fracture mode such as tensile tearing failure or transverse shear failure. In this paper, the tensile tearing failure mode is numerically analyzed for the micro analysis by calculating the dynamic stress intensity factor  $K_I(t)$ , which shows the relation between stress wave and crack propagation on the longitudinal stiffener of the model. Especially, in calculating this factor, the numerical caustic method developed from shadow optical method of caustic well known as experimental method is used. The fully submerged vessel is adopted for the macro analysis at first, of which the longitudinal stiffener, subject to early shock pressure time history calculated in macro analysis, is adopted for the micro analysis.

## 1. 서론

선박구조 중 특히 충격하중을 많이 받게 되는 수중 폭발을 받는 해군 함정이나 초고속선의 구조에 대한 내충격 파손해석은 실제 이들 선박구조 설계 및 해석의 핵심 기술로 대두되고 있다. 특히 최근 국내에서 초고속선 건조에 대한 열기가 일기 시작하고 함정을 자체 설계 건조하면서 해군뿐 아니라 조선소도 이러한 선박구조의 내충격 파손해석에 대한 관심이 높아지고 있다.

본 논문에서는 내충격 파손 해석을 거시해석(global or macro analysis)과 미시해석(fine or micro analysis)의 두 단계로 나누어 수행하였다. 거시해석은 구조가 파괴되지 않은 상태를 가정하여 수행되며 특히 미해군에서는 함정의 내충격해석에 오래전부터 이중근사기법(DAA : Doubly Asymptotic Approximation)을 이용하고 있으며 국내에서도 최근 수년간 주로 이 해석방법기법을 이용한 내충격 해석이 주로 연구되었었다. 그러나 현재 국제적으로는 DYTRAN등의 package program을 이용한 유체·구조 모두를 3차원으로 해석하려는 추세이다. 심한 충격하중을 받는 구조는 주로 세 가지 파괴모드를 나타내는데 이는 충격후기에 주로 나타나는 동소성좌굴(Dynamic plastic buckling)에 기인하는 소성대변형과 충격초기에 주로 나타나는 인장 파괴(Tensile tearing failure)와 횡전단파괴(Transverse shear failure)가 있다.

본 논문의 미시해석에서는 잠수구조의 종보강재에 충격압력이 가해진 경우의 파괴 모드중 충격초기 수

msec 내에 강한 충격압력을 받는 인장파괴에 대하여 파괴역학적 해석을 수행하였다. 즉 보강재 구조내에서의 응력파(stress wave)의 파급과 이 응력파와 균열파의 상호작용에 의한 동적응력강도계수  $K_I(t)$ 의 계산에 있어서 실험적 방법으로 널리 사용되는 shadow optical method of caustic에 착안하여 수치해석적으로 caustic을 simulation한 numerical caustic method를 사용하였다.

본논문의 충격파손해석 수치예로서 그해의 정도가 알려져 있는 DAA기법을 적용하기 위하여 해석모델을 완전잠수주상체로 잡고 거시해석을 수행한 후 이로부터 구한 충격압력을 입력자료로 하여 fine mode-ling한 종보강재에대하여 미시해석을 수행하였다.

### 1.1 거시해석

비 접촉성 수중충격에 의한 선체구조 응답해석은 함정구조 및 장비의 내충격 설계에 필수적이다. 구조 응답은 유체-구조 상호작용해석에 의해 구해지는데 수중충격이 그리 크지 않을 경우에는 선형 유체-구조 상호작용해석으로 가능하나, 근접 폭발이나 대형 폭발등으로 수중충격이 심할 경우에는 과도한 구조 응답을 유발하기 때문에 구조의 충격파손해석을 위해서는 구조의 기하학적 비선형과 재료 비선형을 동시에 고려한 비선형 유체-구조 연성해석이 요구된다. 최근에는 미해군 등을 중심으로 한 연구에서도 비선형 유체-구조상호작용 해석을 위한 연구가 활발히 진행되고 있다. 따라서 비선형 유체-구조상호작용 해석 프로그램 개발, 수중충격에 의한 구조파괴모드의 파악과 해석방법의 개발을 위한 연구방향 설정

등이 질실히 요구된다.

본 논문에서는 구조물이 충격을 받을 때에 합정에 주로 쓰이는 구조 재료의 파괴모드의 종류와 각 파괴모드의 특성에 대한 연구를 수행하였다. 비선형 유체-구조 연성해석프로그램 개발은 첫째 구조는 기하학적 비선형과 재료 비선형을 동시에 고려한 비선형 유한요소로 유체역은 DAA방정식을 응용한 경계요소로 모델링하여 두개를 연성하여 푸는 알고리즘을 개발하였다. 선형의 경우에는 구조의 특성행렬들이 한번 구해지면 계속 유지되고, 따라서 하중이 결정되면 정확한 응답해석이 가능하여 구해진 구조응답에 대한 DAA방정식만 반복법으로 해석해 주면 정확한 해석이 가능하였으나, 비선형의 경우에는 DAA방정식 뿐만 아니라 구조방정식도 매시간 새로운 강성계수가 계산되어야 하고 따라서 구조방정식도 반복 계산에 의해 해를 찾아갈 수밖에 없다.

본 연구에서는 필요한 시간간격에 구조의 정해가 반복법에 의해 결정되고 나면 고정된 시간에 유체방정식을 반복법으로 해석하는 이중 반복해석법을 제안 적용하였으며, 합정과 같은 대형구조물에 대한 훌륭한 비선형 충격해석방법이 될 수 있음을 예제를 통하여 증명하였다. 또한 구조물이 충격을 심하게 받는 일부분만 비선형거동을 할 경우에는 대부분의 구조가 선형거동을 하며 비선형거동을 하는 구조부위에서도 충격하중에 크게 영향을 주는 구조 속도와 가속도는 선형의 경우보다 재료 비선형의 영향으로 작아진다는 점에 착안하여 기존 상용 프로그램을 이용한 Modal analysis 결과를 이용한 선형 유체-구조 상호작용해석을 통해 충격하중을 결정한 후 다시 비선형구조해석을 수행하는 준 연성해석법도 프로그램 되었다.

1.2 미시해석

구조물에 가해지는 폭발·충격하중은 충격파가 되어 파급되어지며, 이 충격파는 구조물의 가장자리, 모서리, 용접부 및 균열부 등에서 반사, 굴절 및 회절 등을 일으켜 매우 복잡한 응력장을 형성하며, 때로는 국부적으로 응력 집중 현상을 일으켜 순간적인 파괴의 원인이 되곤한다. 특히, 합정과 같은 선체구조물에서는 용접이나 가공 과정에서의 미소결함의 발생은 피할 수 없기 때문에 균열과 응력파 간의 상호작용에 대한 연구가 요구되어진다.

2차원 선형탄성 응력파에 대한 지배방정식은 쌍곡 선형의 편미분 방정식의 계를 형성하며, 이의 해는 기하학적 및 물질적 경계면에서 경계조건들을 만족

해야 한다.

본 논문에서는 수치해석법으로서 bicharacteristic method를 이용하였으며, 거시해석에서 얻어진 충격 압력을 균열이 존재하는 종보강재에 적용하여 종보강재의 응력장을 매 time step 별로 계산하였다. 균열과 응력파 간의 상호작용에 의한 동적응력강도계수  $K_I(t)$ 는 이 응력장으로부터 시뮬레이션된 코오스틱 곡선으로부터 계산되었다. 특히, 균열 주위의 응력장을 이용하여 시뮬레이션된 isochromatic fringe pattern과 코오스틱 곡선이 실험 및 이론적 곡선에 의해 검증되어졌다.

2. 거시해석(비선형 유체-구조 상호작용 해석)

$M_S, C_S, K_S =$  constant mass, damping, stiffness matrix

${}^t K_S =$  tangent stiffness matrix at time  $t$

${}^t R_S, {}^{t+\Delta t} R =$  external load vector applied at time  $t, t+\Delta t$

${}^t F =$  nodal point force vector equivalent to the element & stresses at time  $t$

${}^t \dot{W}, {}^{t+\Delta t} \dot{W} =$  vectors of nodal point velocities at time  $t, t+\Delta t$

${}^t \ddot{W}, {}^{t+\Delta t} \ddot{W} =$  vectors of nodal point accelerations at time  $t, t+\Delta t$

$u =$  vector of nodal point displacement increments from time  $t$  and to time  $t+\Delta t, i.e., u = {}^{t+\Delta t}u - {}^t u$

$G =$  transformation matrix from fluid nodal DOF to structural nodal DOF

$A_F =$  diagonal fluid area matrix on wetted structural surface

$P_I(x, t) =$  incident wave pressure vector

$P_S(x, t) =$  scattered wave pressure vector

$c =$  sound speed in water  $\equiv 1500m/s$

$\nu(x, t) =$  source strength

$\phi(x, t) =$  fluid velocity potential

$P(x, t) =$  total pressure

$n(x) =$  normal vector, positive into water

거시해석을 위한 접수 구조물의 수중충격 응답해석은 구조와 유체의 연성문제(Fluid-structure interaction problem)로 정의된다. 특히 무한 유체역에서와는 달리 자유표면이 존재하는 반무한 유체역에서의 수중충격응답해석에는 자유표면효과의 고려가 필수적이다. 또한 구조계도 과도한 충격하중을 받기 때문에 비선형거동을 하게된다. 이 장에서는 자유표면 효과를 고려한 두 계에서의 지배방정식, 초기조건 및 경계조건을 정의한 후 두 계의 결합조건을 정의하고 각 계 및 전체계에 의한 이중 근사기법을 이용한 거시해석기법에 대해 설명한다.

유체계의 충격압력 변화는 구조 접수면의 속도·가속도가 주어지면 DAA방정식으로 충격초기나 충격후기에 모두 정확히 추정가능하다. 구조응답은 구조강성 매트릭스가 매시간 새로이 정의되어야 하기 때문에 매시간 반복법에 의해 평형상태를 찾아가는 복잡한 과정을 거치게 된다. 따라서 이 장에서는 구조계와 유체계의 비선형 지배방정식과 초기·경계조건을 정의하고 그 해법에 대해 기술한다. 그러나 본 연구에서는 구조는 선형응답을 하는 것으로 가정하였다.

2.1 구조계

구조계의 비선형 운동방정식은 선형 운동방정식

$$M_s \ddot{W} + C_s \dot{W} + \bar{K}_s W = R \quad (2.1.1)$$

과 같이 모든 시간에 일률적으로 표현될 수는 없다. 왜냐하면 대변형에 의한 기하학적 비선형과 재료의 비선형에 의해 강성계수 행렬  $\bar{K}_s$ 가 매 시간 새로이 계산되어야 하기 때문이다. 따라서 구조의 비선형 운동방정식은 다음과 같이된다.

Implicit time integration :

$$M_s {}^{t+\Delta t} \ddot{W} + C_s {}^{t+\Delta t} \dot{W} + {}^t K_s W = {}^{t+\Delta t} R - {}^t F \quad (2.1.2)$$

Explicit time integration :

$$M_s {}^t \ddot{W} + C_s {}^t \dot{W} = {}^t R - {}^t F \quad (2.1.3)$$

$R(x, t)$ 는 외력벡터를 나타내는데 일반화하면 다음과 같다.

$$R(x, t) = R_E(x, t) + R_P(x, t) \quad (2.1.4)$$

여기에서  $R_E$ 는 주기, 프로펠러 등에 의한 순수의 력이고,  $R_P$ 는 입사충격파와 유체 구조 상호작용으로 인한 산란유체압력에 의한 외력을 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$R_P(x, t) = -GA_F(P_f(x, t) + P_S(x, t)) \quad (2.1.5)$$

해석 방법

(가) 일반해법

(2.1.2)식의 해는 근사 변위 증분  $W$ 으로 구해지기 때문에 해의 정도를 높이고 발산을 막기 위해 매 시간마다 혹은 원하는 시간에 평형상태를 찾기 위한 반복계산을 수행해야 한다. 이때 평형방정식은 Modified Newton Iteration의 경우

$$\begin{aligned} M_s {}^{t+\Delta t} \ddot{W}^{(i)} + C_s {}^{t+\Delta t} \dot{W}^{(i)} + {}^t K_s \Delta W^{(i)} \\ = {}^{t+\Delta t} R - {}^{t+\Delta t} F^{(i-1)} \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

$i=1, 2, 3, \dots$

여기에서  ${}^{t+\Delta t} \ddot{W}^{(i)}$ ,  ${}^{t+\Delta t} \dot{W}^{(i)}$ ,  ${}^{t+\nu t} W^{(i)}$ ,  ${}^{t+\Delta t} W^{(i-1)} + \Delta W^{(i)}$ 는  $i$ 번째에서의 가속도, 속도, 변위의 근사치이다. 첫번째 반복계산 즉,  $i=1$ 일때에는  ${}^{t+\Delta t} \ddot{W}^{(0)} = {}^t \ddot{W}$ ,  $\Delta W^{(1)} = W$ ,  ${}^{t+\Delta t} \dot{W}^{(1)} = {}^{t+\Delta t} \dot{W}$ ,  ${}^{t+\Delta t} F^{(0)} = {}^t F$ ,  ${}^{t+\Delta t} W^{(1)} = {}^{t+\Delta t} W$ 가 되어 (2.1.2)식과 같게 된다.

수중충격해석의 경우에 외력  ${}^{t+\Delta t} R = {}^{t+\Delta t} R \times (W, \dot{W})$  이므로 특히 (2.1.6)식에 의한 반복계산은 필수적이거나 해석을 경제적으로 수행하기 위한 방법으로 DAA방정식의 Explicit Solution에 의한  ${}^{t+\Delta t} R^{(0)}$ 를 구한후 (2.1.6)식의 반복계산을 통해 구조응답  ${}^{t+\Delta t} W$ ,  ${}^{t+\Delta t} \dot{W}$ ,  ${}^{t+\Delta t} \ddot{W}$  를 구하고 다시 한번 DAA방정식을 매시간 혹은 필요한 시간에 Implicit하게 수행하여  ${}^{t+\Delta t} R^{(i)}$ 을 구해가는 유체-구조 연성해를 구하기 위한 반복계산 방법을 택하였다.

2.2 유체계

수중폭발에 의해 생성된 충격파가 전파해 갈 때 유체는 전단응력과 열전달이 전혀 없는 이상유체로 가정할 수 있으며 질량보존(Conservation of momentum) 및 에너지보존(Conservation of energy)법칙이 적용되고, 일정한 압력-밀도 관계가 성립된다. 또한 압력, 유체입자속도, 내부에너지 등에

불연속이 일어나지 않는 것으로 가정하여 유체역에서의 지배방정식과 기타의 역학적 관계식을 정리하면 다음과 같다.

지배방정식:

$$\nabla^2 \phi(x, t) - \frac{1}{c^2} \ddot{\phi}(x, t) = \nu(x, t) \quad (2.2.1)$$

$$P(x, t) = -\rho \dot{\phi}(x, t) \quad (2.2.2)$$

$$U(x, t) = -\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial n(x)} \quad (2.2.3)$$

위에서 설명한 지배방정식과 함께 고려될 경계조건 및 초기조건을 정리하면 다음과 같다.

경계조건:

$$G^T \dot{W}(x, t) = \nu(x, t) \quad \text{on wetted structural surface} \quad (2.2.4)$$

$$P(x, t) = 0 \quad \text{on free surface} \quad (2.2.5)$$

$$P(x, t) = P_I(x, t) + P_S(x, t) = P_I(x, t) + P_D(x, t) + P_R(x, t) \quad (2.2.6)$$

초기조건:

접수구조물의 초기 상태에 따라 달라지겠으나 초기에 정지 상태에서 충격을 받을 경우의 예를 들어 보면 다음과 같다.

$$W(x, 0) = \dot{W}(x, 0) = \ddot{W}(x, 0) = 0 \quad (2.2.7)$$

$$\phi(x, 0) = \phi_1(x, 0) \quad (2.2.8)$$

$$P(x, 0) = P_I(x, 0) \quad (2.2.9)$$

### 2.3 이중점근사

위에서 정의된 지배방정식과 경계조건을 만족하는 해를 Residual potential theory에 의해 전체 유체영역에서 구할 수도 있으나[3], 이방법은 매우 비경제적이기 때문에 T.L. Geers는 아래와같은 이중점근사방법을 제안하여 유체문제를 접수표면의 경계치문제로 근사시켰다[4].

DAA 방정식

유체역에서의 분산압력(Scattered pressure)을 구조의 접수표면으로 이중점근사 시킨 관계식은 다음과 같다.

$$DAA1 : M_F \dot{P}_S(x, t) + \rho c A_F P_S(x, t)$$

$$= \rho c M_F \dot{U}_S(x, t) \quad (2.3.1)$$

$$DAA2 : M_F \ddot{P}_{S(x,t)} + \rho c A_F \dot{P}_S(x, t) + \rho c \Omega_F P_S(x, t) = \rho c [ M_F \ddot{U}_{S(x,t)} + \Omega_F M_F \dot{U}_S(x, t) ] \quad (2.3.2)$$

여기에서  $\rho, c, A_F, P_S$  및  $U_S$  는 2장의 앞부분에서 설명한 바와 같고  $M_F$  는 부가수질량행렬 (Fluid added mass matrix)을 나타낸다.  $\Omega_F$  는 수학적으로는

$$\Omega_F = \eta \rho c A_F M_F^{-1} \quad (2.3.3)$$

이다. 여기에서  $\eta$  는 구조 접수표면의 평균곡률로 생각할 수 있는 상수로서

$$0 \leq \eta \leq 1 \quad (2.3.4)$$

인 조건을 만족한다.

이식은 충격초기에는  $\dot{P} \gg \ddot{P} \gg P$  가 성립되어 두 식 모두 평면파근사(Plane wave approximation = PWA)식으로된다. 즉,

$$PWA : P_S = \rho c \dot{U}_S \quad (2.3.5)$$

충격후기에는 위와는 반대현상이 되므로 위 두식은 모두 Added mass approximation(AMA)이 성립된다. 즉,

$$AMA : A_F P_S = M_F \dot{U}_S \quad (2.3.6)$$

분산 유체입자 가속도는 유체와 구조의 접수표면에서의 적합조건(Kinematic compatibility condition) 이 성립되므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G^T \dot{W}(x, t) = \dot{U}_I(x, t) + \dot{U}_S(x, t) \quad (2.3.7)$$

따라서 DAA 식은 다음과 같이 정의된다. 즉,

DAA1 :

$$M_F \dot{P}_S(x, t) + \rho c A_F P_S(x, t) + \rho c \Omega_F (G^T \dot{W}(x, t) - \dot{U}_I(x, t)) \quad (2.3.8)$$

DAA2 :

$$M_F \ddot{P}_S(x, t) + \rho c A_F \dot{P}_S(x, t) + \rho c \Omega_F A_F P_S(x, t) = \rho c \{ M_F G^T \dot{W}(x, t) - \dot{U}_I(x, t) + \Omega_F M_F (G^T \dot{W}(x, t) - \dot{U}_I(x, t)) \} \quad (2.3.9)$$

2.4 부가수 질량

이상 유체에서의 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

지배방정식 :

$$\nabla^2 \phi(x, t) = 0 \quad \text{in fluid domain} \quad (2.4.1)$$

경계조건:

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial n(x)} = G^T \dot{W}(x, t) \quad \text{on wetted surface} \quad (2.4.2)$$

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial n(x)} - \frac{\omega^2}{g} \phi(x, t) = 0 \quad \text{on free surface} \quad (2.4.3)$$

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial n(x)} - ik\phi(x, t) = 0 \quad \text{at } R \rightarrow \infty \quad (2.4.4)$$

여기에서  $i = \sqrt{-1}$ 이고,  $k$ 는 파동수(Wave number)를 나타내는데 무한수심의 경우  $k = \omega^2 / g$ 로 근사될 수 있다. 만약 구조거동에 의한 진동수  $\omega$ 가  $\omega^2 / g \gg 1.0$ 인 경우에는 자유표면 조건 및 방사조건은 다음과 같이 된다.

$$\phi(x, t) = 0 \quad \text{on } \Gamma_F \text{ and on } \Gamma_R \text{ at } R \rightarrow \infty \quad (2.4.5)$$

이상의 경계치 문제를 일반적인 모양의 구조물에 적용하기 위해서 수치해석중 하나인 BEM을 이용하여, 식(2.4.1), (2.4.2)~(2.4.5)로 주어지는 경계치문제를 잉여적분 (Weighted residual integration) 형태로 나타낸후 풀어 구한 포텐셜로부터 접수구조표면에서의 압력을 구한 후 적분해주어 구조가속도의 비례계수 행렬로 구해지는것이 부가수 질량행렬이다 [6, 20].

2.5 구상 충격파

일반해 :

수중폭발에 의해 발생된 압축파는 파동방정식의 해로부터 얻을 수 있는데 파동방정식을 좌표계에서 원주 방향 전파가 전혀 없이 외부로 전파에 가는 경우에 대해 정리해 주면 다음과 같다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rP)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 (rP)}{\partial r^2} \quad (2.5.1)$$

여기에서  $rP$ 를 변수로하는 1차원 파동방정식과 같다. 따라서 해는 외향파 (Out going wave)에 대해

$$rP = f(t - \frac{r}{c}) \quad (2.5.2)$$

와 같다. 여기에서 함수  $f(t - \frac{r}{c})$ 는 지수

(Exponential)함수로 정의될 수 있으며 표2.5와 같이 폭발물(Mine)의 종류, 중량 및 거리등에 따라 실험에 의해 정의될 수 있다[5]. 또한 모멘텀 보존법칙을 이용하면 유체입자속도 및 가속도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{U}_I(R, t) = [ \frac{1}{\rho c} P_I(R, t) + \frac{1}{\rho R} P_{IR}(R, t) ] \Gamma H(t - \frac{R-S}{c}) \quad (2.5.3)$$

$$U_I(R, t) = [ \frac{1}{\rho c} P_I(R, t) + \frac{\theta}{\rho R} \{ P_o(R, 0) - P_I(R, t) \} ] \Gamma H(t - \frac{R-S}{c}) \quad (2.5.4)$$

이로 부터 충격후기의 구상충격파의 유체 입자속도는 그 시간의 압력뿐 아니라 처음 압력이 작용한 이후의 모든 압력 변화의 누적합수임을 알 수 있으며 이점이 평면파와 상이한 점이다. 이제 임의 구조체에 입사파가 도달하면 폭발물로 부터의 거리  $R$ 인 임의점  $Q$ 에서의 압력은 부하로 부터 가장 가까운 점을  $S$ (Stand-off distance)라 할 때 표2.5의 함수를 이용하면 다음 식으로 정의될 수 있다.

Table 2.5 Shock Wave Parameters

Max. Pressure, Decay Constant	$K, A$	HBX-1	TNT	PETN	NUKE
$P_{max}$	$K_1$	22,347.6	22,505	24,589	$4.38 \times 10^6$
	$A_1$	1.144	1.13	1.194	1.18
Decay Constant	$K_2$	0.056	0.058	0.052	2.274
	$A_2$	-0.247	-0.185	-0.257	-0.220

$$P_I(R, t) = P_{I_0}(R, W) \exp \left[ -\frac{t - \frac{R-S}{c}}{\theta(R, W)} \right] \quad (2.5.5)$$

$$P_I^*(R, t) = \theta(P_I(R, 0) - P_I(R, t)) \quad (2.5.6)$$

$$\dot{U}(R, t) = a\Gamma P_I^*(R, t) \quad (2.5.7)$$

$$U_I(R, t) = -a\theta\Gamma P_I(R, t) + \frac{\theta}{\rho R} \Gamma P_{I_0} \quad (2.5.8)$$

$$U_I^*(R, t) = \int U_I(R, \tau) d\tau = -a\theta^2\Gamma(P_{I_0} - P_I) + \frac{\theta}{\rho R} P_{I_0}t \quad (2.5.9)$$

여기에서

$$a = \frac{1}{\rho} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{c\theta} \right), \Gamma = \bar{n} \cdot \bar{r}, P_{I_0} = P_I(R, 0)$$

2.6 유체 - 구조 상호작용 해석

이상에서 설명한 유체-구조 상호작용의 기본 방정식을 정리하면 다음과 같다.

구조계:

$$M_S \ddot{W} + C_S \dot{W} + \overline{K}_S W = R_E - GA_F (P_I + P_S) \quad (2.6.1)$$

$$\begin{aligned} \overline{K}_S &= K_S && (\text{선형 : Linear elastic stiffness matrix}) \\ \overline{K}_S &= K_{S_c} && (\text{비선형 : Tangent stiffness matrix}) \end{aligned}$$

유체계:

$$AMA : A_F P_S = M_F \dot{U}_S \quad (2.6.2)$$

$$PWA : P_S = \rho c \dot{U}_S \quad (2.6.3)$$

$$DAA1 : M_F \dot{P}_S + \rho c A_F P_S = \rho c M_F \dot{U}_S \quad (2.6.4)$$

$$DAA2 : M_F \ddot{P}_S + \rho c A_F \dot{P}_S + \rho c \Omega_F A_F P_S = \rho c [ M_F \dot{U}_S + \Omega_F M_F \dot{U}_S ] \quad (2.6.5)$$

적합조건:

$$G^T \dot{W} = U_I + U_S \quad (2.6.6)$$

자유표면효과가 존재할 경우 (2.1.1) 및 (2.3.1)~

(2.3.5)에서 다음과 같은 관계를 대입하면 관련식이 얻어진다

$$\begin{aligned} W &= W_t & U_I &= U^+_{I^+} + U^-_{I^+} \\ P_S &= P_{S^+} & U_S &= U_{S^+} \\ P_I &= P^+_{I^+} + P^-_{I^+} & M_F &= M^+_{F^+} - M^-_{F^+} \end{aligned}$$

따라서 유체계과 구조계는 적합조건을 통하여 상호 연결되어 있으며 유체계의 해석방법에 따라 해법이 달라지게 된다.

3. 응력파와 균열의 상호작용해석

구조물에 가해지는 충격, 폭발하중등과 같은 동적 하중은 응력파가 되어 전파되어진다. 이 응력파가 균열부에 도달하면 반사, 굴절 및 회절등을 일으키며 매우 복잡하게 변화되는 응력장을 형성하게되며 이 응력장은 균열선단주위에서  $1/\sqrt{r}$ 의 특이성을 갖게된다. 동적파괴역학에서도 정적인 경우와 마찬가지로 균열선단주위의 응력장의 세기를 나타내는 응력강도계수를 시간의 함수로서 계산하고 이 계수의 최대값이 재료실험을 통해 얻어지는 충격파괴인성치(Kd)를 넘지않도록 설계하여야 하기때문에 동적응력강도계수에 대한 계산은 선형파괴 역학에서 매우 중요한 일이라하겠다.

따라서 이 장에서는 우선 응력파의 해석법을 기술하고 응력강도계수의 계산에 많이 사용되고있는 실험기법인 caustic법의 원리를 도입하여 수치해석적으로 동적응력강도계수를 계산하는 과정을 설명한다.

3.1. 2차원 선형탄성응력파의 해석

등방성 선형탄성체에서의 응력파는 운동방정식(3.1.1)과 시간에 의해 미분된 재료의 구성식(3.1.2)에 의해 지배되며 이들은 함께 쌍곡선형의 편미분방정식의 계를 형성한다.

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} - \text{div } \sigma = 0 \quad (3.1.1)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial v} = \lambda' E \text{ div } v + \mu (\text{grad } v + (\text{grad } v)^T) \quad (3.1.2)$$

여기에서 v는 속도벡터, σ는 응력텐서, λ 와 μ는 Lam'e 상수, ρ 는 밀도이며 τ는 시간을 나타낸다.

이 편미분 방정식의 해는 자유경계면에서는 (3.1.3) 과(3.1.4)의 하중에 대한 경계조건과 물질경계면에서는 (3.1.5)(3.1.6)(3.1.7) 즉 입자의 속도와 응력은 물질경계면에 평행한 단면에 대해서는 연속이어야하며 물질경계면에 수직인 단면에서의 응력벡터는 불연속이라는 경계조건을 만족해야한다.

$$\sigma_b = P \exp n_b \quad (3.1.3)$$

$$\sigma_b = 0 \quad (3.1.4)$$

$$[v] = 0 \quad (3.1.5)$$

$$[\sigma] n_{AB} = 0 \quad (3.1.6)$$

$$[\sigma] t_{AB} \neq 0 \quad (3.1.7)$$

여기서,  $n_{AB}$ 는 물체경계면의 평행 단면의 법선 벡터이고,  $t_{AB}$ 는 물체경계면의 수직 단면의 법선 벡터이다.

쌍곡선형의 편미분방정식은 수직방향의 미분치가 불연속인 시간과 공간에 있는 특이곡면인 특성곡면 포함한다. 시공간의 어떤 해점을 통과하는 모든 특성곡면은 시간과 공간좌표계에서 하나의 원추를 형성하게되는데 이 원추를 Monge원추라한다. (Fig. 3.1) 이러한 Monge원추는 bi-characteristics  $m^*$ 에 의해서 그려지게된다. 유체에 있어서는 종파(longitudinal wave)에 관계되는 dilatation cone 원추 한개만 존재하지만 탄성체에 있어서는 이 dilatation cone 외에 횡파(transverse wave)에 관계되는 shear cone 등 2개의 원추가 존재한다.

이 bi-characteristics의 방향을 차분식의 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$r(\tau_0 + \Delta\tau) - r_L(\tau_0) = m_L^* \Delta\tau \quad (3.1.8)$$

$$r(\tau_0 + \Delta\tau) - r_s(\tau_0) = m_s^* \Delta\tau \quad (3.1.9)$$

Fig. 3.1에서  $\Delta\tau$  시간이 지난후  $P_0$ 점의 해는 종파의 경우에는  $CL\Delta\tau$  그리고 횡파의 경우에는  $Cs\Delta\tau$  의 반지름 내부의 값에 의해서 결정되어짐을 알 수있다. 이 미분방정식들의 선형조합에 의해 불연속인 수직도함수를 소거하면 특이곡면 내에 연속인 도함수만 남게되는데 이들을 compatibility 방정식이라한다. 이에 대한 자세한 계산은 문헌[13]에 기재되어 있다.

$$\left[ \rho C_L n v + n \sigma n - t \text{grad}(\lambda' t v + C_L n \sigma t) \frac{\Delta\tau}{2} \right] \Big|_{P^0} = \left[ \rho C_L n v + n \sigma n + t \text{grad}(\lambda' t v + C_L n \sigma t) \frac{\Delta\tau}{2} \right] \Big|_{P_i} \quad (3.1.10)$$

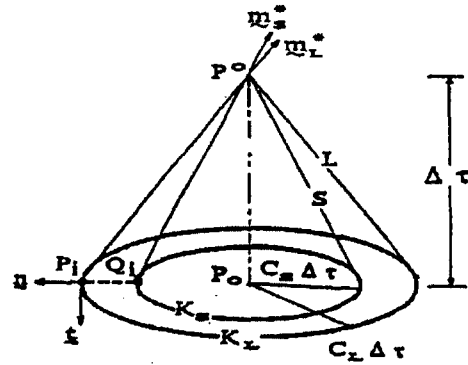


Fig. 3.1. Monge cone

$$\left[ \rho C_s t v + n \sigma t - t \text{grad}(G n v + C_s n \sigma t) \frac{\Delta\tau}{2} \right] \Big|_{P^0} = \left[ \rho C_s t v + n \sigma t + t \text{grad}(G n v + C_s n \sigma t) \frac{\Delta\tau}{2} \right] \Big|_{Q_i} \quad (3.1.11)$$

이 compatibility 방정식은 initial value surface 에 있는  $P_i$  와  $Q_i$ 점과  $\Delta\tau$  시간후의  $P^0$ 점과의 관계를 연결해준다.

### 3.2. 수치해석적 코오스틱법에 의한 동적응력 강도계수의 계산

동적응력강도계수를 결정하는데 많이 사용되는 코오스틱법은 응력변형률해석에 있어서 상대적으로 새로운 실험기법으로서 1964년 Manogg [14]에 의해서 소개 되었으며 후에 Theocaris [15]와 Rosakis [16] 및 Kalthoff [17]에 의하여 여러가지의 서로 다른 하중 및 물체거동 조건들에 대하여 정적 및 동적 파괴역학의 여러 분야에 확장적용되어왔다. 특히 이 방법에서 shadow pattern이 간결하게 얻어지기 때문에 동적인 문제와 같은 복잡한 현상을 조사하는데 성공적으로 사용되어질 수있다.고체 내부의 응력들은 고체의 광학적 성질을 변화시킨다. 즉 인장응력은 Poisson's ratio에 따라 물체의 두께를 감소시키며 또한 광학적으로 물질의 밀도를 낮게하여 물체의 굴절율을 감소시킨다. 압축응력에 의해서는 이와 반대의 현상이 일어난다. Fig. 3.2는 균열이 있는 투명한 판에 Mode I 의 하중이 걸린경우 빛이 집중하는 주위영역과 어두움의 영역사이에 선이 형성되는데 이 선을 코오스틱곡선이라하며 빛이 투과되지않은 물체에 대하여도 이와 유사하게 빛의 반사를 통하여 코오스틱곡선이 형성되어진다.



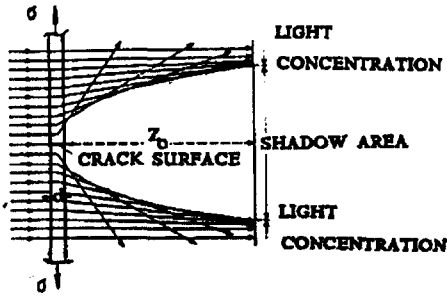


Fig. 3.2 Physical principle of the shade optical method of caustic

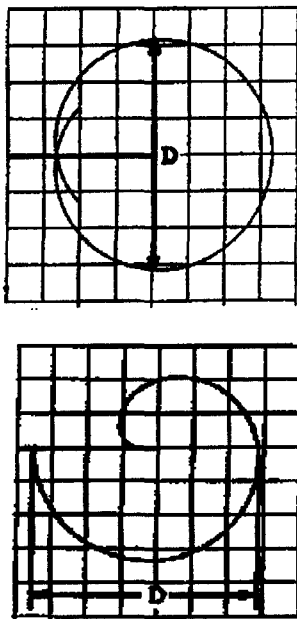


Fig. 3.3 Caustic curves for mode I and mode II

이와같이하여 관찰된 개구형(Mode I)과 전단형(Mode II)의 하중에 대한 대표적인 코오스틱곡선이 Fig. 3.3에 묘사되었다. Fig. 3.3에서 주어진 특징길이 D에 의해 응력강도계수  $K_I$ 와  $K_{II}$ 가 각각 다음식으로부터 구해진다.

$$K_I = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3 \cdot (3.17)^{5/2} Z_0 c d_{eff}} D^{5/2} \quad (3.1.12)$$

$$K_{II} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3 \cdot (3.02)^{5/2} Z_0 c d_{eff}} D^{5/2} \quad (3.1.13)$$

여기에서

- D : 코오스틱의 지름
- $Z_0$  : 시편으로부터 영상면까지의 거리
- c : 물질의 광학상수
- $d_{eff}$  : 유효시편두께, 투과성시편:d, 반사성 시편 : d/2
- d : 실질시편두께

Fig. 3.3의 코오스틱곡선을 실험에 의하지않고 수치해석적으로 얻은다음 이곡선의 지름 D를 식 (3.1.12) 및 (3.1.13)에 대입하면 각각  $K_I$ 와  $K_{II}$ 를 얻을 수 있으며 동적인 경우에는 시간에 따라 변화되어지는 코오스틱곡선의 지름으로부터  $K_I(t)$ 와  $K_{II}(t)$ 의 곡선을 얻을 수 있다.

Fig. 3.4.에서는 균열을 갖는 투명한 시료에 평행하게 입사되어진 광선이 응력이 집중되는 영역인 p점에서 굴절되는 모습을 나타낸다. 시료면의 응력장이 주어지면 이를 통과하는 광선의 상면에서의 위치를 결정할 수있다.

$$r' = r + w = r - cd_{eff}Z_0 \text{ grad}[\sigma_1 + \sigma_2 \pm \lambda(\sigma_1 - \sigma_2)] \quad (3.1.14)$$

균열을 갖는 평판에 충격, 폭발하중이 작용하면 수치해석 프로그램을 이용하여 매시간 마다의 응력장을 계산하고 이로부터 균열선단 주위의 각점에 대하여 주응력을 계산하여 식(3.1.14)에 대입하면 각각의 점을 통과하는 광선의 상면에서의 위치를 계산할 수있으며 이들은 함께 코오스틱곡선을 형성하게된다.

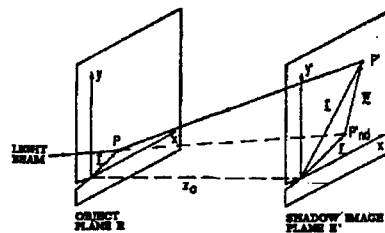


Fig. 3.4. Mapping of the object plane on to the image plane

이 코오스틱 곡선의 지름을 읽어 식(3.1.12)나 (3.1.13)에 대입하면 동적응력강도계수를 시간의 함수로서 구할 수 있다.

#### 4. 예제 및 해석결과

##### 4.1 해석모델

Fig. 4.1에서와 같이 거시해석 및 미시해석의 모델은 단위 step wave와 HBM-1을 받는 중공원통형 실린더[2]로서 내부에 길이 방향을 따라 4개의 종통부재가 있고 원통의 section에 11개의 막요소가 지지하고 있는 형상의 잠수구조물 모델을 이용하였다.

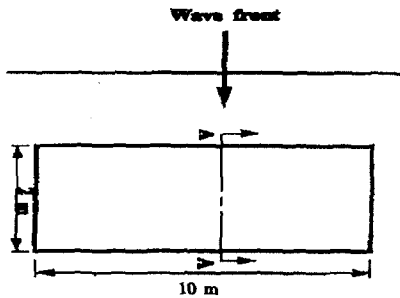


Fig. 4.1 3-D Cylinder Model

주위의 유체 밀도  $\rho$ 는  $1.0 \text{ kg/m}^3$  이고 음속은  $1500 \text{ m/s}$ 로 하였고, 모델의 주요 치수는 길이, 반지름, 외각셀 두께가 각각  $10.0 \text{ m}$ ,  $1.0 \text{ m}$ ,  $0.01 \text{ m}$  이며, 재료의 밀도는  $7.85 \text{ kg/m}^3$ , 탄성계수는  $98.125 \text{ N/m}^2$ , poisson's ratio가  $0.3$  이다. 셀 내부의 막요소의 특성치는 탄성계수가  $1.0 \times 10^{-2} \text{ N/m}^2$ , 밀도가  $1.0 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ , 두께가  $0.01 \text{ m}$ 인 요소이고, 종통보강보의 특성치는 재료밀도가  $7850 \text{ kg/m}^3$ , 탄성계수가  $2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ , 가로  $\times$  세로가  $0.01 \text{ m} \times 0.50 \text{ m}$ 인 직사각형 보강재로 가정하였다. 해석 모델에는 6절점 쉘요소 개수가 40개, 8절점 막요소가 11개, 보요소가 40개 있다.

##### 4.2 거시해석

해석방법은 DAA기법을 택하였고, 모델은 선형거동을 하는 것으로 가정하였다. 시간 간격은  $5 \text{ msec}$ 로하여 2000 step 을 계산하였고 참고문헌[2]의 해석결과와 본 해석결과를 비교한 결과가 Fig. 4.2에 나타나 있고, 이때 참고문헌[2]의 해석 결과와의 차

이는 본 논문에서는 3차원 원통 쉘구조를 택하였고, 참고문헌[2]에서는 2차원 보요소를 택한데 기인한 것으로 추측된다.

충격파가 구조물에 도달했을 때의 초기 응답과 이 충격파가 지나간 다음에 나타나는 후기 응답이 본 해석을 통해 분명히 나타나는 것을 알 수 있다. 특히 후기 응답은 oscillating되어 시간이 지남에 따라 점점 사라져가는 양상을 보이는 것을 주목할 수 있으며 충격응답에 대한 안전설계를 위해서는 1장 서론에서 설명한 바와 같이 초기응답 상태를 정확히 파악해 내는 것이 중요하다는 것을 알 수 있다. 따라서 초기 응답 상태의 정확한 해석을 위하여 미시해석을 위한 충격초기의 입력(Fig. 4.4)을 구하기 위하여 시간간격을  $1 \mu\text{s}$  로 하여 500 step의 거시해석을 재수행하였다.

Fig. 4.2는 lumped fluid mass를 이용한 해석 결과이고, Fig. 4.3은 consistent fluid mass를 이용한 해석결과이다. 두 결과를 비교해 보면 fluid 영향을 집중된 부가수질량 효과로 고려하는 것과 완전 연성된 형태로 고려하는 경우의 차이가 크다는 것을 잘 보여주고 있다.

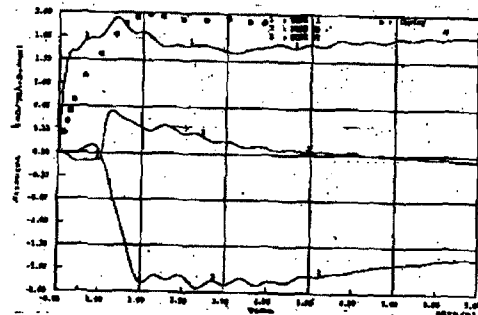


Fig. 4.2 Structural velocities of fully submerged 3-D cylinder by DAA1 with lumped added mass matrix( $dT=5 \text{ milli-sec}$ )

특히 Fig. 4.3에서 보면 쉘구조물을 보요소로 단순화시키게 되면 충격응답치는 3차원 구조물에서 얻어지는 것에 비교하여 중간 값을 갖는 것을 알 수가 있다. 내부 구조가 강하기 때문에 단면의 고차 모드는 없으나 길이 방향의 연성때문에 Consistent fluid mass의 사용은 특히 중요함을 알 수 있다.

따라서 초기에 정확한 충격압력을 구하기 위하여는 Consistent fluid mass의 사용이 필수적임을 알 수 있었다. 해석 방법에 따른 해의 정도를 검증하기 위한 방법으로서 잘 알려진 여러가지 수치해석법을

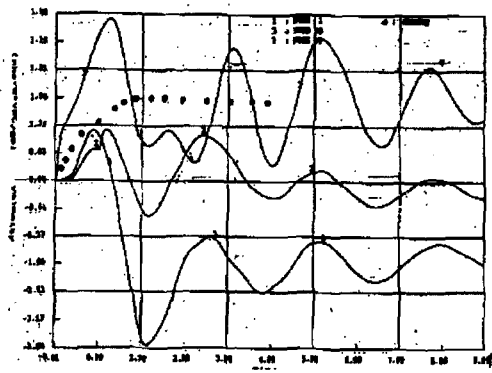


Fig. 4.3 Structural velocities of fully submerged 3-D cylinder by DAA1 with consistent added mass matrix(dT=5 milli-sec)

적용한 결과에서 보면, Adam's open formula나 FDM 과 같은 Explicit method를 이용하여 정확한 해를 구하기 위해서는 충분히 작은 시간 간격으로 적분을 수행하여야하기 때문에 매우 비경제적이다. 따라서, 적분시간 간격을 크게 잡고도 안정된 해를 얻기 위하여 구조계와 유체계의 방정식에 반복적으로 Implicit integration을 적용하는 새로운 적분방법을 제안하였다.

4.3 미시해석

응력파의 파급에대한 3장에서 설명한 해석기법은 참고문헌[18]에서 이미 이론및 실험과 비교되었기 때

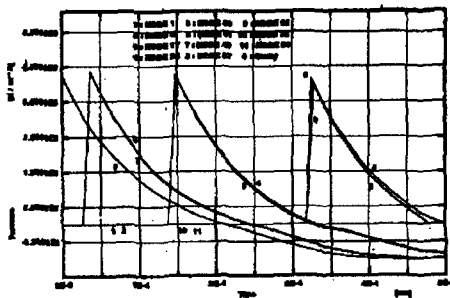


Fig. 4.4 Scattered pressure for micro analysis of fully submerged 3-D cylinder structure

문에 4.3.1에서는 수치해석적 코오스틱법의 검증을 위하여 참고문헌[19]의 이론결과와 비교계산을 수행하였다.

4.3.2에서는 거시해석에서 넘겨받은 충격초기의 압력을 작용하중으로 하여 종보강재에서의 응력파와 균열과의 상호작용에의한 동적응력강도계수를 계산하였다.

4.3.1 수치해석적 코오스틱법의 검증

Fig. 4.5와같이 균열면에 step function의 충격하중을 받는 plate에서의 동적응력강도계수를 수치해석으로 시뮬레이션한 코오스틱곡선(Fig. 4.6)으로부터 계산하여 참고문헌[19]의 결과와 Fig. 4.7에 비교하였다. Fig. 4.6의 수치해석에 의하여 얻어진 코오스틱곡선은 이론에의한 코오스틱곡선의 특성을 그대로 지니고 있으며 Fig. 4.7에서 볼 수 있듯이 동적응력강도계수 역시 이론치와 매우 잘 일치하고 있다.

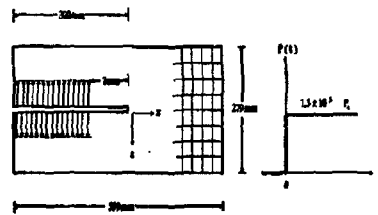


Fig. 4.5 Comparison calculation with Reference[19]

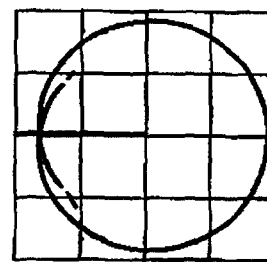
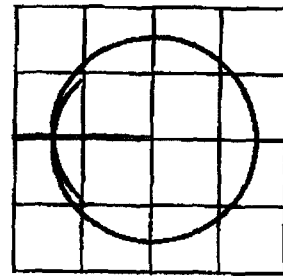


Fig. 4.6 Numerically simulated caustic curves

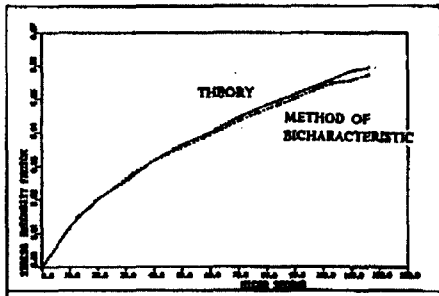


Fig. 4.7 Comparison of Results obtained using Bicharacteristic Method and Theory

4.3.2 수중충격하중을 받는 종보강재의 파괴해석  
 거시해석을 통해 주어진 수중충격하중은 Fig. 4.4와 같다. 이 하중은 구상파의 형태이기 때문에 종부재의 중앙점으로부터 하중을 받는 부분이 시간에 따라 확대되어지며 균열과 보강재의 폭의 비  $a/w=0.3$ 으로 가정하였다. 보강재의 길이는 10m이나 실제 계산에는 계산시간 동안 반사파가 균열부에 영향을 미치지 않는 충분한 길이만 고려하였다.

Fig. 4.8은 isochromatic fringe를 수치해석적으로 시뮬레이션한 그림으로서 P-wave가 균열부를 관통한 후 전형적인 균열부의 광탄성 실험 그림과 매우 일치함을 보여준다. 압축파가 균열부를 통과하여 반사되어 오는 동안에 Fig. 4.9의 코오스틱곡선을 시뮬레이션하여 동적응력강도계수  $K_I(t)$ 를 계산하였다.

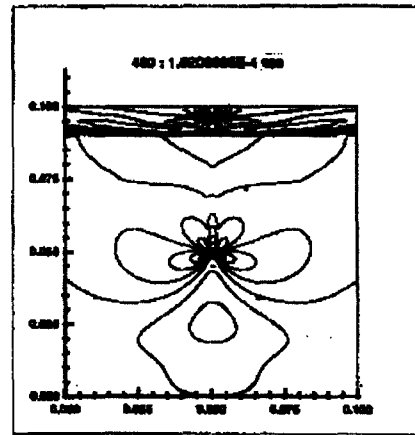


Fig. 4.8 Isochromatic fringe pattern

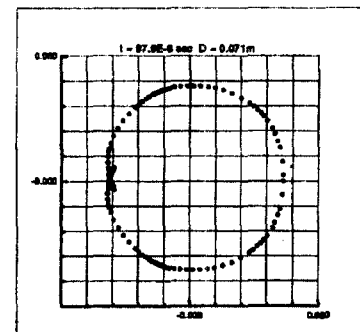
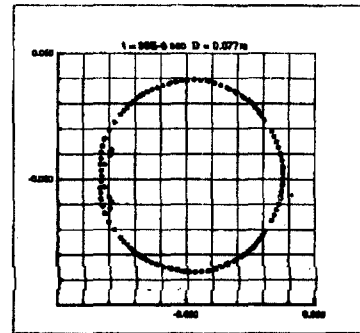
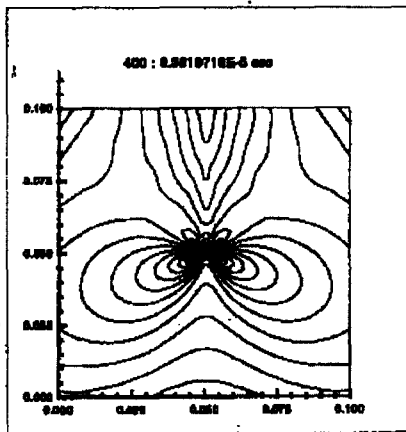


Fig. 4.9 Caustic curves



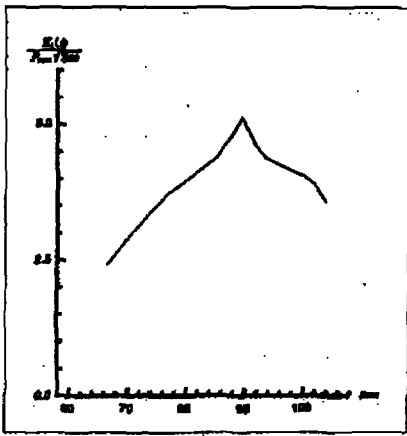


Fig. 4.10 Dynamic stress intensity factor  $K_I(t)$

Fig. 4.10에서 동적응력강도계수  $K_I(t)$ 는 압축파가 통과하면서 증가하기 시작하여 압축파가 free surface에서 반사되는 시간에서 최대값에 도달하며 인장파로 반사되어 오면서 감소함을 보여준다.

여기에서 수치해석적으로 시뮬레이션된 코오스틱 곡선의 형상이 이론적인 코오스틱곡선의 형상과 비교되어 질 수 있으므로 계산의 정확성에 대한 검증도 할 수 있는 장점이 있다.

**5. 결론**

본 연구에서는 수중충격하중을 받는 선체구조에 대한 충격파손해석을 거시해석과 미시해석으로 나누어 수행하였다. 거시해석에서는 비선형 유체-구조 연성해석을 위한 비선형구조운동 방정식과 DAA 방정식을 정의하였으며, 구조해석은 선형에 한하여 수행하였다. 구조계와 유체계의 운동 방정식을 푸는 방법으로는 지면관계상 본 논문에서는 언급하지 못하지만, 필요한 시간간격에 구조의 정해가 반복법에 의해 결정되고나면 같은 시간에 유체방정식을 반복법으로 해석하는 이중 반복해석법이 제안되었으며, 이 방법이 합정과 같은 대형구조물에 대한 훌륭한 비선형 충격해석방법이 될 수 있음을 해가 알려진 예제 [2]를 통하여 증명하였다.

미시해석에서는 충격, 폭발하중이 가해지는 구조물에서 응력파의 파급을 bi-characteristic method를 통하여 해석하였으며 균열과의 상호작용에 의한 동적응력강도계수는 코오스틱곡선을 수치해석을 통

해 시뮬레이션하여 그 지름의 크기를 가지고 계산하였다. 참고문헌[19]의 결과와 비교하여 잘 일치함을 보여주었으며 앞으로 동적파괴역학의 여러분야에 성공적으로 적용되어질 수 있다고 하겠다.

본 논문의 연구를 통해 수중충격하중을 받는 구조부재의 충격파괴해석이 거시해석과 미시해석의 2단계로 나뉘어 수행될 수 있음을 확인할 수 있었으며 추후로 다음의 세과제가 추가로 연구되어야 할 것으로 판단된다.

1. 충격초기의 전단에 의한 전단파괴해석
2. 충격후기의 소성동적 좌굴해석
3. DYTRAN을 이용한 거시해석 및 미시해석 결과의 비교검토

**참 고 문 헌**

- [1] Y.S.Shin and T.L.Geers, "Response of Marine Structures to Underwater", Explosion, Short Course Note, Monterey, CA, USA. 1988.
- [2] J.A. De Runtz, T.L.Geers and C.A.Fellipa, "The Underwater Shock Analysis Code (USA-Version 3)", User's Manual, DNA 5615 F, Sep.1980.
- [3] T.L. Geers, "Residual Potential and Approximate Methods for Three Dimensional Fluid-Structure Interaction Problem", J. Acoustics Soc. Am., 49, p1505-1510, 1971.
- [4] T.L.Geers, "Doubly Asymptotic Approximations for Transient Motions of Submerged Structures", J.Acoustics Soc. Am., 64, p1500-1508, 1978.
- [5] G.J.O'Hara and R.O.Belsheim, "Interim Design Values for Shock Design of Shipboard Equipment", U.S. Naval Reserch Laboratory, NRL Memorandum Report 1396. Feb. 1963
- [6] K.T.Chung, "Schwingungsanalyse Elastischer Schwingungs-analyse Elastischer Schwimmender Koerper nach der Randintegralmethode", RWTH Aachen, West Germany, Dissertation, 1986

- [7] K. J. Bathe and E. L. Wilson, Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, Inc., 1983
- [8] ADINA User's Manual, ADINA Engineering Inc. 1981
- [9] B. P. Wang, "Reanalysis of Structural Dynamic Modes", ASME - Vol. 76, ASME, 1986
- [10] J. A. Deruntz Jr. and Charles C. Rankin, "Application of the USA-STAGS-CFA Code to Nonlinear Fluid Structural Interaction Problems in Underwater Shock of Submerged Structures", Computational Mechanics Laboratory, Lockheed Palo Alto Research Laboratory, 1989
- [11] K. T. Chung, Y. B. Kim, H. S. Kang, "Hydroelastic Vibration Analysis of Structures in Contact with Fluids", PRADS 92, Newcastle, UK, 1992
- [12] Robert W. Hornbeck, Numerical Methods, Quantum Publishers, Inc., 1975
- [13] K. S. Kim, "Spannungswellen an Grenzflächen in linearelastischen Scheiben", VDI Verlag, Reihe 18, Nr.91, 1991
- [14] P. Manogg, "Anwendung der Schattenoptik zur Untersuchung des Zerreibvorgangs von Platten, Dissertation, Freiburg Germany, 1964
- [15] P.S. Theocaris, "The Reflected Caustic Method for the Evaluation of Mode III Stress Intensity Factor", Intern. J. Mech. Sci.,23,p105-117, 1981
- [16] A. J. Rosakis and L. b. Freund, "Optical Measurement of the Plastic Strain Concentration at a Tip in a Ductile Steel Plate", J. Eng. Mater. Technol., Vol.104, p115-125, 1982
- [17] J. F. Kalthoff, The Shadow Optical Method of Caustics, chapter 9, Handbook on Experimental Mechanics, Ed. A. S. Kabayashi, Prentice Hall, 430-500, 1986
- [18] K. S. Kim and J. Ballmann, " Blast Induced Surface Waves in a Layered Medium", Earthquake Resistant Construction and Design. Ed. S. A. SAVIDIS, BALKEMA, 85-93, 1991
- [19] K. S. Kim, "Dynamic Fracture under Normal Impact Loading of the Crack Faces", Journal of Applied Mechanics, Vol 52, 585-592, 1985
- [20] K. T. Chung, Y. B. Kim, H. C. Shin, S. R. Han and Y. C. Heo, "Vibration Analysis of Ship in Consideration of Fluid-Structure Interaction", Ship Structure Association '94, Vol. 94-1, p165-181, 1994.11.